

# 2014 年江苏省无锡市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑)

1. (3 分) (2014•无锡)  $-3$  的相反数是 ( )

- A 3                      B  $-3$                       C  $\pm 3$                       D  $\frac{1}{3}$

2. (3 分) (2014•无锡) 函数  $y=\sqrt{2-x}$  中自变量  $x$  的取值范围是 ( )

- A  $x > 2$                       B  $x \geq 2$                       C  $x \leq 2$                       D  $x \neq 2$

3. (3 分) (2014•无锡) 分式  $\frac{2}{2-x}$  可变形为 ( )

- A  $\frac{2}{2+x}$                       B  $-\frac{2}{2+x}$                       C  $\frac{2}{x-2}$                       D  $-\frac{2}{x-2}$

4. (3 分) (2014•无锡) 已知 A 样本的数据如下: 72, 73, 76, 76, 77, 78, 78, 78, B 样本的数据恰好是 A 样本数据每个都加 2, 则 A, B 两个样本的下列统计量对应相同的是 ( )

- A 平均数                      B 标准差                      C 中位数                      D 众数

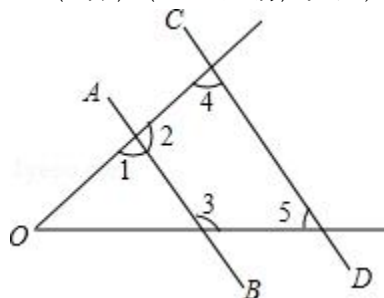
5. (3 分) (2014•无锡) 某文具店一支铅笔的售价为 1.2 元, 一支圆珠笔的售价为 2 元. 该店在“6•1 儿童节”举行文具优惠售卖活动, 铅笔按原价打 8 折出售, 圆珠笔按原价打 9 折出售, 结果两种笔共卖出 60 支, 卖得金额 87 元. 若设铅笔卖出  $x$  支, 则依题意可列得的一元一次方程为 ( )

- A  $1.2 \times 0.8x + 2 \times 0.9(60+x) = 87$                       B  $1.2 \times 0.8x + 2 \times 0.9(60-x) = 87$
- C  $2 \times 0.9x + 1.2 \times 0.8(60+x) = 87$                       D  $2 \times 0.9x + 1.2 \times 0.8(60-x) = 87$

6. (3 分) (2014•无锡) 已知圆锥的底面半径为 4cm, 母线长为 5cm, 则这个圆锥的侧面积是 ( )

- A  $20\pi \text{cm}^2$                       B  $20\text{cm}^2$                       C  $40\pi \text{cm}^2$                       D  $40\text{cm}^2$

7. (3 分) (2014•无锡) 如图,  $AB \parallel CD$ , 则根据图中标注的角, 下列关系中成立的是 ( )



- A  $\angle 1 = \angle 3$                       B  $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$                       C  $\angle 2 + \angle 4 < 180^\circ$                       D  $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$

8. (3 分) (2014•无锡) 如图, AB 是  $\odot O$  的直径, CD 是  $\odot O$  的切线, 切点为 D, CD 与 AB 的延长线交于点 C,  $\angle A = 30^\circ$ , 给出下面 3 个结论: ①  $AD = CD$ ; ②  $BD = BC$ ; ③  $AB = 2BC$ , 其中正确结论的个数是 ( )

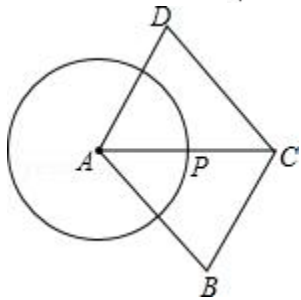
D 0

D  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 6$

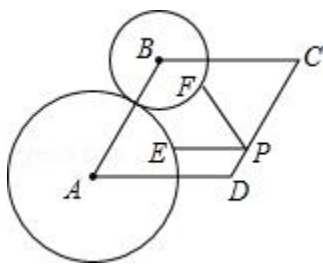
D 9 条

A diagram of a parallelogram  $ABCD$ . The vertices are labeled  $A$  (top-left),  $B$  (bottom-left),  $C$  (bottom-right), and  $D$  (top-right). The diagonals  $AC$  and  $BD$  are drawn and intersect at point  $E$ . The area of triangle  $ABE$  is given as  $4 \text{ cm}^2$ .

17. (2分) (2014•无锡) 如图, 已知点  $P$  是半径为 1 的  $\odot A$  上一点, 延长  $AP$  到  $C$ , 使  $PC=AP$ , 以  $AC$  为对角线作  $\square ABCD$ . 若  $AB=\sqrt{3}$ , 则  $\square ABCD$  面积的最大值为\_\_\_\_\_.



18. (2分) (2014•无锡) 如图, 菱形  $ABCD$  中,  $\angle A=60^\circ$ ,  $AB=3$ ,  $\odot A$ 、 $\odot B$  的半径分别为 2 和 1,  $P$ 、 $E$ 、 $F$  分别是边  $CD$ 、 $\odot A$  和  $\odot B$  上的动点, 则  $PE+PF$  的最小值是\_\_\_\_\_.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 84 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

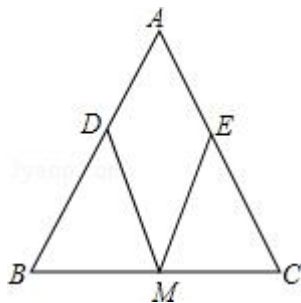
19. (8分) (2014•无锡) (1)  $(\sqrt{3})^2 - |-2| + (-2)^0$ ;

(2)  $(x+1)(x-1) - (x-2)^2$ .

20. (8分) (2014•无锡) (1) 解方程:  $x^2 - 5x - 6 = 0$ ;

(2) 解不等式组: 
$$\begin{cases} 2(x-1) \geq x+1 \\ x-2 > \frac{1}{3}(2x-1) \end{cases}$$

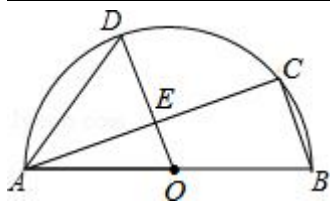
21. (6分) (2014•无锡) 如图, 已知:  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $M$  是  $BC$  的中点,  $D$ 、 $E$  分别是  $AB$ 、 $AC$  边上的点, 且  $BD=CE$ . 求证:  $MD=ME$ .



22. (8分) (2014•无锡) 如图,  $AB$  是半圆  $O$  的直径,  $C$ 、 $D$  是半圆  $O$  上的两点, 且  $OD \parallel BC$ ,  $OD$  与  $AC$  交于点  $E$ .

(1) 若  $\angle B=70^\circ$ , 求  $\angle CAD$  的度数;

(2) 若  $AB=4$ ,  $AC=3$ , 求  $DE$  的长.



23. (6分) (2014•无锡) 为了解“数学思想作文对学习数学帮助有多大?”一研究员随机抽取了一定数量的高校大一学生进行了问卷调查, 并将调查得到的数据用下面的扇形图和下表来表示 (图、表都没制作完成).

| 选项 | 帮助很大 | 帮助较大 | 帮助不大 | 几乎没有帮助 |
|----|------|------|------|--------|
| 人数 | a    | 543  | 269  | b      |

根据图、表提供的信息.

(1) 请问: 这次共有多少名学生参与了问卷调查?

(2) 算出表中 a、b 的值.

(注: 计算中涉及到的“人数”均精确到 1)



24. (10分) (2014•无锡) 三个小球分别标有 -2, 0, 1 三个数, 这三个球除了标的数不同外, 其余均相同, 将小球放入一个不透明的布袋中搅匀.

(1) 从布袋中任意摸出一个小球, 将小球上所标之数记下, 然后将小球放回袋中, 搅匀后再任意摸出一个小球, 再记下小球上所标之数, 求两次记下之数的和大于 0 的概率. (请用“画树状图”或“列表”等方法给出分析过程, 并求出结果)

(2) 从布袋中任意摸出一个小球, 将小球上所标之数记下, 然后将小球放回袋中, 搅匀后再任意摸出一个小球, 将小球上所标之数再记下, ..., 这样一共摸了 13 次. 若记下的 13 个数之和等于 -4, 平方和等于 14. 求: 这 13 次摸球中, 摸到球上所标之数是 0 的次数.

25. (8分) (2014•无锡) (1) 如图 1,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ ,  $AB=2BC$ , 现以 C 为圆心、CB 长为半径画弧交边 AC 于 D, 再以 A 为圆心、AD 为半径画弧交边 AB 于 E. 求证:  $\frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ . (这个比值  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  叫做 AE 与 AB 的黄金比.)

(2) 如果一等腰三角形的底边与腰的比等于黄金比, 那么这个等腰三角形就叫做黄金三角形. 请你以图 2 中的线段 AB 为腰, 用直尺和圆规, 作一个黄金三角形 ABC.

(注: 直尺没有刻度! 作图不要求写作法, 但要求保留作图痕迹, 并对作图中涉及到的点用字母进行标注)

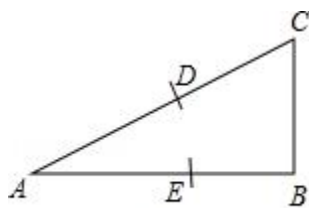


图1

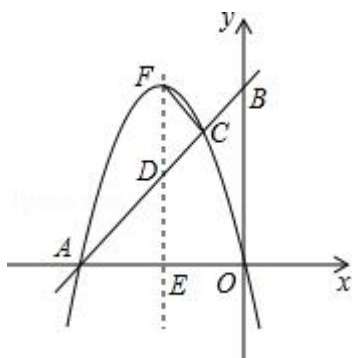


图2

26. (10分) (2014•无锡) 如图, 二次函数  $y=ax^2+bx$  ( $a<0$ ) 的图象过坐标原点 O, 与 x 轴的负半轴交于点 A, 过 A 点的直线与 y 轴交于 B, 与二次函数的图象交于另一点 C, 且 C 点的横坐标为 -1,  $AC:BC=3:1$ .

(1) 求点 A 的坐标;

(2) 设二次函数图象的顶点为 F, 其对称轴与直线 AB 及 x 轴分别交于点 D 和点 E, 若  $\triangle FCD$  与  $\triangle AED$  相似, 求此二次函数的关系式.



27. (10 分) (2014·无锡) 某发电厂共有 6 台发电机发电, 每台发电量为 300 万千瓦/月. 该厂计划从今年 7 月开始到年底, 对 6 台发电机各进行一次改造升级. 每月改造升级 1 台, 这台发电机当月停机, 并于次月再投入发电, 每台发电机改造升级后, 每月的发电量将比原来提高 20%. 已知每台发电机改造升级的费用为 20 万元. 将今年 7 月份作为第 1 个月开始往后算, 该厂第  $x$  ( $x$  是正整数) 个月的发电量设为  $y$  (万千瓦).

(1) 求该厂第 2 个月的发电量及今年下半年的总发电量;

(2) 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式;

(3) 如果每发 1 千瓦电可以盈利 0.04 元, 那么从第 1 个月开始, 至少要到第几个月, 这期间该厂的发电盈利扣除发电机改造升级费用后的盈利总额  $\omega_1$  (万元), 将超过同样时间内发电机不作改造升级时的发电盈利总额  $\omega_2$  (万元)?

28. (10 分) (2014·无锡) 如图 1, 已知点 A (2, 0), B (0, 4),  $\angle AOB$  的平分线交 AB 于 C, 一动点 P 从 O 点出发, 以每秒 2 个单位长度的速度, 沿 y 轴向点 B 作匀速运动, 过点 P 且平行于 AB 的直线交 x 轴于 Q, 作 P、Q 关于直线 OC 的对称点 M、N. 设 P 运动的时间为  $t$  ( $0 < t < 2$ ) 秒.

(1) 求 C 点的坐标, 并直接写出点 M、N 的坐标 (用含  $t$  的代数式表示);

(2) 设  $\triangle MNC$  与  $\triangle OAB$  重叠部分的面积为  $S$ .

①试求  $S$  关于  $t$  的函数关系式;

②在图 2 的直角坐标系中, 画出  $S$  关于  $t$  的函数图象, 并回答:  $S$  是否有最大值? 若有, 写出  $S$  的最大值; 若没有, 请说明理由.

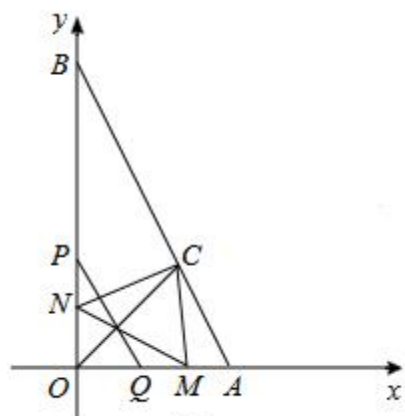


图1

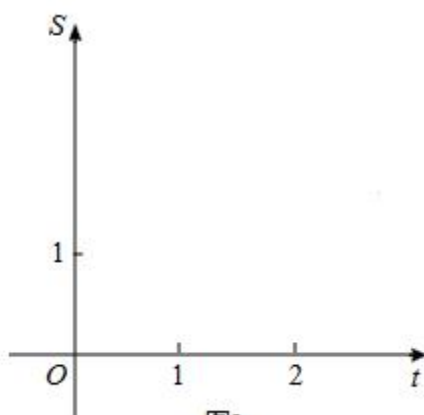


图2

# 2014 年江苏省无锡市中考数学试卷

## 参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1. (3 分) (2014•无锡)  $-3$  的相反数是 ( )

- A 3                                      B  $-3$                                       C  $\pm 3$                                       D  $\frac{1}{3}$

考点：相反数.

分析：根据相反数的概念解答即可.

解答：解： $-3$  的相反数是  $-(-3)=3$ .

故选：A.

点评：本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号；一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0.

2. (3 分) (2014•无锡) 函数  $y=\sqrt{2-x}$  中自变量  $x$  的取值范围是 ( )

- A  $x > 2$                                       B  $x \geq 2$                                       C  $x \leq 2$                                       D  $x \neq 2$

考点：二次根式有意义的条件.

分析：二次根式的被开方数大于等于零.

解答：解：依题意，得

$$2-x \geq 0,$$

解得  $x \leq 2$ .

故选：C.

点评：考查了二次根式的意义和性质. 概念：式子  $\sqrt{a}$  ( $a \geq 0$ ) 叫二次根式. 性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

3. (3 分) (2014•无锡) 分式  $\frac{2}{2-x}$  可变形为 ( )

- A  $\frac{2}{2+x}$                                       B  $-\frac{2}{2+x}$                                       C  $\frac{2}{x-2}$                                       D  $-\frac{2}{x-2}$

考点：分式的基本性质.

分析：根据分式的性质，分子分母都乘以  $-1$ ，分式的值不变，可得答案.

解答：解：分式  $\frac{2}{2-x}$  的分子分母都乘以  $-1$ ，

$$\text{得 } -\frac{2}{x-2},$$

故选：D.

点评：本题考查了分式的性质，分式的分子分母都乘以或除以同一个不为 0 的整式，分式的值不变.

4. (3 分) (2014•无锡) 已知 A 样本的数据如下: 72, 73, 76, 76, 77, 78, 78, 78, B 样本的数据恰好是 A 样本数据每个都加 2, 则 A, B 两个样本的下列统计量对应相同的是 ( )

- A 平均数                      B 标准差                      C 中位数                      D 众数

**考点:** 统计量的选择.

**分析:** 根据样本 A, B 中数据之间的关系, 结合众数, 平均数, 中位数和标准差的定义即可得到结论.

**解答:** 解: 设样本 A 中的数据为  $x_i$ , 则样本 B 中的数据为  $y_i = x_i + 2$ ,  
则样本数据 B 中的众数和平均数以及中位数和 A 中的众数, 平均数, 中位数相差 2,  
只有标准差没有发生变化,  
故选: B

**点评:** 本题考查众数、平均数、中位数、标准差的定义, 属于基础题.

5. (3 分) (2014•无锡) 某文具店一支铅笔的售价为 1.2 元, 一支圆珠笔的售价为 2 元. 该店在“6•1 儿童节”举行文具优惠售卖活动, 铅笔按原价打 8 折出售, 圆珠笔按原价打 9 折出售, 结果两种笔共卖出 60 支, 卖得金额 87 元. 若设铅笔卖出  $x$  支, 则依题意可列得的一元一次方程为 ( )

- A  $1.2 \times 0.8x + 2 \times 0.9(60 + x) = 87$                       B  $1.2 \times 0.8x + 2 \times 0.9(60 - x) = 87$   
C  $2 \times 0.9x + 1.2 \times 0.8(60 + x) = 87$                       D  $2 \times 0.9x + 1.2 \times 0.8(60 - x) = 87$

**考点:** 由实际问题抽象出一元一次方程.

**分析:** 设铅笔卖出  $x$  支, 根据“铅笔按原价打 8 折出售, 圆珠笔按原价打 9 折出售, 结果两种笔共卖出 60 支, 卖得金额 87 元”, 得出等量关系:  $x$  支铅笔的售价 +  $(60 - x)$  支圆珠笔的售价 = 87, 据此列出方程即可.

**解答:** 解: 设铅笔卖出  $x$  支, 由题意, 得  
 $1.2 \times 0.8x + 2 \times 0.9(60 - x) = 87$ .  
故选: B.

**点评:** 考查了由实际问题抽象出一元一次方程, 根据根据描述语找到等量关系是解题的关键.

6. (3 分) (2014•无锡) 已知圆锥的底面半径为 4cm, 母线长为 5cm, 则这个圆锥的侧面积是 ( )

- A  $20\pi \text{cm}^2$                       B  $20\text{cm}^2$                       C  $40\pi \text{cm}^2$                       D  $40\text{cm}^2$

**考点:** 圆锥的计算.

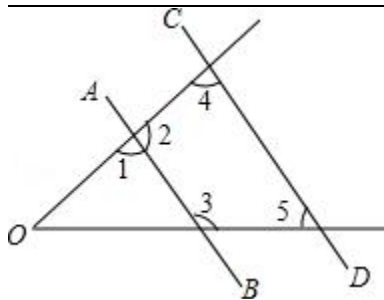
**专题:** 计算题.

**分析:** 圆锥的侧面积 = 底面周长  $\times$  母线长  $\div 2$ , 把相应数值代入即可求解.

**解答:** 解: 圆锥的侧面积 =  $2\pi \times 4 \times 5 \div 2 = 20\pi$ .  
故选: A.

**点评:** 本题考查了圆锥的计算, 解题的关键是弄清圆锥的侧面积的计算方法, 特别是圆锥的底面周长等于圆锥的侧面扇形的弧长.

7. (3 分) (2014•无锡) 如图,  $AB \parallel CD$ , 则根据图中标注的角, 下列关系中成立的是 ( )

A  $\angle 1 = \angle 3$ B  $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ C  $\angle 2 + \angle 4 < 180^\circ$ D  $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 

**考点：** 平行线的性质.

**专题：** 几何图形问题.

**分析：** 根据平行线的性质对各选项分析判断利用排除法求解.

**解答：** 解：A、 $\because$  OC 与 OD 不平行，

$\therefore \angle 1 = \angle 3$  不成立，故本选项错误；

B、 $\because$  OC 与 OD 不平行，

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$  不成立，故本选项错误；

C、 $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ ，故本选项错误；

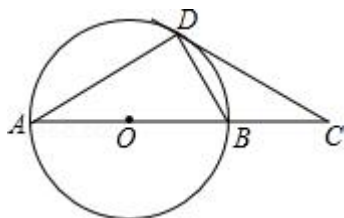
D、 $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ ，故本选项正确.

故选：D.

**点评：** 本题考查了平行线的性质，是基础题，熟记性质是解题的关键.

8. (3 分) (2014•无锡) 如图，AB 是  $\odot O$  的直径，CD 是  $\odot O$  的切线，切点为 D，CD 与 AB 的延长线交于点 C， $\angle A = 30^\circ$ ，给出下面 3 个结论：①  $AD = CD$ ；②  $BD = BC$ ；③  $AB = 2BC$ ，其中正确结论的个数是 ( )



A 3

B 2

C 1

D 0

**考点：** 切线的性质.

**专题：** 几何图形问题.

**分析：** 连接 OD，CD 是  $\odot O$  的切线，可得  $CD \perp OD$ ，由  $\angle A = 30^\circ$ ，可以得出  $\angle ABD = 60^\circ$ ， $\triangle ODB$  是等边三角形， $\angle C = \angle BDC = 30^\circ$ ，再结合在直角三角形中  $30^\circ$  所对的直角边等于斜边的一半，继而得到结论①②③成立.

**解答：** 解：如图，连接 OD，

$\because$  CD 是  $\odot O$  的切线，

$\therefore CD \perp OD$ ，

$\therefore \angle ODC = 90^\circ$ ，

又  $\because \angle A = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ODB$  是等边三角形，

$\therefore \angle DOB = \angle ABD = 60^\circ$ ， $AB = 2OB = 2OD = 2BD$ .

$\therefore \angle C = \angle BDC = 30^\circ$ ，

$\therefore BD=BC$ , ②成立;

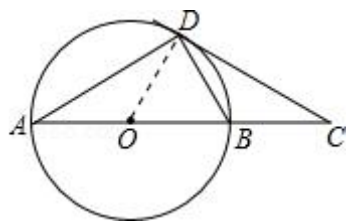
$\therefore AB=2BC$ , ③成立;

$\therefore \angle A = \angle C$ ,

$\therefore DA=DC$ , ①成立;

综上所述, ①②③均成立,

故答案选: A.



**点评:** 本题考查了圆的有关性质的综合应用, 在本题中借用切线的性质, 求得相应角的度数是解题的关键.

9. (3分) (2014•无锡) 在直角坐标系中, 一直线  $a$  向下平移 3 个单位后所得直线  $b$  经过点  $A(0, 3)$ , 将直线  $b$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  后所得直线经过点  $B(-\sqrt{3}, 0)$ , 则直线  $a$  的函数关系式为 ( )

A  $y = -\sqrt{3}x$

B  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$

C  $y = -\sqrt{3}x+6$

D  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x+6$

**考点:** 一次函数图象与几何变换.

**专题:** 几何变换.

**分析:** 先用待定系数法求出直线  $AB$  的解析式为  $y=\sqrt{3}x+3$ , 再由题意, 知直线  $b$  经过  $A(0, 3)$ ,  $(\sqrt{3}, 0)$ , 求出直线  $b$  的解析式为  $y=-\sqrt{3}x+3$ , 然后将直线  $b$  向上平移 3 个单位后得直线  $a$ , 根据上加下减的平移规律即可求出直线  $a$  的解析式.

**解答:** 解: 设直线  $AB$  的解析式为  $y=kx+b$ ,

$\because A(0, 3), B(-\sqrt{3}, 0),$

$$\therefore \begin{cases} b=3 \\ -\sqrt{3}k+b=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=\sqrt{3} \\ b=3 \end{cases},$$

$\therefore$  直线  $AB$  的解析式为  $y=\sqrt{3}x+3$ .

由题意, 知直线  $y=\sqrt{3}x+3$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  后得到直线  $b$ , 则直线  $b$  经过  $A(0, 3)$ ,  $(\sqrt{3}, 0)$ , 易求直线  $b$  的解析式为  $y=-\sqrt{3}x+3$ ,

将直线  $b$  向上平移 3 个单位后得直线  $a$ , 所以直线  $a$  的解析式为  $y=-\sqrt{3}x+3+3$ , 即  $y=-\sqrt{3}x+6$ .

故选: C.

**点评:** 本题考查了一次函数图象与几何变换, 解决本题的关键是得到把直线  $y=\sqrt{3}x+3$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  后得到直线  $b$  的解析式.

10. (3分) (2014•无锡) 已知  $\triangle ABC$  的三条边长分别为 3, 4, 6, 在  $\triangle ABC$  所在平面内画一条直线, 将  $\triangle ABC$  分割成两个三角形, 使其中的一个为等腰三角形, 则这样的直线最多可画 ( )

A 6 条

B 7 条

C 8 条

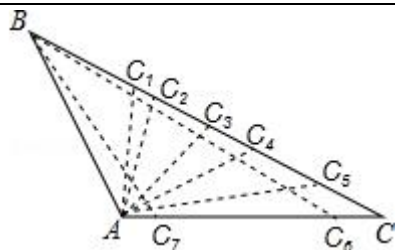
D 9 条

**考点:** 作图—应用与设计作图; 等腰三角形的判定.

**分析:** 利用等腰三角形的性质分别利用  $AB$ ,  $AC$  为底以及为腰得出符合题意的图形即可.

**解答:** 解: 如图所示: 当  $BC_1=AC_1$ ,  $AC=CC_2$ ,  $AB=BC_3$ ,  $AC_4=CC_4$ ,  $AB=AC_5$ ,  $AB=AC_6$ ,  $BC_7=CC_7$  时, 都能得到符合题意的等腰三角形.

故选: B.



**点评：** 此题主要考查了等腰三角形的判定以及应用设计与作图等知识，正确利用图形分类讨论得出是解题关键.

**二、填空题** (本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。不需要写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡相应的位置)

11. (2 分) (2014•无锡) 分解因式:  $x^3 - 4x = \underline{x(x+2)(x-2)}$ .

**考点：** 提公因式法与公式法的综合运用.

**专题：** 因式分解.

**分析：** 应先提取公因式  $x$ ，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

**解答：** 解:  $x^3 - 4x$ ,  
 $=x(x^2 - 4)$ ,  
 $=x(x+2)(x-2)$ .

故答案为:  $x(x+2)(x-2)$ .

**点评：** 本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用平方差公式进行二次因式分解，分解因式一定要彻底，直到不能再分解为止.

12. (2 分) (2014•无锡) 据国网江苏电力公司分析，我省预计今夏统调最高用电负荷将达到 86000000 千瓦，这个数据用科学记数法可表示为  $\underline{8.6 \times 10^7}$  千瓦.

**考点：** 科学记数法—表示较大的数.

**分析：** 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数.

**解答：** 解: 将 86000000 用科学记数法表示为:  $8.6 \times 10^7$ .  
 故答案为:  $8.6 \times 10^7$ .

**点评：** 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值.

13. (2 分) (2014•无锡) 方程  $\frac{2}{x+2} = \frac{1}{x}$  的解是  $\underline{x=2}$ .

**考点：** 解分式方程.

**专题：** 计算题.

**分析：** 观察可得最简公分母是  $x(x+2)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

**解答：** 解: 方程的两边同乘  $x(x+2)$ ，得  
 $2x = x+2$ ,  
 解得  $x=2$ .

检验: 把  $x=2$  代入  $x(x+2) = 8 \neq 0$ .

$\therefore$  原方程的解为:  $x=2$ .

故答案为:  $x=2$ .

**点评：** 本题考查了分式方程的解法，注:

(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

14. (2分) (2014•无锡) 已知双曲线  $y = \frac{k-1}{x}$  经过点  $(-2, 1)$ , 则  $k$  的值等于 -1.

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征.

专题: 待定系数法.

分析: 直接把点  $(-2, 1)$  代入双曲线  $y = \frac{k-1}{x}$ , 求出  $k$  的值即可.

解答: 解:  $\because$  双曲线  $y = \frac{k-1}{x}$  经过点  $(-2, 1)$ ,

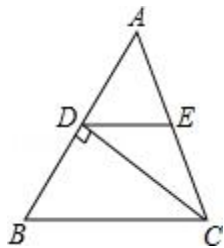
$$\therefore 1 = \frac{k-1}{-2},$$

解得  $k = -1$ .

故答案为:  $-1$ .

点评: 本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 即反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式.

15. (2分) (2014•无锡) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $CD \perp AB$  于  $D$ ,  $E$  是  $AC$  的中点. 若  $AD=6$ ,  $DE=5$ , 则  $CD$  的长等于 8.



考点: 勾股定理; 直角三角形斜边上的中线.

专题: 计算题.

分析: 由“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”求得  $AC=2DE=10$ ; 然后在直角  $\triangle ACD$  中, 利用勾股定理来求线段  $CD$  的长度即可.

解答: 解: 如图,  $\because \triangle ABC$  中,  $CD \perp AB$  于  $D$ ,  $E$  是  $AC$  的中点,  $DE=5$ ,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AC = 5,$$

$$\therefore AC = 10.$$

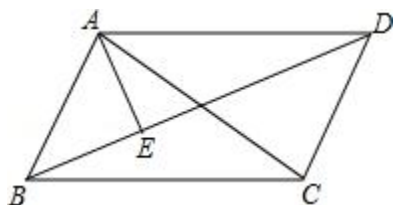
在直角  $\triangle ACD$  中,  $\angle ADC = 90^\circ$ ,  $AD=6$ ,  $AC=10$ , 则根据勾股定理, 得

$$CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

故答案是: 8.

点评: 本题考查了勾股定理, 直角三角形斜边上的中线. 利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半求得  $AC$  的长度是解题的难点.

16. (2分) (2014•无锡) 如图,  $\square ABCD$  中,  $AE \perp BD$  于  $E$ ,  $\angle EAC = 30^\circ$ ,  $AE=3$ , 则  $AC$  的长等于  $4\sqrt{3}$ .



考点: 平行四边形的性质; 解直角三角形.

**专题：**几何图形问题.

**分析：**设对角线 AC 和 BD 相交于点 O，在直角△AOE 中，利用三角函数求得 OA 的长，然后根据平行四边形的对角线互相平分即可求得.

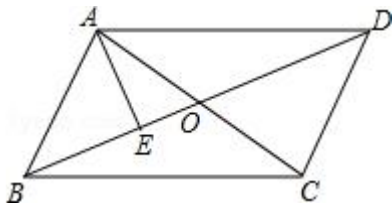
**解答：**解：∵在直角△AOE 中， $\cos \angle EAC = \frac{AE}{OA}$ ,

$$\therefore OA = \frac{AE}{\cos \angle EAC} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3},$$

又∵四边形 ABCD 是平行四边形，

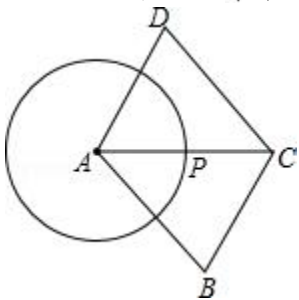
$$\therefore AC = 2OA = 4\sqrt{3}.$$

故答案是： $4\sqrt{3}$ .



**点评：**本题考查了三角函数的应用，以及平行四边形的性质：平行四边形的对角线互相平分，正确求得 OA 的长是关键.

17. (2 分) (2014•无锡) 如图，已知点 P 是半径为 1 的⊙A 上一点，延长 AP 到 C，使 PC=AP，以 AC 为对角线作□ABCD. 若  $AB = \sqrt{3}$ ，则□ABCD 面积的最大值为  $2\sqrt{3}$ .



**考点：**平行四边形的性质；勾股定理；切线的性质.

**专题：**几何图形问题.

**分析：**由已知条件可知  $AC=2$ ， $AB=\sqrt{3}$ ，应该是当 AB、AC 是直角边时三角形的面积最大，根据  $AB \perp AC$  即可求得.

**解答：**解：由已知条件可知，当  $AB \perp AC$  时□ABCD 的面积最大，

$$\because AB = \sqrt{3}, AC = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \sqrt{3},$$

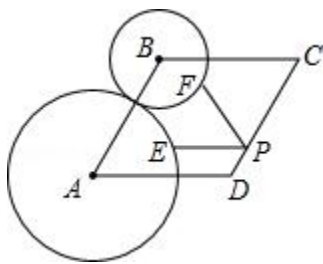
$$\therefore S_{\square ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 面积的最大值为 } 2\sqrt{3}.$$

故答案为： $2\sqrt{3}$ .

**点评：**本题考查了平行四边形面积最值的问题的解决方法，找出什么情况下三角形的面积最大是解决本题的关键.

18. (2 分) (2014•无锡) 如图，菱形 ABCD 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB = 3$ ，⊙A、⊙B 的半径分别为 2 和 1，P、E、F 分别是边 CD、⊙A 和⊙B 上的动点，则 PE+PF 的最小值是 3.



**考点：**轴对称-最短路线问题；菱形的性质；相切两圆的性质.

**专题：**几何图形问题.

**分析：**利用菱形的性质以及相切两圆的性质得出 P 与 D 重合时 PE+PF 的最小值，进而求出即可.

**解答：**解：由题意可得出：当 P 与 D 重合时，E 点在 AD 上，F 在 BD 上，此时 PE+PF 最小，

连接 BD，

$\because$  菱形 ABCD 中， $\angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore AB = AD$ ，则  $\triangle ABD$  是等边三角形，

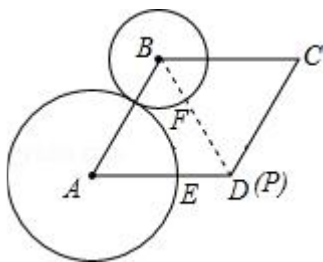
$\therefore BD = AB = AD = 3$ ，

$\because \odot A$ 、 $\odot B$  的半径分别为 2 和 1，

$\therefore PE = 1$ ， $DF = 2$ ，

$\therefore PE + PF$  的最小值是 3.

故答案为：3.



**点评：**此题主要考查了菱形的性质以及相切两圆的性质等知识，根据题意得出 P 点位置是解题关键.

**三、解答题** (本大题共 10 小题，共 84 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (8 分) (2014•无锡) (1)  $(\sqrt{3})^2 - |-2| + (-2)^0$ ;

(2)  $(x+1)(x-1) - (x-2)^2$ .

**考点：**实数的运算；整式的混合运算；零指数幂.

**专题：**计算题.

**分析：** (1) 原式第一项利用平方根定义化简，第二项利用绝对值的代数意义化简，最后一项利用零指数幂法则计算即可得到结果；

(2) 原式第一项利用平方差公式化简，第二项利用完全平方公式展开，去括号合并即可得到结果.

**解答：**解：(1) 原式  $= 3 - 2 + 1 = 2$ ;

(2) 原式  $= x^2 - 1 - x^2 + 4x - 4 = 4x - 5$ .

**点评：**此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (8 分) (2014•无锡) (1) 解方程： $x^2 - 5x - 6 = 0$ ;

(2) 解不等式组：
$$\begin{cases} 2(x-1) \geq x+1 \\ x-2 > \frac{1}{3}(2x-1) \end{cases}$$

**考点：**解一元二次方程-因式分解法；解一元一次不等式组.

**专题：**计算题.

**分析：** (1) 方程左边分解因式后，利用两数相乘积为 0，两因式中至少有一个为 0 转化为两个一元一次方程来求解；

(2) 分别求出不等式组中两不等式的解集，找出解集的公共部分即可.

**解答：** 解：(1) 方程变形得： $(x-6)(x+1)=0$ ,

解得： $x_1=6$ ,  $x_2=-1$ ;

$$(2) \begin{cases} 2(x-1) \geq x+1 & \text{①} \\ x-2 > \frac{1}{3}(2x-1) & \text{②} \end{cases}$$

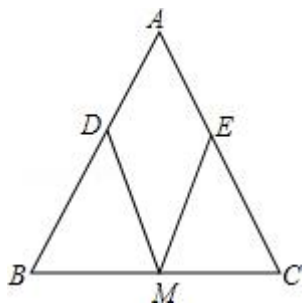
由①得： $x \geq 3$ ;

由②得： $x > 5$ ,

则不等式组的解集为： $x > 5$ .

**点评：** 此题考查了解一元二次方程-因式分解法，以及一元一次不等式组，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. (6 分) (2014•无锡) 如图，已知： $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $M$  是  $BC$  的中点， $D$ 、 $E$  分别是  $AB$ 、 $AC$  边上的点，且  $BD=CE$ . 求证： $MD=ME$ .



**考点：**全等三角形的判定与性质；等腰三角形的性质.

**专题：**证明题.

**分析：** 根据等腰三角形的性质可证  $\angle DBM = \angle ECM$ ，可证  $\triangle BDM \cong \triangle CEM$ ，可得  $MD=ME$ ，即可解题.

**解答：** 证明： $\triangle ABC$  中，

$\because AB=AC$ ,

$\therefore \angle DBM = \angle ECM$ ,

$\because M$  是  $BC$  的中点，

$\therefore BM=CM$ ,

在  $\triangle BDM$  和  $\triangle CEM$  中，

$$\begin{cases} BD=CE \\ \angle DBM = \angle ECM, \\ BM=CM \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDM \cong \triangle CEM$  (SAS),

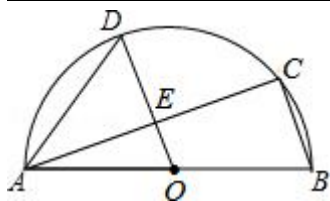
$\therefore MD=ME$ .

**点评：** 本题考查了全等三角形的判定，考查了全等三角形对应边相等的性质.

22. (8 分) (2014•无锡) 如图， $AB$  是半圆  $O$  的直径， $C$ 、 $D$  是半圆  $O$  上的两点，且  $OD \parallel BC$ ， $OD$  与  $AC$  交于点  $E$ .

(1) 若  $\angle B=70^\circ$ ，求  $\angle CAD$  的度数；

(2) 若  $AB=4$ ， $AC=3$ ，求  $DE$  的长.



**考点：**圆周角定理；平行线的性质；三角形中位线定理.

**专题：**几何图形问题.

**分析：** (1) 根据圆周角定理可得  $\angle ACB=90^\circ$ ，则  $\angle CAB$  的度数即可求得，在等腰  $\triangle AOD$  中，根据等边对等角求得  $\angle DAO$  的度数，则  $\angle CAD$  即可求得；

(2) 易证  $OE$  是  $\triangle ABC$  的中位线，利用中位线定理求得  $OE$  的长，则  $DE$  即可求得.

**解答：** 解：(1)  $\because AB$  是半圆  $O$  的直径，

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\text{又} \because OD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEO=90^\circ, \text{即 } OE \perp AC, \angle CAB=90^\circ - \angle B=90^\circ - 70^\circ=20^\circ, \angle AOD=\angle B=70^\circ.$$

$$\because OA=OD,$$

$$\therefore \angle DAO=\angle ADO=\frac{180^\circ - \angle AOD}{2}=\frac{180^\circ - 70^\circ}{2}=55^\circ$$

$$\therefore \angle CAD=\angle DAO - \angle CAB=55^\circ - 20^\circ=35^\circ;$$

$$(2) \text{ 在直角} \triangle ABC \text{ 中, } BC=\sqrt{AB^2 - AC^2}=\sqrt{4^2 - 3^2}=\sqrt{7}.$$

$$\because OE \perp AC,$$

$$\therefore AE=EC,$$

$$\text{又} \because OA=OB,$$

$$\therefore OE=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{7}}{2}.$$

$$\text{又} \because OD=\frac{1}{2}AB=2,$$

$$\therefore DE=OD - OE=2 - \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

**点评：** 本题考查了圆周角定理以及三角形的中位线定理，正确证明  $OE$  是  $\triangle ABC$  的中位线是关键.

23. (6分) (2014•无锡) 为了解“数学思想作文对学习数学帮助有多大?”一研究员随机抽取了一定数量的高校大一学生进行了问卷调查，并将调查得到的数据用下面的扇形图和下表来表示 (图、表都没制作完成).

| 选项 | 帮助很大 | 帮助较大 | 帮助不大 | 几乎没有帮助 |
|----|------|------|------|--------|
| 人数 | a    | 543  | 269  | b      |

根据图、表提供的信息.

(1) 请问：这次共有多少名学生参与了问卷调查?

(2) 算出表中 a、b 的值.

(注：计算中涉及到的“人数”均精确到 1)



**考点：** 扇形统计图；统计表.

**专题：** 图表型.

**分析：** (1) 用“帮助较大”的人数除以所占的百分比计算即可得解；

(2) 用参与问卷调查的学生人数乘以“帮助很大”所占的百分比计算即可求出 a，然后根据总人数列式计算即可求出 b.

**解答：** 解：(1) 参与问卷调查的学生人数 =  $543 \div 43.65\% \approx 1244$ ;

(2)  $a = 1244 \times 25.40\% = 316$ ,

$b = 1244 - 316 - 543 - 269 = 1244 - 1128 = 116$ .

**点评：** 本题考查的是扇形统计图的综合运用. 读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

24. (10 分) (2014·无锡) 三个小球分别标有 -2, 0, 1 三个数，这三个球除了标的数不同外，其余均相同，将小球放入一个不透明的布袋中搅匀.

(1) 从布袋中任意摸出一个小球，将小球上所标之数记下，然后将小球放回袋中，搅匀后再任意摸出一个小球，再记下小球上所标之数，求两次记下之数的和大于 0 的概率. (请用“画树状图”或“列表”等方法给出分析过程，并求出结果)

(2) 从布袋中任意摸出一个小球，将小球上所标之数记下，然后将小球放回袋中，搅匀后再任意摸出一个小球，将小球上所标之数再记下，...，这样一共摸了 13 次. 若记下的 13 个数之和等于 -4，平方和等于 14. 求：这 13 次摸球中，摸到球上所标之数是 0 的次数.

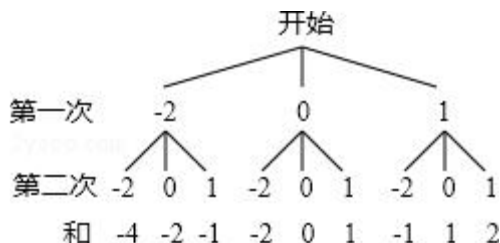
**考点：** 列表法与树状图法.

**专题：** 分类讨论.

**分析：** (1) 根据题意画出树状图，然后根据概率公式列式计算即可得解；

(2) 设摸出 -2、0、1 的次数分别为 x、y、z，根据摸出的次数、13 个是的和、平方和列出三元一次方程组，然后求解即可.

**解答：** 解：(1) 根据题意画出树状图如下：



所有等可能的情况数有 9 种，其中两次记下之数的和大于 0 的情况有 3 种，

$$\text{则 } P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

(2) 设摸出 -2、0、1 的次数分别为 x、y、z，

由题意得, 
$$\begin{cases} x+y+z=13 \text{①} \\ -2x+z=-4 \text{②} \\ (-2)^2 x+z=14 \text{③} \end{cases},$$

③ - ②得,  $6x=18$ ,

解得  $x=3$ ,

把  $x=3$  代入②得,  $-2 \times 3 + z = -4$ ,

解得  $z=2$ ,

把  $x=3$ ,  $z=2$  代入①得,  $y=8$ ,

所以, 方程组的解是 
$$\begin{cases} x=3 \\ y=8 \\ z=2 \end{cases}$$

故摸到球上所标之数是 0 的次数为 8.

**点评:** 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比, 难点在于 (2) 列出三元一次方程组.

25. (8分) (2014•无锡) (1) 如图 1,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ ,  $AB=2BC$ , 现以  $C$  为圆心、 $CB$  长为半径画弧交边  $AC$  于  $D$ , 再以  $A$  为圆心、 $AD$  为半径画弧交边  $AB$  于  $E$ . 求证:  $\frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ . (这个比值  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  叫做  $AE$  与  $AB$  的黄金比.)

(2) 如果一等腰三角形的底边与腰的比等于黄金比, 那么这个等腰三角形就叫做黄金三角形. 请你以图 2 中的线段  $AB$  为腰, 用直尺和圆规, 作一个黄金三角形  $ABC$ .

(注: 直尺没有刻度! 作图不要求写作法, 但要求保留作图痕迹, 并对作图中涉及到的点用字母进行标注)

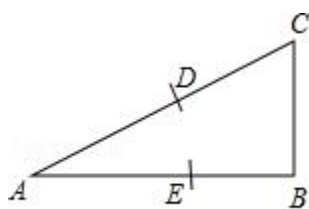


图1



图2

**考点:** 作图—应用与设计作图; 黄金分割.

**专题:** 作图题.

**分析:** (1) 利用位置数表示出  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  的长, 进而得出  $AE$  的长, 进而得出答案;  
(2) 根据底与腰之比均为黄金比的等腰三角形, 画图即可.

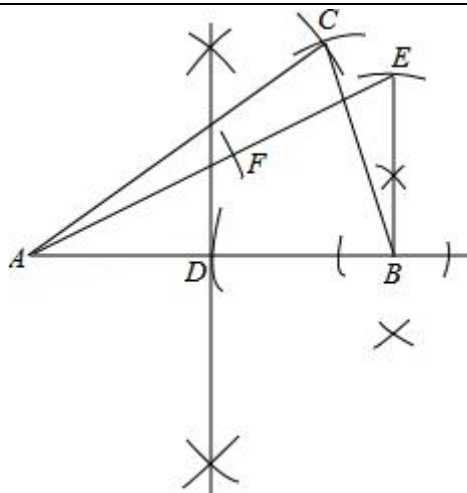
**解答:** (1) 证明:  $\because \text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ ,  $AB=2BC$ ,

$\therefore$  设  $AB=2x$ ,  $BC=x$ , 则  $AC=\sqrt{5}x$ ,

$\therefore AD=AE=(\sqrt{5}-1)x$ ,

$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{(\sqrt{5}-1)x}{2x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ .

(2) 解: 底与腰之比均为黄金比的等腰三角形, 如图:

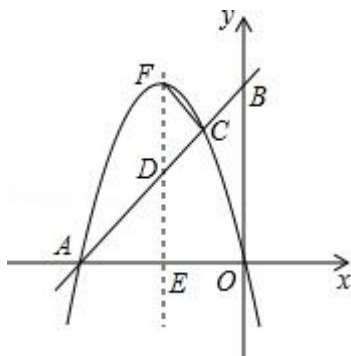


**点评：** 此题主要考查了黄金三角形的作法以及黄金三角形的性质，根据已知得出底边作法是解题关键.

26. (10分) (2014·无锡) 如图，二次函数  $y=ax^2+bx$  ( $a<0$ ) 的图象过坐标原点  $O$ ，与  $x$  轴的负半轴交于点  $A$ ，过  $A$  点的直线与  $y$  轴交于  $B$ ，与二次函数的图象交于另一点  $C$ ，且  $C$  点的横坐标为  $-1$ ， $AC:BC=3:1$ .

(1) 求点  $A$  的坐标；

(2) 设二次函数图象的顶点为  $F$ ，其对称轴与直线  $AB$  及  $x$  轴分别交于点  $D$  和点  $E$ ，若  $\triangle FCD$  与  $\triangle AED$  相似，求此二次函数的关系式.



**考点：** 二次函数综合题.

**专题：** 几何综合题.

**分析：**

(1) 过点  $C$  作  $CM \parallel OA$  交  $y$  轴于  $M$ ，则  $\triangle BCM \sim \triangle BAO$ ，根据相似三角形对应边成比例得出  $\frac{CM}{OA} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{4}$ ，

即  $OA=4CM=4$ ，由此得出点  $A$  的坐标为  $(-4, 0)$ ；

(2) 先将  $A(-4, 0)$  代入  $y=ax^2+bx$ ，化简得出  $b=4a$ ，即  $y=ax^2+4ax$ ，则顶点  $F(-2, -4a)$ ，设直线  $AB$  的解析式为  $y=kx+n$ ，将  $A(-4, 0)$  代入，化简得  $n=4k$ ，即直线  $AB$  的解析式为  $y=kx+4k$ ，则  $B(0, 4k)$ ， $D(-2, 2k)$ ， $C(-1, 3k)$ 。由  $C(-1, 3k)$  在抛物线  $y=ax^2+4ax$  上，得出  $3k=a-4a$ ，化简得到  $k=-a$ 。再由  $\triangle FCD$  与直角  $\triangle AED$  相似，则  $\triangle FCD$  是直角三角形，又  $\angle FDC = \angle ADE < 90^\circ$ ， $\angle CFD < 90^\circ$ ，得出  $\angle FCD = 90^\circ$ ， $\triangle FCD \sim \triangle AED$ 。再根据两点之间的距离公式得出  $FC^2 = CD^2 = 1+a^2$ ，得出  $\triangle FCD$  是等腰直角三角形，则  $\triangle AED$  也是等腰直角三角形，所以  $\angle DAE = 45^\circ$ ，由三角形内角和定理求出  $\angle OBA = 45^\circ$ ，那么  $OB=OA=4$ ，即  $4k=4$ ，求出  $k=1$ ， $a=-1$ ，进而得到此二次函数的关系式为  $y=-x^2-4x$ 。

**解答：** 解：(1) 如图，过点  $C$  作  $CM \parallel OA$  交  $y$  轴于  $M$ 。

$\because AC:BC=3:1$ ,

$$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{1}{4}.$$

$\because CM \parallel OA$ ,

$\therefore \triangle BCM \sim \triangle BAO$ ,

$$\therefore \frac{CM}{OA} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{4} = \frac{BM}{OB},$$

$$\therefore OA = 4CM = 4,$$

$\therefore$  点 A 的坐标为  $(-4, 0)$ ;

(2)  $\because$  二次函数  $y = ax^2 + bx$  ( $a < 0$ ) 的图象过 A 点  $(-4, 0)$ ,

$$\therefore 16a - 4b = 0,$$

$$\therefore b = 4a,$$

$$\therefore y = ax^2 + 4ax, \text{ 对称轴为直线 } x = -2,$$

$$\therefore F \text{ 点坐标为 } (-2, -4a).$$

设直线 AB 的解析式为  $y = kx + n$ , 将 A  $(-4, 0)$  代入,

$$\text{得 } -4k + n = 0,$$

$$\therefore n = 4k,$$

$$\therefore \text{直线 AB 的解析式为 } y = kx + 4k,$$

$$\therefore B \text{ 点坐标为 } (0, 4k), D \text{ 点坐标为 } (-2, 2k), C \text{ 点坐标为 } (-1, 3k).$$

$$\because C(-1, 3k) \text{ 在抛物线 } y = ax^2 + 4ax \text{ 上},$$

$$\therefore 3k = a - 4a,$$

$$\therefore k = -a.$$

$$\because \triangle AED \text{ 中}, \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{若 } \triangle FCD \text{ 与 } \triangle AED \text{ 相似, 则 } \triangle FCD \text{ 是直角三角形},$$

$$\because \angle FDC = \angle ADE < 90^\circ, \angle CFD < 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle FCD \sim \triangle AED.$$

$$\because F(-2, -4a), C(-1, 3k), D(-2, 2k), k = -a,$$

$$\therefore FC^2 = (-1+2)^2 + (3k+4a)^2 = 1+a^2, CD^2 = (-2+1)^2 + (2k-3k)^2 = 1+a^2,$$

$$\therefore FC = CD,$$

$$\therefore \triangle FCD \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore \triangle AED \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore \angle DAE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle OBA = 45^\circ,$$

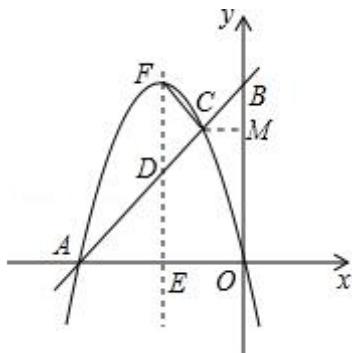
$$\therefore OB = OA = 4,$$

$$\therefore 4k = 4,$$

$$\therefore k = 1,$$

$$\therefore a = -1,$$

$$\therefore \text{此二次函数的关系式为 } y = -x^2 - 4x.$$



**点评:** 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及到相似三角形、等腰直角三角形的判定与性质, 运用待定系数法求二次函数、一次函数的解析式, 两点之间的距离公式、抛物线对称轴的求法, 函数图象上点的坐标特征. 综合性较强, 有一定难度. (2) 中得出  $\triangle FCD$  是等腰直角三角形是解题的关键.

27. (10 分) (2014•无锡) 某发电厂共有 6 台发电机发电, 每台发电量为 300 万千瓦/月. 该厂计划从今年 7 月开始到年底, 对 6 台发电机各进行一次改造升级. 每月改造升级 1 台, 这台发电机当月停机, 并于次月再投入发电, 每台发电机改造升级后, 每月的发电量将比原来提高 20%. 已知每台发电机改造升级的费用为 20 万元. 将今年 7 月份作为第 1 个月开始往后算, 该厂第  $x$  ( $x$  是正整数) 个月的发电量设为  $y$  (万千瓦).

(1) 求该厂第 2 个月的发电量及今年下半年的总发电量;

(2) 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式;

(3) 如果每发 1 千瓦电可以盈利 0.04 元, 那么从第 1 个月开始, 至少要到第几个月, 这期间该厂的发电盈利扣除发电机改造升级费用后的盈利总额  $\omega_1$  (万元), 将超过同样时间内发电机不作改造升级时的发电盈利总额  $\omega_2$  (万元)?

**考点:** 一次函数的应用.

**专题:** 应用题.

**分析:** (1) 由题意可以知道第 1 个月的发电量是  $300 \times 5$  万千瓦, 第 2 个月的发电量为  $[300 \times 4 + 300(1+20\%)]$  万千瓦, 第 3 个月的发电量为  $[300 \times 3 + 300 \times 2 \times (1+20\%)]$  万千瓦, 第 4 个月的发电量为  $[300 \times 2 + 300 \times 3 \times (1+20\%)]$  万千瓦, 第 5 个月的发电量为  $[300 \times 1 + 300 \times 4 \times (1+20\%)]$  万千瓦, 第 6 个月的发电量为  $[300 \times 5 \times (1+20\%)]$  万千瓦, 将 6 个月的总电量加起来就可以求出总电量.

(2) 由总发电量=各台机器的发电量之和根据 (1) 的结论设  $y$  与  $x$  之间的关系式为  $y=kx+b$  建立方程组求出其解即可;

(3) 由总利润=发电盈利-发电机改造升级费用, 分别表示出  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ , 再根据条件建立不等式求出其解即可.

**解答:** 解: (1) 由题意, 得

第 2 个月的发电量为:  $300 \times 4 + 300(1+20\%) = 1560$  (万千瓦),

今年下半年的总发电量为:  $300 \times 5 + 1560 + 300 \times 3 + 300 \times 2 \times (1+20\%) + 300 \times 2 + 300 \times 3 \times (1+20\%) + 300 \times 1 + 300 \times 4 \times (1+20\%) + 300 \times 5 \times (1+20\%)$ ,

$= 1500 + 1560 + 1620 + 1680 + 1740 + 1800$ ,

$= 9900$  (万千瓦).

答: 该厂第 2 个月的发电量为 1560 万千瓦; 今年下半年的总发电量为 9900 万千瓦;

(2) 设  $y$  与  $x$  之间的关系式为  $y=kx+b$ , 由题意, 得

$$\begin{cases} 1500 = k + b \\ 1560 = 2k + b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 60 \\ b = 1440 \end{cases},$$

$$\therefore y = 60x + 1440 \quad (1 \leq x \leq 6).$$

(3) 设到第  $n$  个月时  $\omega_1 > \omega_2$ ,

当  $n=6$  时,  $\omega_1 = 9900 \times 0.04 - 20 \times 6 = 276$ ,  $\omega_2 = 300 \times 6 \times 6 \times 0.04 = 432$ ,  $\omega_1 < \omega_2$  不符合.

$\therefore n > 6$ .

$$\therefore \omega_1 = [9900 + 360 \times 6(n-6)] \times 0.04 - 20 \times 6 = 86.4n - 242.4,$$

$$\omega_2 = 300 \times 6n \times 0.04 = 72n.$$

当  $\omega_1 > \omega_2$  时,  $86.4n - 242.4 > 72n$ , 解得  $n > 16.8$ ,  $\therefore n = 17$ .

答: 至少要到第 17 个月  $\omega_1$  超过  $\omega_2$ .

**点评:** 本题考查了一次函数的运用, 列一元一次不等式解实际问题的运用, 总利润=发电盈利-发电机改造升级费用, 解答时求出一函数解析式是解答本题的关键.

28. (10 分) (2014•无锡) 如图 1, 已知点 A (2, 0), B (0, 4),  $\angle AOB$  的平分线交 AB 于 C, 一动点 P 从 O 点出发, 以每秒 2 个单位长度的速度, 沿 y 轴向点 B 作匀速运动, 过点 P 且平行于 AB 的直线交 x 轴于 Q, 作 P、Q 关于直线 OC 的对称点 M、N. 设 P 运动的时间为  $t$  ( $0 < t < 2$ ) 秒.

(1) 求 C 点的坐标, 并直接写出点 M、N 的坐标 (用含  $t$  的代数式表示);

(2) 设  $\triangle MNC$  与  $\triangle OAB$  重叠部分的面积为  $S$ .

①试求  $S$  关于  $t$  的函数关系式;

②在图 2 的直角坐标系中, 画出  $S$  关于  $t$  的函数图象, 并回答:  $S$  是否有最大值? 若有, 写出  $S$  的最大值; 若没有, 请说明理由.

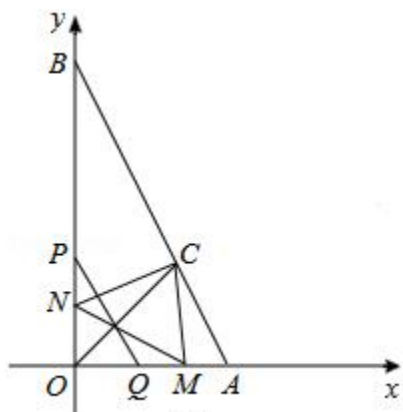


图1

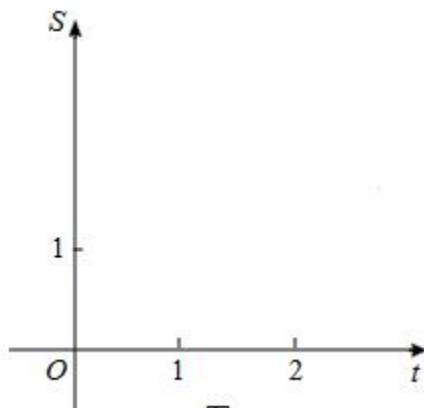


图2

考点: 相似形综合题.

专题: 代数几何综合题; 压轴题.

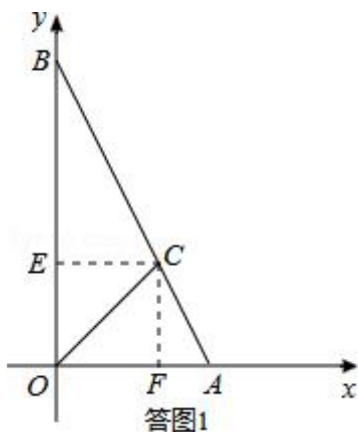
分析: (1) 如答图 1, 作辅助线, 由比例式求出点  $D$  的坐标;

(2) ①所求函数关系式为分段函数, 需要分类讨论.

答图 2-1, 答图 2-2 表示出运动过程中重叠部分 (阴影) 的变化, 分别求解;

②画出函数图象, 由两段抛物线构成. 观察图象, 可知当  $t=1$  时,  $S$  有最大值.

解答: 解: (1) 如答图 1, 过点  $C$  作  $CF \perp x$  轴于点  $F$ ,  $CE \perp y$  轴于点  $E$ , 由题意, 易知四边形  $OECF$  为正方形, 设正方形边长为  $x$ .



答图1

$\because CE \parallel x$  轴,

$$\therefore \frac{BE}{OB} = \frac{CE}{OA}, \text{ 即 } \frac{4-x}{4} = \frac{x}{2}, \text{ 解得 } x = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore C \text{ 点坐标为 } \left( \frac{4}{3}, \frac{4}{3} \right);$$

$\because PQ \parallel AB$ ,

$$\therefore \frac{OP}{OB} = \frac{OQ}{OA}, \text{ 即 } \frac{OP}{4} = \frac{OQ}{2},$$

$$\therefore OP = 2OQ.$$

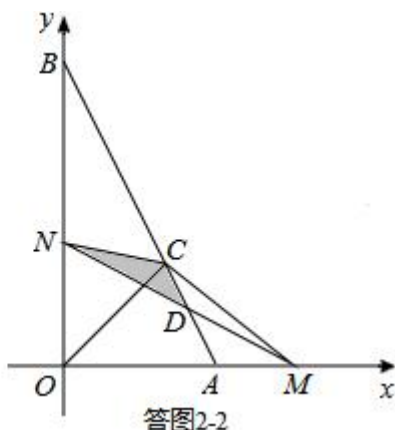
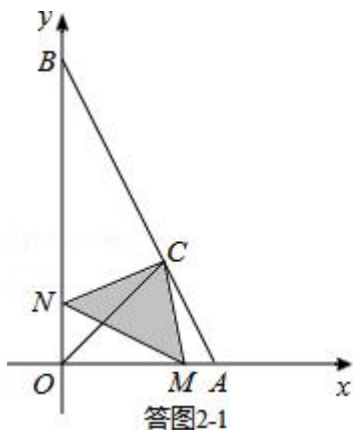
$$\therefore P(0, 2t),$$

$$\therefore Q(t, 0).$$

$\because$  对称轴  $OC$  为第一象限的角平分线,

$$\therefore \text{对称点坐标为: } M(2t, 0), N(0, t).$$

(2) ①当  $0 < t \leq 1$  时, 如答图 2-1 所示, 点 M 在线段 OA 上, 重叠部分面积为  $S_{\triangle CMN}$ .



$$S_{\triangle CMN} = S_{\text{四边形CMON}} - S_{\triangle OMN}$$

$$= (S_{\triangle COM} + S_{\triangle CON}) - S_{\triangle OMN}$$

$$= \left( \frac{1}{2} \cdot 2t \times \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \cdot t \times \frac{4}{3} \right) - \frac{1}{2} \cdot 2t \cdot t$$

$$= -t^2 + 2t;$$

当  $1 < t < 2$  时, 如答图 2-2 所示, 点 M 在 OA 的延长线上, 设 MN 与 AB 交于点 D, 则重叠部分面积为  $S_{\triangle CDN}$ .

设直线 MN 的解析式为  $y = kx + b$ , 将  $M(2t, 0)$ 、 $N(0, t)$  代入得  $\begin{cases} 2tk + b = 0 \\ b = t \end{cases}$ ,

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = t \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + t;$$

同理求得直线 AB 的解析式为:  $y = -2x + 4$ .

联立  $y = -\frac{1}{2}x + t$  与  $y = -2x + 4$ , 求得点 D 的横坐标为  $\frac{8-2t}{3}$ .

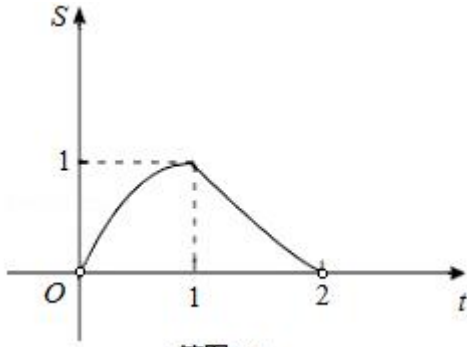
$$S_{\triangle CDN} = S_{\triangle BDN} - S_{\triangle BCN}$$

$$= \frac{1}{2} (4-t) \cdot \frac{8-2t}{3} - \frac{1}{2} (4-t) \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{1}{3}t^2 - 2t + \frac{8}{3}.$$

$$\text{综上所述, } S = \begin{cases} -t^2 + 2t & (0 < t \leq 1) \\ \frac{1}{3}t^2 - 2t + \frac{8}{3} & (1 < t < 2) \end{cases}.$$

②画出函数图象, 如答图 2-3 所示:



答图2-3

观察图象，可知当  $t=1$  时， $S$  有最大值，最大值为 1.

**点评:** 本题是运动型综合题，涉及二次函数与一次函数、待定系数法、相似、图形面积计算、动点问题函数图象等知识点. 难点在于第 (2) 问，正确地进行分类讨论，是解决本题的关键.