

南通市 2015 年初中毕业、升学考试试卷

数 学

注 意 事 项

考生在答题前请认真阅读本注意事项：

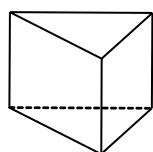
1. 本试卷共 6 页，满分为 150 分，考试时间为 120 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、考试证号用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔填写在试卷及答题卡上指定的位置。
3. 答案必须按要求填涂、书写在答题卡上，在试卷、草稿纸上答题一律无效。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

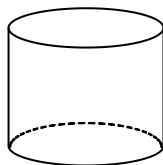
1. 如果水位升高 6m 时水位变化记作 +6m，那么水位下降 6m 时水位变化记作

A. -3m B. 3m C. 6m D. -6m

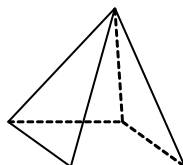
2. 下面四个几何体中，俯视图是圆的几何体共有



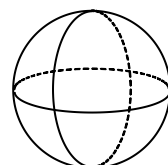
三棱柱



圆柱



四棱锥



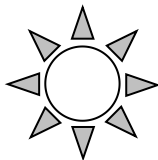
球

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

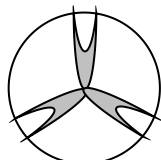
3. 据统计：2014 年南通市在籍人口总数约为 7700000 人，将 7700000 用科学记数法表示为

A. 0.77×10^7 B. 7.7×10^7
C. 0.77×10^6 D. 7.7×10^6

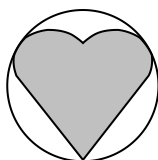
4. 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



A.



B.



C.



D.

5. 下列长度的三条线段能组成三角形的是

A. 5, 6, 10 B. 5, 6, 11
C. 3, 4, 8 D. $4a$, $4a$, $8a$ ($a > 0$)

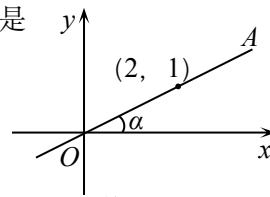
6. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 OA 过点 $(2, 1)$, 则 $\tan\alpha$ 的值是

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $\sqrt{5}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2



(第6题)

7. 在一个不透明的盒子中装有 a 个除颜色外完全相同的球, 这 a 个球中只有 3 个红球. 若每次将球充分搅匀后, 任意摸出 1 个球记下颜色再放回盒子. 通过大量重复试验后, 发现摸到红球的频率稳定在 20% 左右, 则 a 的值大约为

A. 12

B. 15

C. 18

D. 21

8. 关于 x 的不等式 $x - b > 0$ 恰有两个负整数解, 则 b 的取值范围是

A. $-3 < b < -2$

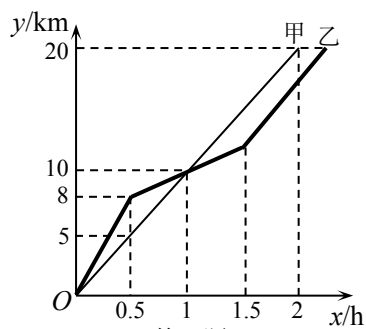
B. $-3 < b \leq -2$

C. $-3 \leq b \leq -2$

D. $-3 \leq b < -2$

9. 在 20km 越野赛中, 甲乙两选手的行程 y (单位: km) 随时间 x (单位: h) 变化的图象如图所示, 根据图中提供的信息, 有下列说法:

- ①两人相遇前, 甲的速度小于乙的速度;
 ②出发后 1 小时, 两人行程均为 10km;
 ③出发后 1.5 小时, 甲的行程比乙多 3km;
 ④甲比乙先到达终点.



(第9题)

其中正确的有

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

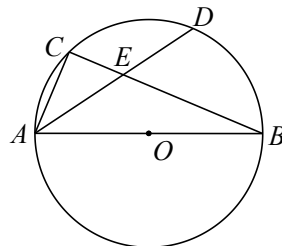
10. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, 弦 AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 E , $AB = 6$, $AD = 5$, 则 AE 的长为

A. 2.5

B. 2.8

C. 3

D. 3.2



(第10题)

- 二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

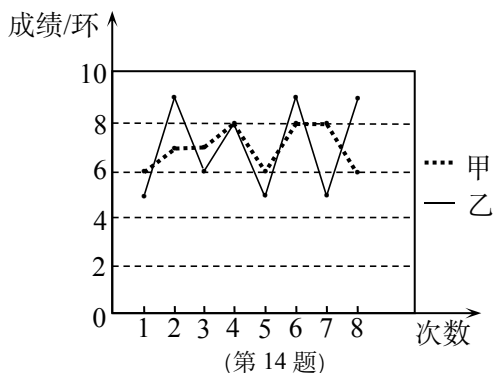
11. 因式分解 $4m^2 - n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知方程 $2x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两根分别为 x_1 和 x_2 , 则 $x_1 + x_2$ 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 计算 $(x-y)^2 - x(x-2y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 甲乙两人 8 次射击的成绩如图所示 (单位: 环).

根据图中的信息判断, 这 8 次射击中成绩比较稳定的是 ▲ (填“甲”或“乙”).



15. 如图, 在 $\odot O$ 中, 半径 OD 垂直于弦 AB , 垂足为 C ,

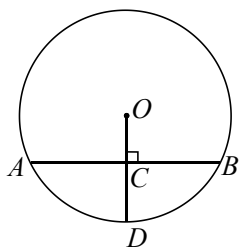
$OD = 13$ cm, $AB = 24$ cm, 则 $CD =$ ▲ cm.

16. 如图, $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上一点, $AC = AD = DB$,

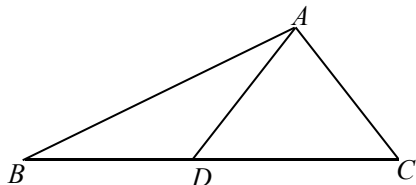
$\angle BAC = 102^\circ$, 则 $\angle ADC =$ ▲ 度.

17. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, F 是 DC 上一点, $BF \perp AC$, 垂足为 E , $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$, $\triangle CEF$ 的面积为 S_1 ,

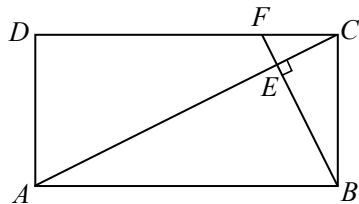
$\triangle AEB$ 的面积为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值等于 ▲.



(第 15 题)



(第 16 题)



(第 17 题)

18. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 3x - 1 = 0$ 的两个不相等的实数根都在 -1 和 0 之间 (不包括 -1 和 0), 则 a 的取值范围是 ▲.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

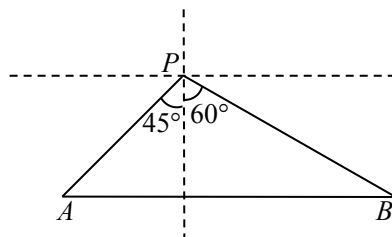
19. (本小题满分 10 分)

(1) 计算 $(-2)^2 - \sqrt[3]{64} + (-3)^0 - (\frac{1}{3})^{-2}$;

(2) 解方程 $\frac{1}{2x} = \frac{3}{x+5}$.

20. (本小题满分 8 分)

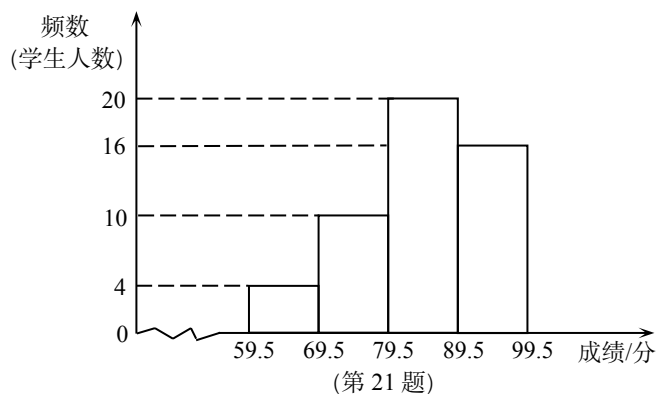
如图, 一海轮位于灯塔 P 的西南方向, 距离灯塔 $40\sqrt{2}$ 海里的 A 处, 它沿正东方向航行一段时间后, 到达位于灯塔 P 的南偏东 60° 方向上的 B 处, 求航程 AB 的值 (结果保留根号).



(第 20 题)

21. (本小题满分 10 分)

为增强学生环保意识, 某中学组织全校 2000 名学生参加环保知识大赛, 比赛成绩均为整数. 从中抽取部分同学的成绩进行统计, 并绘制成如下统计图.



请根据图中提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 若抽取的成绩用扇形图来描述, 则表示“第三组 (79.5~89.5)”的扇形的圆心角为 ▲ 度;
- (2) 若成绩在 90 分以上 (含 90 分) 的同学可以获奖, 请估计该校约有多少名同学获奖?
- (3) 某班准备从成绩最好的 4 名同学 (男、女各 2 名) 中随机选取 2 名同学去社区进行环保宣传, 则选出的同学恰好是 1 男 1 女的概率为 ▲ .

22. (本小题满分 8 分)

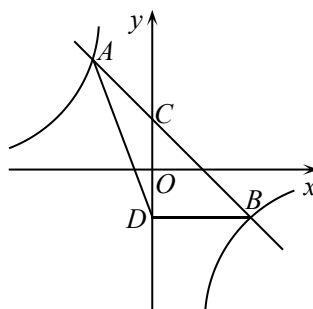
有大小两种货车, 3 辆大车与 4 辆小车一次可以运货 22 吨, 2 辆大车与 6 辆小车一次可以运货 23 吨.

请根据以上信息, 提出一个能用方程 (组) 解决的问题, 并写出这个问题的解答过程.

23. (本小题满分 8 分)

如图, 直线 $y = mx + n$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于 $A(-1, 2)$, $B(2, b)$ 两点, 与 y 轴相交于点 C .

- (1) 求 m , n 的值;
- (2) 若点 D 与点 C 关于 x 轴对称, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

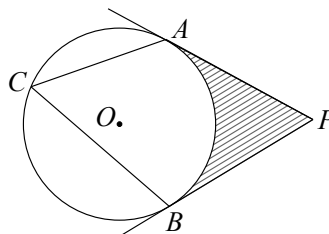


(第 23 题)

24. (本小题满分 8 分)

如图, PA , PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A , B 两点, $\angle ACB = 60^\circ$.

- (1) 求 $\angle P$ 的度数;
- (2) 若 $\odot O$ 的半径长为 4cm, 求图中阴影部分的面积.

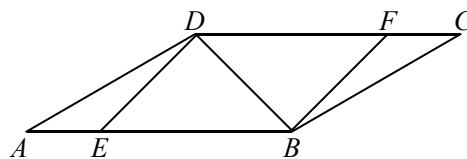


(第 24 题)

25. (本小题满分 8 分)

如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E , F 分别在 AB , DC 上, 且 $ED \perp DB$, $FB \perp BD$.

- (1) 求证 $\triangle AED \cong \triangle CFB$;
- (2) 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle DEB = 45^\circ$, 求证 $DA = DF$.



(第 25 题)

26. (本小题满分 10 分)

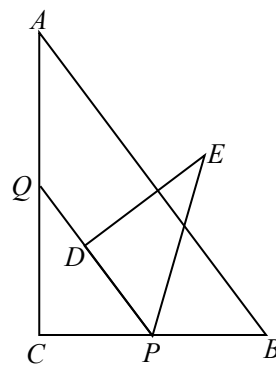
某网店打出促销广告: 最潮新款服装 30 件, 每件售价 300 元. 若一次性购买不超过 10 件时, 售价不变; 若一次性购买超过 10 件时, 每多买 1 件, 所买的每件服装的售价均降低 3 元. 已知该服装成本是每件 200 元. 设顾客一次性购买服装 x 件时, 该网店从中获利 y 元.

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (2) 顾客一次性购买多少件时, 该网店从中获利最多?

27. (本小题满分 13 分)

如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 15$, $BC = 9$, 点 P , Q 分别在 BC , AC 上, $CP = 3x$, $CQ = 4x$ ($0 < x < 3$). 把 $\triangle PCQ$ 绕点 P 旋转, 得到 $\triangle PDE$, 点 D 落在线段 PQ 上.

- (1) 求证 $PQ \parallel AB$;
- (2) 若点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上, 求 CP 的长;
- (3) 若 $\triangle PDE$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分图形的周长为 T , 且 $12 \leq T \leq 16$, 求 x 的取值范围.

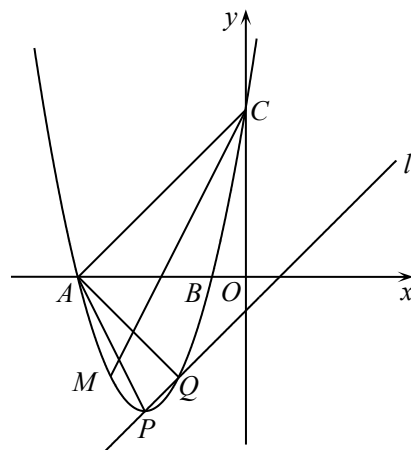


(第 27 题)

28. (本小题满分 13 分)

已知抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + m - 1$ (m 是常数) 的顶点为 P , 直线 $l: y = x - 1$.

- (1) 求证点 P 在直线 l 上;
- (2) 当 $m = -3$ 时, 抛物线与 x 轴交于 A , B 两点, 与 y 轴交于点 C , 与直线 l 的另一个交点为 Q , M 是 x 轴下方抛物线上的一点, $\angle ACM = \angle PAQ$ (如图), 求点 M 的坐标;
- (3) 若以抛物线和直线 l 的两个交点及坐标原点为顶点的三角形是等腰三角形, 请直接写出所有符合条件的 m 的值.



(第 28 题)

★保密材料
阅卷使用

南通市 2015 年初中毕业、升学考试

数学试题参考答案与评分标准

说明：本评分标准每题给出了一种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，参照本评分标准的精神给分。

一、选择题 (本大题共 10 小题，每小题，共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
选项	D	B	D	A	A	C	B	D	C	B

二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题，共 2)

11. $(2m+n)(2m-n)$

12. -2

13. y^2

14. 甲

15. 8

16. 52

17. $\frac{1}{16}$

18. $-\frac{9}{4} < a < -2$

三、解答题 (本大题共 10 小题，共 9)

19. (本小题满分)

解：(1) 原式 $= 4 - 4 + 1 - 9$

$$= -8.$$

(2) 方程两边乘 $2x(x+5)$ ，得 $x+5=6x$.

解得 $x=1$.

检验：当 $x=1$ 时， $2x(x+5) \neq 0$.

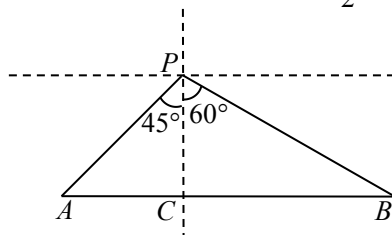
所以，原分式方程的解为 $x=1$.

20. (本小题满分)

解：过点 P 作 $PC \perp AB$ 于点 C .

在 $\text{Rt}\triangle ACP$ 中， $PA = 40\sqrt{2}$ ， $\angle APC = 45^\circ$ ， $\sin \angle APC = \frac{AC}{AP}$ ， $\cos \angle APC = \frac{PC}{AP}$.

$$\therefore AC = AP \cdot \sin 45^\circ = 40\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 40, \quad PC = AP \cdot \cos 45^\circ = 40\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 40.$$



(第 20 题)

在 $\text{Rt}\triangle BCP$ 中， $\angle BPC = 60^\circ$ ， $\tan \angle BPC = \frac{BC}{PC}$.

$$\therefore BC = PC \cdot \tan 60^\circ = 40 \times \sqrt{3} = 40\sqrt{3}.$$

$$\therefore AB = AC + BC = 40 + 40\sqrt{3}.$$

答：航程 AB 的值为 $(40 + 40\sqrt{3})$ 海里.

21. (本小题满分)

解：(1) 144;

$$(2) 16 \div 50 = 0.32, \quad 0.32 \times 2000 = 640.$$

答：估计全校约有 640 名同学获奖;

$$(3) \frac{2}{3}.$$

22. (本小题满分)

解: 本题答案不惟一, 下列解法供参考.

解法一 问题: 1 辆大车一次运货多少吨, 1 辆小车一次运货多少吨?

解: 设 1 辆大车一次运货 x 吨, 1 辆小车一次运货 y 吨.

$$\text{根据题意, 得 } \begin{cases} 3x + 4y = 22, \\ 2x + 6y = 23. \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} x = 4, \\ y = 2.5. \end{cases}$$

答: 1 辆大车一次运货 4 吨, 1 辆小车一次运货 2.5 吨.

解法二 问题: 1 辆大车一次运货多少吨?

解: 设 1 辆大车一次运货 x 吨, 则 1 辆小车一次运货 $\frac{22-3x}{4}$ 吨.

$$\text{根据题意, 得 } 2x + 6 \times \frac{22-3x}{4} = 23. \quad \text{解得 } x = 4.$$

答: 1 辆大车一次运货 4 吨.

解法三 问题: 5 辆大车与 10 辆小车一次可以运货多少吨?

解: 设 1 辆大车一次运货 x 吨, 1 辆小车一次运货 y 吨.

$$\text{根据题意, 得 } \begin{cases} 3x + 4y = 22, \\ 2x + 6y = 23. \end{cases} \quad \text{解得 } 5x + 10y = 45.$$

答: 5 辆大车与 10 辆小车一次可以运货 45 吨.

23. (本小题满分)

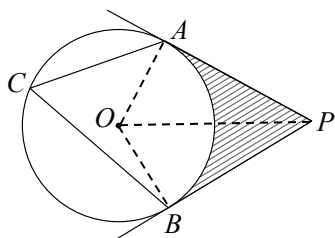
解: (1) 把 $x = -1, y = 2; x = 2, y = b$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 解得 $k = -2, b = -1$.

把 $x = -1, y = 2; x = 2, y = -1$ 代入 $y = mx + n$, 解得 $m = -1, n = 1$.

(2) 直线 $y = -x + 1$ 与 y 轴交点 C 的坐标为 $(0, 1)$, 所以点 D 的坐标为 $(0, -1)$.

点 B 的坐标为 $(2, -1)$, 所以 $\triangle ABD$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times (1+1) \times (1+2) = 3$.

24. (本小题满分)



(第 24 题)

解: (1) 连接 OA, OB .

$\because PA, PB$ 分别与 $\odot O$ 相切于 A, B 两点,

$\therefore \angle PAO = 90^\circ, \angle PBO = 90^\circ$.

$\therefore \angle AOB + \angle P = 180^\circ$.

$\because \angle AOB = 2\angle C = 120^\circ$,

$\therefore \angle P = 60^\circ$.

(2) 连接 OP . $\because PA, PB$ 分别与 $\odot O$ 相切于 A, B 两点,

$$\therefore \angle APO = \frac{1}{2} \angle APB = 30^\circ.$$

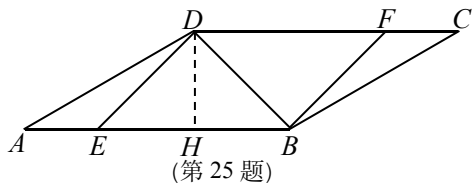
$$\text{在 Rt}\triangle APO \text{ 中, } \tan 30^\circ = \frac{OA}{AP}, \therefore AP = \frac{OA}{\tan 30^\circ}.$$

$$\because OA = 4\text{cm}, \therefore AP = 4\sqrt{3}\text{cm}.$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} - \frac{60 \times \pi \times 4^2}{360} \right) = \left(16\sqrt{3} - \frac{16\pi}{3} \right) (\text{cm}^2).$$

25. (本小题满分)

证明: (1) $\because \square ABCD$, $\therefore AD = CB$, $\angle A = \angle C$, $AD \parallel BC$.



$$\therefore \angle ADB = \angle CBD.$$

$$\because ED \perp DB, FB \perp BD,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle FBD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CBF.$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFB.$$

(2) 作 $DH \perp AB$, 垂足为 H .

在 $\text{Rt}\triangle ADH$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\therefore AD = 2DH$.

在 $\text{Rt}\triangle DEB$ 中, $\angle DEB = 45^\circ$, $\therefore EB = 2DH$.

由题意易证四边形 $EBFD$ 是平行四边形, $\therefore FD = EB$. $\therefore DA = DF$.

26. (本小题满分)

$$\text{解: (1) } y = \begin{cases} 300x - 200x = 100x (0 \leq x \leq 10) \\ [300 - 3(x - 10) - 200]x = -3x^2 + 130x (10 < x \leq 30). \end{cases}$$

(2) 在 $0 \leq x \leq 10$ 时, $y = 100x$, 当 $x = 10$ 时, y 有最大值 1000;

在 $10 < x \leq 30$ 时, $y = -3x^2 + 130x$, 当 $x = 21\frac{2}{3}$ 时, y 取得最大值.

因为 x 为整数, 所以 $x = 21$ 时, $y = 1407$; $x = 22$ 时, $y = 1408$,

所以, 当 $x = 22$ 时, y 有最大值 1408.

因为 $1408 > 1000$,

所以顾客一次购买 22 件时, 该网店从中获利最多.

27. (本小题满分 1)

解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle BAC$ 中, $AB = 15$, $BC = 9$, $\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$.

$$\therefore \frac{PC}{BC} = \frac{3x}{9} = \frac{x}{3}, \quad \frac{QC}{AC} = \frac{4x}{12} = \frac{x}{3}, \quad \therefore \frac{PC}{BC} = \frac{QC}{AC}.$$

又 $\because \angle C = \angle C$, $\therefore \triangle PQC \sim \triangle BAC$.

$$\therefore \angle CPQ = \angle B. \quad \therefore PQ \parallel AB.$$

(2) 连接 AD , $\because PQ \parallel AB$, $\therefore \angle ADQ = \angle DAB$.

$\because$ 点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上, $\therefore \angle DAQ = \angle DAB$.

$$\therefore \angle ADQ = \angle DAQ. \quad \therefore AQ = DQ.$$

在 $\text{Rt}\triangle CPQ$ 中, $PQ = 5x$, $\because PD = PC = 3x$, $\therefore DQ = 2x$.

$$\because AQ = 12 - 4x, \quad \therefore 12 - 4x = 2x. \quad \text{解得 } x = 2. \quad \therefore CP = 3x = 6.$$

(3) 当点 E 落在 AB 上时,

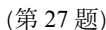
$$\because PQ \parallel AB, \quad \therefore \angle DPE = \angle PEB.$$

$$\because \angle CPQ = \angle DPE, \quad \angle CPQ = \angle B,$$

$$\therefore \angle B = \angle PEB. \quad \therefore PB = PE = 5x. \quad \therefore 3x + 5x = 9. \quad \text{解得 } x = \frac{9}{8}.$$

以下分两种情况讨论:

$$\text{① 当 } 0 < x \leq \frac{9}{8} \text{ 时, } T = PD + DE + PE = 3x + 4x + 5x = 12x. \quad \text{此时, } 0 < T \leq \frac{27}{2}.$$



作 $GH \perp PQ$, 垂足为 H .

$$\therefore \frac{GH}{ED} = \frac{PG}{PE} = \frac{PH}{PD}.$$

$$\therefore PG = PB = 9 - 3x, \quad \therefore \frac{GH}{4x} = \frac{9 - 3x}{5x} = \frac{PH}{3x}.$$

$$\therefore GH = \frac{4}{5}(9 - 3x), \quad PH = \frac{3}{5}(9 - 3x).$$

$$\therefore FG = DH = 3x - \frac{3}{5}(9 - 3x),$$

$$\therefore T = PG + PD + DF + FG = (9 - 3x) + 3x + \frac{4}{5}(9 - 3x) + [3x - \frac{3}{5}(9 - 3x)] = \frac{12}{5}x + \frac{54}{5}.$$

$\therefore$ 当 $0 < x < 3$ 时, T 随 x 的增大而增大.

$$\therefore T=12 \text{ 时, 即 } 12x=12, \text{ 解得 } x=1; T=16 \text{ 时, 即 } \frac{12}{5}x + \frac{54}{5} = 16, \text{ 解得 } x = \frac{13}{6}.$$

$$\because 12 \leq T \leq 16, \therefore x \text{ 的取值范围是 } 1 \leq x \leq \frac{13}{6}.$$

(1) 证明: $\because y = x^2 - 2mx + m^2 + m - 1 = (x - m)^2 + m - 1$, $\therefore$ 顶点 $P(m, m - 1)$.

(2) 解: 当 $m = -3$ 时, 抛物线解析式为 $y = x^2 + 6x + 5$, 点 P 的坐标为 $(-3, -4)$.

点 C 的坐标为 $(0, 5)$.

$$\therefore QG = 3, \quad AG = 5 - 2 = 3, \quad \angle CAO = \angle ACO = 45^\circ.$$

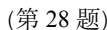
$$\therefore \angle APF = 90^\circ - (\angle PAQ + 45^\circ) = 45^\circ - \angle PAQ,$$

$$\angle ACM = \angle PAQ,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle CME \sim \text{Rt} \triangle PAF.$$

$$\therefore \frac{CE}{PF} = \frac{ME}{AF}.$$

则 $ME = -x$, $CE = -x^2 - 6x$, $PF = 4$, $AF = 2$.



$$\therefore \frac{-x^2-6x}{4} = \frac{-x}{2}. \text{ 解得 } x_1 = -4, x_2 = 0 \text{ (舍去)}. \text{ 则 } x^2+6x+5 = -3.$$

(3) m 的值为 0, $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$, $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$, $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$, $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$.