

2014 年江苏省扬州市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2014•扬州) 下列各数中，比 -2 小的数是 ()

- A. -3 B. -1 C. 0 D. 1

2. (3 分) (2014•扬州) 若 $\square \times 3xy = 3x^2y$ ，则 $\square$ 内应填的单项式是 ()

- A. xy B. $3xy$ C. x D. $3x$

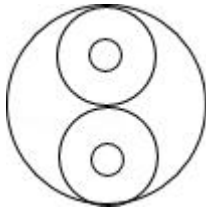
3. (3 分) (2014•扬州) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $P(-2, 3)$ ，则该函数的图象不经过的点是 ()

- A. $(3, -2)$ B. $(1, -6)$ C. $(-1, 6)$ D. $(-1, -6)$

4. (3 分) (2014•扬州) 若一组数据 $-1, 0, 2, 4, x$ 的极差为 7，则 x 的值是 ()

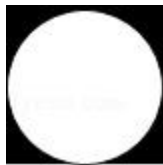
- A. -3 B. 6 C. 7 D. 6 或 -3

5. (3 分) (2014•扬州) 如图，圆与圆的位置关系没有 ()



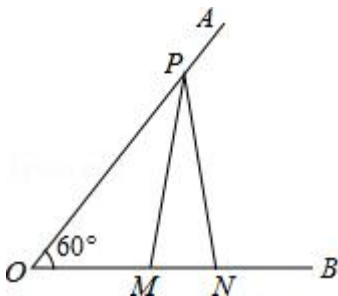
- A. 相交 B. 相切 C. 内含 D. 外离

6. (3 分) (2014•扬州) 如图，已知正方形的边长为 1，若圆与正方形的四条边都相切，则阴影部分的面积与下列各数最接近的是 ()



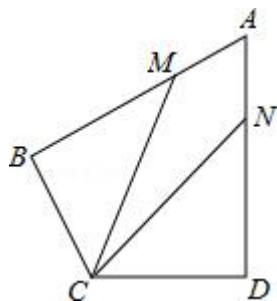
- A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4

7. (3 分) (2014•扬州) 如图，已知 $\angle AOB = 60^\circ$ ，点 P 在边 OA 上， $OP = 12$ ，点 M, N 在边 OB 上， $PM = PN$ ，若 $MN = 2$ ，则 $OM =$ ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. (3分) (2014•扬州) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD=6$, $AB \perp BC$, $AD \perp CD$, $\angle BAD=60^\circ$, 点 M 、 N 分别在 AB 、 AD 边上, 若 $AM: MB=AN: ND=1: 2$, 则 $\tan \angle MCN= (\quad)$



- A. $\frac{3\sqrt{3}}{13}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{11}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ D. $\sqrt{5}-2$

二、填空题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

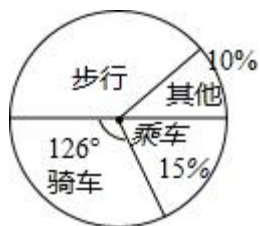
9. (3分) (2014•扬州) 据统计, 参加今年扬州市初中毕业、升学统一考试的学生约 36800 人, 这个数据用科学记数法表示为_____.

10. (3分) (2014•扬州) 若等腰三角形的两条边长分别为 7cm 和 14cm, 则它的周长为_____cm.

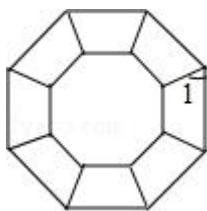
11. (3分) (2014•扬州) 如图, 这是一个长方体的主视图和俯视图, 由图示数据 (单元: cm) 可以得出该长方体的体积是_____cm³.



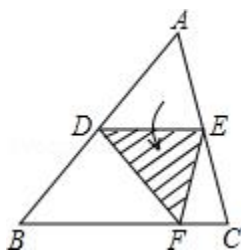
12. (3分) (2014•扬州) 如图, 某校根据学生上学方式的一次抽样调查结果, 绘制出一个未完成的扇形统计图, 若该校共有学生 700 人, 则据此估计步行的有_____人.



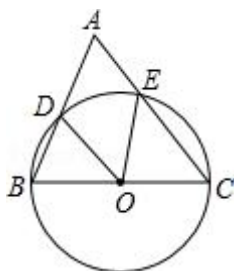
13. (3分) (2014•扬州) 如图, 若该图案是由 8 个全等的等腰梯形拼成的, 则图中的 $\angle 1=$ _____.



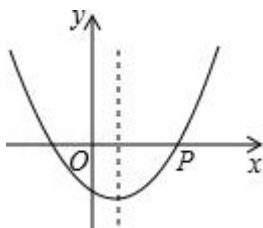
14. (3分) (2014•扬州) 如图, $\triangle ABC$ 的中位线 $DE=5\text{cm}$, 把 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠, 使点 A 落在边 BC 上的点 F 处, 若 A 、 F 两点间的距离是 8cm , 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____ cm^2 .



15. (3分) (2014•扬州) 如图, 以 $\triangle ABC$ 的边 BC 为直径的 $\odot O$ 分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E , 连结 OD 、 OE , 若 $\angle A=65^\circ$, 则 $\angle DOE=$ _____.



16. (3分) (2014•扬州) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 的对称轴是过点 $(1, 0)$ 且平行于 y 轴的直线, 若点 $P(4, 0)$ 在该抛物线上, 则 $4a-2b+c$ 的值为_____.



17. (3分) (2014•扬州) 已知 a, b 是方程 $x^2-x-3=0$ 的两个根, 则代数式 $2a^3+b^2+3a^2-11a-b+5$ 的值为_____.

18. (3分) (2014•扬州) 设 $a_1, a_2, \dots, a_{2014}$ 是从 $1, 0, -1$ 这三个数中取值的一列数, 若 $a_1+a_2+\dots+a_{2014}=69$, $(a_1+1)^2+(a_2+1)^2+\dots+(a_{2014}+1)^2=4001$, 则 $a_1, a_2, \dots, a_{2014}$ 中为 0 的个数是_____.

三、解答题 (共 10 小题, 满分 96 分)

19. (8 分) (2014•扬州) (1) 计算: $(3.14 - \pi)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - 2\sin 30^\circ$;

(2) 化简: $\frac{2x}{x+1} - \frac{2x+6}{x^2-1} \div \frac{x+3}{x^2-2x+1}$.

20. (8 分) (2014•扬州) 已知关于 x 的方程 $(k-1)x^2 - (k-1)x + \frac{1}{4} = 0$ 有两个相等的实数根, 求 k 的值.

21. (8 分) (2014•扬州) 八 (2) 班组织了一次经典朗读比赛, 甲、乙两队各 10 人的比赛成绩如下表 (10 分制):

甲	7	8	9	7	10	10	9	10	10	10
乙	10	8	7	9	8	10	10	9	10	9

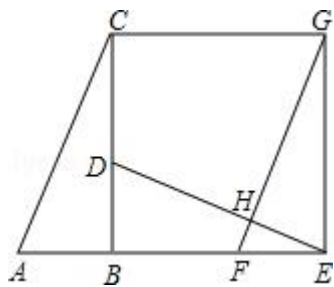
- (1) 甲队成绩的中位数是_____分, 乙队成绩的众数是_____分;
- (2) 计算乙队的平均成绩和方差;
- (3) 已知甲队成绩的方差是 1.4 分², 则成绩较为整齐的是_____队.

22. (8 分) (2014•扬州) 商店只有雪碧、可乐、果汁、奶汁四种饮料, 每种饮料数量充足, 某同学去该店购买饮料, 每种饮料被选中的可能性相同.

- (1) 若他去买一瓶饮料, 则他买到奶汁的概率是_____;
- (2) 若他两次去买饮料, 每次买一瓶, 且两次所买饮料品种不同, 请用树状图或列表法求出他恰好买到雪碧和奶汁的概率.

23. (10 分) (2014•扬州) 如图, 已知 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 先把 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 至 $\triangle DBE$ 后, 再把 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 平移至 $\triangle FEG$, DF 、 FG 相交于点 H .

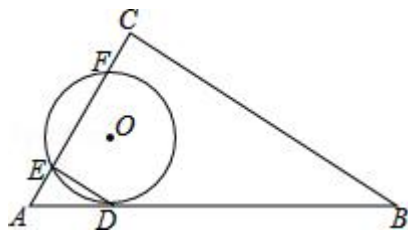
- (1) 判断线段 DE、FG 的位置关系，并说明理由；
 (2) 连结 CG，求证：四边形 CBEG 是正方形.



24. (10 分) (2014•扬州) 某漆器厂接到制作 480 件漆器的订单，为了尽快完成任务，该厂实际每天制作的件数比原来每天多 50%，结果提前 10 天完成任务．原来每天制作多少件？

25. (10 分) (2014•扬州) 如图， $\odot O$ 与 $Rt\triangle ABC$ 的斜边 AB 相切于点 D，与直角边 AC 相交于 E、F 两点，连结 DE，已知 $\angle B=30^\circ$ ， $\odot O$ 的半径为 12，弧 DE 的长度为 4π .

- (1) 求证：DE // BC；
 (2) 若 AF=CE，求线段 BC 的长度.



26. (10 分) (2014•扬州) 对 x, y 定义一种新运算 T ，规定： $T(x, y) = \frac{ax+by}{2x+y}$ (其中 a, b 均为非零常数)，这里等式右边是通常的四则运算，例如： $T(0, 1) = \frac{a \times 0 + b \times 1}{2 \times 0 + 1} = b$.

- (1) 已知 $T(1, -1) = -2$ ， $T(4, 2) = 1$.

①求 a, b 的值;

②若关于 m 的不等式组 $\begin{cases} T(2m, 5-4m) \leq 4 \\ T(m, 3-2m) > p \end{cases}$ 恰好有 3 个整数解, 求实数 p 的取值范围;

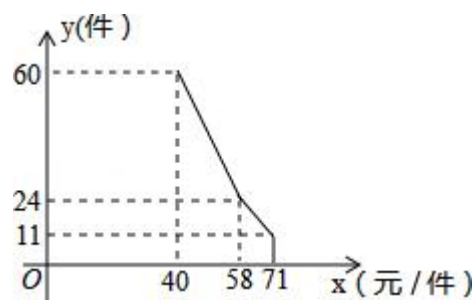
(2) 若 $T(x, y) = T(y, x)$ 对任意实数 x, y 都成立 (这里 $T(x, y)$ 和 $T(y, x)$ 均有意义), 则 a, b 应满足怎样的关系式?

27. (12 分) (2014·扬州) 某店因为经营不善欠下 38400 元的无息贷款的债务, 想转行经营服装专卖店又缺少资金. “中国梦想秀”栏目组决定借给该店 30000 元资金, 并约定利用经营的利润偿还债务 (所有债务均不计利息). 已知该店代理的品牌服装的进价为每件 40 元, 该品牌服装日销售量 y (件) 与销售价 x (元/件) 之间的关系可用图中的一条折线 (实线) 来表示. 该店应支付员工的工资为每人每天 82 元, 每天还应支付其它费用为 106 元 (不包含债务).

(1) 求日销售量 y (件) 与销售价 x (元/件) 之间的函数关系式;

(2) 若该店暂不考虑偿还债务, 当某天的销售价为 48 元/件时, 当天正好收支平衡 (收入=支出), 求该店员工的人数;

(3) 若该店只有 2 名员工, 则该店最早需要多少天能还清所有债务, 此时每件服装的价格应定为多少元?



28. (12 分) (2014·扬州) 已知矩形 $ABCD$ 的一条边 $AD=8$, 将矩形 $ABCD$ 折叠, 使得顶点 B 落在 CD 边上的 P 点处.

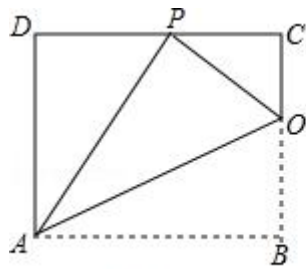


图1

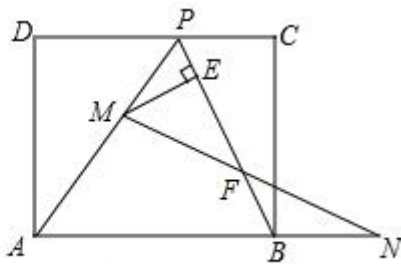


图2

(1) 如图 1，已知折痕与边 BC 交于点 O，连结 AP、OP、OA.

①求证: $\triangle OCP \sim \triangle PDA$;

②若 $\triangle OCP$ 与 $\triangle PDA$ 的面积比为 1: 4，求边 AB 的长;

(2) 若图 1 中的点 P 恰好是 CD 边的中点，求 $\angle OAB$ 的度数;

(3) 如图 2，在 (1) 的条件下，擦去折痕 AO、线段 OP，连结 BP. 动点 M 在线段

AP 上 (点 M 与点 P、A 不重合)，动点 N 在线段 AB 的延长线上，且 $BN=PM$ ，连结 MN 交 PB 于点 F，作 $ME \perp BP$ 于点 E. 试问当点 M、N 在移动过程中，线段 EF 的长度是否发生变化? 若变化，说明理由; 若不变，求出线段 EF 的长度.

2014 年江苏省扬州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2014•扬州) 下列各数中，比 -2 小的数是 ()

- A. -3 B. -1 C. 0 D. 1

考点: 有理数大小比较.

分析: 根据题意，结合实数大小的比较，从符号和绝对值两个方面分析可得答案.

解答: 解：比 -2 小的数是应该是负数，且绝对值大于 2 的数；

分析选项可得，只有 A 符合.

故选 A.

点评: 本题考查实数大小的比较，是基础性的题目.

2. (3 分) (2014•扬州) 若 $\square \times 3xy = 3x^2y$ ，则 $\square$ 内应填的单项式是 ()

- A. xy B. $3xy$ C. x D. $3x$

考点: 单项式乘单项式

专题: 计算题.

分析: 根据题意列出算式，计算即可得到结果.

解答: 解：根据题意得： $3x^2y \div 3xy = x$ ，

故选 C

点评: 此题考查了单项式乘单项式，熟练掌握运算是解本题的关键.

3. (3 分) (2014•扬州) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 P ($-2, 3$)，则该函数的

图象 不经过 的点是 ()

- A. ($3, -2$) B. ($1, -6$) C. ($-1, 6$) D. ($-1, -6$)

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征

分析: 先把 P ($-2, 3$) 代入反比例函数的解析式求出 $k = -6$ ，再把所给点的横纵坐标相乘，结果不是 -6 的，该函数的图象就不经过此点.

解答: 解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 P ($-2, 3$)，

$\therefore k = -2 \times 3 = -6$ ，

$\therefore$ 只需把各点横纵坐标相乘，不是 -6 的，该函数的图象就不经过此点，四个选项中只有 D 不符合.

故选 D.

点评: 本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征，所有在反比例函数上的点的横纵坐标的积应等于比例系数.

4. (3 分) (2014•扬州) 若一组数据 $-1, 0, 2, 4, x$ 的极差为 7 ，则 x 的值是 ()

A. -3

B. 6

C. 7

D. 6 或 -3

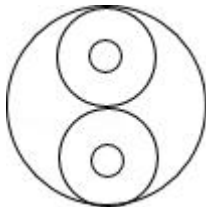
考点: 极差

分析: 根据极差的定义分两种情况进行讨论, 当 x 是最大值时, $x - (-1) = 7$, 当 x 是最小值时, $4 - x = 7$, 再进行计算即可.

解答: 解: $\because$ 数据 $-1, 0, 2, 4, x$ 的极差为 7,
 $\therefore$ 当 x 是最大值时, $x - (-1) = 7$,
解得 $x = 6$,
当 x 是最小值时, $4 - x = 7$,
解得 $x = -3$,
故选 D.

点评: 此题考查了极差, 求极差的方法是用最大值减去最小值, 本题注意分两种情况讨论.

5. (3 分) (2014•扬州) 如图, 圆与圆的位置关系没有 ()



A. 相交

B. 相切

C. 内含

D. 外离

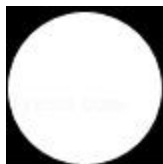
考点: 圆与圆的位置关系

分析: 由其中两圆有的位置关系是: 内切, 外切, 内含、外离. 即可求得答案.

解答: 解: $\because$ 如图, 其中两圆有的位置关系是: 内切, 外切, 内含、外离.
 $\therefore$ 其中两圆没有的位置关系是: 相交.
故选 A.

点评: 此题考查了圆与圆的位置关系. 注意掌握数形结合思想的应用.

6. (3 分) (2014•扬州) 如图, 已知正方形的边长为 1, 若圆与正方形的四条边都相切, 则阴影部分的面积与下列各数最接近的是 ()



A. 0.1

B. 0.2

C. 0.3

D. 0.4

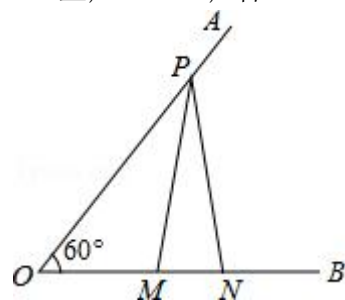
考点: 估算无理数的大小

分析: 先估算出圆的面积, 再根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}} - S_{\text{圆}}$ 解答.

解答: 解: $\because$ 正方形的边长为 1, 圆与正方形的四条边都相切,
 $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}} - S_{\text{圆}} = 1 - 0.25\pi \approx -0.215$.
故选 B.

点评: 本题考查的是估算无理数的大小, 熟知 $\pi \approx 3.14$ 是解答此题的关键.

7. (3分) (2014•扬州) 如图, 已知 $\angle AOB=60^\circ$, 点P在边OA上, $OP=12$, 点M, N在边OB上, $PM=PN$, 若 $MN=2$, 则 $OM=$ ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

考点: 含 30° 度角的直角三角形; 等腰三角形的性质

专题: 计算题.

分析: 过P作 $PD \perp OB$, 交OB于点D, 在直角三角形POD中, 利用锐角三角函数定义求出OD的长, 再由 $PM=PN$, 利用三线合一得到D为MN中点, 根据MN求出MD的长, 由 $OD - MD$ 即可求出OM的长.

解答: 解: 过P作 $PD \perp OB$, 交OB于点D,

在 $Rt\triangle OPD$ 中, $\cos 60^\circ = \frac{OD}{OP} = \frac{1}{2}$, $OP=12$,

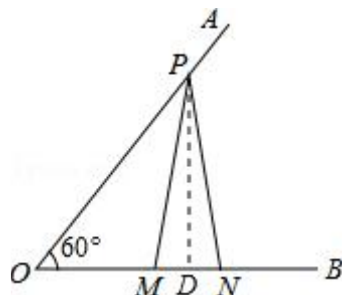
$\therefore OD=6$,

$\because PM=PN$, $PD \perp MN$, $MN=2$,

$\therefore MD=ND=\frac{1}{2}MN=1$,

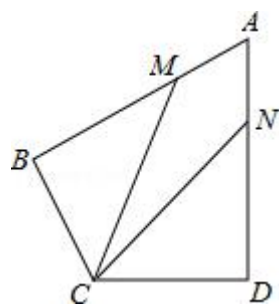
$\therefore OM=OD - MD=6 - 1=5$.

故选C.



点评: 此题考查了含 30° 度直角三角形的性质, 等腰三角形的性质, 熟练掌握直角三角形的性质是解本题的关键.

8. (3分) (2014•扬州) 如图, 在四边形ABCD中, $AB=AD=6$, $AB \perp BC$, $AD \perp CD$, $\angle BAD=60^\circ$, 点M、N分别在AB、AD边上, 若 $AM: MB=AN: ND=1: 2$, 则 $\tan \angle MCN=$ ()



A. $\frac{3\sqrt{3}}{13}$

B. $\frac{2\sqrt{5}}{11}$

C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

D. $\sqrt{5}-2$

考点: 全等三角形的判定与性质; 三角形的面积; 角平分线的性质; 含 30 度角的直角三角形; 勾股定理

专题: 计算题.

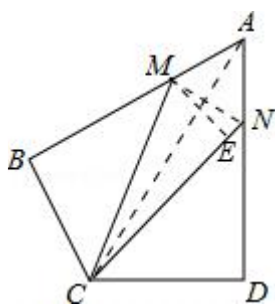
分析: 连接 AC, 通过三角形全等, 求得 $\angle BAC=30^\circ$, 从而求得 BC 的长, 然后根据勾股定理求得 CM 的长,

连接 MN, 过 M 点作 $ME \perp ON$ 于 E, 则 $\triangle MNA$ 是等边三角形求得 $MN=2$, 设 $NF=x$, 表示出 CF, 根据勾股定理即可求得 MF, 然后求得 $\tan \angle MCN$.

解答: 解: $\because AB=AD=6$, $AM:MB=AN:ND=1:2$,

$\therefore AM=AN=2$, $BM=DN=4$,

连接 MN, 连接 AC,



$\because AB \perp BC$, $AD \perp CD$, $\angle BAD=60^\circ$

在 $Rt\triangle ABC$ 与 $Rt\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} AB=AD \\ AC=AC \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle ADC$ (LH)

$\therefore \angle BAC = \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAD = 30^\circ$, $MC=NC$,

$$\therefore BC = \frac{1}{2} AC,$$

$\therefore AC^2 = BC^2 + AB^2$, 即 $(2BC)^2 = BC^2 + AB^2$,

$$3BC^2 = AB^2,$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{3},$$

在 $Rt\triangle BMC$ 中, $CM = \sqrt{BM^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7}$.

$\because AN=AM$, $\angle MAN=60^\circ$,

$\therefore \triangle MAN$ 是等边三角形,

$\therefore MN=AM=AN=2$,

过 M 点作 $ME \perp ON$ 于 E, 设 $NE=x$, 则 $CE=2\sqrt{7}-x$,

$\therefore MN^2 - NE^2 = MC^2 - EC^2$, 即 $4 - x^2 = (2\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{7}-x)^2$,

解得: $x = \frac{\sqrt{7}}{7}$,

$$\therefore EC = 2\sqrt{7} - \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{13\sqrt{7}}{7},$$

$$\therefore ME = \sqrt{MN^2 - NE^2} = \frac{3\sqrt{21}}{7},$$

$$\therefore \tan \angle MCN = \frac{ME}{EC} = \frac{3\sqrt{3}}{13}$$

故选 A.

点评: 此题考查了全等三角形的判定与性质, 勾股定理以及解直角三角函数, 熟练掌握全等三角形的判定与性质是解本题的关键.

二、填空题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

9. (3 分) (2014•扬州) 据统计, 参加今年扬州市初中毕业、升学统一考试的学生约 36800 人, 这个数据用科学记数法表示为 3.68×10^4 .

考点: 科学记数法—表示较大的数

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 36800 用科学记数法表示为: 3.68×10^4 .

故答案为: 3.68×10^4 .

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

10. (3 分) (2014•扬州) 若等腰三角形的两条边长分别为 7cm 和 14cm, 则它的周长为 35 cm.

考点: 等腰三角形的性质; 三角形三边关系.

分析: 题目给出等腰三角形有两条边长为 7cm 和 14cm, 而没有明确腰、底分别是多少, 所以要进行讨论, 还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

解答: 解: ①14cm 为腰, 7cm 为底, 此时周长为 $14+14+7=35$ cm;

②14cm 为底, 7cm 为腰, 则两边和等于第三边无法构成三角形, 故舍去.

故其周长是 35cm.

故答案为 35.

点评: 此题主要考查学生对等腰三角形的性质及三角形的三边关系的掌握情况. 已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况, 分类进行讨论, 还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答, 这点非常重要, 也是解题的关键.

11. (3 分) (2014•扬州) 如图, 这是一个长方体的主视图和俯视图, 由图示数据 (单元: cm) 可以得出该长方体的体积是 18 cm^3 .



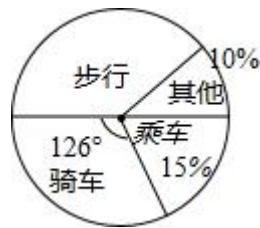
考点：由三视图判断几何体.

分析：首先确定该几何体为立方体，并说出其尺寸，直接计算其体积即可.

解答：解：观察其视图知：该几何体为立方体，且立方体的长为3，宽为2，高为3，
故其体积为： $3 \times 3 \times 2 = 18$ ，
故答案为：18.

点评：本题考查了由三视图判断几何体，牢记立方体的体积计算方法是解答本题的关键.

12. (3分) (2014•扬州) 如图，某校根据学生上学方式的一次抽样调查结果，绘制出一个未完成的扇形统计图，若该校共有学生700人，则据此估计步行的有 280 人.



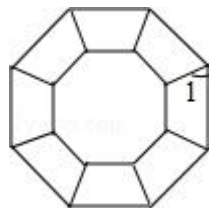
考点：用样本估计总体；扇形统计图.

分析：先求出步行的学生所占的百分比，再用学生总数乘以步行学生所占的百分比即可估计全校步行上学的学生人数.

解答：解： $\because$ 骑车的学生所占的百分比是 $\frac{126}{360} \times 100\% = 35\%$ ，
 $\therefore$ 步行的学生所占的百分比是 $1 - 10\% - 15\% - 35\% = 40\%$ ，
 $\therefore$ 若该校共有学生700人，则据此估计步行的有 $700 \times 40\% = 280$ (人).
故答案为：280.

点评：本题考查了扇形统计图及用样本估计总数的知识，解题的关键是从统计图中得出步行上学学生所占的百分比.

13. (3分) (2014•扬州) 如图，若该图案是由8个全等的等腰梯形拼成的，则图中的 $\angle 1 =$ 67.5° .



考点：等腰梯形的性质；多边形内角与外角

分析：首先求得正八边形的内角的度数，则 $\angle 1$ 的度数是正八边形的度数的一半.

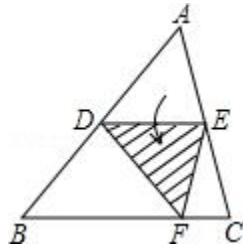
解答：解：正八边形的内角和是： $(8 - 2) \times 180^\circ = 1080^\circ$ ，
则正八边形的内角是： $1080 \div 8 = 135^\circ$ ，

则 $\angle 1 = \frac{1}{2} \times 135^\circ = 67.5^\circ$.

故答案是： 67.5° .

点评：本题考查了正多边形的内角和的计算，正确求得正八边形的内角的度数是关键.

14. (3分) (2014•扬州) 如图, $\triangle ABC$ 的中位线 $DE=5\text{cm}$, 把 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠, 使点 A 落在边 BC 上的点 F 处, 若 A 、 F 两点间的距离是 8cm , 则 $\triangle ABC$ 的面积为 40 cm^2 .



考点: 翻折变换 (折叠问题); 三角形中位线定理

分析: 根据对称轴垂直平分对应点连线, 可得 AF 即是 $\triangle ABC$ 的高, 再由中位线的性质求出 BC , 继而可得 $\triangle ABC$ 的面积.

解答: 解: $\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

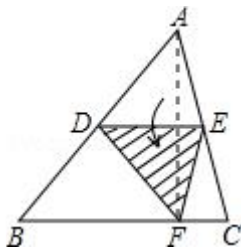
$$\therefore DE \parallel BC, BC=2DE=10\text{cm};$$

由折叠的性质可得: $AF \perp DE$,

$$\therefore AF \perp BC,$$

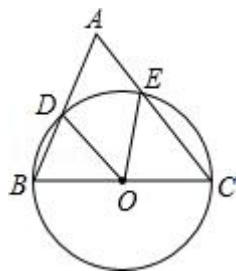
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \times AF = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40\text{cm}^2.$$

故答案为: 40.



点评: 本题考查了翻折变换的性质及三角形的中位线定理, 解答本题的关键是得出 AF 是 $\triangle ABC$ 的高.

15. (3分) (2014•扬州) 如图, 以 $\triangle ABC$ 的边 BC 为直径的 $\odot O$ 分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E , 连结 OD 、 OE , 若 $\angle A=65^\circ$, 则 $\angle DOE=$ 50° .



考点: 圆的认识; 三角形内角和定理; 等腰三角形的性质.

分析: 首先根据三角形内角和求得 $\angle B + \angle C$ 的度数, 然后求得其二倍, 然后利用三角形的内角和求得 $\angle BOD + \angle EOC$, 然后利用平角的性质求得即可.

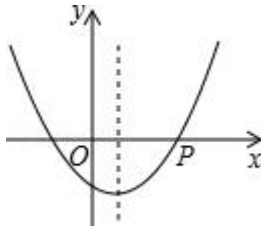
解答: 解: $\because \angle A=65^\circ$,

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ,$$

$\therefore \angle BDO = \angle DBO, \angle OEC = \angle OCE,$
 $\therefore \angle BDO + \angle DBO + \angle OEC + \angle OCE = 2 \times 115^\circ = 230^\circ,$
 $\therefore \angle BOD + \angle EOC = 2 \times 180^\circ - 230^\circ = 130^\circ,$
 $\therefore \angle DOE = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ,$
 故答案为: 50° .

点评: 本题考查了圆的认识及三角形的内角和定理等知识, 难度不大.

16. (3分) (2014•扬州) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的对称轴是过点 $(1, 0)$ 且平行于 y 轴的直线, 若点 $P(4, 0)$ 在该抛物线上, 则 $4a - 2b + c$ 的值为 0.



考点: 抛物线与 x 轴的交点

分析: 依据抛物线的对称性求得与 x 轴的另一个交点, 代入解析式即可.

解答: 解: 设抛物线与 x 轴的另一个交点是 Q ,

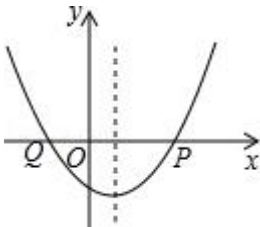
$\therefore$ 抛物线的对称轴是过点 $(1, 0)$, 与 x 轴的一个交点是 $P(4, 0)$,

$\therefore$ 与 x 轴的另一个交点 $Q(-2, 0)$,

把 $(-2, 0)$ 代入解析式得: $0 = 4a - 2b + c$,

$\therefore 4a - 2b + c = 0$,

故答案为: 0.



点评: 本题考查了抛物线的对称性, 知道与 x 轴的一个交点和对称轴, 能够表示出与 x 轴的另一个交点, 求得另一个交点坐标是本题的关键.

17. (3分) (2014•扬州) 已知 a, b 是方程 $x^2 - x - 3 = 0$ 的两个根, 则代数式 $2a^3 + b^2 + 3a^2 - 11a - b + 5$ 的值为 23.

考点: 因式分解的应用; 一元二次方程的解; 根与系数的关系

专题: 计算题.

分析: 根据一元二次方程解的定义得到 $a^2 - a - 3 = 0$, $b^2 - b - 3 = 0$, 即 $a^2 = a + 3$, $b^2 = b + 3$, 则 $2a^3 + b^2 + 3a^2 - 11a - b + 5 = 2a(a+3) + b + 3 + 3(a+3) - 11a - b + 5$, 整理得 $2a^2 - 2a + 17$, 然后再把 $a^2 = a + 3$ 代入后合并即可.

解答: 解: $\therefore a, b$ 是方程 $x^2 - x - 3 = 0$ 的两个根,

$\therefore a^2 - a - 3 = 0$, $b^2 - b - 3 = 0$, 即 $a^2 = a + 3$, $b^2 = b + 3$,

$\therefore 2a^3 + b^2 + 3a^2 - 11a - b + 5 = 2a(a+3) + b + 3 + 3(a+3) - 11a - b + 5$

$$\begin{aligned}
 &=2a^2-2a+17 \\
 &=2(a+3)-2a+17 \\
 &=2a+6-2a+17 \\
 &=23.
 \end{aligned}$$

故答案为 23.

点评: 本题考查了因式分解的运用: 利用因式分解解决求值问题; 利用因式分解解决证明问题; 利用因式分解简化计算问题. 也考查了一元二次方程解的定义.

18. (3 分) (2014•扬州) 设 $a_1, a_2, \dots, a_{2014}$ 是从 1, 0, -1 这三个数中取值的一列数, 若 $a_1+a_2+\dots+a_{2014}=69$, $(a_1+1)^2+(a_2+1)^2+\dots+(a_{2014}+1)^2=4001$, 则 $a_1, a_2, \dots, a_{2014}$ 中为 0 的个数是 165.

考点: 规律型: 数字的变化类.

分析: 首先根据 $(a_1+1)^2+(a_2+1)^2+\dots+(a_{2014}+1)^2$ 得到 $a_1^2+a_2^2+\dots+a_{2014}^2+2152$, 然后设

$$\text{有 } x \text{ 个 } 1, y \text{ 个 } -1, z \text{ 个 } 0, \text{ 得到方程组 } \begin{cases} x+y+z=2014 \\ 1 \cdot x + (-1) \cdot y + 0 \cdot z = 69 \\ 1^2x + (-1)^2y + 0^2z = 4001 \end{cases}, \text{ 解方程组}$$

即可确定正确的答案.

解答: 解: $(a_1+1)^2+(a_2+1)^2+\dots+(a_{2014}+1)^2=a_1^2+a_2^2+\dots+a_{2014}^2+2(a_1+a_2+\dots+a_{2014})+2014$
 $=a_1^2+a_2^2+\dots+a_{2014}^2+2 \times 69+2014$
 $=a_1^2+a_2^2+\dots+a_{2014}^2+2152,$
 设有 x 个 1, y 个 -1, z 个 0

$$\therefore \begin{cases} x+y+z=2014 \\ 1 \cdot x + (-1) \cdot y + 0 \cdot z = 69 \\ 1^2x + (-1)^2y + 0^2z = 4001 \end{cases},$$

化简得 $x-y=69$, $x+y=1849$

解得 $x=959$, $y=890$, $z=165$

$\therefore$ 有 959 个 1, 890 个 -1, 165 个 0,

故答案为: 165.

点评: 本题考查了数字的变化类问题, 解题的关键是对给出的式子进行正确的变形, 难度较大.

三、解答题 (共 10 小题, 满分 96 分)

19. (8 分) (2014•扬州) (1) 计算: $(3.14-\pi)^0 + (-\frac{1}{2})^{-2} - 2\sin 30^\circ$;

(2) 化简: $\frac{2x}{x+1} - \frac{2x+6}{x^2-1} \div \frac{x+3}{x^2-2x+1}$.

考点: 实数的运算; 分式的混合运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: (1) 原式第一项利用零指数幂法则计算, 第二项利用负指数幂法则计算, 最后一项

利用特殊角的三角函数值计算即可得到结果；

(2) 原式第二项利用除法法则变形，约分后两项利用同分母分式的减法法则计算即可得到结果.

解答: 解: (1) 原式 $=1+4-1=4$;

$$(2) \text{ 原式} = \frac{2x}{x+1} - \frac{2(x+3)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+3} = \frac{2x}{x+1} - \frac{2(x-1)}{x+1} = \frac{2}{x+1}.$$

点评: 此题考查了实数的运算，以及分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (8分) (2014•扬州) 已知关于 x 的方程 $(k-1)x^2 - (k-1)x + \frac{1}{4} = 0$ 有两个相等的实数根，求 k 的值.

考点: 根的判别式；一元二次方程的定义

分析: 根据根的判别式令 $\Delta=0$ ，建立关于 k 的方程，解方程即可.

解答: 解: $\because$ 关于 x 的方程 $(k-1)x^2 - (k-1)x + \frac{1}{4} = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = 0,$$

$$\therefore [-(k-1)]^2 - 4(k-1) \cdot \frac{1}{4} = 0,$$

$$\text{整理得, } k^2 - 3k + 2 = 0,$$

$$\text{即 } (k-1)(k-2) = 0,$$

解得: $k=1$ (不符合一元二次方程定义，舍去) 或 $k=2$.

$$\therefore k=2.$$

点评: 本题考查了根的判别式，一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

21. (8分) (2014•扬州) 八 (2) 班组织了一次经典朗读比赛，甲、乙两队各 10 人的比赛成绩如下表 (10 分制):

甲	7	8	9	7	10	10	9	10	10	10
乙	10	8	7	9	8	10	10	9	10	9

(1) 甲队成绩的中位数是 9.5 分，乙队成绩的众数是 10 分;

(2) 计算乙队的平均成绩和方差;

(3) 已知甲队成绩的方差是 1.4 分²，则成绩较为整齐的是 乙 队.

考点: 方差；加权平均数；中位数；众数.

分析: (1) 根据中位数的定义求出最中间两个数的平均数；根据众数的定义找出出现次数最多的数即可；

(2) 先求出乙队的平均成绩，再根据方差公式进行计算；

(3) 先比较出甲队和乙队的方差，再根据方差的意义即可得出答案.

解答: 解: (1) 把甲队的成绩从小到大排列为: 7, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 最中间两个数的平均数是 $(9+10) \div 2 = 9.5$ (分),

则中位数是 9.5 分;
10 出现了 4 次, 出现的次数最多,
则乙队成绩的众数是 10 分;
故答案为: 9.5, 10;

(2) 乙队的平均成绩是: $\frac{1}{10} (10 \times 4 + 8 \times 2 + 7 + 9 \times 3) = 9$,

则方差是: $\frac{1}{10} [4 \times (10 - 9)^2 + 2 \times (8 - 9)^2 + (7 - 9)^2 + 3 \times (9 - 9)^2] = 1$;

(3) $\because$ 甲队成绩的方差是 1.4, 乙队成绩的方差是 1,
 $\therefore$ 成绩较为整齐的是乙队;
故答案为: 乙.

点评: 本题考查方差、中位数和众数: 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数), 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 则方差 $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立.

22. (8 分) (2014•扬州) 商店只有雪碧、可乐、果汁、奶汁四种饮料, 每种饮料数量充足, 某同学去该店购买饮料, 每种饮料被选中的可能性相同.

(1) 若他去买一瓶饮料, 则他买到奶汁的概率是 $\frac{1}{4}$;

(2) 若他两次去买饮料, 每次买一瓶, 且两次所买饮料品种不同, 请用树状图或列表法求出他恰好买到雪碧和奶汁的概率.

考点: 列表法与树状图法; 概率公式

分析: (1) 由商店只有雪碧、可乐、果汁、奶汁四种饮料, 每种饮料数量充足, 某同学去该店购买饮料, 每种饮料被选中的可能性相同, 直接利用概率公式求解即可求得答案;
(2) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与他恰好买到雪碧和奶汁的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

解答: 解: (1) $\because$ 商店只有雪碧、可乐、果汁、奶汁四种饮料, 每种饮料数量充足, 某同学去该店购买饮料, 每种饮料被选中的可能性相同,

$\therefore$ 他去买一瓶饮料, 则他买到奶汁的概率是: $\frac{1}{4}$;

故答案为: $\frac{1}{4}$;

(2) 画树状图得:



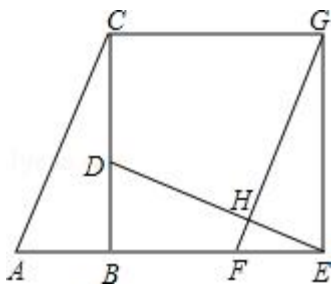
∴共有 12 种等可能的结果，他恰好买到雪碧和奶汁的有 2 种情况，

∴他恰好买到雪碧和奶汁的概率为： $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ 。

点评： 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率。列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

23. (10 分) (2014•扬州) 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ，先把 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 至 $\triangle DBE$ 后，再把 $\triangle ABC$ 沿射线平移至 $\triangle FEG$ ，DF、FG 相交于点 H。

- (1) 判断线段 DE、FG 的位置关系，并说明理由；
- (2) 连结 CG，求证：四边形 CBEG 是正方形。



考点： 旋转的性质；正方形的判定；平移的性质

分析： (1) 根据旋转和平移可得 $\angle DEB=\angle ACB$ ， $\angle GFE=\angle A$ ，再根据 $\angle ABC=90^\circ$ 可得 $\angle A+\angle ACB=90^\circ$ ，进而得到 $\angle DEB+\angle GFE=90^\circ$ ，从而得到 DE、FG 的位置关系是垂直；

(2) 根据旋转和平移找出对应线段和角，然后再证明是矩形，后根据邻边相等可得四边形 CBEG 是正方形。

解答： (1) 解： $FG \perp ED$ 。理由如下：

∵ $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 至 $\triangle DBE$ 后，

∴ $\angle DEB=\angle ACB$ ，

∵ 把 $\triangle ABC$ 沿射线平移至 $\triangle FEG$ ，

∴ $\angle GFE=\angle A$ ，

∵ $\angle ABC=90^\circ$ ，

∴ $\angle A+\angle ACB=90^\circ$ ，

∴ $\angle DEB+\angle GFE=90^\circ$ ，

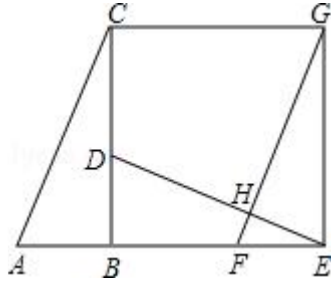
∴ $\angle FHE=90^\circ$ ，

∴ $FG \perp ED$ ；

(2) 证明：根据旋转和平移可得 $\angle GEF=90^\circ$ ， $\angle CBE=90^\circ$ ， $CG \parallel EB$ ， $CB=BE$ ，

∴ $CG \parallel EB$ ，

$\therefore \angle BCG + \angle CBE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BCG = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 BCGE 是矩形,
 $\therefore CB = BE$,
 $\therefore$ 四边形 CBEG 是正方形.



点评: 此题主要考查了图形的旋转和平移, 关键是掌握新图形中的每一点, 都是由原图形中的某一点移动后得到的, 这两个点是对应点, 连接各组对应点的线段平行且相等.

24. (10 分) (2014•扬州) 某漆器厂接到制作 480 件漆器的订单, 为了尽快完成任务, 该厂实际每天制作的件数比原来每天多 50%, 结果提前 10 天完成任务. 原来每天制作多少件?

考点: 分式方程的应用.

分析: 设原来每天制作 x 件, 根据原来用的时间 - 现在用的时间 = 10, 列出方程, 求出 x 的值, 再进行检验即可.

解答: 解: 设原来每天制作 x 件, 根据题意得:

$$\frac{480}{x} - \frac{480}{(1+50\%)x} = 10,$$

解得: $x = 16$,

经检验 $x = 16$ 是原方程的解,

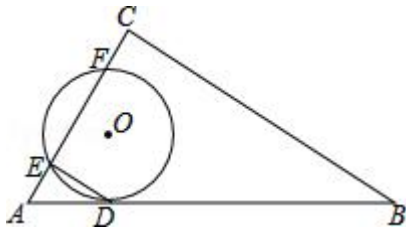
答: 原来每天制作 16 件.

点评: 此题考查了分式方程的应用, 分析题意, 找到合适的等量关系是解决问题的关键, 本题的等量关系是原来用的时间 - 现在用的时间 = 10.

25. (10 分) (2014•扬州) 如图, $\odot O$ 与 $Rt\triangle ABC$ 的斜边 AB 相切于点 D , 与直角边 AC 相交于 E 、 F 两点, 连结 DE , 已知 $\angle B = 30^\circ$, $\odot O$ 的半径为 12, 弧 DE 的长度为 4π .

(1) 求证: $DE \parallel BC$;

(2) 若 $AF = CE$, 求线段 BC 的长度.

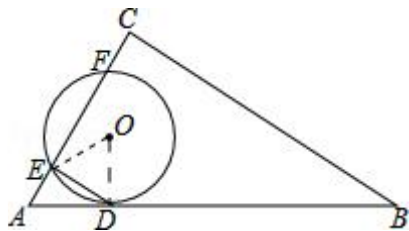


考点: 切线的性质; 弧长的计算.

分析: (1) 要证明 $DE \parallel BC$, 可证明 $\angle EDA = \angle B$, 由弧 DE 的长度为 4π , 可以求得 $\angle DOE$ 的度数, 再根据切线的性质可求得 $\angle EDA$ 的度数, 即可证明结论.

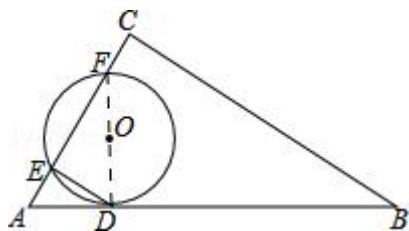
(2) 根据 90° 的圆周角对的弦是直径，可以求得 EF 的长度，借用勾股定理求得 AE 与 CF 的长度，即可得到答案.

解答: 解: (1) 证明: 连接 OD、OE,



$\because OD$ 是 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore OD \perp AB$, $\therefore \angle ODA = 90^\circ$,
 又 $\because$ 弧 DE 的长度为 4π ,
 $\therefore 4\pi = \frac{n\pi \times 12}{180}$,
 $\therefore n = 60$,
 $\therefore \triangle ODE$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle ODE = 60^\circ$, $\therefore \angle EDA = 30^\circ$,
 $\therefore \angle B = \angle EDA$,
 $\therefore DE \parallel BC$.

(2) 连接 FD,



$\because DE \parallel BC$,
 $\therefore \angle DEF = 90^\circ$,
 $\therefore FD$ 是 $\odot O$ 的直径,
 由 (1) 得: $\angle EFD = 30^\circ$, $FD = 24$,
 $\therefore EF = 12\sqrt{3}$,
 又因为 $\angle EDA = 30^\circ$, $DE = 12$,
 $\therefore AE = 4\sqrt{3}$,
 又 $\because AF = CE$, $\therefore AE = CF$,
 $\therefore CA = AE + EF + CF = 20\sqrt{3}$,
 又 $\because \tan \angle ABC = \tan 30^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,
 $\therefore BC = 60$.

点评: 本题考查了勾股定理以及圆的性质的综合应用, 解答本题的关键在于 90° 的圆周角对的弦是直径这一性质的灵活运用.

26. (10分) (2014•扬州) 对 x, y 定义一种新运算 T , 规定: $T(x, y) = \frac{ax+by}{2x+y}$ (其中 a, b 均为非零常数), 这里等式右边是通常的四则运算, 例如: $T(0, 1) = \frac{a \times 0 + b \times 1}{2 \times 0 + 1} = b$.

(1) 已知 $T(1, -1) = -2, T(4, 2) = 1$.

①求 a, b 的值;

②若关于 m 的不等式组 $\begin{cases} T(2m, 5-4m) \leq 4 \\ T(m, 3-2m) > p \end{cases}$ 恰好有 3 个整数解, 求实数 p 的取值范围;

(2) 若 $T(x, y) = T(y, x)$ 对任意实数 x, y 都成立 (这里 $T(x, y)$ 和 $T(y, x)$ 均有意义), 则 a, b 应满足怎样的关系式?

考点: 分式的混合运算; 解二元一次方程组; 一元一次不等式组的整数解

专题: 新定义.

分析: (1) ①已知两对值代入 T 中计算求出 a 与 b 的值;

②根据题中新定义化简已知不等式, 根据不等式组恰好有 3 个整数解, 求出 p 的范围即可;

(2) 由 $T(x, y) = T(y, x)$ 列出关系式, 整理后即可确定出 a 与 b 的关系式.

解答: 解: (1) ①根据题意得: $T(1, -1) = \frac{a-b}{2-1} = -2$, 即 $a-b = -2$;

$$T(4, 2) = \frac{4a+2b}{8+2} = 1, \text{ 即 } 2a+b=5,$$

解得: $a=1, b=3$;

$$\text{②根据题意得: } \begin{cases} \frac{2m+3(5-4m)}{4m+5-4m} \leq 4 \text{ ①} \\ \frac{m+3(3-2m)}{2m+3-2m} > p \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{由①得: } m \geq -\frac{1}{2};$$

$$\text{由②得: } m < \frac{9-3p}{5},$$

$$\therefore \text{不等式组的解集为 } -\frac{1}{2} \leq m < \frac{9-3p}{5},$$

$\therefore$ 不等式组恰好有 3 个整数解, 即 $m=0, 1, 2$,

$$\therefore 2 \leq \frac{9-3p}{5} < 3,$$

$$\text{解得: } -2 \leq p < -\frac{1}{3};$$

$$(2) \text{ 由 } T(x, y) = T(y, x), \text{ 得到 } \frac{ax+by}{2x+y} = \frac{ay+bx}{2y+x},$$

$$\text{整理得: } (x^2 - y^2)(2b - a) = 0,$$

$\therefore T(x, y) = T(y, x)$ 对任意实数 x, y 都成立,

$$\therefore 2b - a = 0, \text{ 即 } a = 2b.$$

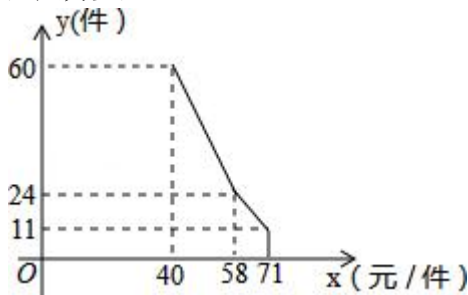
点评: 此题考查了分式的混合运算, 解二元一次方程组, 以及一元一次不等式组的整数解, 弄清题中的新定义是解本题的关键.

27. (12 分) (2014·扬州) 某店因为经营不善欠下 38400 元的无息贷款的债务, 想转行经营服装专卖店又缺少资金. “中国梦想秀”栏目组决定借给该店 30000 元资金, 并约定利用经营的利润偿还债务 (所有债务均不计利息). 已知该店代理的品牌服装的进价为每件 40 元, 该品牌服装日销售量 y (件) 与销售价 x (元/件) 之间的关系可用图中的一条折线 (实线) 来表示. 该店应支付员工的工资为每人每天 82 元, 每天还应支付其它费用为 106 元 (不包含债务).

(1) 求日销售量 y (件) 与销售价 x (元/件) 之间的函数关系式;

(2) 若该店暂不考虑偿还债务, 当某天的销售价为 48 元/件时, 当天正好收支平衡 (收入 = 支出), 求该店员工的人数;

(3) 若该店只有 2 名员工, 则该店最早需要多少天能还清所有债务, 此时每件服装的价格应定为多少元?



考点: 二次函数的应用; 一次函数的应用.

分析: (1) 根据待定系数法, 可得函数解析式;

(2) 根据收入等于支出, 可得一元一次方程, 根据解一元一次方程, 可得答案;

(3) 分类讨论 $40 \leq x \leq 58$, 或 $58 \leq x \leq 71$, 根据收入减去支出大于或等于债务, 可得出不等式, 根据解不等式, 可得答案.

解答: 解: (1) 当 $40 \leq x \leq 58$ 时, 设 y 与 x 的函数解析式为 $y = k_1x + b_1$, 由图象可得

$$\begin{cases} 40k_1 + b_1 = 60 \\ 58k_1 + b_1 = 24 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1 = -2 \\ b_1 = 140 \end{cases}.$$

$$\therefore y = -2x + 140.$$

当 $58 < x \leq 71$ 时, 设 y 与 x 的函数解析式为 $y = k_2x + b_2$, 由图象得

$$\begin{cases} 58k_2 + b_2 = 24 \\ 71k_2 + b_2 = 11 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_2 = -1 \\ b_2 = 82 \end{cases},$$

$$\therefore y = -x + 82,$$

综上所述: $y = \begin{cases} -2x+140 & (40 \leq x \leq 58) \\ -x+82 & (58 < x \leq 71) \end{cases};$

(2) 设人数为 a , 当 $x=48$ 时, $y = -2 \times 48 + 140 = 44$,
 $\therefore (48 - 40) \times 44 = 106 + 82a$,
 解得 $a=3$;

(3) 设需要 b 天, 该店还清所有债务, 则:

$$b[(x-40) \cdot y - 82 \times 2 - 106] \geq 68400,$$

$$\therefore b \geq \frac{68400}{(x-40) \cdot y - 82 \times 2 - 106},$$

当 $40 \leq x \leq 58$ 时, $\therefore b \geq \frac{68400}{(x-40)(-2x+140) - 270} = \frac{68400}{-2x^2 + 220x - 5870},$

$x = -\frac{220}{2 \times (-2)} = 55$ 时, $-2x^2 + 220x - 5870$ 的最大值为 180,

$$\therefore b \geq \frac{68400}{180}, \text{ 即 } b \geq 380;$$

当 $58 < x \leq 71$ 时, $b \geq \frac{68400}{(x-40)(-x+82) - 270} = \frac{68400}{-x^2 + 122x - 3550},$

当 $x = -\frac{122}{2 \times (-1)} = 61$ 时, $-x^2 + 122x - 3550$ 的最大值为 171,

$$\therefore b \geq \frac{68400}{171}, \text{ 即 } b \geq 400.$$

综合两种情形得 $b \geq 380$, 即该店最早需要 380 天能还清所有债务, 此时每件服装的价格应定为 55 元.

点评: 本题考查了二次函数的应用, 利用待定系数法求函数解析式, 一次方程的应用, 不等式的应用, 分类讨论是解题关键.

28. (12 分) (2014•扬州) 已知矩形 ABCD 的一条边 AD=8, 将矩形 ABCD 折叠, 使得顶点 B 落在 CD 边上的 P 点处.

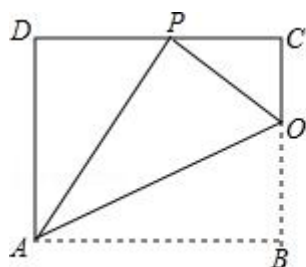


图1

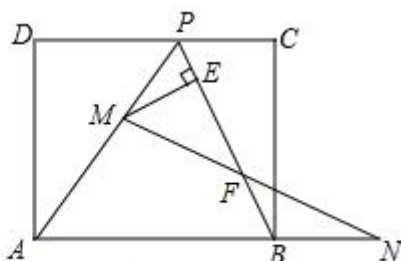


图2

(1) 如图 1, 已知折痕与边 BC 交于点 O, 连结 AP、OP、OA.

①求证: $\triangle OCP \sim \triangle PDA$;

②若 $\triangle OCP$ 与 $\triangle PDA$ 的面积比为 1: 4, 求边 AB 的长;

(2) 若图 1 中的点 P 恰好是 CD 边的中点, 求 $\angle OAB$ 的度数;

(3) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 擦去折痕 AO、线段 OP, 连结 BP. 动点 M 在线段

AP 上 (点 M 与点 P、A 不重合), 动点 N 在线段 AB 的延长线上, 且 $BN=PM$, 连结 MN 交 PB 于点 F, 作 $ME \perp BP$ 于点 E. 试问当点 M、N 在移动过程中, 线段 EF 的长度是否发生变化? 若变化, 说明理由; 若不变, 求出线段 EF 的长度.

考点: 相似形综合题; 全等三角形的判定与性质; 等腰三角形的判定与性质; 勾股定理; 矩形的性质; 特殊角的三角函数值.

专题: 综合题; 动点型; 探究型.

分析: (1) 只需证明两对对应角分别相等即可证到两个三角形相似, 然后根据相似三角形的性质求出 PC 长以及 AP 与 OP 的关系, 然后在 $Rt\triangle PCO$ 中运用勾股定理求出 OP 长, 从而求出 AB 长.

(2) 由 $DP=\frac{1}{2}DC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}AP$ 及 $\angle D=90^\circ$, 利用三角函数即可求出 $\angle DAP$ 的度数, 进而求出 $\angle OAB$ 的度数.

(3) 由边相等常常联想到全等, 但 BN 与 PM 所在的三角形并不全等, 且这两条线段的位置很不协调, 可通过作平行线构造全等, 然后运用三角形全等及等腰三角形的性质即可推出 EF 是 PB 的一半, 只需求出 PB 长就可以求出 EF 长.

解答: 解: (1) 如图 1,

① $\because$ 四边形 ABCD 是矩形, $\therefore AD=BC$, $DC=AB$, $\angle DAB=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$.

由折叠可得: $AP=AB$, $PO=BO$, $\angle PAO=\angle BAO$, $\angle APO=\angle B$.

$\therefore \angle APO=90^\circ$.

$\therefore \angle APD=90^\circ - \angle CPO = \angle POC$.

$\because \angle D=\angle C$, $\angle APD=\angle POC$.

$\therefore \triangle OCP \sim \triangle PDA$.

② $\because \triangle OCP$ 与 $\triangle PDA$ 的面积比为 1: 4,

$$\therefore \frac{OC}{PD} = \frac{OP}{PA} = \frac{CP}{DA} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

$\therefore PD=2OC$, $PA=2OP$, $DA=2CP$.

$\because AD=8$, $\therefore CP=4$, $BC=8$.

设 $OP=x$, 则 $OB=x$, $CO=8-x$.

在 $Rt\triangle PCO$ 中,

$\because \angle C=90^\circ$, $CP=4$, $OP=x$, $CO=8-x$,

$$\therefore x^2 = (8-x)^2 + 4^2.$$

解得: $x=5$.

$\therefore AB=AP=2OP=10$.

$\therefore$ 边 AB 的长为 10.

(2) 如图 1,

$\because P$ 是 CD 边的中点,

$$\therefore DP = \frac{1}{2}DC.$$

$\because DC=AB$, $AB=AP$,

$$\therefore DP = \frac{1}{2}AP.$$

$$\because \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle DAP = \frac{DP}{AP} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \angle DAP = 30^\circ.$$

$$\because \angle DAB = 90^\circ, \angle PAO = \angle BAO, \angle DAP = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle OAB \text{ 的度数为 } 30^\circ.$$

(3) 作 $MQ \parallel AN$, 交 PB 于点 Q , 如图 2.

$$\because AP = AB, MQ \parallel AN,$$

$$\therefore \angle APB = \angle ABP, \angle ABP = \angle MQP.$$

$$\therefore \angle APB = \angle MQP.$$

$$\therefore MP = MQ.$$

$$\because MP = MQ, ME \perp PQ,$$

$$\therefore PE = EQ = \frac{1}{2}PQ.$$

$$\because BN = PM, MP = MQ,$$

$$\therefore BN = QM.$$

$$\because MQ \parallel AN,$$

$$\therefore \angle QMF = \angle BNF.$$

在 $\triangle MFQ$ 和 $\triangle NFB$ 中,

$$\begin{cases} \angle QMF = \angle BNF \\ \angle QFM = \angle BFN \\ QM = BN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle MFQ \cong \triangle NFB.$$

$$\therefore QF = BF.$$

$$\therefore QF = \frac{1}{2}QB.$$

$$\therefore EF = EQ + QF = \frac{1}{2}PQ + \frac{1}{2}QB = \frac{1}{2}PB.$$

由 (1) 中的结论可得:

$$PC = 4, BC = 8, \angle C = 90^\circ.$$

$$\therefore PB = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}.$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}PB = 2\sqrt{5}.$$

$\therefore$ 在 (1) 的条件下, 当点 M 、 N 在移动过程中, 线段 EF 的长度不变, 长度为 $2\sqrt{5}$.



点评: 本题是一道运动变化类的题目, 考查了相似三角形的性质和判定、全等三角形的性质和判定、矩形的性质、等腰三角形的性质和判定、勾股定理、特殊角的三角函数值等知识, 综合性比较强, 而添加适当的辅助线是解决最后一个问题的关键.

