

2014 年江苏省宿迁市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

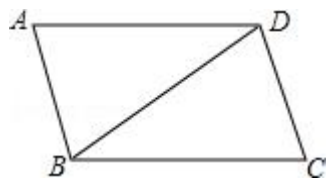
1. (3 分) (2014•宿迁) -3 的相反数是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

2. (3 分) (2014•宿迁) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^3+a^4=a^7$ B. $a^3 \cdot a^4=a^7$ C. $a^6 \cdot a^3=a^2$ D. $(a^3)^4=a^7$

3. (3 分) (2014•宿迁) 如图， $\square ABCD$ 中， $BC=BD$ ， $\angle C=74^\circ$ ，则 $\angle ADB$ 的度数是 ()



- A. 16° B. 22° C. 32° D. 68°

4. (3 分) (2014•宿迁) 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax+by=5 \\ bx+ay=1 \end{cases}$ 的解，则 $a-b$ 的值是 ()

- A. -1 B. 2 C. 3 D. 4

5. (3 分) (2014•宿迁) 若一个圆锥的主视图是腰长为 5，底边长为 6 的等腰三角形，则该圆锥的侧面积是 ()

- A. 15π B. 20π C. 24π D. 30π

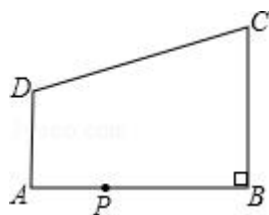
6. (3 分) (2014•宿迁) 一只不透明的袋子中装有两个完全相同的小球，上面分别标有 1，2 两个数字，若随机地从中摸出一个小球，记下号码后放回，再随机摸出一个小球，则两次摸出小球的号码之积为偶数的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

7. (3 分) (2014•宿迁) 若将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位，则所得抛物线的表达式为 ()

- A. $y=(x+2)^2+3$ B. $y=(x-2)^2+3$ C. $y=(x+2)^2-3$ D. $y=(x-2)^2-3$

8. (3 分) (2014•宿迁) 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=8$ ， $AD=3$ ， $BC=4$ ，点 P 为 AB 边上一动点，若 $\triangle PAD$ 与 $\triangle PBC$ 是相似三角形，则满足条件的点 P 的个数是 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

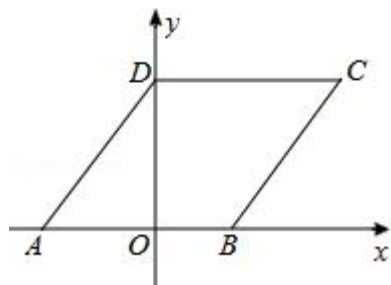
9. (3 分) (2014•宿迁) 已知实数 a , b 满足 $ab=3$, $a-b=2$, 则 $a^2b - ab^2$ 的值是_____.

10. (3 分) (2014•宿迁) 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 1 \\ 3-x > 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

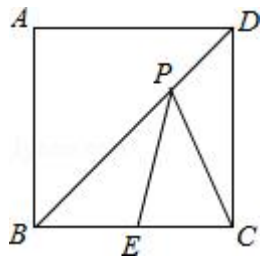
11. (3 分) (2014•宿迁) 某校规定: 学生的数学学期综合成绩是由平时、期中和期末三项成绩按 3: 3: 4 的比例计算所得. 若某同学本学期数学的平时、期中和期末成绩分别是 90 分, 90 分和 85 分, 则他本学期数学学期综合成绩是_____分.

12. (3 分) (2014•宿迁) 一块矩形菜地的面积是 120m^2 , 如果它的长减少 2cm, 那么菜地就变成正方形, 则原菜地的长是_____m.

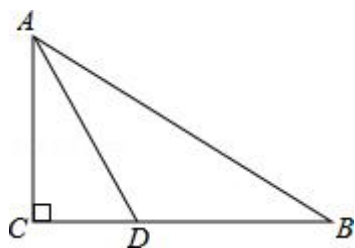
13. (3 分) (2014•宿迁) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 若菱形 $ABCD$ 的顶点 A , B 的坐标分别为 $(-3, 0)$, $(2, 0)$, 点 D 在 y 轴上, 则点 C 的坐标是_____.



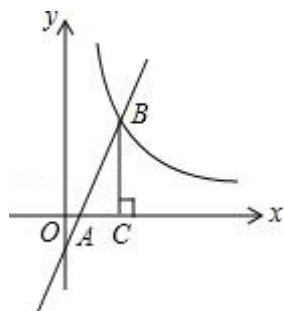
14. (3 分) (2014•宿迁) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 E 为边 BC 的中点, 点 P 在对角线 BD 上移动, 则 $PE+PC$ 的最小值是_____.



15. (3 分) (2014•宿迁) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 与 BC 相交于点 D , 若 $BD=4$, $CD=2$, 则 AB 的长是_____.



16. (3 分) (2014•宿迁) 如图, 一次函数 $y=kx-1$ 的图象与 x 轴交于点 A, 与反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ ($x>0$) 的图象交于点 B, BC 垂直 x 轴于点 C. 若 $\triangle ABC$ 的面积为 1, 则 k 的值是_____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 52 分)

17. (6 分) (2014•宿迁) 计算: $2\sin 30^\circ + |-2| + (\sqrt{2}-1)^0 - \sqrt{4}$.

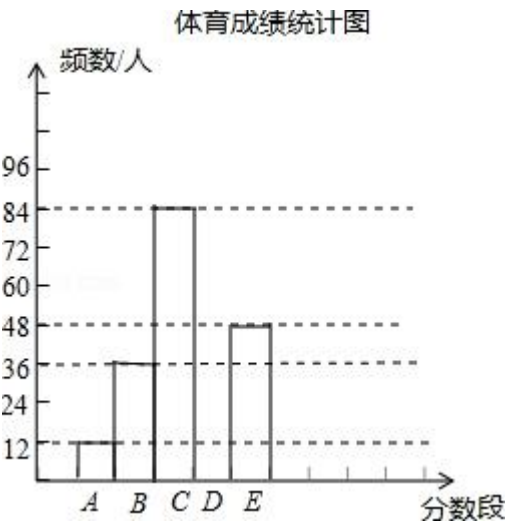
18. (6 分) (2014•宿迁) 解方程: $\frac{1}{x-2} = \frac{1-x}{2-x} - 3$.

19. (6分) (2014•宿迁) 为了了解某市初三年级学生体育成绩 (成绩均为整数), 随机抽取了部分学生的体育成绩并分段 (A: 20.5 ~ 22.5; B: 22.5 ~ 24.5; C: 24.5 ~ 26.5; D: 26.5 ~ 28.5; E: 28.5 ~ 30.5) 统计如下体育成绩统计表

分数段	频数/人	频率
A	12	0.05
B	36	a
C	84	0.35
D	b	0.25
E	48	0.20

根据上面通过的信息, 回答下列问题:

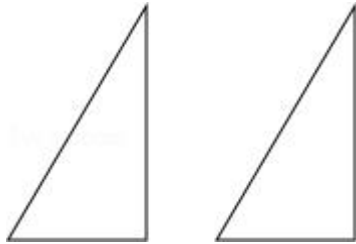
- (1) 统计表中, $a=$ _____, $b=$ _____, 并将统计图补充完整;
- (2) 小明说: “这组数据的众数一定在 C 中.” 你认为小明的说法正确吗? _____ (填“正确”或“错误”);
- (3) 若成绩在 27 分以上 (含 27 分) 定为优秀, 则该市今年 48000 名初三年级学生中体育成绩为优秀的学生人数约有多少?



20. (6分) (2014•宿迁) 如图是两个全等的含 30° 角的直角三角形.

(1) 将其相等边拼在一起, 组成一个没有重叠部分的平面图形, 请你画出所有不同的拼接平面图形的示意图;

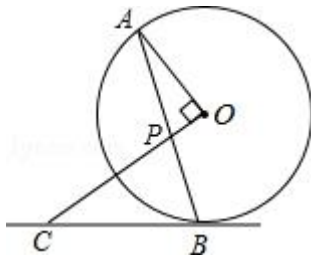
(2) 若将 (1) 中平面图形分别印制在质地、形状、大小完全相同的卡片上, 洗匀后从中随机抽取一张, 求抽取的卡片上平面图形为轴对称图形的概率.



21. (6分) (2014•宿迁) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, $OP \perp OA$ 交 AB 于点 P , 过点 B 的直线交 OP 的延长线于点 C , 且 $CP = CB$.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

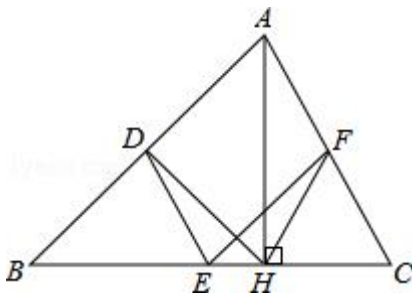
(2) 若 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{5}$, $OP = 1$, 求 BC 的长.



22. (6分) (2014•宿迁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D , E , F 分别是 AB , BC , CA 的中点, AH 是边 BC 上的高.

(1) 求证: 四边形 $ADEF$ 是平行四边形;

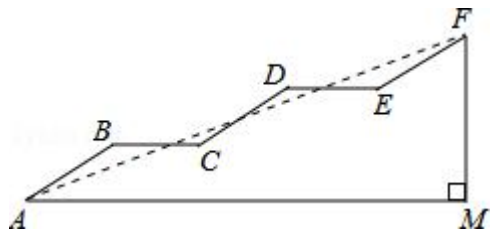
(2) 求证: $\angle DHF = \angle DEF$.



23. (8 分) (2014•宿迁) 如图是某通道的侧面示意图, 已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, $AM \parallel BC \parallel DE$, $AB=CD=EF$, $\angle BAM=30^\circ$, $AB=6\text{m}$.

(1) 求 FM 的长;

(2) 连接 AF, 若 $\sin \angle FAM = \frac{1}{3}$, 求 AM 的长.

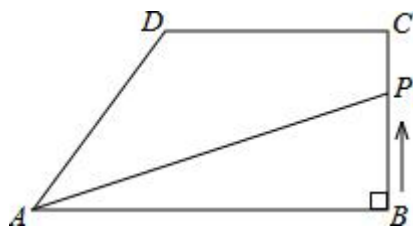


24. (8 分) (2014•宿迁) 如图, 在直角梯形 ABCD 中, $AB \parallel DC$, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=8\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, $CD=5\text{cm}$. 动点 P 从点 B 开始沿折线 BC - CD - DA 以 1cm/s 的速度运动到点 A. 设点 P 运动的时间为 t (s), $\triangle PAB$ 面积为 S (cm^2).

(1) 当 $t=2$ 时, 求 S 的值;

(2) 当点 P 在边 DA 上运动时, 求 S 关于 t 的函数表达式;

(3) 当 $S=12$ 时, 求 t 的值.



四、附加题 (本大题共 2 小题, 共 20 分)

25. (10 分) (2014·宿迁) 如图, 已知 $\triangle BAD$ 和 $\triangle BCE$ 均为等腰直角三角形,
 $\angle BAD = \angle BCE = 90^\circ$, 点 M 为 DE 的中点, 过点 E 与 AD 平行的直线交射线 AM 于点 N .

- (1) 当 A, B, C 三点在同一直线上时 (如图 1), 求证: M 为 AN 的中点;
- (2) 将图 1 中的 $\triangle BCE$ 绕点 B 旋转, 当 A, B, E 三点在同一直线上时 (如图 2), 求证:
 $\triangle ACN$ 为等腰直角三角形;
- (3) 将图 1 中 $\triangle BCE$ 绕点 B 旋转到图 3 位置时, (2) 中的结论是否仍成立? 若成立, 试证
 明之, 若不成立, 请说明理由.

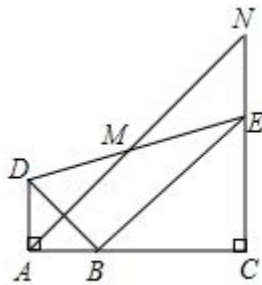


图1

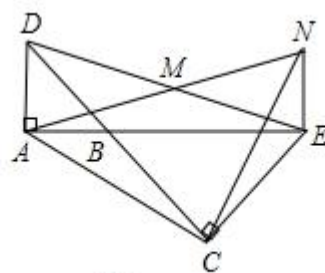


图2

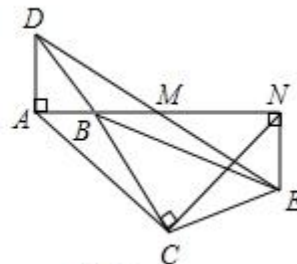


图3

26. (10 分) (2014•宿迁) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$, $c<0$) 交 x 轴于点 A , B , 交 y 轴于点 C , 设过点 A , B , C 三点的圆与 y 轴的另一个交点为 D .

(1) 如图 1, 已知点 A , B , C 的坐标分别为 $(-2, 0)$, $(8, 0)$, $(0, -4)$;

①求此抛物线的表达式与点 D 的坐标;

②若点 M 为抛物线上的一动点, 且位于第四象限, 求 $\triangle BDM$ 面积的最大值;

(2) 如图 2, 若 $a=1$, 求证: 无论 b , c 取何值, 点 D 均为顶点, 求出该定点坐标.

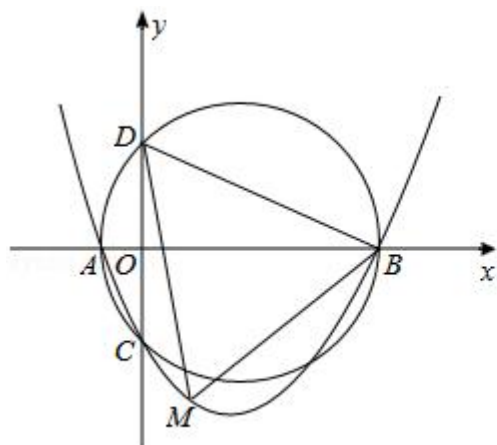


图1

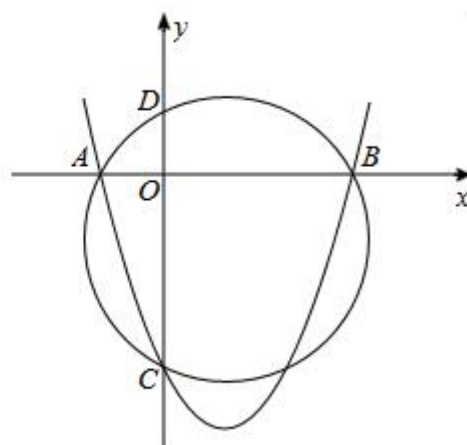


图2

2014 年江苏省宿迁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) (2014•宿迁) -3 的相反数是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

考点: 相反数.

分析: 根据相反数的概念: 只有符号不同的两个数叫做互为相反数, 进而得出答案.

解答: 解: -3 的相反数是 3.

故选: A.

点评: 此题主要考查了相反数的定义, 正确把握相反数的定义是解题关键.

2. (3 分) (2014•宿迁) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^3+a^4=a^7$ B. $a^3 \cdot a^4=a^7$ C. $a^6 \cdot a^3=a^2$ D. $(a^3)^4=a^7$

考点: 幂的乘方与积的乘方; 合并同类项; 同底数幂的乘法.

分析: 根据合并同类项的法则, 同底数幂的乘法与除法以及幂的乘方的知识求解即可求得答案.

解答: 解: A、 a^3+a^4 , 不是同类项不能相加, 故 A 选项错误;

B、 $a^3 \cdot a^4=a^7$, 故 B 选项正确;

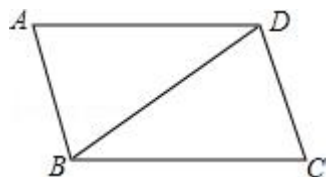
C、 $a^6 \cdot a^3=a^3$, 故 C 选项错误;

D、 $(a^3)^4=a^{12}$, 故 D 选项错误.

故选: B.

点评: 此题考查了合并同类项的法则, 同底数幂的乘法与除法以及幂的乘方等知识, 解题要注意细心.

3. (3 分) (2014•宿迁) 如图, $\square ABCD$ 中, $BC=BD$, $\angle C=74^\circ$, 则 $\angle ADB$ 的度数是 ()



- A. 16° B. 22° C. 32° D. 68°

考点: 平行四边形的性质; 等腰三角形的性质.

分析: 根据平行四边形的性质可知: $AD \parallel BC$, 所以 $\angle C + \angle ADC = 180^\circ$, 再由 $BC=BD$ 可得 $\angle C = \angle BDC$, 进而可求出 $\angle ADB$ 的度数.

解答: 解: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle C + \angle ADC = 180^\circ$,

$\therefore \angle C=74^\circ$,
 $\therefore \angle ADC=106^\circ$,
 $\therefore BC=BD$,
 $\therefore \angle C=\angle BDC=74^\circ$,
 $\therefore \angle ADB=106^\circ-74^\circ=32^\circ$,
 故选 C.

点评: 本题考查了平行四边形的性质: 对边平行以及等腰三角形的性质, 属于基础性题目, 比较简单.

4. (3 分) (2014•宿迁) 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax+by=5 \\ bx+ay=1 \end{cases}$ 的解, 则 $a-b$ 的值是 ()
- A. -1 B. 2 C. 3 D. 4

考点: 二元一次方程组的解.

分析: 先根据解的定义将 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 代入方程组, 得到关于 a, b 的方程组. 两方程相减即可得出答案.

解答: 解: $\because \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax+by=5 \\ bx+ay=1 \end{cases}$ 的解,
 $\therefore \begin{cases} 2a+b=5 \\ 2b+a=1 \end{cases}$,
 两个方程相减, 得 $a-b=4$,
 故选 D.

点评: 本题考查了二元一次方程的解, 能使方程组中每个方程的左右两边相等的未知数的值即是方程组的解. 解题的关键是要知道两个方程组之间解的关系.

5. (3 分) (2014•宿迁) 若一个圆锥的主视图是腰长为 5, 底边长为 6 的等腰三角形, 则该圆锥的侧面积是 ()
- A. 15π B. 20π C. 24π D. 30π

考点: 圆锥的计算; 简单几何体的三视图.

分析: 根据圆锥的主视图得到圆锥的底面圆的半径为 3, 母线长为 5, 然后根据圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形的面积公式求解.

解答: 解: 根据题意得圆锥的底面圆的半径为 3, 母线长为 5,

所以这个圆锥的侧面积 $=\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2\pi \cdot 3 = 15\pi$.

故选 A.

点评: 本题考查了圆锥的计算: 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长. 也考查了三视图.

6. (3 分) (2014•宿迁) 一只不透明的袋子中装有两个完全相同的小球, 上面分别标有 1, 2 两个数字, 若随机地从中摸出一个小球, 记下号码后放回, 再随机摸出一个小球, 则两次摸出小球的号码之积为偶数的概率是 ()

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{4}$

考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: 列表得出所有等可能的情况数, 找出两次摸出小球的号码之积为偶数的情况数, 即可求出所求的概率.

解答: 解: 列表如下:

	1	2
1	(1, 1)	(1, 2)
2	(2, 1)	(2, 2)

所有等可能的情况数有 4 种, 两次摸出小球的号码之积为偶数的情况有 3 种,

$$\text{则 } P = \frac{3}{4}.$$

故选 D.

点评: 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

7. (3 分) (2014•宿迁) 若将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 2 个单位, 再向上平移 3 个单位, 则所得抛物线的表达式为 ()

A. $y = (x+2)^2 + 3$

B. $y = (x-2)^2 + 3$

C. $y = (x+2)^2 - 3$

D. $y = (x-2)^2 - 3$

考点: 二次函数图象与几何变换.

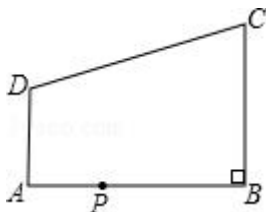
分析: 根据二次函数图象的平移规律解答即可.

解答: 解: 将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 2 个单位可得 $y = (x-2)^2$, 再向上平移 3 个单位可得 $y = (x-2)^2 + 3$,

故选 B.

点评: 本题考查了二次函数的几何变换, 熟悉二次函数的平移规律是解题的关键.

8. (3 分) (2014•宿迁) 如图, 在直角梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=8$, $AD=3$, $BC=4$, 点 P 为 AB 边上一动点, 若 $\triangle PAD$ 与 $\triangle PBC$ 是相似三角形, 则满足条件的点 P 的个数是 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

考点: 相似三角形的判定; 直角梯形.

分析: 由于 $\angle PAD = \angle PBC = 90^\circ$, 故要使 $\triangle PAD$ 与 $\triangle PBC$ 相似, 分两种情况讨论:

① $\triangle APD \sim \triangle BPC$, ② $\triangle APD \sim \triangle BCP$, 这两种情况都可以根据相似三角形对应边的比相等求出 AP 的长, 即可得到 P 点的个数.

解答: 解: $\because AB \perp BC$,
 $\therefore \angle B = 90^\circ$.

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle PAD = \angle PBC = 90^\circ$. $AB=8$, $AD=3$, $BC=4$, $AD=3$, $BC=5$,

设 AP 的长为 x , 则 BP 长为 $8-x$.

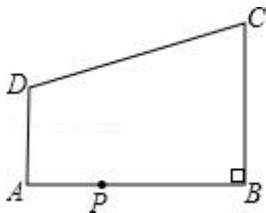
若 AB 边上存在 P 点, 使 $\triangle PAD$ 与 $\triangle PBC$ 相似, 那么分两种情况:

①若 $\triangle PAD \sim \triangle PBC$, 则 $AP:BP=AD:BC$, 即 $x:(8-x)=3:4$, 解得 $x=\frac{24}{7}$;

②若 $\triangle PAD \sim \triangle BCP$, 则 $AP:BC=AD:BP$, 即 $x:4=3:(8-x)$, 解得 $x=2$ 或 $x=6$.

$\therefore$ 满足条件的点 P 的个数是 3 个,

故选 C.



点评: 本题主要考查了相似三角形的判定及性质, 难度适中, 进行分类讨论是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3 分) (2014•宿迁) 已知实数 a , b 满足 $ab=3$, $a-b=2$, 则 a^2b-ab^2 的值是 6.

考点: 因式分解-提公因式法.

分析: 首先提取公因式 ab , 进而将已知代入求出即可.

解答: 解: $a^2b-ab^2=ab(a-b)$,

将 $ab=3$, $a-b=2$, 代入得出:

原式 $=ab(a-b)=3 \times 2=6$.

故答案为: 6.

点评: 此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确分解因式是解题关键.

10. (3 分) (2014•宿迁) 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 1 \\ 3-x > 1 \end{cases}$ 的解集是 $1 < x < 2$.

考点: 解一元一次不等式组.

分析: 分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集即可.

解答:

$$\text{解: } \begin{cases} 2x-1 > 1 \text{ ①} \\ 3-x > 1 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得, $x > 1$,

由②得, $x < 2$,

故此不等式的解集为: $1 < x < 2$.

故答案为: $1 < x < 2$.

点评: 本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

11. (3分) (2014•宿迁) 某校规定：学生的数学学期综合成绩是由平时、期中和期末三项成绩按 3: 3: 4 的比例计算所得. 若某同学本学期数学的平时、期中和期末成绩分别是 90 分, 90 分和 85 分, 则他本学期数学学期综合成绩是 88 分.

考点: 加权平均数.

分析: 按 3: 3: 4 的比例算出本学期数学学期综合成绩即可.

解答: 解: 本学期数学学期综合成绩 $= 90 \times 30\% + 90 \times 30\% + 85 \times 40\% = 88$ (分).

故答案为 88.

点评: 本题考查了加权成绩的计算, 平时成绩: 期中考试成绩: 期末考试成绩 $= 3: 3: 4$ 的含义就是分别占总数的 30%、30%、40%.

12. (3分) (2014•宿迁) 一块矩形菜地的面积是 120m^2 , 如果它的长减少 2cm, 那么菜地就变成正方形, 则原菜地的长是 12 m.

考点: 一元二次方程的应用.

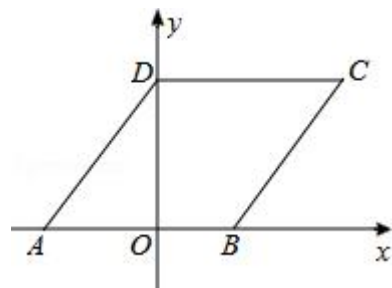
专题: 几何图形问题.

分析: 根据“如果它的长减少 2m, 那么菜地就变成正方形”可以得到长方形的长比宽多 2 米, 利用矩形的面积公式列出方程即可.

解答: 解: $\because$ 长减少 2m, 菜地就变成正方形,
 $\therefore$ 设原菜地的长为 x 米, 则宽为 $(x - 2)$ 米,
根据题意得: $x(x - 2) = 120$,
解得: $x = 12$ 或 $x = -10$ (舍去),
故答案为: 12.

点评: 本题考查了一元二次方程的应用, 解题的关键是弄清题意, 并找到等量关系.

13. (3分) (2014•宿迁) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 若菱形 $ABCD$ 的顶点 A , B 的坐标分别为 $(-3, 0)$, $(2, 0)$, 点 D 在 y 轴上, 则点 C 的坐标是 $(5, 4)$.



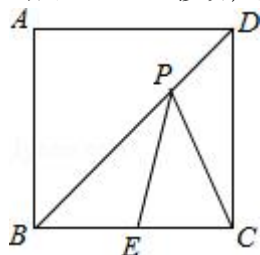
考点: 菱形的性质; 坐标与图形性质.

分析: 利用菱形的性质以及勾股定理得出 DO 的长, 进而求出 C 点坐标.

解答: 解: $\because$ 菱形 $ABCD$ 的顶点 A , B 的坐标分别为 $(-3, 0)$, $(2, 0)$, 点 D 在 y 轴上,
 $\therefore AB = 5$,
 $\therefore DO = 4$,
 $\therefore$ 点 C 的坐标是: $(5, 4)$.
故答案为: $(5, 4)$.

点评: 此题主要考查了菱形的性质以及坐标与图形的性质, 得出 DO 的长是解题关键.

14. (3分) (2014•宿迁) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 2, 点 E 为边 BC 的中点, 点 P 在对角线 BD 上移动, 则 PE+PC 的最小值是 $\sqrt{5}$.



考点: 轴对称-最短路线问题; 正方形的性质.

分析: 要求 PE+PC 的最小值, PE, PC 不能直接求, 可考虑通过作辅助线转化 PE, PC 的值, 从而找出其最小值求解.

解答: 解: 如图, 连接 AE,

$\because$ 点 C 关于 BD 的对称点为点 A,

$\therefore$ PE+PC=PE+AP,

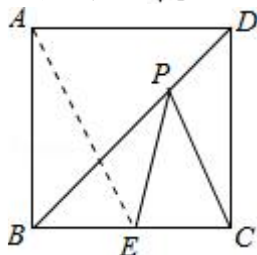
根据两点之间线段最短可得 AE 就是 AP+PE 的最小值,

$\because$ 正方形 ABCD 的边长为 2, E 是 BC 边的中点,

$\therefore$ BE=1,

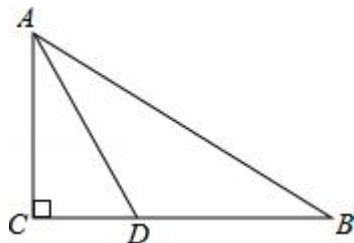
$\therefore$ AE= $\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$,

故答案为: $\sqrt{5}$.



点评: 此题主要考查了正方形的性质和轴对称及勾股定理等知识的综合应用. 根据已知得出两点之间线段最短可得 AE 就是 AP+PE 的最小值是解题关键.

15. (3分) (2014•宿迁) 如图, 在 Rt△ABC 中, $\angle ACB=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 与 BC 相交于点 D, 若 BD=4, CD=2, 则 AB 的长是 $4\sqrt{3}$.



考点: 角平分线的性质; 含 30 度角的直角三角形; 勾股定理.

分析: 先求出 $\angle CAD=30^\circ$, 求出 $\angle BAC=60^\circ$, $\angle B=30^\circ$, 根据勾股定理求出 AC, 再求出 AB=2AC, 代入求出即可.

解答: 解: $\because$ 在 Rt△ACD 中, $\angle C=90^\circ$, CD=2, AD=4,

$\therefore \angle CAD=30^\circ$, 由勾股定理得: $AC=\sqrt{AD^2-CD^2}=2\sqrt{3}$,

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAC=60^\circ$,

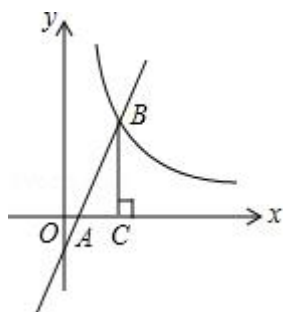
$\therefore \angle B=30^\circ$,

$\therefore AB=2AC=4\sqrt{3}$,

故答案为: $4\sqrt{3}$.

点评: 本题考查了含 30° 度角的直角三角形性质, 三角形内角和定理, 勾股定理的应用, 解此题的关键是求出 AC 长和求出 $\angle B=30^\circ$, 注意: 在直角三角形中, 如果有一个角等于 30° , 那么它所对的直角边等于斜边的一半.

16. (3 分) (2014•宿迁) 如图, 一次函数 $y=kx-1$ 的图象与 x 轴交于点 A , 与反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ ($x>0$) 的图象交于点 B , BC 垂直 x 轴于点 C . 若 $\triangle ABC$ 的面积为 1, 则 k 的值是 2.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: 设 B 的坐标是 $(x, \frac{3}{x})$, 则 $BC=\frac{3}{x}$, $OC=x$, 求出 $OA=\frac{1}{k}$, $AC=x-\frac{1}{k}$, 根据 $\triangle ABC$ 的

面积为 1 求出 $kx=3$, 解方程组 $\begin{cases} y=\frac{3}{x} \\ y=kx-1 \end{cases}$ 得出 $\frac{3}{x}=kx-1$, 求出 B 的坐标是 $(\frac{3}{2}, 2)$,

把 B 的坐标代入 $y=kx-1$ 即可求出 k .

解答: 解: 设 B 的坐标是 $(x, \frac{3}{x})$, 则 $BC=\frac{3}{x}$, $OC=x$,

$\because y=kx-1$,

$\therefore$ 当 $y=0$ 时, $x=\frac{1}{k}$,

则 $OA=\frac{1}{k}$, $AC=x-\frac{1}{k}$,

$\because \triangle ABC$ 的面积为 1,

$\therefore \frac{1}{2}AC \times BC=1$,

$\therefore \frac{1}{2} \cdot (x-\frac{1}{k}) \cdot \frac{3}{x}=1$,

$\frac{3}{2} - \frac{3}{2kx} = -1$,

$$\therefore kx=3,$$

$$\therefore \text{解方程组} \begin{cases} y=\frac{3}{x} \\ y=kx-1 \end{cases} \text{ 得: } \frac{3}{x}=kx-1,$$

$$\therefore \frac{3}{x}=3-2=2, \quad x=\frac{3}{2},$$

$$\text{即 B 的坐标是 } \left(\frac{3}{2}, 2\right),$$

把 B 的坐标代入 $y=kx-1$ 得: $k=2$,

故答案为: 2.

点评: 本题考查了一次函数和反比例函数的交点问题, 三角形的面积等知识点的应用, 主要考查学生的计算能力, 题目比较好, 有一定的难度.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 52 分)

17. (6 分) (2014•宿迁) 计算: $2\sin 30^\circ + |-2| + (\sqrt{2}-1)^0 - \sqrt{4}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

分析: 本题涉及零指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式化简、绝对值等四个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

解答: 解: 原式 $= 2 \times \frac{1}{2} + 2 + 1 - 2$

$$= 1 + 2 + 1 - 2$$

$$= 2.$$

点评: 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值, 掌握零指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式化简、绝对值考点的运算.

18. (6 分) (2014•宿迁) 解方程: $\frac{1}{x-2} = \frac{1-x}{2-x} - 3$.

考点: 解分式方程.

分析: 首先找出最简公分母, 进而去分母求出方程的根即可.

解答: 解: $\frac{1}{x-2} = \frac{1-x}{2-x} - 3$

方程两边同乘以 $x-2$ 得:

$$1 = x - 1 - 3(x-2)$$

整理得出:

$$2x = 4,$$

$$\text{解得: } x = 2,$$

检验: 当 $x=2$ 时, $x-2=0$, 故 $x=2$ 不是原方程的根, 故此方程无解.

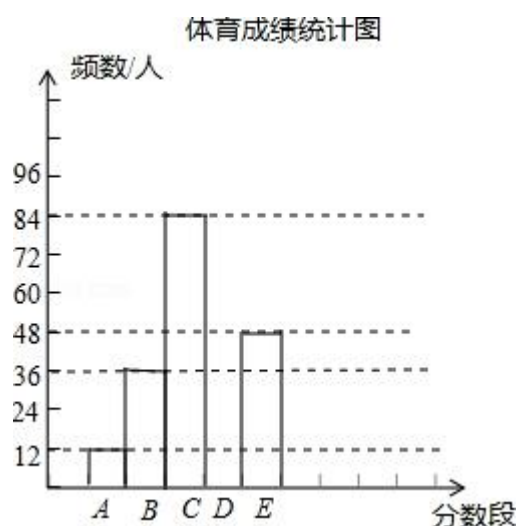
点评: 此题主要考查了解分式方程, 正确去分母得出是解题关键.

19. (6分) (2014•宿迁) 为了了解某市初三年级学生体育成绩 (成绩均为整数), 随机抽取了部分学生的体育成绩并分段 (A: 20.5~22.5; B: 22.5~24.5; C: 24.5~26.5; D: 26.5~28.5; E: 28.5~30.5) 统计如下体育成绩统计表

分数段	频数/人	频率
A	12	0.05
B	36	a
C	84	0.35
D	b	0.25
E	48	0.20

根据上面通过的信息, 回答下列问题:

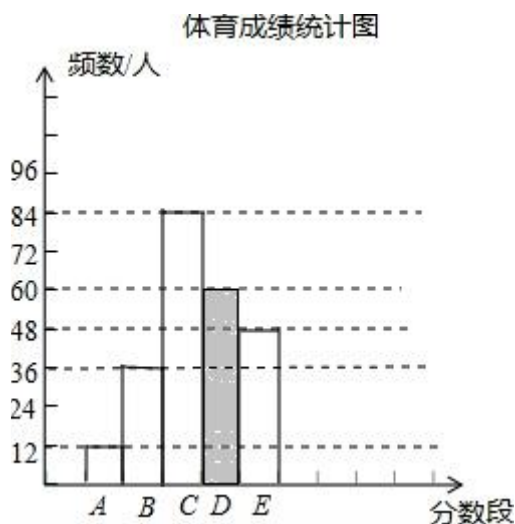
- (1) 统计表中, $a = \underline{0.15}$, $b = \underline{60}$, 并将统计图补充完整;
- (2) 小明说: “这组数据的众数一定在 C 中.” 你认为小明的说法正确吗? 错误 (填“正确”或“错误”);
- (3) 若成绩在 27 分以上 (含 27 分) 定为优秀, 则该市今年 48000 名初三年级学生中体育成绩为优秀的学生人数约有多少?



考点: 频数 (率) 分布直方图; 用样本估计总体; 频数 (率) 分布表; 众数.

分析: (1) 首先用 $12 \div 0.05$ 即可得到抽取的部分学生的总人数, 然后用 36 除以总人数得到 a, 用总人数乘以 0.25 即可求出 b; 根据表格的信息就可以补全频数分布直方图;
 (2) 根据众数的定义和表格信息就可以得到这组数据的“众数”落在哪一组, 进而判断小明的说法是否正确;
 (3) 利用 48000 乘以抽查的人数中优秀的学生人数所占的频率即可.

解答: 解: (1) $\because$ 抽取的部分学生的总人数为 $12 \div 0.05 = 240$ (人),
 $\therefore a = 36 \div 240 = 0.15$, $b = 240 \times 0.25 = 60$;
 统计图补充如下:



(2) C 组数据范围是 24.5 ~ 26.5, 由于成绩均为整数, 所以 C 组的成绩为 25 分与 26 分, 虽然 C 组人数最多, 但是 25 分与 26 分的人数不一定最多, 所以这组数据的众数不一定在 C 中. 故小明的说法错误;

(3) $48000 \times (0.25 + 0.20) = 21600$ (人).

即该市今年 48000 名初三年级学生中体育成绩为优秀的学生人数约有 21600 人.

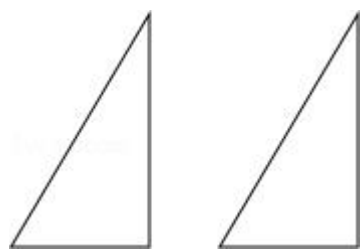
故答案为 0.15, 60; 错误.

点评: 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力; 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题. 同时考查了众数的定义及用样本估计总体的思想.

20. (6 分) (2014•宿迁) 如图是两个全等的含 30° 角的直角三角形.

(1) 将其相等边拼在一起, 组成一个没有重叠部分的平面图形, 请你画出所有不同的拼接平面图形的示意图;

(2) 若将 (1) 中平面图形分别印制在质地、形状、大小完全相同的卡片上, 洗匀后从中随机抽取一张, 求抽取的卡片上平面图形为轴对称图形的概率.

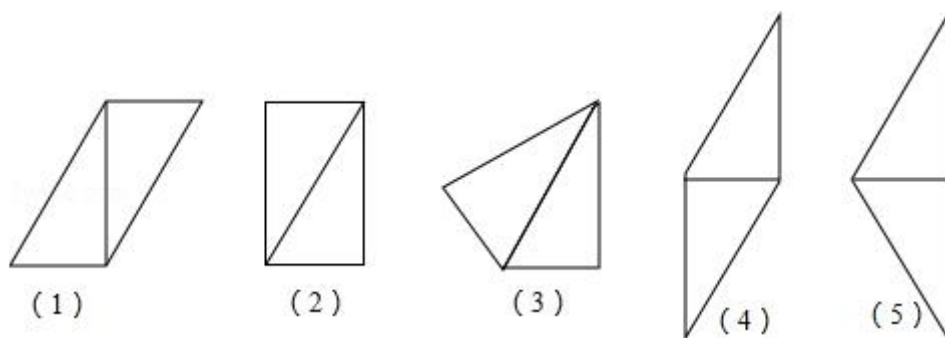


考点: 图形的剪拼; 轴对称图形; 概率公式.

分析: (1) 由于等腰三角形的两腰相等, 且底边的高线即是底边的中线, 所以把任意相等的两边重合组成图形即可;

(2) 利用轴对称图形的性质得出轴对称图形, 进而利用概率公式求出即可.

解答: 解: (1) 如图所示:

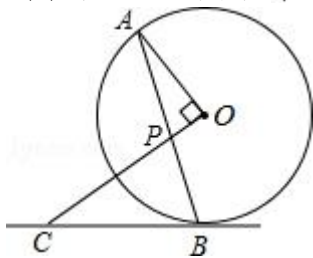


(2) 由题意得：轴对称图形有 (2), (3), (5),
故抽取的卡片上平面图形为轴对称图形的概率为: $\frac{3}{5}$.

点评: 本题考查的是图形的剪拼以及概率公式等知识, 熟知轴对称图形的性质是解答此题的关键.

21. (6分) (2014•宿迁) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, $OP \perp OA$ 交 AB 于点 P , 过点 B 的直线交 OP 的延长线于点 C , 且 $CP=CB$.

- (1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{5}$, $OP=1$, 求 BC 的长.



考点: 切线的判定.

分析: (1) 由垂直定义得 $\angle A + \angle APO = 90^\circ$, 根据等腰三角形的性质由 $CP=CB$ 得 $\angle CBP = \angle CPB$, 根据对顶角相等得 $\angle CPB = \angle APO$, 所以 $\angle APO = \angle CBP$, 而 $\angle A = \angle OBA$, 所以 $\angle OBC = \angle CBP + \angle OBA = \angle APO + \angle A = 90^\circ$, 然后根据切线的判定定理得到 BC 是 $\odot O$ 的切线;

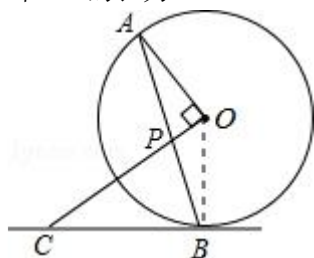
(2) 设 $BC=x$, 则 $PC=x$, 在 $Rt\triangle OBC$ 中, 根据勾股定理得到 $(\sqrt{5})^2 + x^2 = (x+1)^2$, 然后解方程即可.

解答: (1) 证明: 连结 OB , 如图,

$\because OP \perp OA$,
 $\therefore \angle APO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle A + \angle APO = 90^\circ$,
 $\because CP = CB$,
 $\therefore \angle CBP = \angle CPB$,
 而 $\angle CPB = \angle APO$,
 $\therefore \angle APO = \angle CBP$,
 $\because OA = OB$,
 $\therefore \angle A = \angle OBA$,
 $\therefore \angle OBC = \angle CBP + \angle OBA = \angle APO + \angle A = 90^\circ$,

$\therefore OB \perp BC$,
 $\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线;

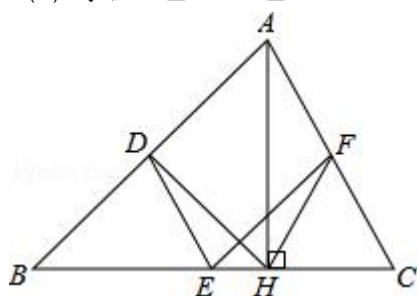
(2) 解: 设 $BC=x$, 则 $PC=x$,
 在 $Rt\triangle OBC$ 中, $OB=\sqrt{5}$, $OC=CP+OP=x+1$,
 $\therefore OB^2+BC^2=OC^2$,
 $\therefore (\sqrt{5})^2+x^2=(x+1)^2$,
 解得 $x=2$,
 即 BC 的长为 2.



点评: 本题考查了切线的判定定理: 经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线. 也考查了勾股定理.

22. (6分) (2014•宿迁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D , E , F 分别是 AB , BC , CA 的中点, AH 是边 BC 上的高.

- (1) 求证: 四边形 $ADEF$ 是平行四边形;
- (2) 求证: $\angle DHF = \angle DEF$.



考点: 三角形中位线定理; 直角三角形斜边上的中线; 平行四边形的判定.

专题: 证明题.

分析: (1) 根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得 $EF \parallel AB$, $DE \parallel AC$, 再根据平行四边形的定义证明即可;
 (2) 根据平行四边形的对角线相等可得 $\angle DEF = \angle BAC$, 根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $DH = AD$, $FH = AF$, 再根据等边对等角可得 $\angle DAH = \angle DHA$, $\angle FAH = \angle FHA$, 然后求出 $\angle DHF = \angle BAC$, 等量代换即可得到 $\angle DHF = \angle DEF$.

解答: 证明: (1) $\because$ 点 D , E , F 分别是 AB , BC , CA 的中点,
 $\therefore DE$, EF 都是 $\triangle ABC$ 的中位线,
 $\therefore EF \parallel AB$, $DE \parallel AC$,
 $\therefore$ 四边形 $ADEF$ 是平行四边形;

(2) $\because$ 四边形 $ADEF$ 是平行四边形,
 $\therefore \angle DEF = \angle BAC$,

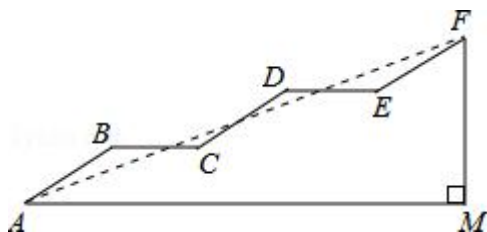
$\because D, F$ 分别是 AB, CA 的中点, AH 是边 BC 上的高,
 $\therefore DH=AD, FH=AF,$
 $\therefore \angle DAH=\angle DHA, \angle FAH=\angle FHA,$
 $\therefore \angle DAH+\angle FAH=\angle BAC,$
 $\angle DHA+\angle FHA=\angle DHF,$
 $\therefore \angle DHF=\angle BAC,$
 $\therefore \angle DHF=\angle DEF.$

点评: 本题考查了三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半, 等腰三角形的性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质, 平行四边形的判定与性质, 熟记各性质并准确识图是解题的关键.

23. (8分) (2014•宿迁) 如图是某通道的侧面示意图, 已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, $AM \parallel BC \parallel DE$, $AB=CD=EF$, $\angle BAM=30^\circ$, $AB=6m$.

(1) 求 FM 的长;

(2) 连接 AF , 若 $\sin \angle FAM = \frac{1}{3}$, 求 AM 的长.



考点: 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析: (1) 分别过点 B, D, F 作 $BN \perp AM$ 于点 N , $DG \perp BC$ 延长线于点 G , $FH \perp DE$ 延长线于点 H , 根据 $AB \parallel CD \parallel EF$, $AM \parallel BC \parallel DE$, 分别解 $Rt\triangle ABN$ 、 $Rt\triangle DCG$ 、 $Rt\triangle FEH$, 求出 BN, DG, FH 的长度, 继而可求出 FM 的长度;

(2) 在 $Rt\triangle FAM$ 中, 根据 $\sin \angle FAM = \frac{1}{3}$, 求出 AF 的长度, 然后利用勾股定理求出 AM 的长度.

解答: 解: (1) 分别过点 B, D, F 作 $BN \perp AM$ 于点 N , $DG \perp BC$ 延长线于点 G , $FH \perp DE$ 延长线于点 H ,

在 $Rt\triangle ABN$ 中,

$\because AB=6m, \angle BAM=30^\circ,$

$\therefore BN=AB \sin \angle BAN = 6 \times \frac{1}{2} = 3m,$

$\because AB \parallel CD \parallel EF, AM \parallel BC \parallel DE,$

同理可得: $DG=FH=3m,$

$\therefore FM=FH+DG+BN=9m;$

(2) 在 $Rt\triangle FAM$ 中,

$\because FM=9m, \sin \angle FAM = \frac{1}{3},$

$\therefore AF=27m,$

$$\begin{aligned}
 &\because BC=4\text{cm}, \\
 &\therefore AD=\sqrt{3^2+4^2}=5\text{cm}, \\
 &\therefore \frac{14-t}{5}=\frac{P'M}{4}, \\
 &\therefore P'M=\frac{4(14-t)}{5}, \\
 &\therefore S=\frac{1}{2}AB\cdot P'M=\frac{16(14-t)}{5}, \\
 &\text{即 } S \text{ 关于 } t \text{ 的函数表达式 } S=\frac{16(14-t)}{5};
 \end{aligned}$$

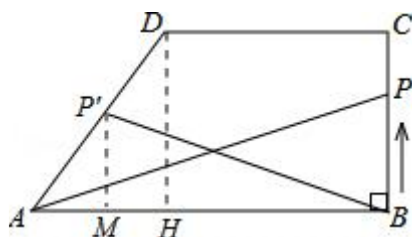
(3) 由题意可知当 P 在 CD 上运动时, $S=\frac{1}{2}\times 8\times 4=16\text{cm}^2$,

所以当 $t=12$ 时, P 在 BC 或 AD 上,

当 P 在 BC 上时, $12=\frac{1}{2}\times 8\cdot t$, 解得: $t=3$;

当 P 在 AD 上时, $12=\frac{16(14-t)}{5}$, 解得: $t=\frac{39}{4}$.

$\therefore$ 当 $S=12$ 时, t 的值为 3 或 $\frac{39}{4}$.



点评: 本题考查了直角梯形的性质、相似三角形的判定和性质以及勾股定理的运用和三角形面积公式的运用, 题目的综合性较强, 难度中等, 对于动点问题特别要注意的是分类讨论数学思想的运用.

四、附加题 (本大题共 2 小题, 共 20 分)

25. (10 分) (2014·宿迁) 如图, 已知 $\triangle BAD$ 和 $\triangle BCE$ 均为等腰直角三角形, $\angle BAD=\angle BCE=90^\circ$, 点 M 为 DE 的中点, 过点 E 与 AD 平行的直线交射线 AM 于点 N .

(1) 当 A, B, C 三点在一直线上时 (如图 1), 求证: M 为 AN 的中点;

(2) 将图 1 中的 $\triangle BCE$ 绕点 B 旋转, 当 A, B, E 三点在一直线上时 (如图 2), 求证: $\triangle ACN$ 为等腰直角三角形;

(3) 将图 1 中 $\triangle BCE$ 绕点 B 旋转到图 3 位置时, (2) 中的结论是否仍成立? 若成立, 试证明之, 若不成立, 请说明理由.

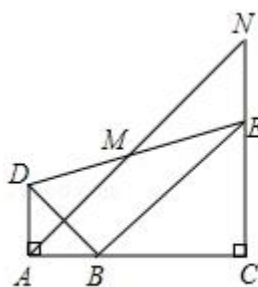


图1

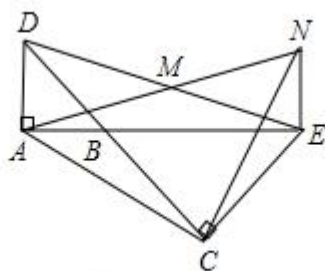


图2

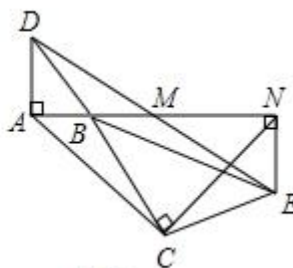


图3

考点: 几何变换综合题；平行线的性质；全等三角形的判定与性质；等腰直角三角形；多边形内角与外角.

专题: 证明题.

分析: (1) 由 $EN \parallel AD$ 和点 M 为 DE 的中点可以证到 $\triangle ADM \cong \triangle NEM$, 从而证到 M 为 AN 的中点.

(2) 易证 $AB=DA=NE$, $\angle ABC=\angle NEC=135^\circ$, 从而可以证到 $\triangle ABC \cong \triangle NEC$, 进而可以证到 $AC=NC$, $\angle ACN=\angle BCE=90^\circ$, 则有 $\triangle ACN$ 为等腰直角三角形.

(3) 借鉴 (2) 中的解题经验可得 $AB=DA=NE$, $\angle ABC=\angle NEC=180^\circ - \angle CBN$, 从而可以证到 $\triangle ABC \cong \triangle NEC$, 进而可以证到 $AC=NC$, $\angle ACN=\angle BCE=90^\circ$, 则有 $\triangle ACN$ 为等腰直角三角形.

解答: (1) 证明: 如图 1,

$\because EN \parallel AD$,

$\therefore \angle MAD = \angle MNE$, $\angle ADM = \angle NEM$.

$\because$ 点 M 为 DE 的中点,

$\therefore DM = EM$.

在 $\triangle ADM$ 和 $\triangle NEM$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle MAD = \angle MNE \\ \angle ADM = \angle NEM \\ DM = EM \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADM \cong \triangle NEM$.

$\therefore AM = MN$.

$\therefore M$ 为 AN 的中点.

(2) 证明: 如图 2,

$\because \triangle BAD$ 和 $\triangle BCE$ 均为等腰直角三角形,

$\therefore AB = AD$, $CB = CE$, $\angle CBE = \angle CEB = 45^\circ$.

$\because AD \parallel NE$,

$\therefore \angle DAE + \angle NEA = 180^\circ$.

$\because \angle DAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle NEA = 90^\circ$.

$\therefore \angle NEC = 135^\circ$.

$\because A, B, E$ 三点在同一直线上,

$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle CBE = 135^\circ$.

$\therefore \angle ABC = \angle NEC$.

$\because \triangle ADM \cong \triangle NEM$ (已证),

$$\therefore AD=NE.$$

$$\because AD=AB,$$

$$\therefore AB=NE.$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle NEC$ 中,

$$\begin{cases} AB=NE \\ \angle ABC=\angle NEC \\ BC=EC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle NEC.$$

$$\therefore AC=NC, \angle ACB=\angle NCE.$$

$$\therefore \angle ACN=\angle BCE=90^\circ.$$

$\therefore \triangle ACN$ 为等腰直角三角形.

(3) $\triangle ACN$ 仍为等腰直角三角形.

证明: 如图 3, 此时 A、B、N 三点在同一条直线上.

$$\because AD \parallel EN, \angle DAB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ENA=\angle DAN=90^\circ.$$

$$\because \angle BCE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBN+\angle CEN=360^\circ-90^\circ-90^\circ=180^\circ.$$

$$\because \text{A、B、N 三点在同一条直线上},$$

$$\therefore \angle ABC+\angle CBN=180^\circ.$$

$$\therefore \angle ABC=\angle NEC.$$

$$\because \triangle ADM \cong \triangle NEM \text{ (已证)},$$

$$\therefore AD=NE.$$

$$\because AD=AB,$$

$$\therefore AB=NE.$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle NEC$ 中,

$$\begin{cases} AB=NE \\ \angle ABC=\angle NEC \\ BC=EC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle NEC.$$

$$\therefore AC=NC, \angle ACB=\angle NCE.$$

$$\therefore \angle ACN=\angle BCE=90^\circ.$$

$\therefore \triangle ACN$ 为等腰直角三角形.

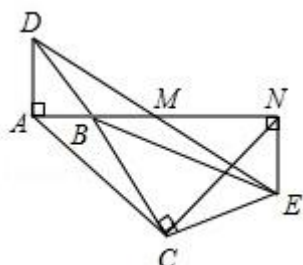


图3

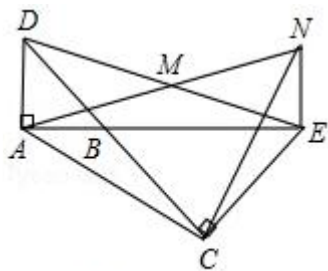


图2

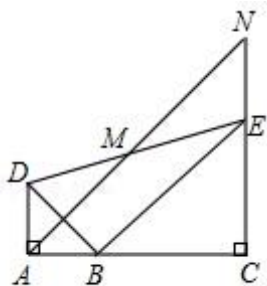


图1

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质、平行线的性质、等腰直角三角形的判定与性质、多边形的内角与外角等知识，渗透了变中有不变的辩证思想，是一道好题.

26. (10 分) (2014•宿迁) 如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$, $c<0$) 交 x 轴于点 A , B , 交 y 轴于点 C , 设过点 A , B , C 三点的圆与 y 轴的另一个交点为 D .

(1) 如图 1, 已知点 A , B , C 的坐标分别为 $(-2, 0)$, $(8, 0)$, $(0, -4)$;

①求此抛物线的表达式与点 D 的坐标;

②若点 M 为抛物线上的一动点, 且位于第四象限, 求 $\triangle BDM$ 面积的最大值;

(2) 如图 2, 若 $a=1$, 求证: 无论 b , c 取何值, 点 D 均为顶点, 求出该定点坐标.

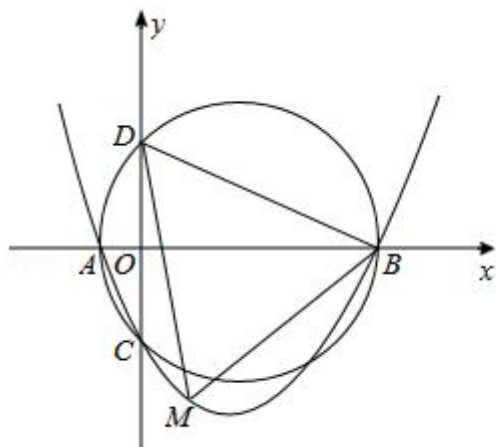


图1

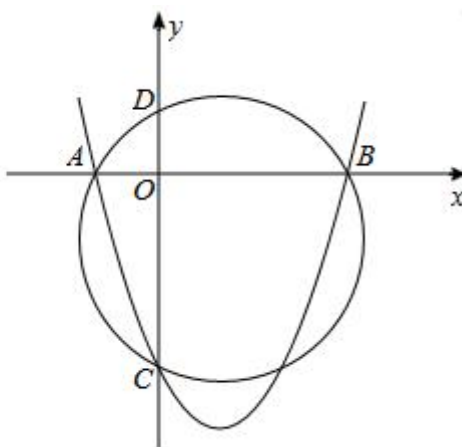


图2

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) ①利用待定系数法求抛物线的解析式; 利用勾股定理的逆定理证明 $\angle ACB=90^\circ$, 由圆周角定理得 AB 为圆的直径, 再由垂径定理知点 C 、 D 关于 AB 对称, 由此得出点 D 的坐标;

②求出 $\triangle BDM$ 面积的表达式, 再利用二次函数的性质求出最值. 解答中提供了两种

解法，请分析研究；

(3) 根据抛物线与 x 轴的交点坐标、根与系数的关系、相似三角形求解.

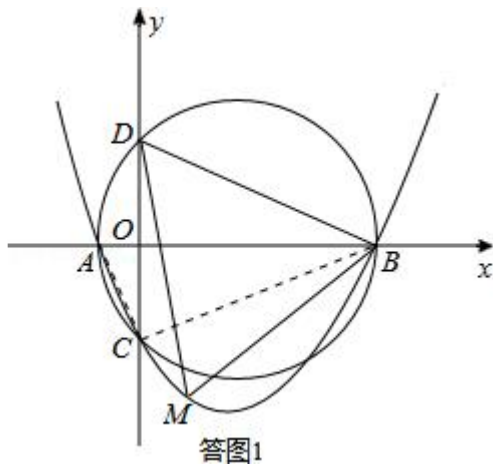
解答: 解: (1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 $A(-2, 0)$, $B(8, 0)$, $C(0, -4)$,

$$\therefore \begin{cases} 4a-2b+c=0 \\ 64a+8b+c=0 \\ c=-4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=-\frac{3}{2} \\ c=-4 \end{cases}$$

$$\therefore \text{ 抛物线的解析式为: } y=\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}x-4;$$

$$\because OA=2, OB=8, OC=4, \therefore AB=10.$$

如答图 1, 连接 AC 、 BC .



答图1

由勾股定理得: $AC=\sqrt{20}$, $BC=\sqrt{80}$.

$$\because AC^2+BC^2=AB^2=100,$$

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$\therefore AB$ 为圆的直径.

由垂径定理可知, 点 C 、 D 关于直径 AB 对称,

$$\therefore D(0, 4).$$

(2) 解法一:

设直线 BD 的解析式为 $y=kx+b$, $\because B(8, 0)$, $D(0, 4)$,

$$\therefore \begin{cases} 8k+b=0 \\ b=4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=4 \end{cases}$$

$$\therefore \text{ 直线 } BD \text{ 解析式为: } y=-\frac{1}{2}x+4.$$

$$\text{ 设 } M(x, \frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}x-4),$$

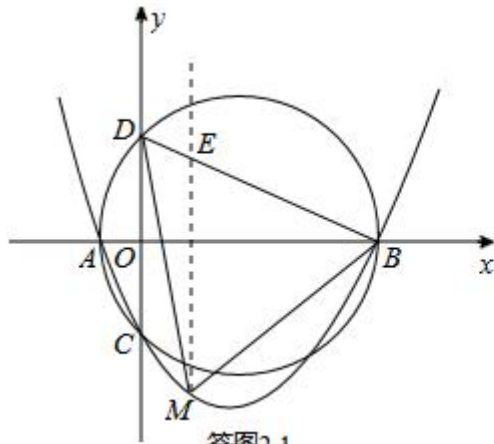
如答图 2-1, 过点 M 作 $ME \parallel y$ 轴, 交 BD 于点 E , 则 $E(x, -\frac{1}{2}x+4)$.

$$\therefore ME = (-\frac{1}{2}x+4) - (\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}x-4) = -\frac{1}{4}x^2+x+8.$$

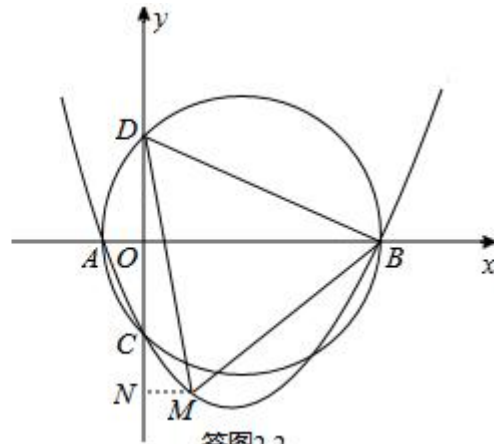
$$\therefore S_{\triangle BDM} = S_{\triangle MED} + S_{\triangle MEB} = \frac{1}{2}ME (x_E - x_D) + \frac{1}{2}ME (x_B - x_D) = \frac{1}{2}ME (x_B - x_D) = 4ME,$$

$$\therefore S_{\triangle BDM} = 4 \left(-\frac{1}{4}x^2 + x + 8 \right) = -x^2 + 4x + 32 = -(x-2)^2 + 36.$$

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, $\triangle BDM$ 的面积有最大值为 36;



答图2-1



答图2-2

解法二:

如答图 2-2, 过 M 作 $MN \perp y$ 轴于点 N.

$$\text{设 } M \left(m, \frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4 \right),$$

$$\therefore S_{\triangle OBD} = \frac{1}{2}OB \cdot OD = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16,$$

$$S_{\text{梯形 OBMN}} = \frac{1}{2} (MN + OB) \cdot ON$$

$$= \frac{1}{2} (m+8) \left[-\left(\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4 \right) \right]$$

$$= -\frac{1}{2}m \left(\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4 \right) - 4 \left(\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4 \right),$$

$$S_{\triangle MND} = \frac{1}{2}MN \cdot DN$$

$$= \frac{1}{2}m \left[4 - \left(\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4 \right) \right]$$

$$= 2m - \frac{1}{2}m \left(\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4 \right),$$

$$\therefore S_{\triangle BDM} = S_{\triangle OBD} + S_{\text{梯形 OBMN}} - S_{\triangle MND}$$

$$= 16 - \frac{1}{2}m \left(\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4 \right) - 4 \left(\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4 \right) - 2m + \frac{1}{2}m \left(\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4 \right)$$

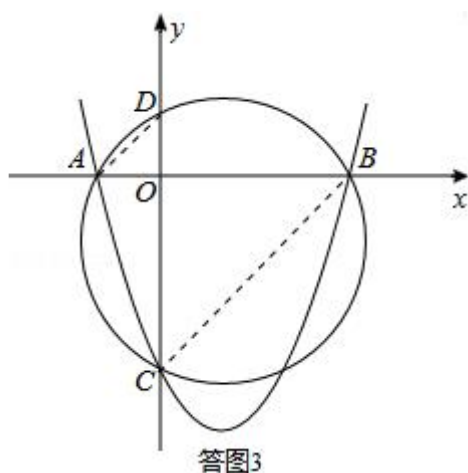
$$= 16 - 4 \left(\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4 \right) - 2m$$

$$= -m^2 + 4m + 32$$

$$= -(m-2)^2 + 36;$$

$\therefore$ 当 $m=2$ 时, $\triangle BDM$ 的面积有最大值为 36.

(3) 如答图 3, 连接 AD、BC.



由圆周角定理得: $\angle ADO = \angle CBO$, $\angle DAO = \angle BCO$,
 $\therefore \triangle AOD \sim \triangle COB$,

$$\therefore \frac{OD}{OA} = \frac{OB}{OC},$$

设 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$,

$\because$ 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ ($c < 0$),

$\therefore OC = -c$, $x_1 x_2 = c$,

$$\therefore \frac{OD}{-x_1} = \frac{x_2}{-c},$$

$$\therefore OD = \frac{-x_1 x_2}{-c} = 1,$$

$\therefore$ 无论 b, c 取何值, 点 D 均为定点, 该定点坐标 $D(0, 1)$.

点评: 本题考查了待定系数法求解析式, 直角三角形的判定及性质, 图形面积计算, 三角形相似的判定和性质, 二次函数的系数与 x 轴的交点的关系等.