

2014 年江苏省连云港市中考数学试卷

一、单项选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2014•连云港) 下列实数中，是无理数的为 ()

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 3.14

2. (3 分) (2014•连云港) 计算 $\sqrt{(-3)^2}$ 的结果是 ()

- A. -3 B. 3 C. -9 D. 9

3. (3 分) (2014•连云港) 在平面直角坐标系内，点 $P(-2, 3)$ 关于原点的对称点 Q 的坐标为 ()

- A. $(2, -3)$ B. $(2, 3)$ C. $(3, -2)$ D. $(-2, -3)$

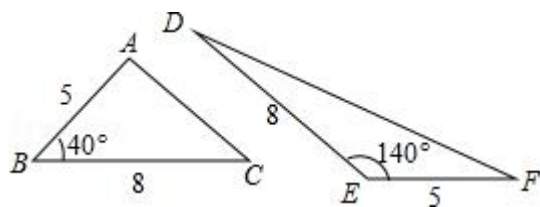
4. (3 分) (2014•连云港) “丝绸之路”经济带首个实体平台——中哈物流合作基地在我市投入使用，其年最大装卸能力达 410000 标箱，其中“410000”用科学记数法表示为 ()

- A. 0.41×10^6 B. 4.1×10^5 C. 41×10^4 D. 4.1×10^4

5. (3 分) (2014•连云港) 一组数据 1, 3, 6, 1, 2 的众数和中位数分别是 ()

- A. 1, 6 B. 1, 1 C. 2, 1 D. 1, 2

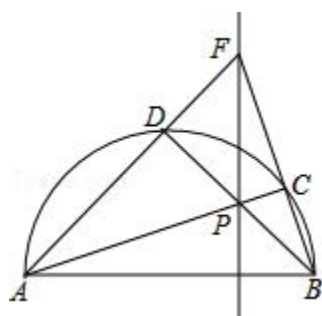
6. (3 分) (2014•连云港) 如图，若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 ，则 ()



- A. $S_1 = \frac{1}{2}S_2$ B. $S_1 = \frac{7}{2}S_2$ C. $S_1 = S_2$ D. $S_1 = \frac{8}{5}S_2$

7. (3 分) (2014•连云港) 如图，点 P 在以 AB 为直径的半圆内，连接 AP 、 BP ，并延长分别交半圆于点 C 、 D ，连接 AD 、 BC 并延长交于点 F ，作直线 PF ，下列说法一定正确的是 ()

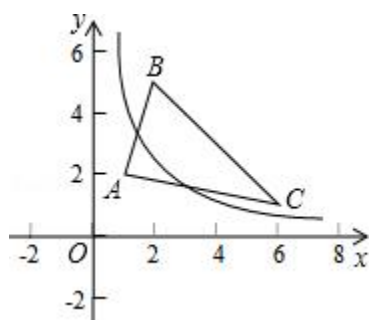
- ① AC 垂直平分 BF ；② AC 平分 $\angle BAF$ ；③ $FP \perp AB$ ；④ $BD \perp AF$.



- A. ①③ B. ①④ C. ②④ D. ③④

8. (3分) (2014•连云港) 如图, $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 A (1, 2), B (2, 5), C (6,

1). 若函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的图象与 $\triangle ABC$ 有交点, 则 k 的取值范围是 ()



- A. $2 \leq k \leq \frac{49}{4}$ B. $6 \leq k \leq 10$ C. $2 \leq k \leq 6$ D. $2 \leq k \leq \frac{25}{2}$

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3分) (2014•连云港) 使 $\sqrt{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

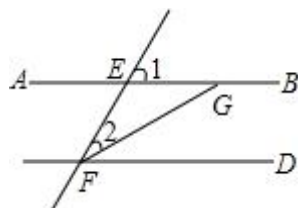
10. (3分) (2014•连云港) 计算: $(2x+1)(x-3) =$ _____.

11. (3分) (2014•连云港) 一个正多边形的一个外角等于 30° , 则这个正多边形的边数为_____.

12. (3分) (2014•连云港) 若 $ab=3$, $a-2b=5$, 则 a^2b-2ab^2 的值是_____.

13. (3分) (2014•连云港) 若函数 $y = \frac{m-1}{x}$ 的图象在同一象限内, y 随 x 增大而增大, 则 m 的值可以是_____ (写出一个即可).

14. (3分) (2014•连云港) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1=62^\circ$, FG 平分 $\angle EFD$, 则 $\angle 2=$ _____.



15. (3 分) (2014•连云港) 如图 1, 折线段 AOB 将面积为 S 的 $\odot O$ 分成两个扇形, 大扇形、小扇形的面积分别为 S_1 、 S_2 , 若 $\frac{S_1}{S} = \frac{S_2}{S_1} = 0.618$, 则称分成的小扇形为“黄金扇形”. 生活中

的折扇 (如图 2) 大致是“黄金扇形”, 则“黄金扇形”的圆心角约为 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$. (精确到 0.1)

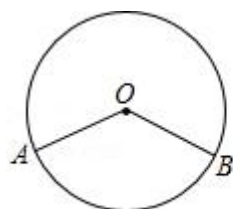


图1



图2

16. (3 分) (2014•连云港) 如图 1, 将正方形纸片 ABCD 对折, 使 AB 与 CD 重合, 折痕为 EF. 如图 2, 展开后再折叠一次, 使点 C 与点 E 重合, 折痕为 GH, 点 B 的对应点为点 M, EM 交 AB 于 N, 则 $\tan \angle ANE = \underline{\hspace{2cm}}$.

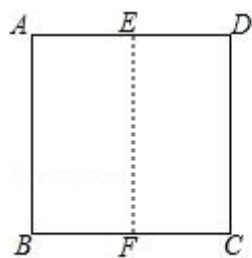


图1

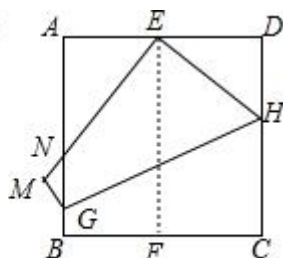


图2

三、解答题 (共 11 小题, 满分 102 分,, 解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) (2014•连云港) 计算 $|-5| + \sqrt[3]{27} - (\frac{1}{3})^{-1}$.

18. (6 分) (2014•连云港) 解不等式 $2(x-1) + 5 < 3x$, 并把解集在数轴上表示出来.



19. (6 分) (2014•连云港) 解方程: $\frac{2}{x-2} + 3 = \frac{1-x}{2-x}$.

20. (8 分) (2014•连云港) 我市启动了第二届“美丽港城，美在悦读”全民阅读活动，为了解市民每天的阅读时间情况，随机抽取了部分市民进行调查，根据调查结果绘制如下尚不完整的频数分布表：

阅读时间 x (min)	$0 \leq x < 30$	$30 \leq x < 60$	$60 \leq x < 90$	$x \geq 90$	合计
频数	450	400	_____	50	_____
频率	_____	0.4	0.1	_____	1

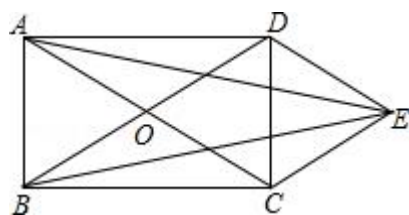
(1) 补全表格；

(2) 将每天阅读时间不低于 60min 的市民称为“阅读爱好者”，若我市约有 500 万人，请估计我市能称为“阅读爱好者”的市民约有多少万人？

21. (10 分) (2014•连云港) 如图，矩形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，DE // AC，CE // BD.

(1) 求证：四边形 OCED 为菱形；

(2) 连接 AE、BE，AE 与 BE 相等吗？请说明理由.



22. (10 分) (2014•连云港) 如图 1, 在一个不透明的袋中装有四个球, 分别标有字母 A、B、C、D, 这些球除了所标字母外都相同, 另外, 有一面白色、另一面黑色、大小相同的 4 张正方形卡片, 每张卡片上面的字母相同, 分别标有 A、B、C、D. 最初, 摆成图 2 的样子, A、D 是黑色, B、C 是白色.

- 操作: ①从袋中任意取一个球;
- ②将与取出球所标字母相同的卡片翻过来;
- ③将取出的球放回袋中

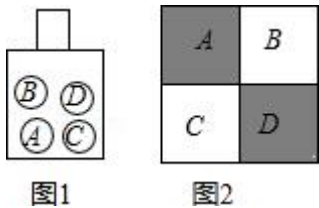
再次操作后, 观察卡片的颜色.

(如: 第一次取出球 A, 第二次取出球 B, 此时卡片的颜色变

A	B
C	D

)

- (1) 求四张卡片变成相同颜色的概率;
- (2) 求四张卡片变成两黑两白, 并恰好形成各自颜色矩形的概率.



23. (10 分) (2014•连云港) 小林在某商店购买商品 A、B 共三次, 只有一次购买时, 商品 A、B 同时打折, 其余两次均按标价购买, 三次购买商品 A、B 的数量和费用如下表:

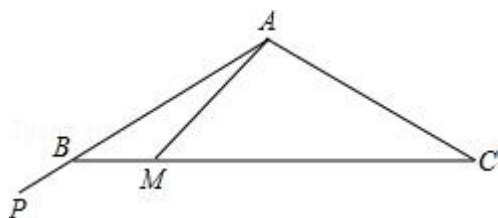
	购买商品 A 的数量 (个)	购买商品 B 的数量 (个)	购买总费用 (元)
第一次购物	6	5	1140
第二次购物	3	7	1110
第三次购物	9	8	1062

- (1) 小林以折扣价购买商品 A、B 是第_____次购物;
- (2) 求出商品 A、B 的标价;
- (3) 若商品 A、B 的折扣相同, 问商店是打几折出售这两种商品的?

24. (10 分) (2014•连云港) 在一次科技活动中, 小明进行了模拟雷达扫描实验. 如图, 表盘是 $\triangle ABC$, 其中 $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, 在点 A 处有一束红外光线 AP, 从 AB 开始, 绕点 A 逆时针匀速旋转, 每秒钟旋转 15° , 到达 AC 后立即以相同旋转速度返回 AB, 到达后立即重复上述旋转过程. 小明通过实验发现, 光线从 AB 处旋转开始计时, 旋转 1 秒, 此时光线 AP 交 BC 边于点 M, BM 的长为 $(20\sqrt{3}-20)$ cm.

(1) 求 AB 的长;

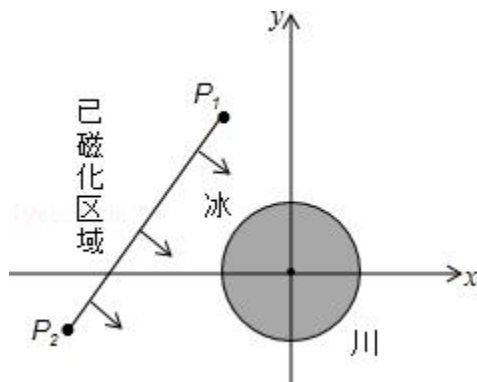
(2) 从 AB 处旋转开始计时, 若旋转 6 秒, 此时光线 AP 与 BC 边的交点在什么位置? 若旋转 201 秒, 交点又在什么位置? 请说明理由.



25. (10 分) (2014•连云港) 为了考察冰川的融化状况, 一支科考队在某冰川上设定一个以大本营 O 为圆心, 半径为 4km 的圆形考察区域, 线段 P_1P_2 是冰川的部分边界线 (不考虑其它边界), 当冰川融化时, 边界线沿着与其垂直的方向朝考察区域平等移动, 若经过 n 年, 冰川的边界线 P_1P_2 移动的距离为 s (km), 并且 s 与 n (n 为正整数) 的关系是 $s = \frac{3}{20}n^2 - \frac{9}{50}n + \frac{7}{25}$. 以 O 为原点, 建立如图所示的平面直角坐标系, 其中 P_1 、 P_2 的坐标分别为 $(-4, 9)$ 、 $(-13, -3)$.

(1) 求线段 P_1P_2 所在直线对应的函数关系式;

(2) 求冰川边界线移动到考察区域所需的最短时间.

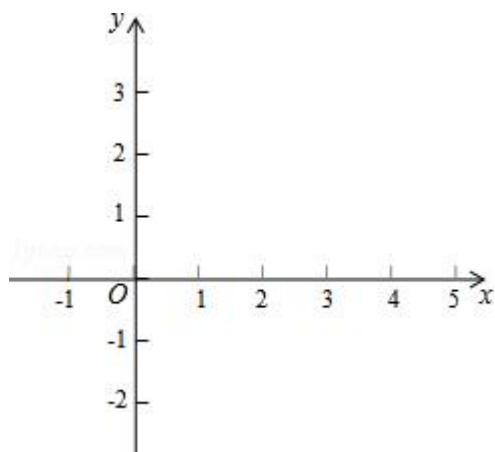


26. (12 分) (2014•连云港) 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$, 其图象抛物线交 x 轴于点 $A(1, 0)$, $B(3, 0)$, 交 y 轴于点 C , 直线 l 过点 C , 且交抛物线于另一点 E (点 E 不与点 A 、 B 重合).

(1) 求此二次函数关系式;

(2) 若直线 l_1 经过抛物线顶点 D , 交 x 轴于点 F , 且 $l_1 \parallel l$, 则以点 C 、 D 、 E 、 F 为顶点的四边形能否为平行四边形? 若能, 求出点 E 的坐标; 若不能, 请说明理由.

(3) 若过点 A 作 $AG \perp x$ 轴, 交直线 l 于点 G , 连接 OG 、 BE , 试证明 $OG \parallel BE$.



27. (14 分) (2014•连云港) 某数学兴趣小组对线段上的动点问题进行探究, 已知 $AB=8$.

问题思考:

如图 1, 点 P 为线段 AB 上的一个动点, 分别以 AP 、 BP 为边在同侧作正方形 $APDC$ 、 $BPEF$.

(1) 当点 P 运动时, 这两个正方形的面积之和是定值吗? 若是, 请求出; 若不是, 请求出这两个正方形面积之和的最小值.

(2) 分别连接 AD 、 DF 、 AF , AF 交 DP 于点 K , 当点 P 运动时, 在 $\triangle APK$ 、 $\triangle ADK$ 、 $\triangle DFK$ 中, 是否存在两个面积始终相等的三角形? 请说明理由.

问题拓展:

(3) 如图 2, 以 AB 为边作正方形 $ABCD$, 动点 P 、 Q 在正方形 $ABCD$ 的边上运动, 且 $PQ=8$. 若点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的线路, 向点 D 运动, 求点 P 从 A 到 D 的运动过程中, PQ 的中点 O 所经过的路径的长.

(4) 如图 3, 在“问题思考”中, 若点 M 、 N 是线段 AB 上的两点, 且 $AM=BN=1$, 点 G 、 H 分别是边 CD 、 EF 的中点, 请直接写出点 P 从 M 到 N 的运动过程中, GH 的中点 O 所经过的路径的长及 $OM+OB$ 的最小值.

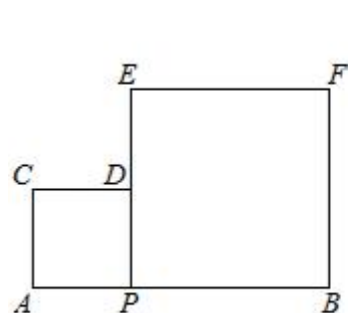


图1

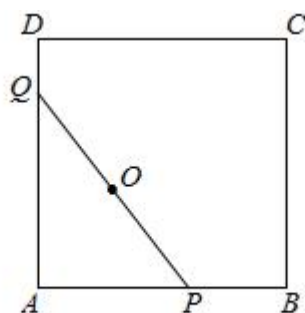


图2

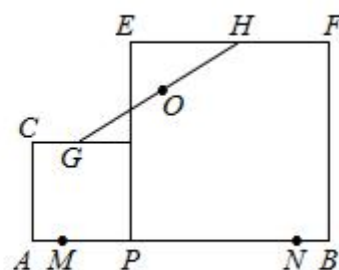


图3

2014 年江苏省连云港市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

1. (3 分) (2014•连云港) 下列实数中, 是无理数的为 ()

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 3.14

分析: 无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

解答: 解: A、是整数, 是有理数, 选项错误;

B、是分数、是有理数, 选项错误;

C、正确;

D、是有限小数, 是有理数, 选项错误.

故选 C.

点评: 此题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有: π , 2π 等; 开方开不尽的数; 以及像 $0.1010010001\dots$, 等有这样规律的数.

2. (3 分) (2014•连云港) 计算 $\sqrt{(-3)^2}$ 的结果是 ()

- A. -3 B. 3 C. -9 D. 9

考点: 二次根式的性质与化简.

专题: 计算题.

分析: 原式利用二次根式的化简公式计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= |-3| = 3$.

故选 B

点评: 此题考查了二次根式的性质与化简, 熟练掌握二次根式的化简公式是解本题的关键.

3. (3 分) (2014•连云港) 在平面直角坐标系内, 点 P $(-2, 3)$ 关于原点的对称点 Q 的坐标为 ()

- A. $(2, -3)$ B. $(2, 3)$ C. $(3, -2)$ D. $(-2, -3)$

考点: 关于原点对称的点的坐标.

专题: 常规题型.

分析: 平面直角坐标系中任意一点 P (x, y) , 关于原点的对称点是 $(-x, -y)$.

解答: 解: 根据中心对称的性质, 得点 P $(-2, 3)$ 关于原点对称点 P' 的坐标是 $(2, -3)$.

故选 A.

点评: 关于原点对称的点坐标的关系, 是需要识记的基本问题. 记忆方法是结合平面直角坐标系的图形记忆.

4. (3 分) (2014•连云港) “丝绸之路”经济带首个实体平台——中哈物流合作基地在我市投入使用, 其年最大装卸能力达 410000 标箱. 其中“410000”用科学记数法表示为 ()

A. 0.41×10^6

B. 4.1×10^5

C. 41×10^4

D. 4.1×10^4

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 410000 用科学记数法表示为: 4.1×10^5 .

故选: B.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (3 分) (2014•连云港) 一组数据 1, 3, 6, 1, 2 的众数和中位数分别是 ()

A. 1, 6

B. 1, 1

C. 2, 1

D. 1, 2

考点: 众数; 中位数.

分析: 根据众数和中位数的定义分别进行解答即可.

解答: 解: $\because 1$ 出现了 2 次, 出现的次数最多,

$\therefore$ 众数是 1,

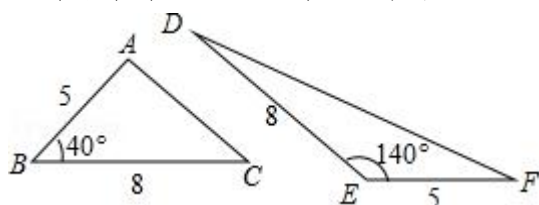
把这组数据从小到大排列 1, 1, 2, 3, 6, 最中间的数是 2,

则中位数是 2;

故选 D.

点评: 此题考查了众数和中位数, 众数是一组数据中出现次数最多的数, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数.

6. (3 分) (2014•连云港) 如图, 若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 , 则 ()



A. $S_1 = \frac{1}{2} S_2$

B. $S_1 = \frac{7}{2} S_2$

C. $S_1 = S_2$

D. $S_1 = \frac{8}{5} S_2$

考点: 解直角三角形; 三角形的面积.

分析: 过 A 点作 $AG \perp BC$ 于 G, 过 D 点作 $DH \perp EF$ 于 H. 在 $Rt\triangle ABG$ 中, 根据三角函数可求 AG, 在 $Rt\triangle ABG$ 中, 根据三角函数可求 DH, 根据三角形面积公式可得 S_1 , S_2 , 依此即可作出选择.

解答: 解: 过 A 点作 $AG \perp BC$ 于 G, 过 D 点作 $DH \perp EF$ 于 H.

在 $Rt\triangle ABG$ 中, $AG = AB \cdot \sin 40^\circ = 5 \sin 40^\circ$,

$\angle DEH = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$,

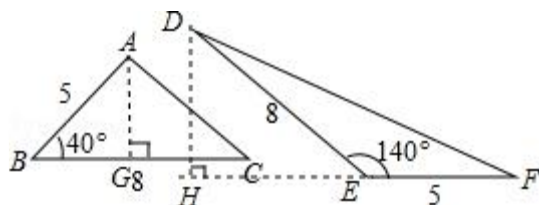
在 $Rt\triangle ABG$ 中, $DH = DE \cdot \sin 40^\circ = 8 \sin 40^\circ$,

$S_1 = 8 \times 5 \sin 40^\circ \div 2 = 20 \sin 40^\circ$,

$S_2 = 5 \times 8 \sin 40^\circ \div 2 = 20 \sin 40^\circ$.

则 $S_1=S_2$.

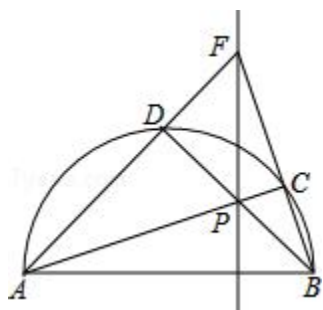
故选: C.



点评: 本题考查了解直角三角形中三角函数的应用, 要熟练掌握好边角之间的关系, 关键是作出高线构造直角三角形.

7. (3 分) (2014•连云港) 如图, 点 P 在以 AB 为直径的半圆内, 连接 AP、BP, 并延长分别交半圆于点 C、D, 连接 AD、BC 并延长交于点 F, 作直线 PF, 下列说法一定正确的是 ()

①AC 垂直平分 BF; ②AC 平分 $\angle BAF$; ③ $FP \perp AB$; ④ $BD \perp AF$.



A. ①③

B. ①④

C. ②④

D. ③④

考点: 圆周角定理.

分析: ①AB 为直径, 所以 $\angle ACB=90^\circ$, 就是 AC 垂直 BF, 但不能得出 AC 平分 BF, 故错,
②只有当 FP 通过圆心时, 才平分, 所以 FP 不通过圆心时, 不能证得 AC 平分 $\angle BAF$,
③先证出 D、P、C、F 四点共圆, 再利用 $\triangle AMP \sim \triangle FCP$, 得出结论.
④直径所对的圆周角是直角.

解答: 证明: ① $\because$ AB 为直径,

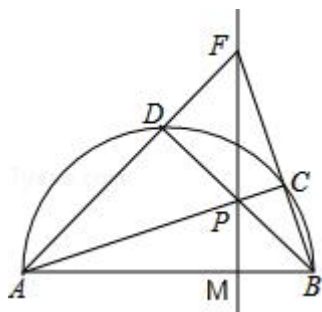
$\therefore \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore$ AC 垂直 BF, 但不能得出 AC 平分 BF,

故①错误,

②只有当 FP 通过圆心时, 才平分, 所以 FP 不通过圆心时, 不能证得 AC 平分 $\angle BAF$,
故②错误,

③如图



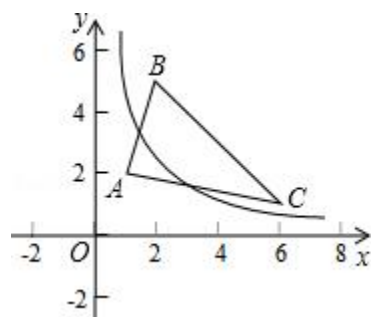
$\because AB$ 为直径,
 $\therefore \angle ACB=90^\circ, \angle FPD=90^\circ$,
 $\therefore D、P、C、F$ 四点共圆,
 $\therefore \angle CFP=\angle CDB$,
 $\because \angle CDB=\angle CAB$,
 $\therefore \angle CFP=\angle CAB$,
 又 $\because \angle FPC=\angle APM$,
 $\therefore \triangle AMP \sim \triangle FCP$,
 $\angle ACF=90^\circ$,
 $\therefore \angle AMP=90^\circ$,
 $\therefore FP \perp AB$,
 故③正确,
 ④ $\because AB$ 为直径,
 $\therefore \angle ADB=90^\circ$,
 $\therefore BD \perp AF$.

故④正确,
 综上所述只有③④正确,
 故选: D.

点评: 本题主要考查了圆周角的知识, 解题的关键是明确直径所对的圆周角是直角.

8. (3 分) (2014•连云港) 如图, $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 A (1, 2), B (2, 5), C (6,

1). 若函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限内的图象与 $\triangle ABC$ 有交点, 则 k 的取值范围是 ()



- A. $2 \leq k \leq \frac{49}{4}$ B. $6 \leq k \leq 10$ C. $2 \leq k \leq 6$ D. $2 \leq k \leq \frac{25}{2}$

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征.

分析: 根据反比例函数图象上点的坐标特征, 分别求出过点 A (1, 2), B (2, 5), C (6,

1) 的反比例函数解析式, 再求出 $k=\frac{49}{4}$ 时, 函数 $y=\frac{49}{4x}$ 与 $y=-x+7$ 交于点 $(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$,

此点在线段 BC 上, 当 $k=\frac{25}{2}$ 时, 与 $\triangle ABC$ 无交点, 由此求解即可.

解答: 解: $\because$ 过点 A (1, 2) 的反比例函数解析式为 $y=\frac{2}{x}$,

过点 B (2, 5) 的反比例函数解析式为 $y=\frac{10}{x}$,

过点 C (6, 1) 的反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$,

$\therefore k \geq 2$.

$\therefore$ 经过 A (1, 2), B (2, 5) 的直线解析式为 $y = 3x - 1$,

经过 B (2, 5), C (6, 1) 的直线解析式为 $y = -x + 7$,

经过 A (1, 2), C (6, 1) 的直线解析式为 $y = -\frac{1}{5}x + \frac{11}{5}$,

当 $k = \frac{49}{4}$ 时, 函数 $y = \frac{49}{4x}$ 与 $y = -x + 7$ 交于点 $(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$, 此点在线段 BC 上,

当 $k = \frac{25}{2}$ 时, 函数 $y = \frac{25}{2x}$ 与直线 AB 交点的横坐标为 $x = \frac{1 \pm \sqrt{151}}{6}$, 均不符合题意; 与直线 BC 无交点; 与直线 AC 无交点;

综上所述可知 $2 \leq k \leq \frac{49}{4}$.

故选 A.

点评: 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 两函数交点坐标的求法, 有一定难度. 注意自变量的取值范围.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3 分) (2014•连云港) 使 $\sqrt{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是 $x \geq 1$.

考点: 二次根式有意义的条件.

分析: 先根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式组, 求出 x 的取值范围即可.

解答: 解: $\because \sqrt{x-1}$ 有意义,

$\therefore x - 1 \geq 0$, 解得 $x \geq 1$.

故答案为: $x \geq 1$.

点评: 本题考查的是二次根式有意义的条件, 熟知二次根式中的被开方数是非负数是解答此题的关键.

10. (3 分) (2014•连云港) 计算: $(2x+1)(x-3) = \underline{2x^2 - 5x - 3}$.

考点: 多项式乘多项式.

分析: 根据多项式乘以多项式的法则, 可表示为 $(a+b)(m+n) = am+an+bm+bn$, 计算即可.

解答: 解: 原式 $= 2x^2 - 6x + x - 3$
 $= 2x^2 - 5x - 3$.

故答案是: $2x^2 - 5x - 3$.

点评: 本题主要考查多项式乘以多项式的法则. 注意不要漏项, 漏字母, 有同类项的合并同类项.

11. (3 分) (2014•连云港) 一个正多边形的一个外角等于 30° , 则这个正多边形的边数为 12.

考点: 多边形内角与外角.

分析: 正多边形的一个外角等于 30° , 而多边形的外角和为 360° , 则: 多边形边数=多边形外角和 $\div$ 一个外角度数.

解答: 解: 依题意, 得

$$\text{多边形的边数} = 360^\circ \div 30^\circ = 12,$$

故答案为: 12.

点评: 题考查了多边形内角与外角. 关键是明确多边形的外角和为定值, 即 360° , 而当多边形每一个外角相等时, 可作除法求边数.

12. (3 分) (2014•连云港) 若 $ab=3$, $a-2b=5$, 则 a^2b-2ab^2 的值是 15.

考点: 因式分解-提公因式法.

分析: 直接提取公因式 ab , 进而将已知代入求出即可.

解答: 解: $\because ab=3$, $a-2b=5$,

$$\text{则 } a^2b-2ab^2=ab(a-2b)=3 \times 5=15.$$

故答案为: 15.

点评: 此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确提取公因式是解题关键.

13. (3 分) (2014•连云港) 若函数 $y=\frac{m-1}{x}$ 的图象在同一象限内, y 随 x 增大而增大, 则 m 的值可以是 0 (写出一个即可).

考点: 反比例函数的性质.

专题: 开放型.

分析: 根据反比例函数图象的性质得到 $m-1 < 0$, 通过解该不等式可以求得 m 的取值范围, 据此可以取一个 m 值.

解答: 解: $\because$ 函数 $y=\frac{m-1}{x}$ 的图象在同一象限内, y 随 x 增大而增大,

$$\therefore m-1 < 0,$$

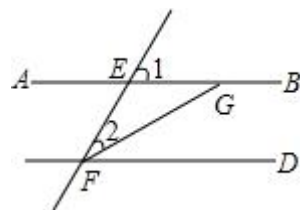
$$\text{解得 } m < 1.$$

故 m 可以取 0, -1 , -2 等值.

故答案为: 0.

点评: 本题考查了反比例函数的性质. 对于反比例函数 $y=\frac{k}{x}$, 当 $k > 0$ 时, 在每一个象限内, 函数值 y 随自变量 x 的增大而减小; 当 $k < 0$ 时, 在每一个象限内, 函数值 y 随自变量 x 增大而增大.

14. (3 分) (2014•连云港) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1=62^\circ$, FG 平分 $\angle EFD$, 则 $\angle 2=$ 31° .



考点: 平行线的性质.

分析: 根据两直线平行, 同位角相等可得 $\angle EFD = \angle 1$, 再根据角平分线的定义可得

$$\angle 2 = \frac{1}{2} \angle EFD.$$

解答: 解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle EFD = \angle 1 = 62^\circ,$$

$\because FG$ 平分 $\angle EFD$,

$$\therefore \angle 2 = \frac{1}{2} \angle EFD = \frac{1}{2} \times 62^\circ = 31^\circ.$$

故答案为: 31° .

点评: 本题考查了平行线的性质, 角平分线的定义, 是基础题, 熟记性质是解题的关键.

15. (3 分) (2014•连云港) 如图 1, 折线段 AOB 将面积为 S 的 $\odot O$ 分成两个扇形, 大扇形、

小扇形的面积分别为 S_1 、 S_2 , 若 $\frac{S_1}{S} = \frac{S_2}{S_1} = 0.618$, 则称分成的小扇形为“黄金扇形”. 生活中

的折扇 (如图 2) 大致是“黄金扇形”, 则“黄金扇形”的圆心角约为 137.5°. (精确到 0.1)

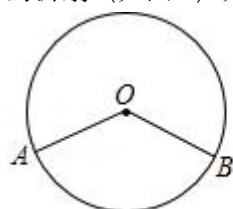


图1



图2

考点: 扇形面积的计算; 黄金分割.

专题: 新定义.

分析:

$$\text{设“黄金扇形的”的圆心角是 } n^\circ, \text{ 扇形的半径为 } r, \text{ 得出 } \frac{\frac{(360-n) \pi \times r^2}{360}}{\pi \times r^2} = 0.618,$$

求出即可.

解答: 解: 设“黄金扇形的”的圆心角是 n° , 扇形的半径为 r ,

$$\text{则 } \frac{\frac{(360-n) \pi \times r^2}{360}}{\pi \times r^2} = 0.618,$$

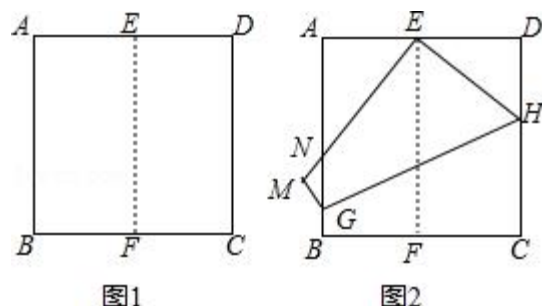
解得: $n \approx 137.5$,

故答案为: 137.5.

点评: 本题考查了黄金分割, 扇形的面积的应用, 解此题的关键是得出

$$\frac{\frac{(360-n) \pi \times r^2}{360}}{\pi \times r^2} = 0.618.$$

16. (3分) (2014•连云港) 如图1, 将正方形纸片ABCD对折, 使AB与CD重合, 折痕为EF. 如图2, 展开后再折叠一次, 使点C与点E重合, 折痕为GH, 点B的对应点为点M, EM交AB于N, 则 $\tan \angle ANE = \frac{3}{4}$.



考点: 翻折变换 (折叠问题).

分析: 设正方形的边长为 $2a$, $DH=x$, 表示出 CH , 再根据翻折变换的性质表示出 DE 、 EH , 然后利用勾股定理列出方程求出 x , 再根据同角的余角相等求出 $\angle ANE = \angle DEH$, 然后根据锐角的正切值等于对边比邻边列式计算即可得解.

解答: 解: 设正方形的边长为 $2a$, $DH=x$,
则 $CH=2a-x$,

由翻折的性质, $DE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 2a = a$,

$EH=CH=2a-x$,

在 $Rt\triangle DEH$ 中, $DE^2 + DH^2 = EH^2$,

即 $a^2 + x^2 = (2a-x)^2$,

解得 $x = \frac{3}{4}a$,

$\therefore \angle MEH = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle AEN + \angle DEH = 90^\circ$,

$\therefore \angle ANE + \angle AEN = 90^\circ$,

$\therefore \angle ANE = \angle DEH$,

$\therefore \tan \angle ANE = \tan \angle DEH = \frac{DH}{DE} = \frac{\frac{3}{4}a}{a} = \frac{3}{4}$.

故答案为: $\frac{3}{4}$.

点评: 本题考查了翻折变换的性质, 勾股定理的应用, 锐角三角函数, 设出正方形的边长, 然后利用勾股定理列出方程是解题的关键, 也是本题的难点.

三、解答题 (共 11 小题, 满分 102 分, 解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6分) (2014•连云港) 计算 $-5 + \sqrt[3]{27} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

考点: 实数的运算; 负整数指数幂.

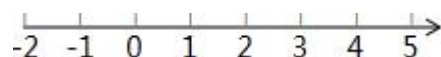
专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用绝对值的代数意义化简, 第二项利用立方根定义化简, 最后一项利用负指数幂法则计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $=5+3-3=5$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6分) (2014•连云港) 解不等式 $2(x-1)+5 < 3x$, 并把解集在数轴上表示出来.



考点: 解一元一次不等式; 在数轴上表示不等式的解集.

分析: 去括号, 移项, 合并同类项, 系数化成1即可.

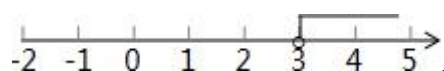
解答: 解: $2(x-1)+5 < 3x$,

$$2x-2+5-3x < 0,$$

$$-x < -3,$$

$$x > 3,$$

在数轴上表示为:



点评: 本题考查了解一元一次不等式, 在数轴上表示不等式的解集的应用, 注意: 解一元一次不等式的步骤是: 去分母, 去括号, 移项, 合并同类项, 系数化成1.

19. (6分) (2014•连云港) 解方程: $\frac{2}{x-2}+3=\frac{1-x}{2-x}$.

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 分式方程变形后, 去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $2+3x-6=x-1$,

$$\text{移项合并得: } 2x=3,$$

$$\text{解得: } x=1.5,$$

经检验 $x=1.5$ 是分式方程的解.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

20. (8分) (2014•连云港) 我市启动了第二届“美丽港城, 美在悦读”全民阅读活动, 为了解市民每天的阅读时间情况, 随机抽取了部分市民进行调查, 根据调查结果绘制如下尚不完整的频数分布表:

阅读时间 x (min)	$0 \leq x < 30$	$30 \leq x < 60$	$60 \leq x < 90$	$x \geq 90$	合计
频数	450	400	100	50	1000
频率	0.45	0.4	0.1	0.05	1

(1) 补全表格;

(2) 将每天阅读时间不低于 60min 的市民称为“阅读爱好者”，若我市约有 500 万人，请估计我市能称为“阅读爱好者”的市民约有多少万人？

考点：频数（率）分布表；用样本估计总体.

分析：（1）根据频数、频率与总数之间的关系分别进行计算，然后填表即可；

（2）用 500 万人乘以时间不低于 60min 所占的百分比，即可求出我市能称为“阅读爱好者”的市民数.

解答：解：（1）根据题意得： $\frac{400}{0.4}=1000$ （人），

$0 \leq x < 30$ 的频率是： $\frac{450}{1000}=0.45$,

$60 \leq x < 90$ 的频数是： $1000 \times 0.1 = 100$ （人），

$x \geq 90$ 的频率是：0.05，

填表如下：

阅读时间 x (min)	$0 \leq x < 30$	$30 \leq x < 60$	$60 \leq x < 90$	$x \geq 90$	合计
频数	450	400	100	50	1000
频率	0.45	0.4	0.1	0.05	1

故答案为：0.45，100，0.05，1000；

（2）根据题意得：

$500 \times (0.1 + 0.05) = 75$ （万人）.

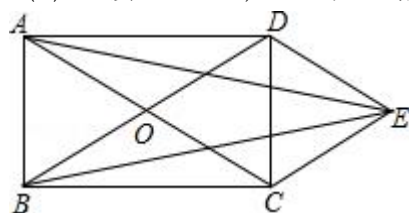
答：估计我市能称为“阅读爱好者”的市民约有 75 万人.

点评：此题考查了频数（率）分布表，掌握频数、频率、总数之间的关系以及用样本估计总体的计算公式是本题的关键.

21. (10 分) (2014•连云港) 如图，矩形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，DE // AC，CE // BD.

(1) 求证：四边形 OCED 为菱形；

(2) 连接 AE、BE，AE 与 BE 相等吗？请说明理由.



考点：矩形的性质；全等三角形的判定与性质；菱形的判定.

分析：（1）首先利用平行四边形的判定得出四边形 DOCE 是平行四边形，进而利用矩形的性质得出 $DO=CO$ ，即可得出答案；

（2）利用等腰三角形的性质以及矩形的性质得出 $AD=BC$ ， $\angle ADE=\angle BCE$ ，进而利用全等三角形的判定得出.

解答：（1）证明： $\because DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$ ，

$\therefore$ 四边形 DOCE 是平行四边形，

$\because$ 矩形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，

$\therefore AO=CO=DO=BO$,
 $\therefore$ 四边形 OCED 为菱形;

(2) 解: $AE=BE$.

理由: $\because$ 四边形 OCED 为菱形,

$\therefore ED=CE$, $\therefore \angle EDC=\angle ECD$,

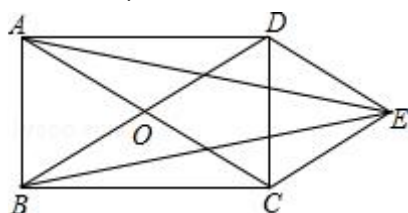
$\therefore \angle ADE=\angle BCE$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} AD=BC \\ \angle ADE=\angle BCE, \\ DE=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BCE$ (SAS),

$\therefore AE=BE$.



点评: 此题主要考查了矩形的性质以及菱形的判定和全等三角形的判定与性质等知识, 熟练掌握矩形的性质进而得出对应线段关系是解题关键.

22. (10 分) (2014•连云港) 如图 1, 在一个不透明的袋中装有四个球, 分别标有字母 A、B、C、D, 这些球除了所标字母外都相同, 另外, 有一面白色、另一面黑色、大小相同的 4 张正方形卡片, 每张卡片上面的字母相同, 分别标有 A、B、C、D. 最初, 摆成图 2 的样子, A、D 是黑色, B、C 是白色.

操作: ①从袋中任意取一个球;

②将与取出球所标字母相同的卡片翻过来;

③将取出的球放回袋中

再次操作后, 观察卡片的颜色.

(如: 第一次取出球 A, 第二次取出球 B, 此时卡片的颜色变



(1) 求四张卡片变成相同颜色的概率;

(2) 求四张卡片变成两黑两白, 并恰好形成各自颜色矩形的概率.

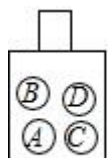


图1

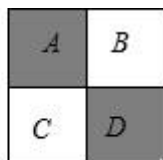


图2

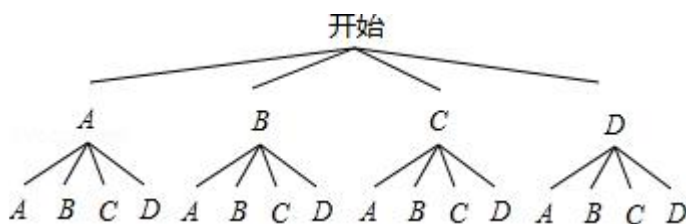
考点: 列表法与树状图法.

分析: (1) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与四张卡片变成相同颜色的情况, 再利用概率公式即可求得答案;

(2) 由 (1) 中的树状图可求得四张卡片变成两黑两白, 并恰好形成各自颜色矩形的

情况，再利用概率公式即可求得答案.

解答: 解: (1) 画树状图得:



∴ 共有 16 种等可能的结果，四张卡片变成相同颜色的有 4 种情况，

∴ 四张卡片变成相同颜色的概率为: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$;

(2) ∵ 四张卡片变成两黑两白，并恰好形成各自颜色矩形的有 8 种情况，

∴ 四张卡片变成两黑两白，并恰好形成各自颜色矩形的概率为: $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.

点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

23. (10 分) (2014•连云港) 小林在某商店购买商品 A、B 共三次，只有一次购买时，商品 A、B 同时打折，其余两次均按标价购买，三次购买商品 A、B 的数量和费用如下表:

	购买商品 A 的数量 (个)	购买商品 B 的数量 (个)	购买总费用 (元)
第一次购物	6	5	1140
第二次购物	3	7	1110
第三次购物	9	8	1062

(1) 小林以折扣价购买商品 A、B 是第 三 次购物;

(2) 求出商品 A、B 的标价;

(3) 若商品 A、B 的折扣相同，问商店是打几折出售这两种商品的?

考点: 二元一次方程组的应用; 一元一次方程的应用.

分析: (1) 根据图表可得小林以折扣价购买商品 A、B 是第三次购物;

(2) 设商品 A 的标价为 x 元，商品 B 的标价为 y 元，根据图表列出方程组求出 x 和 y 的值;

(3) 设商店是打 a 折出售这两种商品，根据打折之后购买 9 个 A 商品和 8 个 B 商品共花费 1062 元，列出方程求解即可.

解答: 解: (1) 小林以折扣价购买商品 A、B 是第三次购物.

故答案为: 三;

(2) 设商品 A 的标价为 x 元，商品 B 的标价为 y 元，

根据题意，得
$$\begin{cases} 6x+5y=1140 \\ 3x+7y=1110 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x=90 \\ y=120 \end{cases}$$
.

答：商品 A 的标价为 90 元，商品 B 的标价为 120 元；

(3) 设商店是打 a 折出售这两种商品，

由题意得， $(9 \times 90 + 8 \times 120) \times \frac{a}{10} = 1062$,

解得：a=6.

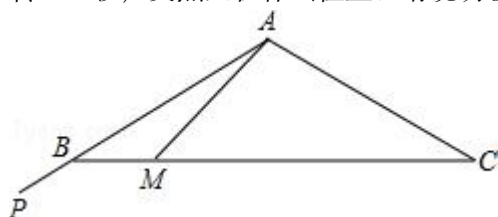
答：商店是打 6 折出售这两种商品的.

点评：本题考查了二元一次方程组 and 一元一次方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程求解.

24. (10 分) (2014·连云港) 在一次科技活动中，小明进行了模拟雷达扫描实验. 如图，表盘是 $\triangle ABC$ ，其中 $AB=AC$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，在点 A 处有一束红外光线 AP，从 AB 开始，绕点 A 逆时针匀速旋转，每秒钟旋转 15° ，到达 AC 后立即以相同旋转速度返回 AB，到达后立即重复上述旋转过程. 小明通过实验发现，光线从 AB 处旋转开始计时，旋转 1 秒，此时光线 AP 交 BC 边于点 M，BM 的长为 $(20\sqrt{3}-20)$ cm.

(1) 求 AB 的长；

(2) 从 AB 处旋转开始计时，若旋转 6 秒，此时光线 AP 与 BC 边的交点在什么位置？若旋转 201 秒，交点又在什么位置？请说明理由.



考点：解直角三角形的应用.

分析： (1) 如图 1，过 A 点作 $AD \perp BC$ ，垂足为 D. 令 $AB=2t$ cm. 在 $Rt\triangle ABD$ 中，根据三角函数可得 $AD=\frac{1}{2}AB=t$ ， $BD=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\sqrt{3}t$. 在 $Rt\triangle AMD$ 中， $MD=AD=t$. 由 $BM=BD-MD$ ，得到关于 t 的方程，求得 t 的值，从而求得 AB 的长；

(2) 如图 2，当光线旋转 6 秒，设 AP 交 BC 于点 N，在 $Rt\triangle ABN$ 中，根据三角函数可得 BN；如图 3，设光线 AP 旋转 2014 秒后光线与 BC 的交点为 Q. 求得 $CQ=\frac{80\sqrt{3}}{3}$,

$BC=40\sqrt{3}$. 根据 $BQ=BC-CQ$ 即可求解.

解答： 解：(1) 如图 1，过 A 点作 $AD \perp BC$ ，垂足为 D.

$\because \angle BAC=120^\circ$ ， $AB=AC$,

$\therefore \angle ABC=\angle C=30^\circ$.

令 $AB=2t$ cm.

在 $Rt\triangle ABD$ 中， $AD=\frac{1}{2}AB=t$ ， $BD=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\sqrt{3}t$.

在 $Rt\triangle AMD$ 中， $\because \angle AMD=\angle ABC+\angle BAM=45^\circ$,

$\therefore MD=AD=t$.

$\because BM=BD-MD$. 即 $\sqrt{3}t-t=20\sqrt{3}-20$.

解得 $t=20$.

$\therefore AB=2 \times 20=40$ cm.

答: AB 的长为 40cm.

(2) 如图 2, 当光线旋转 6 秒,
 设 AP 交 BC 于点 N, 此时 $\angle BAN = 15^\circ \times 6 = 90^\circ$.

$$\text{在 Rt}\triangle ABN \text{ 中, } BN = \frac{AB}{\cos 30^\circ} = \frac{40}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{80\sqrt{3}}{3}.$$

$\therefore$ 光线 AP 旋转 6 秒, 与 BC 的交点 N 距点 B $\frac{80\sqrt{3}}{3}$ cm 处.

如图 3, 设光线 AP 旋转 2014 秒后光线与 BC 的交点为 Q.

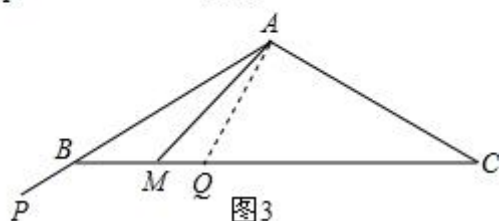
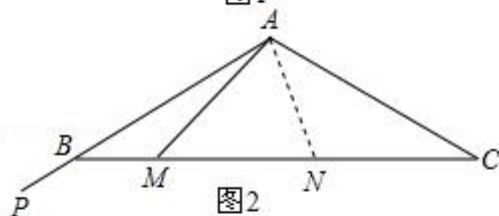
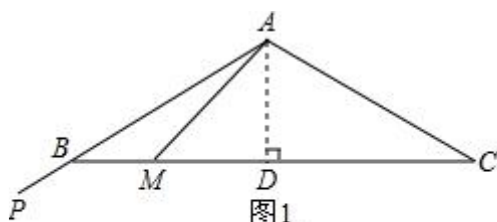
由题意可知, 光线从边 AB 开始到第一次回到 AB 处需 $8 \times 2 = 16$ 秒,

而 $2014 = 125 \times 16 + 14$, 即 AP 旋转 2014 秒与旋转 14 秒时和 BC 的交点是同一个点 Q.

$$\text{易求得 } CQ = \frac{80\sqrt{3}}{3}, \quad BC = 40\sqrt{3}.$$

$$\therefore BQ = BC - CQ = 40\sqrt{3} - \frac{80\sqrt{3}}{3} = \frac{40\sqrt{3}}{3}.$$

$\therefore$ 光线 AP 旋转 2014 秒后, 与 BC 的交点 Q 在距点 B $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ cm 处.

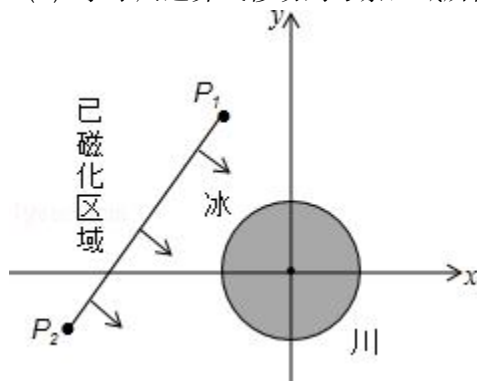


点评: 考查了解直角三角形的应用, 主要是三角函数的基本概念及运算, 注意方程思想的应用.

25. (10 分) (2014·连云港) 为了考察冰川的融化状况, 一支科考队在某冰川上设定一个以大本营 O 为圆心, 半径为 4km 的圆形考察区域, 线段 P_1P_2 是冰川的部分边界线 (不考虑其它边界), 当冰川融化时, 边界线沿着与其垂直的方向朝考察区域平移动, 若经过 n 年, 冰川的边界线 P_1P_2 移动的距离为 s (km), 并且 s 与 n (n 为正整数) 的关系是 $s = \frac{3}{20}n^2 -$

$\frac{9}{50}n + \frac{7}{25}$. 以 O 为原点, 建立如图所示的平面直角坐标系, 其中 P_1 、 P_2 的坐标分别为 $(-4, 9)$ 、 $(-13, -3)$.

- (1) 求线段 P_1P_2 所在直线对应的函数关系式;
- (2) 求冰川边界线移动到考察区域所需的最短时间.



考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 设 P_1P_2 所在直线对应的函数关系式是 $y=kx+b$, 由待定系数法求出其解就可以得出结论;

(2) 由 (1) 的解析式求出直线 P_1P_2 与坐标轴的交点, 设最短距离为 a , 由三角形的面积相等建立方程, 求出 a 的值就求出了 s 的值, 再代入 $s = \frac{3}{20}n^2 - \frac{9}{50}n + \frac{7}{25}$ 就可以求出时间.

解答: 解: (1) 设 P_1P_2 所在直线对应的函数关系式是 $y=kx+b$, 根据题意, 得

$$\begin{cases} -4k+b=9 \\ -13k+b=-3 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=\frac{4}{3} \\ b=\frac{43}{3} \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 P_1P_2 的解析式是: $y = \frac{4}{3}x + \frac{43}{3}$;

(2) 在 $y = \frac{4}{3}x + \frac{43}{3}$ 中,

当 $x=0$, 则 $y = \frac{43}{3}$,

当 $y=0$, 则 $x = -\frac{43}{4}$,

$\therefore$ 与 x 、 y 轴的交点坐标是 $(0, \frac{43}{3})$ 、 $(-\frac{43}{4}, 0)$.

由勾股定理, 得 $\sqrt{(\frac{43}{3})^2 + (\frac{43}{4})^2} = \frac{215}{12}$,

设平移的距离是 a , 由题意, 得: x ,

$$\text{则 } \frac{1}{2} \times \frac{43}{3} \times \frac{43}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{215}{12} x,$$

$$\text{解得: } x = \frac{43}{5},$$

$$\text{即 } s = \frac{43}{5} - 4 = \frac{23}{5}$$

$$\therefore s = \frac{3}{20}n^2 - \frac{9}{50}n + \frac{7}{25},$$

$$\therefore \frac{3}{20}n^2 - \frac{9}{50}n + \frac{7}{25} = \frac{23}{5},$$

解得: $n_1 = 6, n_2 = -4.8$ (舍去)

答: 冰川边界线移动到考察区域所需的最短时间为 6 年.

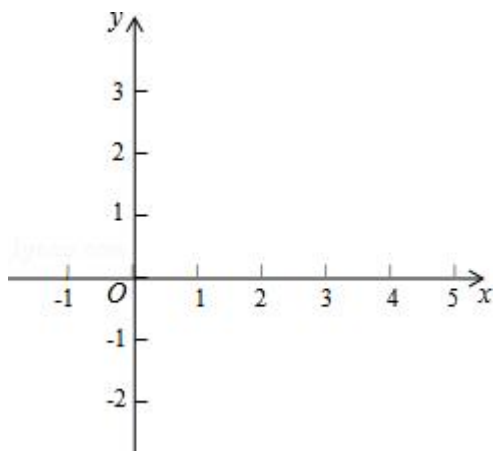
点评: 本题考察了待定系数法求一次函数的解析式的运用, 勾股定理的运用, 三角形的面积公式的运用, 一元二次方程的解法的运用, 解答时求出一一次函数的解析式是关键.

26. (12 分) (2014•连云港) 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$, 其图象抛物线交 x 轴于点 A (1, 0), B (3, 0), 交 y 轴于点 C, 直线 l 过点 C, 且交抛物线于另一点 E (点 E 不与点 A、B 重合).

(1) 求此二次函数关系式;

(2) 若直线 l_1 经过抛物线顶点 D, 交 x 轴于点 F, 且 $l_1 \parallel l$, 则以点 C、D、E、F 为顶点的四边形能否为平行四边形? 若能, 求出点 E 的坐标; 若不能, 请说明理由.

(3) 若过点 A 作 $AG \perp x$ 轴, 交直线 l 于点 G, 连接 OG、BE, 试证明 $OG \parallel BE$.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 由二次函数 $y = x^2 + bx + c$, 其图象抛物线交 x 轴于点 A (1, 0), B (3, 0), 直接利用待定系数法求解, 即可求得此二次函数关系式;

(2) 以点 C、D、E、F 为顶点的四边形构成平行四边形, 有两种情形, 需要分类讨论, 避免漏解:

①若 CD 为平行四边形的对角线, 如答图 2-1 所示;

②若 CD 为平行四边形的边, 如答图 2-2 所示;

(3) 首先过点 E 作 $EH \perp x$ 轴于点 H, 设直线 CE 的解析式为: $y = kx + 3$, 然后分别求得点 G 与 E 的坐标, 即可证得 $\triangle OAG \sim \triangle BHE$, 则可得 $\angle AOG = \angle HBE$, 继而可证得 $OG \parallel BE$.

解答: 解: (1) 二次函数 $y = x^2 + bx + c$, 其图象抛物线交 x 轴于点 A (1, 0), B (3, 0),

$$\therefore \begin{cases} 1+b+c=0 \\ 9+3b+c=0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b=-4 \\ c=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 此二次函数关系式为: $y=x^2-4x+3$;

(2) 假设以点 C、D、E、F 为顶点的四边形能成为平行四边形.

①若 CD 为平行四边形的对角线, 如答图 2-1.

过点 D 作 $DM \perp AB$ 于点 M, 过点 E 作 $EN \perp OC$ 于点 N,

$$\because y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1,$$

$\therefore$ 点 D (2, -1), 点 C (0, 3),

$\therefore DM=1$,

$\therefore l_1 \parallel l$,

$\therefore$ 当 $CE=DF$ 时, 四边形 CEDF 是平行四边形,

$\therefore \angle ECF + \angle CFD = 180^\circ$,

$\therefore \angle OCF + \angle OFC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ECN + \angle DFM = 90^\circ$,

$\therefore \angle DFM + \angle FDM = 90^\circ$,

$\therefore \angle ECN = \angle FDM$,

在 $\triangle ECN$ 和 $\triangle FDM$ 中,

$$\begin{cases} \angle CNE = \angle DMF = 90^\circ \\ \angle ECN = \angle FDM \\ CE = DF \end{cases},$$

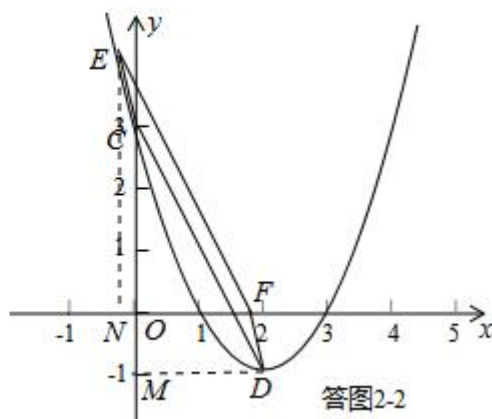
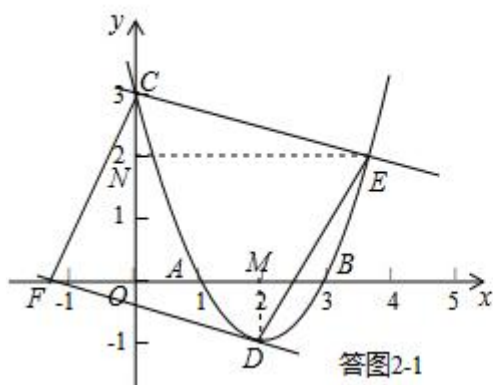
$\therefore \triangle ECN \cong \triangle FDM$ (AAS),

$\therefore CN = DM = 1$,

$\therefore ON = OC - CN = 3 - 1 = 2$,

当 $y=2$ 时, $x^2-4x+3=2$,

解得: $x=2 \pm \sqrt{3}$;



②若 CD 为平行四边形的边, 如答图 2-2, 则 $EF \parallel CD$, 且 $EF=CD$.

过点 D 作 $DM \perp y$ 轴于点 M, 则 $DM=2$, $OM=1$, $CM=OM+OC=4$;

过点 E 作 $EN \perp x$ 轴于点 N.

易证 $\triangle CDM \cong \triangle EFN$, $\therefore EN=CM=4$.

$$\therefore x^2-4x+3=4,$$

解得: $x=2 \pm \sqrt{5}$.

综上所述, 以点 C、D、E、F 为顶点的四边形能成为平行四边形; 点 E 的坐标为 $(2+\sqrt{3}, 2)$ 、 $(2-\sqrt{3}, 2)$ 、 $(2+\sqrt{5}, 4)$ 、 $(2-\sqrt{5}, 4)$.

(3) 如图②, 过点 E 作 $EH \perp x$ 轴于点 H,

设直线 CE 的解析式为: $y=kx+3$,

$\because A(1, 0)$, $AG \perp x$ 轴,

$\therefore$ 点 G $(1, k+3)$,

即 $OA=1$, $AG=k+3$,

$\because$ E 是直线与抛物线的交点,

$$\therefore \begin{cases} y=kx+3 \\ y=x^2-4x+3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=k+4 \\ y=(k+1)(k+3) \end{cases},$$

$\therefore$ 点 E $(k+4, (k+1)(k+3))$,

$\therefore BH=OH-OB=k+3$, $EH=(k+1)(k+3)$,

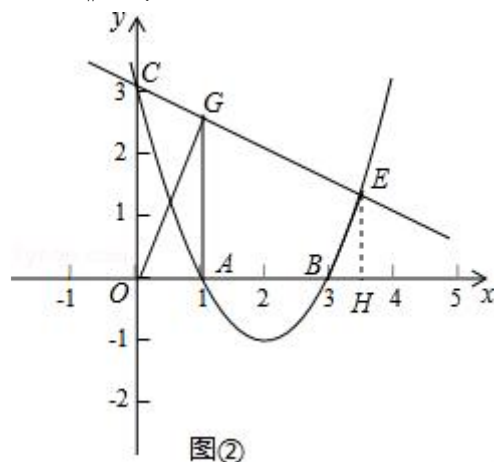
$$\therefore \frac{OA}{BH} = \frac{AG}{EH} = \frac{1}{k+1},$$

$\because \angle OAG = \angle BHE = 90^\circ$,

$\therefore \triangle OAG \sim \triangle BHE$,

$\therefore \angle AOG = \angle HBE$,

$\therefore OG \parallel BE$.



图②

点评: 此题属于二次函数的综合题、综合性较强, 难度较大, 主要考查了待定系数法求二次函数的解析式、一次函数与二次函数的交点问题、平行四边形的性质以及相似三角形的判定与性质等知识. 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想与方程思想的应用.

27. (14 分) (2014·连云港) 某数学兴趣小组对线段上的动点问题进行探究, 已知 $AB=8$.

问题思考:

如图 1, 点 P 为线段 AB 上的一个动点, 分别以 AP、BP 为边在同侧作正方形 APDC、BPEF.

(1) 当点 P 运动时, 这两个正方形的面积之和是定值吗? 若是, 请求出; 若不是, 请求出这两个正方形面积之和的最小值.

(2) 分别连接 AD、DF、AF，AF 交 DP 于点 K，当点 P 运动时，在 $\triangle APK$ 、 $\triangle ADK$ 、 $\triangle DFK$ 中，是否存在两个面积始终相等的三角形？请说明理由。

问题拓展：

(3) 如图 2，以 AB 为边作正方形 ABCD，动点 P、Q 在正方形 ABCD 的边上运动，且 $PQ=8$ 。若点 P 从点 A 出发，沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的线路，向点 D 运动，求点 P 从 A 到 D 的运动过程中，PQ 的中点 O 所经过的路径的长。

(4) 如图 3，在“问题思考”中，若点 M、N 是线段 AB 上的两点，且 $AM=BN=1$ ，点 G、H 分别是边 CD、EF 的中点，请直接写出点 P 从 M 到 N 的运动过程中，GH 的中点 O 所经过的路径的长及 $OM+OB$ 的最小值。

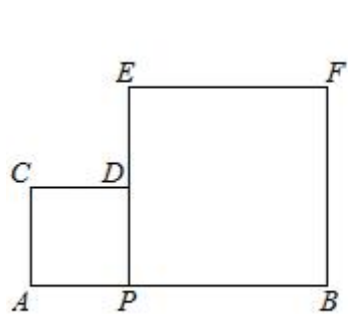


图1

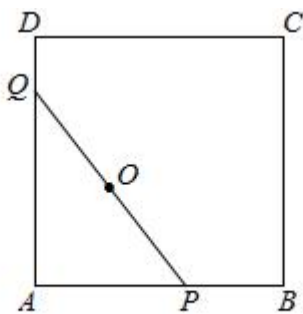


图2

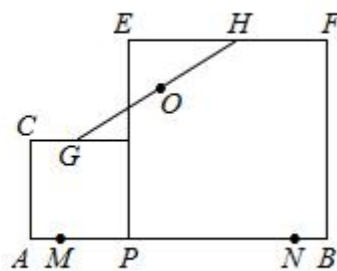


图3

考点：四边形综合题。

分析：(1) 设 $AP=x$ ，则 $PB=8-x$ ，根据正方形的面积公式得到这两个正方形面积之和 $=x^2+(8-x)^2$ ，配方得到 $2(x-4)^2+32$ ，然后根据二次函数的最值问题求解。

(2) 根据 $PE \parallel BF$ 求得 $PK=\frac{a(8-a)}{8}$ ，进而求得 $DK=PD-PK=a-\frac{a(8-a)}{8}$ ，然后根据面积公式即可求得。

$\frac{a(8-a)}{8}=\frac{a^2}{8}$ ，然后根据面积公式即可求得。

(3) 本问涉及点的运动轨迹。PQ 的中点 O 所经过的路径是三段半径为 4，圆心角为 90° 的圆弧，如答图 3 所示；

(4) 本问涉及点的运动轨迹。GH 中点 O 的运动路径是与 AB 平行且距离为 3 的线段 XY 上，如答图 4-1 所示；然后利用轴对称的性质，求出 $OM+OB$ 的最小值，如答图 4-2 所示。

解答：解：(1) 当点 P 运动时，这两个正方形的面积之和不是定值。

设 $AP=x$ ，则 $PB=8-x$ ，

根据题意得这两个正方形面积之和 $=x^2+(8-x)^2$

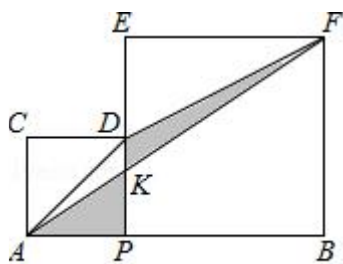
$=2x^2-16x+64$

$=2(x-4)^2+32$ ，

所以当 $x=4$ 时，这两个正方形面积之和有最小值，最小值为 32。

(2) 存在两个面积始终相等的三角形，它们是 $\triangle APK$ 与 $\triangle DFK$ 。

依题意画出图形，如答图 2 所示。



答图2

设 $AP=a$, 则 $PB=BF=8-a$.

$\because PE \parallel BF$,

$$\therefore \frac{PK}{BF} = \frac{AP}{AB}, \text{ 即 } \frac{PK}{8-a} = \frac{a}{8},$$

$$\therefore PK = \frac{a(8-a)}{8},$$

$$\therefore DK = PD - PK = a - \frac{a(8-a)}{8} = \frac{a^2}{8},$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle APK} &= \frac{1}{2} PK \cdot PA = \frac{1}{2} \cdot \frac{a(8-a)}{8} \cdot a = \frac{a^2(8-a)}{16}, \\ S_{\triangle DFK} &= \frac{1}{2} DK \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{8} \cdot (8-a) \\ &= \frac{a^2(8-a)}{16}, \end{aligned}$$

$$\therefore S_{\triangle APK} = S_{\triangle DFK}.$$

(3) 当点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的线路, 向点 D 运动时, 不妨设点 Q 在 DA 边上,

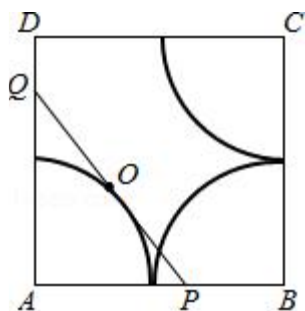
若点 P 在点 A , 点 Q 在点 D , 此时 PQ 的中点 O 即为 DA 边的中点;

若点 Q 在 DA 边上, 且不在点 D , 则点 P 在 AB 上, 且不在点 A .

此时在 $Rt\triangle APQ$ 中, O 为 PQ 的中点, 所以 $AO = \frac{1}{2}PQ = 4$.

所以点 O 在以 A 为圆心, 半径为 4, 圆心角为 90° 的圆弧上.

PQ 的中点 O 所经过的路径是三段半径为 4, 圆心角为 90° 的圆弧, 如答图 3 所示:

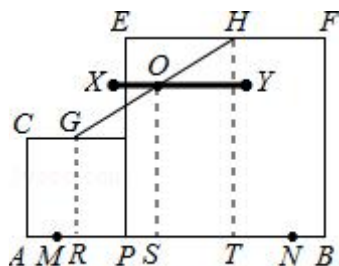


答图3

所以 PQ 的中点 O 所经过的路径的长为: $\frac{3}{4} \times 2\pi \times 4 = 6\pi$.

(4) 点 O 所经过的路径长为 3, $OM+OB$ 的最小值为 $\sqrt{113}$.

如答图 4-1, 分别过点 G、O、H 作 AB 的垂线, 垂足分别为点 R、S、T, 则四边形 GRTH 为梯形.



答图4.1

$\because$ 点 O 为中点,

$$\therefore OS = \frac{1}{2} (GR + HT) = \frac{1}{2} (AP + PB) = 4, \text{ 即 } OS \text{ 为定值.}$$

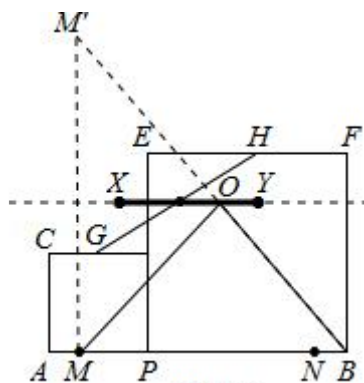
$\therefore$ 点 O 的运动路径在与 AB 距离为 4 的平行线上.

$\because MN = 6$, 点 P 在线段 MN 上运动, 且点 O 为 GH 中点,

$\therefore$ 点 O 的运动路径为线段 XY, $XY = \frac{1}{2}MN = 3$, $XY \parallel AB$ 且平行线之间距离为 4, 点 X

与点 A、点 Y 与点 B 之间的水平距离均为 2.5.

如答图 4-2, 作点 M 关于直线 XY 的对称点 M' , 连接 BM' , 与 XY 交于点 O.



答图4.2

由轴对称性质可知, 此时 $OM + OB = BM'$ 最小.

在 $Rt\triangle BMM'$ 中, 由勾股定理得: $BM' = \sqrt{MM'^2 + BM^2} = \sqrt{113}$.

$\therefore OM + OB$ 的最小值为 $\sqrt{113}$.

点评: 本题是中考压轴题, 难度较大. 解题难点在于分析动点的运动轨迹, 需要很好的空间想象能力和作图分析能力; 此外本题还综合考查了二次函数、整式运算、四边形、中位线、相似、轴对称与勾股定理等众多知识点, 是一道好题.