

2015 年江苏省南京市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分，在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的）

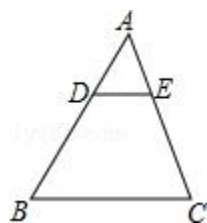
1. (2 分) (2015•南京) 计算： $|-5+3|$ 的结果是 ()

- A. -2 B. 2 C. -8 D. 8

2. (2 分) (2015•南京) 计算 $(-xy^3)^2$ 的结果是 ()

- A. x^2y^6 B. $-x^2y^6$ C. x^2y^9 D. $-x^2y^9$

3. (2 分) (2015•南京) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$ ，则下列结论中正确的是 ()



- A. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$
C. $\frac{\triangle ADE \text{ 的周长}}{\triangle ABC \text{ 的周长}} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{\triangle ADE \text{ 的面积}}{\triangle ABC \text{ 的面积}} = \frac{1}{3}$

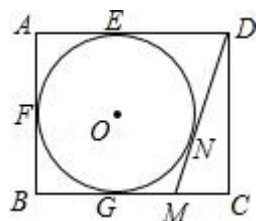
4. (2 分) (2015•南京) 某市 2013 年底机动车的数量是 2×10^6 辆，2014 年新增 3×10^5 辆，用科学记数法表示该市 2014 年底机动车的数量是 ()

- A. 2.3×10^5 辆 B. 3.2×10^5 辆 C. 2.3×10^6 辆 D. 3.2×10^6 辆

5. (2 分) (2015•南京) 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 介于 ()

- A. 0.4 与 0.5 之间 B. 0.5 与 0.6 之间 C. 0.6 与 0.7 之间 D. 0.7 与 0.8 之间

6. (2 分) (2015•南京) 如图，在矩形 ABCD 中， $AB=4$ ， $AD=5$ ，AD，AB，BC 分别与 $\odot O$ 相切于 E，F，G 三点，过点 D 作 $\odot O$ 的切线 BC 于点 M，切点为 N，则 DM 的长为 ()



- A. $\frac{13}{3}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{4\sqrt{13}}{3}$ D. $2\sqrt{5}$

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

7. (2 分) (2015•南京) 4 的平方根是_____；4 的算术平方根是_____.

8. (2 分) (2015•南京) 若式子 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

9. (2 分) (2015•南京) 计算 $\frac{\sqrt{5} \times \sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ 的结果是_____.

10. (2 分) (2015•南京) 分解因式 $(a-b)(a-4b)+ab$ 的结果是_____.

11. (2 分) (2015•南京) 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > -1 \\ 2x+1 < 3 \end{cases}$ 的解集是_____.

12. (2 分) (2015•南京) 已知方程 $x^2+mx+3=0$ 的一个根是 1, 则它的另一个根是_____, m 的值是_____.

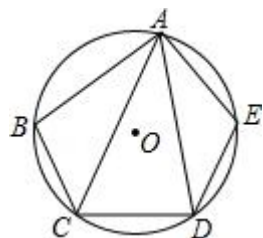
13. (2 分) (2015•南京) 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 $(2, -3)$, 作点 A 关于 x 轴的对称点, 得到点 A', 再作点 A' 关于 y 轴的对称点, 得到点 A'', 则点 A'' 的坐标是 $(\quad, \quad)$.

14. (2 分) (2015•南京) 某工程队有 14 名员工, 他们的工种及相应每人每月工资如下表所示:

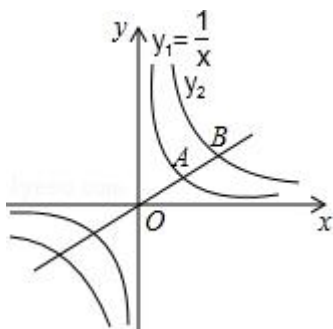
工种	人数	每人每月工资/元
电工	5	7000
木工	4	6000
瓦工	5	5000

现该工程队进行了人员调整: 减少木工 2 名, 增加电工、瓦工各 1 名, 与调整前相比, 该工程队员工月工资的方差_____ (填“变小”、“不变”或“变大”).

15. (2 分) (2015•南京) 如图, 在 $\odot O$ 的内接五边形 ABCDE 中, $\angle CAD=35^\circ$, 则 $\angle B+\angle E=$ _____°.

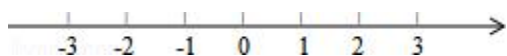


16. (2 分) (2015•南京) 如图, 过原点 O 的直线与反比例函数 y_1, y_2 的图象在第一象限内分别交于点 A, B, 且 A 为 OB 的中点, 若函数 $y_1=\frac{1}{x}$, 则 y_2 与 x 的函数表达式是_____.



三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (6 分) (2015•南京) 解不等式 $2(x+1) - 1 \geq 3x+2$ ，并把它的解集在数轴上表示出来.



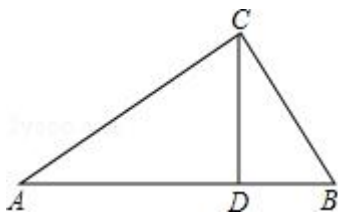
18. (7 分) (2015•南京) 解方程: $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$.

19. (7 分) (2015•南京) 计算: $(\frac{2}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a^2 - ab}) \div \frac{a}{a+b}$.

20. (8 分) (2015•南京) 如图, $\triangle ABC$ 中, CD 是边 AB 上的高, 且 $\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}$.

(1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle CBD$;

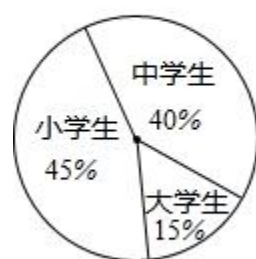
(2) 求 $\angle ACB$ 的大小.



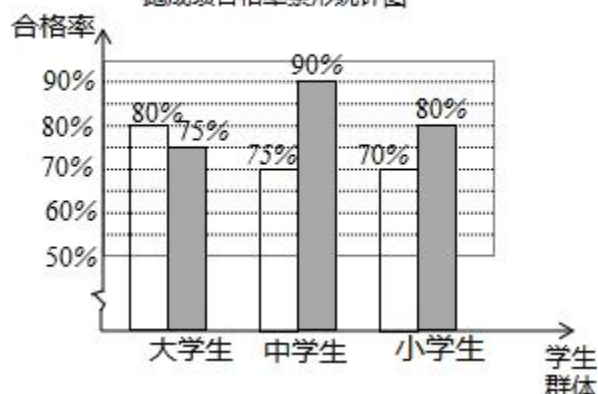
21. (8 分) (2015•南京) 为了了解 2014 年某地区 10 万名大、中、小学生 50 米跑成绩情况, 教育部门从这三类学生群体中各抽取了 10% 的学生进行检测, 整理样本数据, 并结合 2010

年抽样结果，得到下列统计图：

2014年某地区抽样学生
人数分布扇形统计图



2010、2014年某地区抽样学生/50米
跑成绩合格率条形统计图

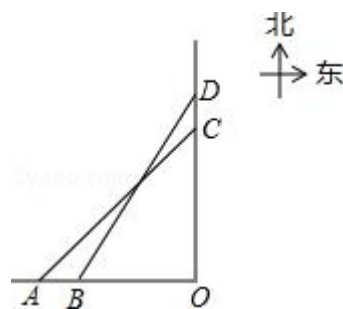


- (1) 本次检测抽取了大、中、小学生共_____名，其中小学生_____名；
- (2) 根据抽样的结果，估计2014年该地区10万名大、中、小学生中，50米跑成绩合格的中学生人数为_____名；
- (3) 比较2010年与2014年抽样学生50米跑成绩合格率情况，写出一条正确的结论。

22. (8分) (2015•南京) 某人的钱包内有10元、20元和50元的纸币各1张，从中随机取出2张纸币。

- (1) 求取出纸币的总额是30元的概率；
- (2) 求取出纸币的总额可购买一件51元的商品的概率。

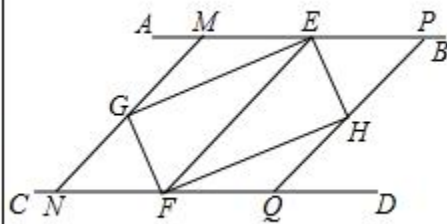
23. (8分) (2015•南京) 如图，轮船甲位于码头O的正西方向A处，轮船乙位于码头O的正北方向C处，测得 $\angle CAO=45^\circ$ ，轮船甲自西向东匀速行驶，同时轮船乙沿正北方向匀速行驶，它们的速度分别为45km/h和36km/h，经过0.1h，轮船甲行驶至B处，轮船乙行驶至D处，测得 $\angle DBO=58^\circ$ ，此时B处距离码头O多远？(参考数据： $\sin 58^\circ \approx 0.85$ ， $\cos 58^\circ \approx 0.53$ ， $\tan 58^\circ \approx 1.60$)



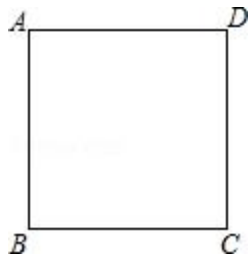
24. (8分) (2015•南京) 如图， $AB \parallel CD$ ，点E、F分别在AB、CD上，连接EF， $\angle AEF$ 、 $\angle CFE$ 的平分线交于点G， $\angle BEF$ 、 $\angle DFE$ 的平分线交于点H。

- (1) 求证：四边形EGFH是矩形；
- (2) 小明在完成(1)的证明后继续进行了探索，过G作 $MN \parallel EF$ ，分别交AB、CD于点M、N，过H作 $PQ \parallel EF$ ，分别交AB、CD于点P、Q，得到四边形MNQP，此时，他猜想四边形MNQP是菱形，请在下列框中补全他的证明思路。

由 $AB \parallel CD, MN \parallel EF, PQ \parallel EF$, 易证四边形 $MNQP$ 是平行四边形, 要证 $MNQP$ 是菱形, 只要证 $MN=NQ$. 由已知条件 $_____$, $MN \parallel EF$, 故只要证 $GM=FQ$, 即证 $\triangle MGE \cong \triangle QFH$, 易证 $_____$, 故只要证 $\angle MGE = \angle QFH$, 易证 $\angle MGE = \angle GEF, \angle QFH = \angle EFH$, $_____$, 即可得证。



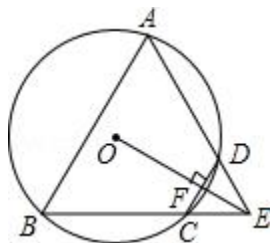
25. (10 分) (2015•南京) 如图, 在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中, 请画出以 A 为一个顶点, 另外两个顶点在正方形 $ABCD$ 的边上, 且含边长为 3 的所有大小不同的等腰三角形. (要求: 只要画出示意图, 并在所画等腰三角形长为 3 的边上标注数字 3)



26. (8 分) (2015•南京) 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, BC 的延长线与 AD 的延长线交于点 E , 且 $DC=DE$.

(1) 求证: $\angle A = \angle AEB$;

(2) 连接 OE , 交 CD 于点 F , $OE \perp CD$, 求证: $\triangle ABE$ 是等边三角形.

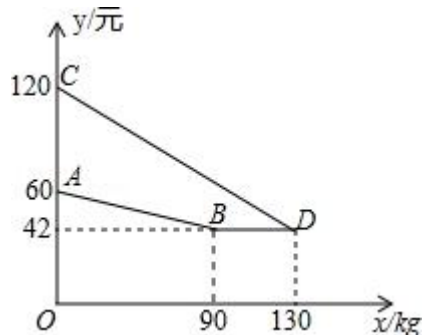


27. (10 分) (2015•南京) 某企业生产并销售某种产品, 假设销售量与产量相等, 如图中的折线 ABD 、线段 CD 分别表示该产品每千克生产成本 y_1 (单位: 元)、销售价 y_2 (单位: 元) 与产量 x (单位: kg) 之间的函数关系.

(1) 请解释图中点 D 的横坐标、纵坐标的实际意义;

(2) 求线段 AB 所表示的 y_1 与 x 之间的函数表达式;

(3) 当该产品产量为多少时, 获得的利润最大? 最大利润是多少?



2015 年江苏省南京市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分，在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的）

1. (2 分) (2015•南京) 计算： $|-5+3|$ 的结果是 ()

- A. -2 B. 2 C. -8 D. 8

考点：有理数的加法；绝对值.

分析：先计算 $-5+3$ ，再求绝对值即可.

解答：解：原式 $=|-2|$
 $=2$.

故选 B.

点评：本题考查了有理数的加法，以及绝对值的求法，负数的绝对值等于它的相反数.

2. (2 分) (2015•南京) 计算 $(-xy^3)^2$ 的结果是 ()

- A. x^2y^6 B. $-x^2y^6$ C. x^2y^9 D. $-x^2y^9$

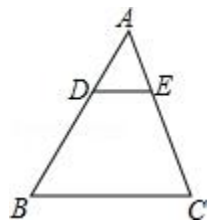
考点：幂的乘方与积的乘方.

分析：根据幂的乘方和积的乘方的运算方法：① $(a^m)^n=a^{mn}$ (m, n 是正整数)；② $(ab)^n=a^n b^n$ (n 是正整数)；求出计算 $(-xy^3)^2$ 的结果是多少即可.

解答：解： $(-xy^3)^2$
 $=(-x)^2 \cdot (y^3)^2$
 $=x^2 y^6$,
即计算 $(-xy^3)^2$ 的结果是 $x^2 y^6$.
故选：A.

点评：此题主要考查了幂的乘方和积的乘方，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：① $(a^m)^n=a^{mn}$ (m, n 是正整数)；② $(ab)^n=a^n b^n$ (n 是正整数).

3. (2 分) (2015•南京) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $\frac{AD}{DB}=\frac{1}{2}$ ，则下列结论中正确的是 ()



- A. $\frac{AE}{AC}=\frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$
C. $\frac{\triangle ADE \text{ 的周长}}{\triangle ABC \text{ 的周长}}=\frac{1}{3}$ D. $\frac{\triangle ADE \text{ 的面积}}{\triangle ABC \text{ 的面积}}=\frac{1}{3}$

考点: 相似三角形的判定与性质.

分析: 由 $DE \parallel BC$, 可得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 然后由相似三角形的对应边成比例可得

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$, 然后由 $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$, 即可判断 A、B 的正误, 然后根据相似三角形的周长之比等于相似比, 面积之比等于相似比的平方即可判断 C、D 的正误.

解答: 解: $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC},$$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3},$$

故 A、B 选项均错误;

$\because \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{\triangle ADE \text{ 的周长}}{\triangle ABC \text{ 的周长}} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}, \quad \frac{\triangle ADE \text{ 的面积}}{\triangle ABC \text{ 的面积}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{9},$$

故 C 选项正确, D 选项错误.

故选 C.

点评: 此题考查了相似三角形的判定与性质, 解题的关键是: 熟记相似三角形的对应边之比等于相似比; 相似三角形的周长之比等于相似比; 相似三角形的面积之比等于相似比的平方.

4. (2 分) (2015•南京) 某市 2013 年底机动车的数量是 2×10^6 辆, 2014 年新增 3×10^5 辆, 用科学记数法表示该市 2014 年底机动车的数量是 ()

- A. 2.3×10^5 辆 B. 3.2×10^5 辆 C. 2.3×10^6 辆 D. 3.2×10^6 辆

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 2014 年底机动车的数量为: $3 \times 10^5 + 2 \times 10^6 = 2.3 \times 10^6$.

故选 C.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (2 分) (2015•南京) 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 介于 ()

- A. 0.4 与 0.5 之间 B. 0.5 与 0.6 之间 C. 0.6 与 0.7 之间 D. 0.7 与 0.8 之间

考点: 估算无理数的大小.

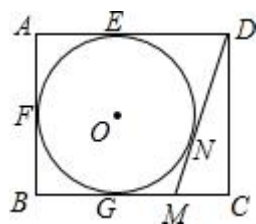
分析: 先估算 $\sqrt{5}$ 的范围, 再进一步估算 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 即可解答.

解答: 解: $\because \sqrt{5} \approx 2.235$,
 $\therefore \sqrt{5} - 1 \approx 1.235$,
 $\therefore \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx 0.617$,
 $\therefore \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ 介于 0.6 与 0.7 之间,

故选: C.

点评: 本题考查了估算有理数的大小, 解决本题的关键是估算 $\sqrt{5}$ 的大小.

6. (2 分) (2015•南京) 如图, 在矩形 ABCD 中, AB=4, AD=5, AD, AB, BC 分别与 $\odot O$ 相切于 E, F, G 三点, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线 BC 于点 M, 切点为 N, 则 DM 的长为 ()



- A. $\frac{13}{3}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{4\sqrt{13}}{3}$ D. $2\sqrt{5}$

考点: 切线的性质; 矩形的性质.

分析: 连接 OE, OF, ON, OG, 在矩形 ABCD 中, 得到 $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $CD = AB = 4$, 由于 AD, AB, BC 分别与 $\odot O$ 相切于 E, F, G 三点得到 $\angle AEO = \angle AFO = \angle OFB = \angle BGO = 90^\circ$, 推出四边形 AFOE, FBGO 是正方形, 得到 $AF = BF = AE = BG = 2$, 由勾股定理列方程即可求出结果.

解答: 解: 连接 OE, OF, ON, OG,

在矩形 ABCD 中,

$\because \angle A = \angle B = 90^\circ$, $CD = AB = 4$,

$\because AD, AB, BC$ 分别与 $\odot O$ 相切于 E, F, G 三点,

$\therefore \angle AEO = \angle AFO = \angle OFB = \angle BGO = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 AFOE, FBGO 是正方形,

$\therefore AF = BF = AE = BG = 2$,

$\therefore DE = 3$,

$\because DM$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore DN = DE = 3$, $MN = MG$,

$\therefore CM = 5 - 2 - MN = 3 - MN$,

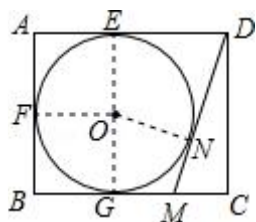
在 $Rt\triangle DMC$ 中, $DM^2 = CD^2 + CM^2$,

$\therefore (3 + NM)^2 = (3 - NM)^2 + 4^2$,

$\therefore NM = \frac{4}{3}$,

$\therefore DM = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$,

故选 A.



点评: 本题考查了切线的性质, 勾股定理, 正方形的性质, 正确的作出辅助线是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

7. (2 分) (2015•南京) 4 的平方根是 ± 2 ; 4 的算术平方根是 2.

考点: 算术平方根; 平方根.

分析: 如果一个非负数 x 的平方等于 a , 那么 x 是 a 的算术平方根, 由此即可求出结果.

解答: 解: 4 的平方根是 ± 2 ; 4 的算术平方根是 2.

故答案为: ± 2 ; 2.

点评: 此题主要考查了平方根和算术平方根的概念, 算术平方根易与平方根的概念混淆而导致错误.

8. (2 分) (2015•南京) 若式子 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq -1$.

考点: 二次根式有意义的条件.

分析: 根据二次根式的定义可知被开方数必须为非负数, 列不等式求解.

解答: 解: 根据题意得: $x+1 \geq 0$,

解得 $x \geq -1$,

故答案为: $x \geq -1$.

点评: 主要考查了二次根式的意义和性质.

概念: 式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式.

性质: 二次根式中的被开方数必须是非负数, 否则二次根式无意义.

9. (2 分) (2015•南京) 计算 $\frac{\sqrt{5} \times \sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ 的结果是 5.

考点: 二次根式的乘除法.

分析: 直接利用二次根式的性质化简求出即可.

解答: 解: $\frac{\sqrt{5} \times \sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$.

故答案为: 5.

点评: 此题主要考查了二次根式的乘除运算, 正确掌握二次根式的性质是解题关键.

10. (2 分) (2015•南京) 分解因式 $(a-b)(a-4b)+ab$ 的结果是 $(a-2b)^2$.

考点: 因式分解-运用公式法.

分析: 首先去括号, 进而合并同类项, 再利用完全平方公式分解因式得出即可.

解答: 解: $(a-b)(a-4b)+ab$

$$=a^2-5ab+4b^2+ab$$

$$=a^2-4ab+4b^2$$

$$=(a-2b)^2.$$

故答案为: $(a-2b)^2$.

点评: 此题主要考查了多项式乘法以及公式法分解因式, 熟练应用完全平方公式是解题关键.

11. (2分) (2015•南京) 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > -1 \\ 2x+1 < 3 \end{cases}$ 的解集是 $-1 < x < 1$.

考点: 解一元一次不等式组.

分析: 分别解每一个不等式, 再求解集的公共部分.

解答: 解: $\begin{cases} 2x+1 > -1 \text{ ①} \\ 2x+1 < 3 \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得: $x > -1$,

解不等式②得: $x < 1$,

所以不等式组的解集是 $-1 < x < 1$.

故答案为: $-1 < x < 1$.

点评: 本题考查的是一元一次不等式组的解, 解此类题目常常要结合数轴来判断. 还可以观察不等式的解, 若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数, 那么解集为 x 介于两数之间.

12. (2分) (2015•南京) 已知方程 $x^2+mx+3=0$ 的一个根是 1, 则它的另一个根是 3 , m 的值是 -4 .

考点: 根与系数的关系; 一元二次方程的解.

分析: 利用一元二次方程的根与系数的关系, 两根的和是 $-m$, 两个根的积是 3, 即可求解.

解答: 解: 设方程的另一个解是 a , 则 $1+a=-m$, $1 \times a=3$,

解得: $m=-4$, $a=3$.

故答案是: 3, -4 .

点评: 本题考查了一元二次方程的根与系数的关系, 正确理解根与系数的关系是关键.

13. (2分) (2015•南京) 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 $(2, -3)$, 作点 A 关于 x 轴的对称点, 得到点 A', 再作点 A' 关于 y 轴的对称点, 得到点 A'', 则点 A'' 的坐标是 $(-2, 3)$.

考点: 关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

分析: 分别利用 x 轴、y 轴对称点的性质, 得出 A', A'' 的坐标进而得出答案.

解答: 解: $\because$ 点 A 的坐标是 $(2, -3)$, 作点 A 关于 x 轴的对称点, 得到点 A',

$\therefore$ A' 的坐标为: $(2, 3)$,

$\because$ 点 A' 关于 y 轴的对称点, 得到点 A'',

$\therefore$ 点 A'' 的坐标是: $(-2, 3)$.

故答案为: $-2; 3$.

点评: 此题主要考查了关于 x 轴、 y 轴对称点的性质.

(1) 关于 x 轴对称点的坐标特点:

横坐标不变, 纵坐标互为相反数.

即点 $P(x, y)$ 关于 x 轴的对称点 P' 的坐标是 $(x, -y)$.

(2) 关于 y 轴对称点的坐标特点:

横坐标互为相反数, 纵坐标不变.

即点 $P(x, y)$ 关于 y 轴的对称点 P' 的坐标是 $(-x, y)$.

14. (2 分) (2015•南京) 某工程队有 14 名员工, 他们的工种及相应每人每月工资如下表所示:

工种	人数	每人每月工资/元
电工	5	7000
木工	4	6000
瓦工	5	5000

现该工程队进行了人员调整: 减少木工 2 名, 增加电工、瓦工各 1 名, 与调整前相比, 该工程队员工月工资的方差 变大 (填“变小”、“不变”或“变大”).

考点: 方差.

分析: 利用已知方差的定义得出每个数据减去平均数后平方和增大, 进而得出方差变大.

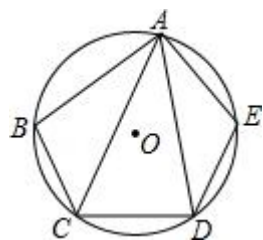
解答: 解: $\because$ 减少木工 2 名, 增加电工、瓦工各 1 名,

$\therefore$ 这组数据的平均数不变, 但是每个数据减去平均数后平方和增大, 则该工程队员工月工资的方差变大.

故答案为: 变大.

点评: 此题主要考查了方差的定义, 正确把握方差中每个数据的意义是解题关键.

15. (2 分) (2015•南京) 如图, 在 $\odot O$ 的内接五边形 $ABCDE$ 中, $\angle CAD=35^\circ$, 则 $\angle B + \angle E =$ 215 $^\circ$.



考点: 圆内接四边形的性质.

分析: 连接 CE , 根据圆内接四边形对角互补可得 $\angle B + \angle AEC = 180^\circ$, 再根据同弧所对的圆周角相等可得 $\angle CED = \angle CAD$, 然后求解即可.

解答: 解: 如图, 连接 CE ,

$\because$ 五边形 $ABCDE$ 是圆内接五边形,

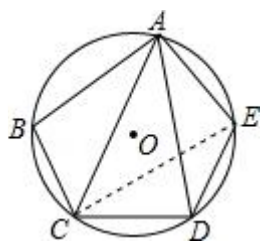
$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 是圆内接四边形,

$\therefore \angle B + \angle AEC = 180^\circ$,

$\because \angle CED = \angle CAD = 35^\circ$,

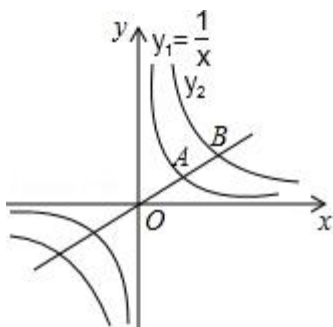
$\therefore \angle B + \angle E = 180^\circ + 35^\circ = 215^\circ$.

故答案为: 215.



点评: 本题考查了圆内接四边形的性质, 同弧所对的圆周角相等的性质, 熟记性质并作辅助线构造出圆内接四边形是解题的关键.

16. (2分) (2015•南京) 如图, 过原点 O 的直线与反比例函数 y_1 , y_2 的图象在第一象限内分别交于点 A , B , 且 A 为 OB 的中点, 若函数 $y_1 = \frac{1}{x}$, 则 y_2 与 x 的函数表达式是 $y_2 = \frac{4}{x}$.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: 过 A 作 $AC \perp x$ 轴于 C , 过 B 作 $BD \perp x$ 轴于 D , 由于点 A 在反比例函数 $y_1 = \frac{1}{x}$ 上, 设

$A(a, \frac{1}{a})$, 求得点 B 的坐标代入反比例函数的解析式即可求出结果.

解答: 解: 过 A 作 $AC \perp x$ 轴于 C , 过 B 作 $BD \perp x$ 轴于 D ,

$\because$ 点 A 在反比例函数 $y_1 = \frac{1}{x}$ 上,

$\therefore$ 设 $A(a, \frac{1}{a})$,

$\therefore OC = a, AC = \frac{1}{a}$,

$\because AC \perp x$ 轴, $BD \perp x$ 轴,

$\therefore AC \parallel BD$,

$\therefore \triangle OAC \sim \triangle OBD$,

$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{OC}{OD} = \frac{OA}{OB}$,

$\because A$ 为 OB 的中点,

$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{OC}{OD} = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{2}$,

$\therefore BD = 2AC = \frac{2}{a}, OD = 2OC = 2a$,

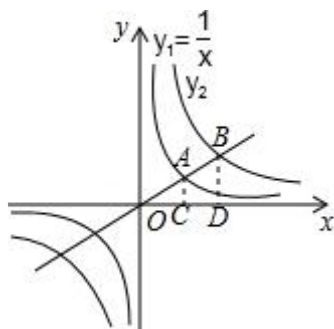
$$\therefore B \left(2a, \frac{2}{a} \right),$$

$$\text{设 } y_2 = \frac{k}{x},$$

$$\therefore k = 2a \cdot \frac{2}{a} = 4,$$

$$\therefore y_2 \text{ 与 } x \text{ 的函数表达式是: } y_2 = \frac{4}{x}.$$

$$\text{故答案为: } y_2 = \frac{4}{x}.$$

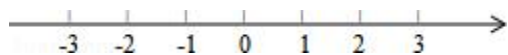


点评: 本题主要考查了待定系数法求反比例函数, 相似三角形的判定和性质, 反比例函数

$y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义要注意数形结合思想的运用.

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 88 分, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) (2015•南京) 解不等式 $2(x+1) - 1 \geq 3x+2$, 并把它的解集在数轴上表示出来.



考点: 解一元一次不等式; 在数轴上表示不等式的解集.

分析: 不等式去括号、移项合并、系数化为 1 即可求出不等式的解集, 再在数轴上表示出不等式的解集即可.

解答: 解: 去括号, 得 $2x+2-1 \geq 3x+2$,

移项, 得 $2x-3x \geq 2-2+1$,

合并同类项, 得 $-x \geq 1$,

系数化为 1, 得 $x \leq -1$,

这个不等式的解集在数轴上表示为:



点评: 本题考查了一元一次不等式的解法, 在数轴上表示不等式的解集, $>$, $\geq$ 向右画; $<$, $\leq$ 向左画, 在表示解集时“ $\geq$ ”, “ $\leq$ ”要用实心圆点表示; “ $<$ ”, “ $>$ ”要用空心圆点表示.

18. (7 分) (2015•南京) 解方程: $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$.

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 观察可得最简公分母是 $x(x-3)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解.

解答: 解: 方程两边同乘以 $x(x-3)$, 得 $2x=3(x-3)$.

解这个方程, 得 $x=9$.

检验: 将 $x=9$ 代入 $x(x-3)$ 知, $x(x-3) \neq 0$.

所以 $x=9$ 是原方程的根.

点评: 本题考查分式方程的解法, 需要注意的是在解分式方程时需对得到的解进行检验.

19. (7分) (2015•南京) 计算: $(\frac{2}{a^2-b^2} - \frac{1}{a^2-ab}) \div \frac{a}{a+b}$.

考点: 分式的混合运算.

分析: 首先将括号里面通分运算, 进而利用分式的性质化简求出即可.

解答:

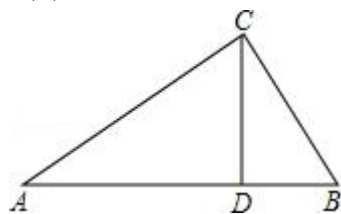
$$\begin{aligned} \text{解: } & (\frac{2}{a^2-b^2} - \frac{1}{a^2-ab}) \div \frac{a}{a+b} \\ & = [\frac{2}{(a+b)(a-b)} - \frac{1}{a(a-b)}] \times \frac{a+b}{a} \\ & = [\frac{2a}{a(a+b)(a-b)} - \frac{a+b}{a(a+b)(a-b)}] \times \frac{a+b}{a} \\ & = \frac{2a - (a+b)}{a(a+b)(a-b)} \times \frac{a+b}{a} \\ & = \frac{1}{a^2}. \end{aligned}$$

点评: 此题主要考查了分式的混合运算, 正确进行通分运算是解题关键.

20. (8分) (2015•南京) 如图, $\triangle ABC$ 中, CD 是边 AB 上的高, 且 $\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}$.

(1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle CBD$;

(2) 求 $\angle ACB$ 的大小.



考点: 相似三角形的判定与性质.

分析: (1) 由两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似, 即可证明 $\triangle ACD \sim \triangle CBD$;

(2) 由 (1) 知 $\triangle ACD \sim \triangle CBD$, 然后根据相似三角形的对应角相等可得: $\angle A = \angle BCD$, 然后由 $\angle A + \angle ACD = 90^\circ$, 可得: $\angle BCD + \angle ACD = 90^\circ$, 即 $\angle ACB = 90^\circ$.

解答: (1) 证明: $\because CD$ 是边 AB 上的高,

$$\therefore \angle ADC = \angle CDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}.$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBD;$$

$$(2) \text{ 解: } \because \triangle ACD \sim \triangle CBD,$$

$$\therefore \angle A = \angle BCD,$$

$$\text{在 } \triangle ACD \text{ 中, } \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ACD = 90^\circ,$$

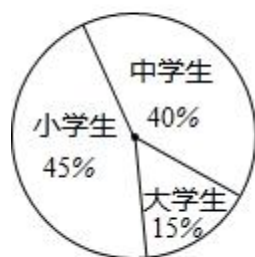
$$\therefore \angle BCD + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle ACB = 90^\circ.$$

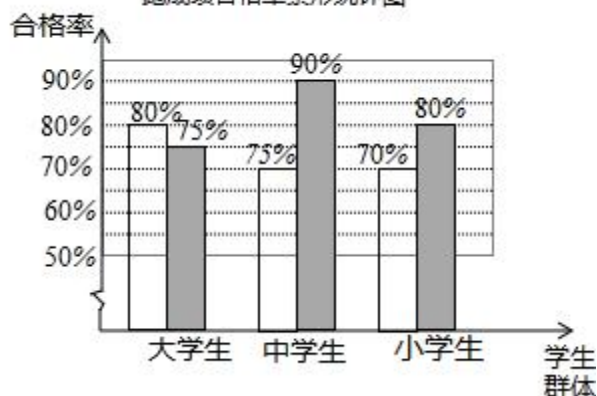
点评: 此题考查了相似三角形的判定与性质, 解题的关键是: 熟记相似三角形的判定定理与性质定理.

21. (8 分) (2015•南京) 为了了解 2014 年某地区 10 万名大、中、小学生 50 米跑成绩情况, 教育部门从这三类学生群体中各抽取了 10% 的学生进行检测, 整理样本数据, 并结合 2010 年抽样结果, 得到下列统计图:

2014 年某地区抽样学生人数分布扇形统计图



2010、2014 年某地区抽样学生 50 米跑成绩合格率条形统计图



(1) 本次检测抽取了大、中、小学生共 10000 名, 其中小学生 4500 名;

(2) 根据抽样的结果, 估计 2014 年该地区 10 万名大、中、小学生中, 50 米跑成绩合格的中学生人数为 3600 名;

(3) 比较 2010 年与 2014 年抽样学生 50 米跑成绩合格率情况, 写出一条正确的结论.

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 根据“教育部门从这三类学生群体中各抽取了 10% 的学生进行检测”, 可得 $100000 \times 10\%$, 即可得到本次检测抽取了大、中、小学生共多少名, 再根据扇形图可得小学生所占 45%, 即可解答;

(2) 先计算出样本中 50 米跑成绩合格的中学生所占的百分比, 再乘以 10 万, 即可解答;

(3) 根据条形图, 写出一条即可, 答案不唯一.

解答: 解: (1) $100000 \times 10\% = 10000$ (人), $10000 \times 45\% = 4500$ (人).

故答案为: 10000, 4500;

(2) $100000 \times 40\% \times 90\% = 3600$ (人).

故答案为: 3600;

(3) 例如: 与 2010 年相比, 2014 年该市大学生 50 米跑成绩合格率下降了 5% (答

案不唯一).

点评: 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键.

22. (8分) (2015•南京) 某人的钱包内有 10 元、20 元和 50 元的纸币各 1 张, 从中随机取出 2 张纸币.

(1) 求取出纸币的总额是 30 元的概率;

(2) 求取出纸币的总额可购买一件 51 元的商品的概率.

考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: (1) 先列表展示所有 3 种等可能的结果数, 再找出总额是 30 元所占结果数, 然后根据概率公式计算;

(2) 找出总额超过 51 元的结果数, 然后根据概率公式计算.

解答: 解: (1) 列表:

	10	20	50
10			
20	(10, 20)		
50	(10, 50)	(20, 50)	

共有 3 种等可能的结果数, 其中总额是 30 元占 1 种,

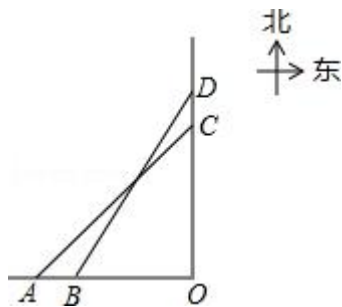
所以取出纸币的总额是 30 元的概率= $\frac{1}{3}$;

(2) 共有 3 种等可能的结果数, 其中总额超过 51 元的有 2 种,

所以取出纸币的总额可购买一件 51 元的商品的概率为 $\frac{2}{3}$.

点评: 本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法和树状图法展示所有可能的结果求出 n, 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m, 求出概率.

23. (8分) (2015•南京) 如图, 轮船甲位于码头 O 的正西方向 A 处, 轮船乙位于码头 O 的正北方向 C 处, 测得 $\angle CAO=45^\circ$, 轮船甲自西向东匀速行驶, 同时轮船乙沿正北方向匀速行驶, 它们的速度分别为 45km/h 和 36km/h, 经过 0.1h, 轮船甲行驶至 B 处, 轮船乙行驶至 D 处, 测得 $\angle DBO=58^\circ$, 此时 B 处距离码头 O 多远? (参考数据: $\sin 58^\circ \approx 0.85$, $\cos 58^\circ \approx 0.53$, $\tan 58^\circ \approx 1.60$)



考点: 解直角三角形的应用.

分析: 设 B 处距离码头 O 为 x km, 分别在 $\text{Rt}\triangle CAO$ 和 $\text{Rt}\triangle DBO$ 中, 根据三角函数求得 CO 和 DO, 再利用 $DC=DO-CO$, 得出 x 的值即可.

解答: 解: 设 B 处距离码头 O 为 x km,
在 $\text{Rt}\triangle CAO$ 中, $\angle CAO=45^\circ$,

$$\therefore \tan \angle CAO = \frac{CO}{AO},$$

$$\therefore CO = AO \cdot \tan \angle CAO = (45 + 0.1x) \cdot \tan 45^\circ = 4.5 + x,$$

在 $\text{Rt}\triangle DBO$ 中, $\angle DBO=58^\circ$,

$$\therefore \tan \angle DBO = \frac{DO}{BO},$$

$$\therefore DO = BO \cdot \tan \angle DBO = x \cdot \tan 58^\circ,$$

$$\therefore DC = DO - CO,$$

$$\therefore 36 \times 0.1 = x \cdot \tan 58^\circ - (4.5 + x),$$

$$\therefore x = \frac{36 \times 0.1 + 4.5}{\tan 58^\circ - 1} \approx \frac{36 \times 0.1 + 4.5}{1.60 - 1} = 13.5.$$

因此, B 处距离码头 O 大约 13.5 km.

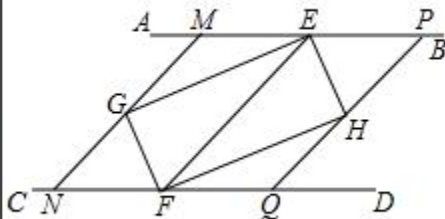
点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 熟练掌握三角形中的边角关系是解题的关键.

24. (8 分) (2015•南京) 如图, $AB \parallel CD$, 点 E, F 分别在 AB, CD 上, 连接 EF, $\angle AEF$ 、 $\angle CFE$ 的平分线交于点 G, $\angle BEF$ 、 $\angle DFE$ 的平分线交于点 H.

(1) 求证: 四边形 EGFH 是矩形;

(2) 小明在完成 (1) 的证明后继续进行了探索, 过 G 作 $MN \parallel EF$, 分别交 AB, CD 于点 M, N, 过 H 作 $PQ \parallel EF$, 分别交 AB, CD 于点 P, Q, 得到四边形 MNQP, 此时, 他猜想四边形 MNQP 是菱形, 请在下列框中补全他的证明思路.

由 $AB \parallel CD$, $MN \parallel EF$, $PQ \parallel EF$, 易证四边形 MNQP 是平行四边形, 要证 MNQP 是菱形, 只要证 $MN=NQ$. 由已知条件 _____, $MN \parallel EF$, 故只要证 $GM=FQ$, 即证 $\triangle MGE \cong \triangle QFH$, 易证 _____, 故只要证 $\angle MGE = \angle QFH$, 易证 $\angle MGE = \angle GEF$, $\angle QFH = \angle EFH$, _____, 即可得证.



考点: 菱形的判定; 全等三角形的判定与性质; 矩形的判定.

分析：（1）利用角平分线的定义结合平行线的性质得出 $\angle FEH + \angle EFH = 90^\circ$ ，进而得出 $\angle GEH = 90^\circ$ ，进而求出四边形 EGFH 是矩形；
（2）利用菱形的判定方法首先得出要证 $\square MNQP$ 是菱形，只要证 $MN = NQ$ ，再证 $\angle MGE = \angle QFH$ 得出即可。

解答：（1）证明： $\because EH$ 平分 $\angle BEF$ ，

$$\therefore \angle FEH = \frac{1}{2} \angle BEF,$$

$\because FH$ 平分 $\angle DFE$ ，

$$\therefore \angle EFH = \frac{1}{2} \angle DFE,$$

$\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle BEF + \angle DFE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle FEH + \angle EFH = \frac{1}{2} (\angle BEF + \angle DFE) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FEH + \angle EFH + \angle EHF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EHF = 180^\circ - (\angle FEH + \angle EFH) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

同理可得： $\angle EGF = 90^\circ$ ，

$\because EG$ 平分 $\angle AEF$ ，

$$\therefore \angle EFG = \frac{1}{2} \angle AEF,$$

$\because EH$ 平分 $\angle BEF$ ，

$$\therefore \angle FEH = \frac{1}{2} \angle BEF,$$

$\because$ 点 A、E、B 在同一条直线上，

$$\therefore \angle AEB = 180^\circ,$$

$$\text{即 } \angle AEF + \angle BEF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle FEG + \angle FEH = \frac{1}{2} (\angle AEF + \angle BEF) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle GEH = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 EGFH 是矩形；

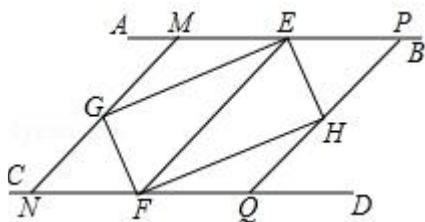
（2）解：答案不唯一：

由 $AB \parallel CD$ ， $MN \parallel EF$ ， $PQ \parallel EF$ ，易证四边形 MNQP 是平行四边形，

要证 $\square MNQP$ 是菱形，只要证 $MN = NQ$ ，由已知条件：FG 平分 $\angle CFE$ ， $MN \parallel EF$ ，

故只要证 $GM = FQ$ ，即证 $\triangle MGE \cong \triangle QFH$ ，易证 $GE = FH$ 、 $\angle GME = \angle FQH$ 。

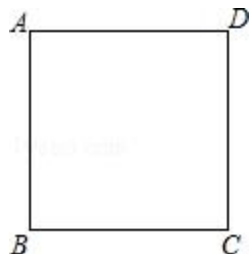
故只要证 $\angle MGE = \angle QFH$ ，易证 $\angle MGE = \angle GEF$ ， $\angle QFH = \angle EFH$ ， $\angle GEF = \angle EFH$ ，即可得证。



点评：此题主要考查了矩形的判定以及菱形的判定和角平分线的性质，根据题意得出证明菱

形的方法是解题关键.

25. (10 分) (2015•南京) 如图, 在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中, 请画出以 A 为一个顶点, 另外两个顶点在正方形 $ABCD$ 的边上, 且含边长为 3 的所有大小不同的等腰三角形. (要求: 只要画出示意图, 并在所画等腰三角形长为 3 的边上标注数字 3)

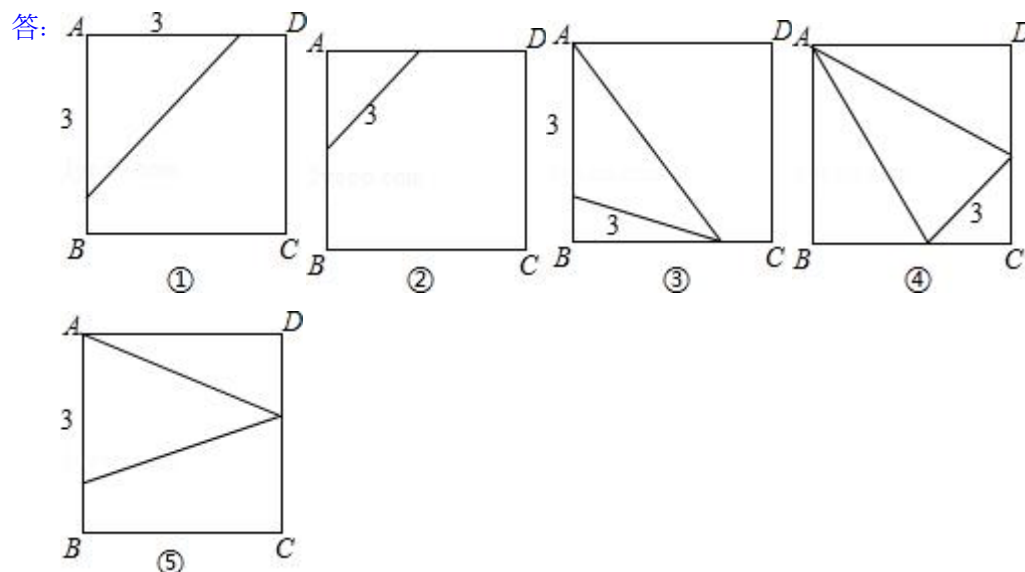


考点: 作图—应用与设计作图; 等腰三角形的判定; 勾股定理; 正方形的性质.

分析:

分: ①以 A 为圆心, 以 3 为半径作弧, 交 AD 、 AB 两点, 连接即可; ②连接 AC , 在 AC 上, 以 A 为端点, 截取 1.5 个单位, 过这个点作 AC 的垂线, 交 AD 、 AB 两点, 连接即可; ③以 A 为端点在 AB 上截取 3 个单位, 以截取的点为圆心, 以 3 个单位为半径画弧, 交 BC 一个点, 连接即可; ④连接 AC , 在 AC 上, 以 C 为端点, 截取 1.5 个单位, 过这个点作 AC 的垂线, 交 BC 、 DC 两点, 然后连接 A 与这两个点即可; ⑤以 A 为端点在 AB 上截取 3 个单位, 再作这个线段的垂直平分线交 CD 一点, 连接即可.

解答: 解: 满足条件的所有图形如图所示:



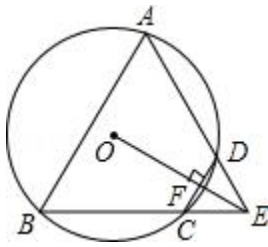
点评: 此题主要考查了作图—应用与设计作图, 关键是掌握等腰三角形的判定方法.

评:

26. (8 分) (2015•南京) 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, BC 的延长线与 AD 的延长线交于点 E , 且 $DC=DE$.

(1) 求证: $\angle A = \angle AEB$;

(2) 连接 OE , 交 CD 于点 F , $OE \perp CD$, 求证: $\triangle ABE$ 是等边三角形.



考点：圆内接四边形的性质；等边三角形的判定与性质；圆周角定理.

分析： (1) 根据圆内接四边形的性质可得 $\angle A + \angle BCD = 180^\circ$ ，根据邻补角互补可得 $\angle DCE + \angle BCD = 180^\circ$ ，进而得到 $\angle A = \angle DCE$ ，然后利用等边对等角可得 $\angle DCE = \angle AEB$ ，进而可得 $\angle A = \angle AEB$ ；

(2) 首先证明 $\triangle DCE$ 是等边三角形，进而可得 $\angle AEB = 60^\circ$ ，再根据 $\angle A = \angle AEB$ ，可得 $\triangle ABE$ 是等腰三角形，进而可得 $\triangle ABE$ 是等边三角形.

解答： 证明：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，

$$\therefore \angle A + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle DCE,$$

$$\therefore DC = DE,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle AEB,$$

$$\therefore \angle A = \angle AEB;$$

$$(2) \because \angle A = \angle AEB,$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 是等腰三角形},$$

$$\therefore EO \perp CD,$$

$$\therefore CF = DF,$$

$$\therefore EO \text{ 是 } CD \text{ 的垂直平分线},$$

$$\therefore ED = EC,$$

$$\therefore DC = DE,$$

$$\therefore DC = DE = EC,$$

$$\therefore \triangle DCE \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \angle AEB = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 是等边三角形}.$$

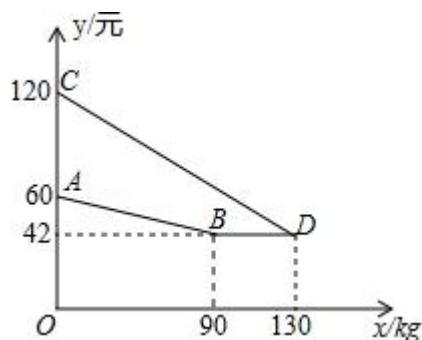
点评： 此题主要考查了等边三角形的判定和性质，以及圆内接四边形的性质，关键是掌握圆内接四边形对角互补.

27. (10 分) (2015•南京) 某企业生产并销售某种产品，假设销售量与产量相等，如图中的折线 ABD 、线段 CD 分别表示该产品每千克生产成本 y_1 (单位：元)、销售价 y_2 (单位：元) 与产量 x (单位：kg) 之间的函数关系.

(1) 请解释图中点 D 的横坐标、纵坐标的实际意义；

(2) 求线段 AB 所表示的 y_1 与 x 之间的函数表达式；

(3) 当该产品产量为多少时，获得的利润最大？最大利润是多少？



考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 点 D 的横坐标、纵坐标的实际意义: 当产量为 130kg 时, 该产品每千克生产成本与销售价相等, 都为 42 元;

(2) 根据线段 AB 经过的两点的坐标利用待定系数法确定一次函数的表达式即可;

(3) 利用总利润=单位利润×产量列出有关 x 的二次函数, 求得最值即可.

解答: 解: (1) 点 D 的横坐标、纵坐标的实际意义: 当产量为 130kg 时, 该产品每千克生产成本与销售价相等, 都为 42 元;

(2) 设线段 AB 所表示的 y_1 与 x 之间的函数关系式为 $y=k_1x+b_1$,

$\therefore y=k_1x+b_1$ 的图象过点 $(0, 60)$ 与 $(90, 42)$,

$$\therefore \begin{cases} b_1=60 \\ 90k_1+b_1=42 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k_1=-0.2 \\ b_1=60 \end{cases},$$

$\therefore$ 这个一次函数的表达式为: $y=-0.2x+60$ ($0 \leq x \leq 90$);

(3) 设 y_2 与 x 之间的函数关系式为 $y=k_2x+b_2$,

$\therefore$ 经过点 $(0, 120)$ 与 $(130, 42)$,

$$\therefore \begin{cases} b_2=120 \\ 130k_2+b_2=42 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_2=-0.6 \\ b_2=120 \end{cases},$$

$\therefore$ 这个一次函数的表达式为 $y_2=-0.6x+120$ ($0 \leq x \leq 130$),

设产量为 x kg 时, 获得的利润为 W 元,

当 $0 \leq x \leq 90$ 时, $W=x[(-0.6x+120) - (-0.2x+60)] = -0.4(x-75)^2+2250$,

$\therefore$ 当 $x=75$ 时, W 的值最大, 最大值为 2250;

当 $90 \leq x \leq 130$ 时, $W=x[(-0.6x+120) - 42] = -0.6(x-65)^2+2535$,

$\therefore$ 当 $x=65$ 时, $W=-0.6(90-65)^2+2535=2160$,

由 $-0.6 < 0$ 知, 当 $x > 65$ 时, W 随 x 的增大而减小, $\therefore 90 \leq x \leq 130$ 时, $W \leq 2160$,

因此当该产品产量为 75kg 时, 获得的利润最大, 最大值为 2250.

点评: 本题考查了二次函数的应用, 解题的关键是从实际问题中抽象出二次函数模型, 难度

不大.