

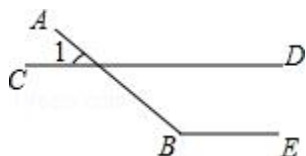
2014 年江苏省南通市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2014•南通) -4 的相反数 ()

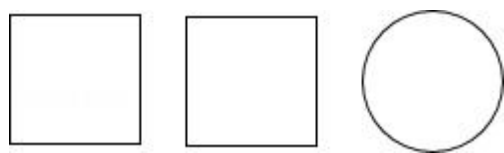
- A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

2. (3 分) (2014•南通) 如图, $\angle 1=40^\circ$, 如果 $CD \parallel BE$, 那么 $\angle B$ 的度数为 ()



- A. 160° B. 140° C. 60° D. 50°

3. (3 分) (2014•南通) 已知一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体是 ()



- A. 圆柱 B. 圆锥 C. 球 D. 棱柱

4. (3 分) (2014•南通) 若 $\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq \frac{1}{2}$ B. $x \geq -\frac{1}{2}$ C. $x > \frac{1}{2}$ D. $x \neq \frac{1}{2}$

5. (3 分) (2014•南通) 点 $P(2, -5)$ 关于 x 轴对称的点的坐标为 ()

- A. $(-2, 5)$ B. $(2, 5)$
C. $(-2, -5)$ D. $(2, -5)$

6. (3 分) (2014•南通) 化简 $\frac{x^2}{x-1} + \frac{x}{1-x}$ 的结果是 ()

- A. $x+1$ B. $x-1$ C. $-x$ D. x

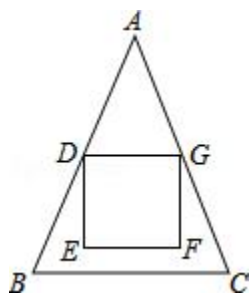
7. (3 分) (2014•南通) 已知一次函数 $y=kx-1$, 若 y 随 x 的增大而增大, 则它的图象经过 ()

- A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限
C. 第一、三、四象限 D. 第二、三、四象限

8. (3分) (2014•南通) 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是 ()

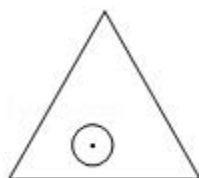
- A. $a \geq 1$ B. $a > 1$ C. $a \leq -1$ D. $a < -1$

9. (3分) (2014•南通) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=18$, $BC=12$, 正方形 $DEFG$ 的顶点 E, F 在 $\triangle ABC$ 内, 顶点 D, G 分别在 AB, AC 上, $AD=AG$, $DG=6$, 则点 F 到 BC 的距离为 ()



- A. 1 B. 2 C. $12\sqrt{2}-6$ D. $6\sqrt{2}-6$

10. (3分) (2014•南通) 如图, 一个半径为 r 的圆形纸片在边长为 a ($a \geq 2\sqrt{3}r$) 的等边三角形内任意运动, 则在该等边三角形内, 这个圆形纸片“不能接触到的部分”的面积是 ()



- A. $\frac{\pi}{3}r^2$ B. $\frac{(3\sqrt{3}-\pi)}{3}r^2$ C. $(3\sqrt{3}-\pi)r^2$ D. πr^2

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

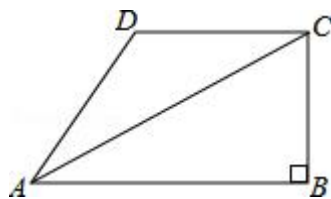
11. (3分) (2014•南通) 我国第一艘航母“辽宁舰”最大排水量为 67500 吨, 这个数据用科学记数法可表示为_____吨.

12. (3分) (2014•南通) 因式分解 $a^3b - ab =$ _____.

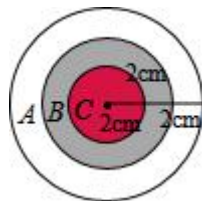
13. (3 分) (2014•南通) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 $m =$ _____.

14. (3 分) (2014•南通) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的公共点是 $(-4, 0)$, $(2, 0)$, 则这条抛物线的对称轴是直线_____.

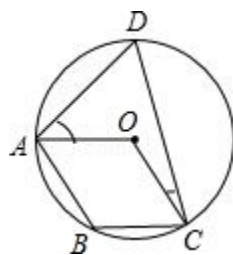
15. (3 分) (2014•南通) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $\angle B = 90^\circ$, 连接 AC , $\angle DAC = \angle BAC$. 若 $BC = 4\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$, 则 $AB =$ _____ cm .



16. (3 分) (2014•南通) 在如图所示 (A, B, C 三个区域) 的图形中随机地撒一把豆子, 豆子落在_____区域的可能性最大 (填 A 或 B 或 C).



17. (3 分) (2014•南通) 如图, 点 A 、 B 、 C 、 D 在 $\odot O$ 上, O 点在 $\angle D$ 的内部, 四边形 $OABC$ 为平行四边形, 则 $\angle OAD + \angle OCD =$ _____ $^\circ$.



18. (3 分) (2014•南通) 已知实数 m , n 满足 $m - n^2 = 1$, 则代数式 $m^2 + 2n^2 + 4m - 1$ 的最小值等于_____.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分)

19. (10 分) (2014•南通) 计算:

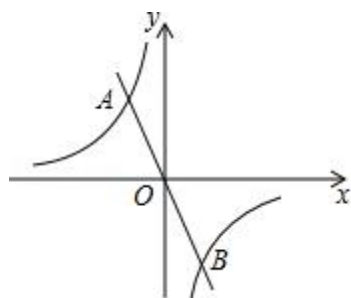
$$(1) (-2)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}\right)^0 - \sqrt{4} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1};$$

$$(2) [x(x^2y^2 - xy) - y(x^2 - x^3y)] \div x^2y.$$

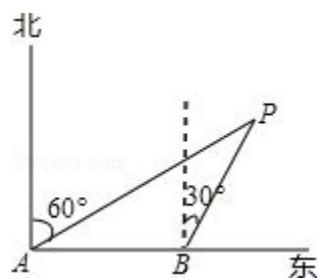
20. (8 分) (2014•南通) 如图, 正比例函数 $y = -2x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 A (m, 2), B 两点.

(1) 求反比例函数的表达式及点 B 的坐标;

(2) 结合图象直接写出当 $-2x > \frac{k}{x}$ 时, x 的取值范围.

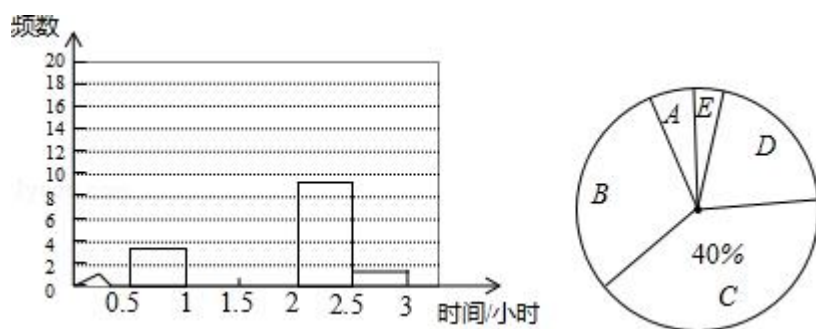


21. (8 分) (2014•南通) 如图, 海中有一灯塔 P, 它的周围 8 海里内有暗礁. 海轮以 18 海里/时的速度由西向东航行, 在 A 处测得灯塔 P 在北偏东 60° 方向上; 航行 40 分钟到达 B 处, 测得灯塔 P 在北偏东 30° 方向上; 如果海轮不改变航线继续向东航行, 有没有触礁的危险?



22. (8 分) (2014•南通) 九年级 (1) 班开展了为期一周的“敬老爱亲”社会活动, 并根据学生做家务的时间来评价他们在活动中的表现, 老师调查了全班 50 名学生在这次活动中做家务的时间, 并将统计的时间 (单位: 小时) 分成 5 组:

A. $0.5 \leq x < 1$ B. $1 \leq x < 1.5$ C. $1.5 \leq x < 2$ D. $2 \leq x < 2.5$ E. $2.5 \leq x < 3$; 并制成两幅不完整的统计图 (如图):



请根据图中提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 这次活动中学生做家务时间的中位数所在的组是_____;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 该班的小明同学这一周做家务 2 小时, 他认为自己做家务的时间比班里一半以上的同学多, 你认为小明的判断符合实际吗? 请用适当的统计知识说明理由.

23. (8分) (2014•南通) 盒中有 x 个黑球和 y 个白球, 这些球除颜色外无其他差别. 若从盒中随机取一个球, 它是黑球的概率是 $\frac{2}{5}$; 若往盒中再放进 1 个黑球, 这时取得黑球的概率变为 $\frac{1}{2}$.

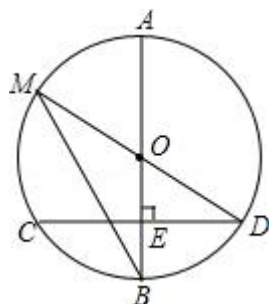
(1) 填空: $x=$ _____, $y=$ _____;

(2) 小王和小林利用 x 个黑球和 y 个白球进行摸球游戏. 约定: 从盒中随机摸取一个, 接着从剩下的球中再随机摸取一个, 若两球颜色相同则小王胜, 若颜色不同则小林胜. 求两个人获胜的概率各是多少?

24. (8分) (2014•南通) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 点 M 在 $\odot O$ 上, MD 恰好经过圆心 O , 连接 MB .

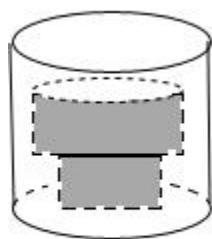
(1) 若 $CD=16$, $BE=4$, 求 $\odot O$ 的直径;

(2) 若 $\angle M = \angle D$, 求 $\angle D$ 的度数.

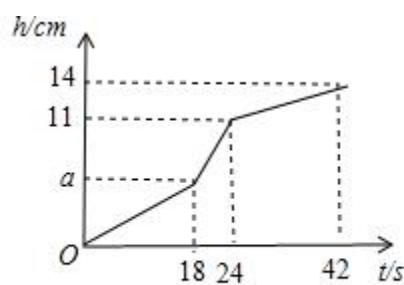


25. (9分) (2014•南通) 如图①, 底面积为 30cm^2 的空圆柱形容器内水平放置着由两个实心圆柱组成的“几何体”, 现向容器内匀速注水, 注满为止, 在注水过程

中，水面高度 h (cm) 与注水时间 t (s) 之间的关系如图②所



图①



图②

示.

请根据图中提供的信息，解答下列问题：

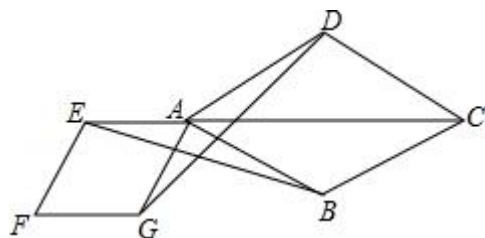
(1) 圆柱形容器的高为_____cm，匀速注水的水流速度为_____ cm^3/s ;

(2) 若“几何体”的下方圆柱的底面积为 15cm^2 ，求“几何体”上方圆柱的高和底面积.

26. (10 分) (2014•南通) 如图，点 E 是菱形 ABCD 对角线 CA 的延长线上任意一点，以线段 AE 为边作一个菱形 AEFG，且菱形 AEFG $\sim$ 菱形 ABCD，连接 EC，GD.

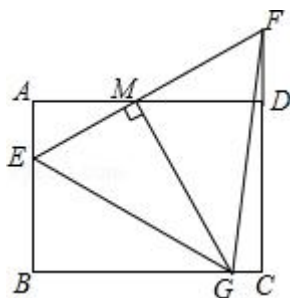
(1) 求证：EB=GD;

(2) 若 $\angle DAB=60^\circ$ ， $AB=2$ ， $AG=\sqrt{3}$ ，求 GD 的长.



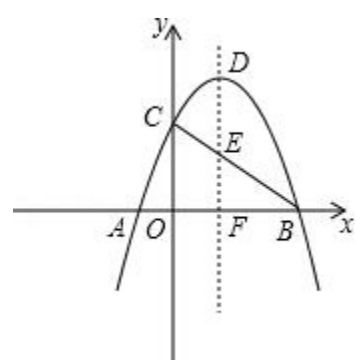
27. (13 分) (2014•南通) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=4$, E 为 AB 上一点, $AE=1$, M 为射线 AD 上一动点, $AM=a$ (a 为大于 0 的常数), 直线 EM 与直线 CD 交于点 F , 过点 M 作 $MG \perp EM$, 交直线 BC 于 G .

- (1) 若 M 为边 AD 中点, 求证: $\triangle EFG$ 是等腰三角形;
- (2) 若点 G 与点 C 重合, 求线段 MG 的长;
- (3) 请用含 a 的代数式表示 $\triangle EFG$ 的面积 S , 并指出 S 的最小整数值.



28. (14 分) (2014•南通) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴相交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于 C , 顶点为 D , 抛物线的对称轴 DF 与 BC 相交于点 E , 与 x 轴相交于点 F .

- (1) 求线段 DE 的长;
- (2) 设过 E 的直线与抛物线相交于 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 试判断当 $|x_1 - x_2|$ 的值最小时, 直线 MN 与 x 轴的位置关系, 并说明理由;
- (3) 设 P 为 x 轴上的一点, $\angle DAO + \angle DPO = \angle \alpha$, 当 $\tan \angle \alpha = 4$ 时, 求点 P 的坐标.



2014 年江苏省南通市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2014•南通) -4 的相反数 ()

- A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

考点： 相反数.

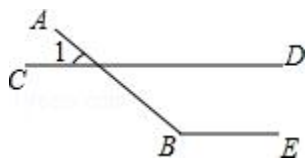
分析： 根据只有符号不同的两个数叫做互为相反数解答.

解答： 解： -4 的相反数 4.

故选 A.

点评： 本题考查了相反数的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键.

2. (3 分) (2014•南通) 如图， $\angle 1=40^\circ$ ，如果 $CD \parallel BE$ ，那么 $\angle B$ 的度数为 ()



- A. 160° B. 140° C. 60° D. 50°

考点： 平行线的性质.

专题： 计算题.

分析： 先根据邻补角的定义计算出 $\angle 2=180^\circ - \angle 1=140^\circ$ ，然后根据平行线的性

质得 $\angle B=\angle 2=140^\circ$.

解答： 解： 如图，

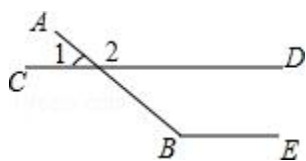
$$\because \angle 1=40^\circ,$$

$$\therefore \angle 2=180^\circ - 40^\circ=140^\circ,$$

$$\because CD \parallel BE,$$

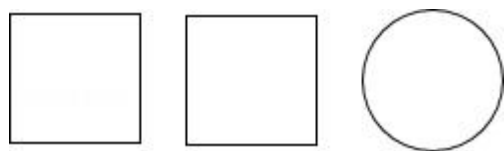
$$\therefore \angle B = \angle 2 = 140^\circ.$$

故选 B.



点评： 本题考查了平行线性质的：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等.

3. (3 分) (2014•南通) 已知一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体是 ()



- A. 圆柱 B. 圆锥 C. 球 D. 棱柱

考点： 由三视图判断几何体.

分析： 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看所得到的图形, 从而得出答案.

解答： 解: 俯视图为圆的几何体为球, 圆锥, 圆柱, 再根据其他视图, 可知此几何体为圆柱.

故选 A.

点评： 本题考查由三视图确定几何体的形状, 主要考查学生空间想象能力.

4. (3 分) (2014•南通) 若 $\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq \frac{1}{2}$ B. $x \geq -\frac{1}{2}$ C. $x > \frac{1}{2}$ D. $x \neq \frac{1}{2}$

考点： 二次根式有意义的条件; 分式有意义的条件.

分析： 根据被开方数大于等于 0, 分母不等于 0 列式计算即可得解.

解答： 解: 由题意得, $2x - 1 > 0$,

$$\text{解得 } x > \frac{1}{2}.$$

故选 C.

点评： 本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数.

5. (3 分) (2014•南通) 点 P (2, -5) 关于 x 轴对称的点的坐标为 ()
- A. (-2, 5) B. (2, 5) C. (-2, -5) D. (2, -5)

考点： 关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

分析： 根据关于 x 轴对称点的坐标特点：横坐标不变，纵坐标互为相反数. 即点 P (x, y) 关于 x 轴的对称点 P' 的坐标是 (x, -y)，进而得出答案.

解答： 解：∵ 点 P (2, -5) 关于 x 轴对称，

∴ 对称点的坐标为：(2, 5).

故选：B.

点评： 此题主要考查了关于 x 轴对称点的坐标性质，正确记忆坐标变化规律是解题关键.

6. (3 分) (2014•南通) 化简 $\frac{x^2}{x-1} + \frac{x}{1-x}$ 的结果是 ()

A. $x+1$ B. $x-1$ C. $-x$ D. x

考点： 分式的加减法.

专题： 计算题.

分析： 将分母化为同分母，通分，再将分子因式分解，约分.

解答： 解： $\frac{x^2}{x-1} + \frac{x}{1-x} = \frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1}$

$$= \frac{x^2 - x}{x-1}$$

$$= \frac{x(x-1)}{x-1}$$

$=x,$

故选 D.

点评： 本题考查了分式的加减运算. 分式的加减运算中，如果是同分母分式，那么分母不变，把分子直接相加减即可；如果是异分母分式，则必须先通分，把异分母分式化为同分母分式，然后再相加减.

7. (3 分) (2014•南通) 已知一次函数 $y=kx-1$ ，若 y 随 x 的增大而增大，则它的图象经过 ()

- A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限
C. 第一、三、四象限 D. 第二、三、四象限

考点： 一次函数图象与系数的关系.

分析： 根据“一次函数 $y=kx-3$ 且 y 随 x 的增大而增大”得到 $k < 0$ ，再由 k 的符号确定该函数图象所经过的象限.

解答： 解： $\because$ 一次函数 $y=kx-1$ 且 y 随 x 的增大而增大，

$\therefore k < 0$ ，该直线与 y 轴交于 y 轴负半轴，

$\therefore$ 该直线经过第一、三、四象限.

故选：C.

点评： 本题考查了一次函数图象与系数的关系.

函数值 y 随 x 的增大而减小 $\Leftrightarrow k < 0$ ；函数值 y 随 x 的增大而增大 $\Leftrightarrow k > 0$ ；

一次函数 $y=kx+b$ 图象与 y 轴的正半轴相交 $\Leftrightarrow b > 0$ ，

一次函数 $y=kx+b$ 图象与 y 轴的负半轴相交 $\Leftrightarrow b < 0$ ，

一次函数 $y=kx+b$ 图象过原点 $\Leftrightarrow b=0$.

8. (3 分) (2014•南通) 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 无解，则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq 1$ B. $a > 1$ C. $a \leq -1$ D. $a < -1$

考点： 解一元一次不等式组.

分析： 将不等式组解出来，根据不等式组 $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 无解，求出 a 的取值范围.

解答： 解： 解 $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 得，

$$\begin{cases} x < 1 \\ x > a \end{cases},$$

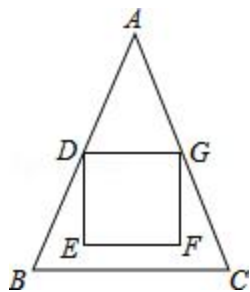
$$\therefore \begin{cases} x-1 < 0 \\ x-a > 0 \end{cases} \text{无解},$$

$$\therefore a \geq 1.$$

故选 A.

点评： 本题考查了解一元一次不等式组，会根据未知数的范围确定它所满足的特殊条件的值．一般方法是先解不等式组，再根据解集求出特殊值．

9. (3 分) (2014•南通) 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=18$ ， $BC=12$ ，正方形 $DEFG$ 的顶点 E ， F 在 $\triangle ABC$ 内，顶点 D ， G 分别在 AB ， AC 上， $AD=AG$ ， $DG=6$ ，则点 F 到 BC 的距离为 ()



A. 1 B. 2 C. $12\sqrt{2}-6$ D. $6\sqrt{2}-6$

考点： 相似三角形的判定与性质；等腰三角形的性质；勾股定理；正方形的性质．

分析： 首先过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M ，交 DG 于点 N ，延长 GF 交 BC 于点 H ，易证得 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ ，然后根据相似三角形的性质以及正方形的性质求解即可求得答案．

解答： 解： 过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M ，交 DG 于点 N ，延长 GF 交 BC 于点 H ，
 $\because AB=AC$ ， $AD=AG$ ，

$$\therefore AD: AB=AG: AB,$$

$$\because \angle BAC=\angle DAG,$$

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \angle ADG=\angle B,$$

$$\therefore DG \parallel BC,$$

$\because$ 四边形 DEFG 是正方形,

$$\therefore FG \perp DG,$$

$$\therefore FH \perp BC, \quad AN \perp DG,$$

$$\because AB=AC=18, \quad BC=12,$$

$$\therefore BM=\frac{1}{2}BC=6,$$

$$\therefore AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=12\sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{AN}{AM}=\frac{DG}{BC},$$

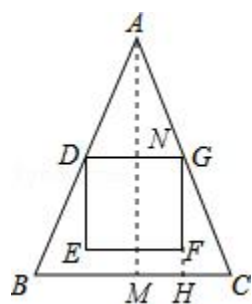
$$\therefore \frac{AN}{12\sqrt{2}}=\frac{6}{12},$$

$$\therefore AN=6\sqrt{2},$$

$$\therefore MN=AM-AN=6\sqrt{2},$$

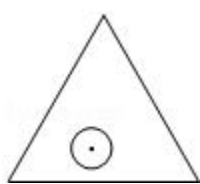
$$\therefore FH=MN-GF=6\sqrt{2}-6.$$

故选 D.



点评： 此题考查了相似三角形的判定与性质、正方形的性质、等腰三角形的性质以及勾股定理. 此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意掌握数形结合思想的应用.

10. (3 分) (2014•南通) 如图，一个半径为 r 的圆形纸片在边长为 a ($a \geq 2\sqrt{3}r$) 的等边三角形内任意运动，则在该等边三角形内，这个圆形纸片“不能接触到的部分”的面积是 ()



- A. $\frac{\pi}{3}r^2$ B. $\frac{(3\sqrt{3}-\pi)}{3}r^2$ C. $(3\sqrt{3}-\pi)r^2$ D. πr^2

考点： 扇形面积的计算；等边三角形的性质；切线的性质.

专题： 计算题.

分析： 过圆形纸片的圆心 O_1 作两边的垂线，垂足分别为 D ， E ，连 AO_1 ，则在 $Rt\triangle ADO_1$ 中，可求得 $AD=\sqrt{3}r$. 四边形 ADO_1E 的面积等于三角形 ADO_1 的面积的 2 倍，还可求出扇形 O_1DE 的面积，所求面积等于四边形 ADO_1E 的面积减去扇形 O_1DE 的面积.

解答： 解：如图，当圆形纸片运动到与 $\angle A$ 的两边相切的位置时，

过圆形纸片的圆心 O_1 作两边的垂线，垂足分别为 D ， E ，

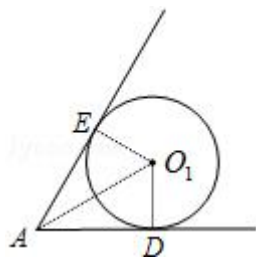
连 AO_1 ，则 $Rt\triangle ADO_1$ 中， $\angle O_1AD=30^\circ$ ， $O_1D=r$ ， $AD=\sqrt{3}r$.

$$\therefore S_{\triangle ADO_1} = \frac{1}{2} O_1D \cdot AD = \frac{\sqrt{3}}{2} r^2. \text{ 由 } S_{\text{四边形} ADO_1E} = 2S_{\triangle ADO_1} = \sqrt{3} r^2.$$

$$\because \text{由题意, } \angle DO_1E = 120^\circ, \text{ 得 } S_{\text{扇形} O_1DE} = \frac{\pi}{3} r^2,$$

$$\therefore \text{圆形纸片不能接触到的部分的面积为 } 3 \left(\sqrt{3} r^2 - \frac{\pi}{3} r^2 \right) = (3\sqrt{3} - \pi) r^2.$$

故选 C.



点评： 本题考查了面积的计算、等边三角形的性质和切线的性质，是基础知识要熟练掌握.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. (3 分) (2014•南通) 我国第一艘航母“辽宁舰”最大排水量为 67500 吨，这个数据用科学记数法可表示为 6.75×10^4 吨.

考点： 科学记数法—表示较大的数.

分析： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答： 解：将 67500 用科学记数法表示为： 6.75×10^4 .

故答案为： 6.75×10^4 .

点评： 此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) (2014•南通) 因式分解 $a^3b - ab =$ $ab(a+1)(a-1)$.

考点： 提公因式法与公式法的综合运用.

分析： 此多项式有公因式，应先提取公因式，再对余下的多项式进行观察，有 2 项，可采用平方差继续分解.

解答： 解： $a^3b - ab$

$$=ab(a^2 - 1)$$

$$=ab(a+1)(a-1).$$

故答案是： $ab(a+1)(a-1)$.

点评： 本题考查了提公因式法与公式法分解因式，要求灵活使用各种方法对多项式进行因式分解，一般来说，如果可以先提取公因式的要先提取公因式，再考虑运用公式法分解.

13. (3 分) (2014•南通) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有两个相等的实数根，那么 $m = \underline{9}$.

考点： 根的判别式.

分析： 因为一元二次方程有两个相等的实数根，所以 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ，根据判别式列出方程求解即可.

解答： 解： $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 0,$$

$$\text{即 } (-6)^2 - 4 \times 1 \times m = 0,$$

解得 $m = 9$

点评： 总结：一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

14. (3 分) (2014•南通) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的公共点是 $(-4, 0)$ ， $(2, 0)$ ，则这条抛物线的对称轴是直线 $\underline{x = -1}$.

考点： 抛物线与 x 轴的交点.

分析： 因为点 A 和 B 的纵坐标都为 0 ，所以可判定 A, B 是一对对称点，把两点的横坐标代入公式 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 求解即可.

解答： 解： $\because$ 抛物线与 x 轴的交点为 $(-1, 0), (3, 0)$,

$\therefore$ 两交点关于抛物线的对称轴对称,

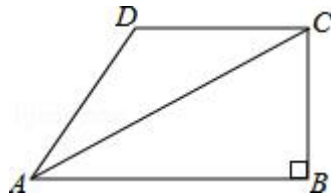
则此抛物线的对称轴是直线 $x = \frac{-4+2}{2} = -1$, 即 $x = -1$.

故答案是: $x = -1$.

点评： 本题考查了抛物线与 x 轴的交点，以及如何求二次函数的对称轴，对于此类题目可以用公式法也可以将函数化为顶点式来求解，也可以用公式

$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 求解，即抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的交点是 $(x_1, 0), (x_2, 0)$ ，则抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

15. (3 分) (2014•南通) 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，连接 AC ， $\angle DAC = \angle BAC$. 若 $BC = 4\text{cm}$ ， $AD = 5\text{cm}$ ，则 $AB = \underline{8} \text{cm}$.



考点： 勾股定理；直角梯形.

分析： 首先过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ，易得四边形 $BCDE$ 是矩形，则可由勾股定理求得 AE 的长，易得 $\triangle ACD$ 是等腰三角形，则可求得 CD 与 BE 的长，继而求得答案.

解答： 解： 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ,

$\because$ 在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 $BCDE$ 是矩形,

$$\therefore CD=BE, DE=BC=4\text{cm}, \angle DEA=90^\circ,$$

$$\therefore AE=\sqrt{AD^2-DE^2}=3 \text{ (cm)},$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DCA=\angle BAC,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle BAC,$$

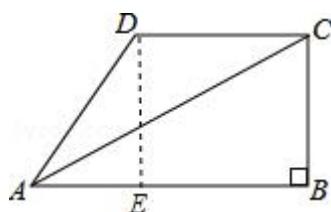
$$\therefore \angle DAC=\angle DCA,$$

$$\therefore CD=AD=5\text{cm},$$

$$\therefore BE=5\text{cm},$$

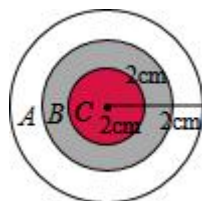
$$\therefore AB=AE+BE=8 \text{ (cm)}.$$

故答案为：8.



点评： 此题考查了梯形的性质、等腰三角形的判定与性质、矩形的性质以及勾股定理. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想的应用.

16. (3 分) (2014•南通) 在如图所示 (A, B, C 三个区域) 的图形中随机地撒一把豆子, 豆子落在 A 区域的可能性最大 (填 A 或 B 或 C).



考点： 几何概率.

分析： 根据哪个区域的面积大落在那个区域的可能性就大解答即可.

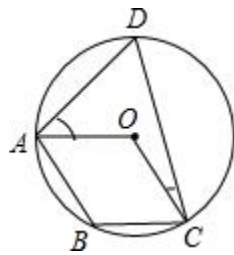
解答： 解：由题意得： $S_A > S_B > S_C$,

故落在 A 区域的可能性大,

故答案为: A.

点评: 本题考查了几何概率, 解题的关键是了解那个区域的面积大落在那个区域的可能性就大.

17. (3 分) (2014•南通) 如图, 点 A、B、C、D 在 $\odot O$ 上, O 点在 $\angle D$ 的内部, 四边形 OABC 为平行四边形, 则 $\angle OAD + \angle OCD =$ 60 $^{\circ}$.



考点: 圆周角定理; 平行四边形的性质.

专题: 压轴题.

分析: 由四边形 OABC 为平行四边形, 根据平行四边形对角相等, 即可得 $\angle B = \angle AOC$, 由圆周角定理, 可得 $\angle AOC = 2\angle ADC$, 又由内接四边形的性质, 可得 $\angle B + \angle ADC = 180^{\circ}$, 即可求得 $\angle B = \angle AOC = 120^{\circ}$, $\angle ADC = 60^{\circ}$, 然后又三角形外角的性质, 即可求得 $\angle OAD + \angle OCD$ 的度数.

解答: 解: 连接 DO 并延长,

$\because$ 四边形 OABC 为平行四边形,

$\therefore \angle B = \angle AOC$,

$\because \angle AOC = 2\angle ADC$,

$\therefore \angle B = 2\angle ADC$,

$\because$ 四边形 ABCD 是 $\odot O$ 的内接四边形,

$\therefore \angle B + \angle ADC = 180^{\circ}$,

$\therefore 3\angle ADC = 180^{\circ}$,

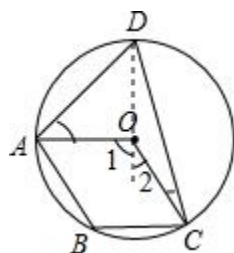
$$\therefore \angle ADC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle AOC = 120^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle OAD + \angle ADO, \quad \angle 2 = \angle OCD + \angle CDO,$$

$$\therefore \angle OAD + \angle OCD = (\angle 1 + \angle 2) - (\angle ADO + \angle CDO) = \angle AOC - \angle ADC = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ.$$

故答案为： 60° .



点评： 此题考查了圆周角定理、圆的内接四边形的性质、平行四边形的性质以及三角形外角的性质. 此题难度适中，注意数形结合思想的应用，注意辅助线的作法.

18. (3 分) (2014•南通) 已知实数 m , n 满足 $m - n^2 = 1$, 则代数式 $m^2 + 2n^2 + 4m - 1$ 的最小值等于 -12 .

考点： 配方法的应用；非负数的性质：偶次方.

专题： 计算题.

分析： 已知等式变形后代入原式，利用完全平方公式变形，根据完全平方式恒大于等于 0，即可确定出最小值.

解答： 解： $\because m - n^2 = 1$, 即 $n^2 = m - 1$,

$$\therefore \text{原式} = m^2 + 2m - 2 + 4m - 1 = m^2 + 6m + 9 - 12 = (m+3)^2 - 12 \geq -12,$$

则代数式 $m^2 + 2n^2 + 4m - 1$ 的最小值等于 -12 ,

故答案为： -12 .

点评： 此题考查了配方法的应用，以及非负数的性质，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分)

19. (10 分) (2014•南通) 计算:

$$(1) (-2)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}\right)^0 - \sqrt{4} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1};$$

$$(2) [x(x^2y^2 - xy) - y(x^2 - x^3y)] \div x^2y.$$

考点： 整式的混合运算；零指数幂；负整数指数幂.

分析： (1) 先求出每一部分的价值，再代入求出即可；

(2) 先算括号内的乘法，再合并同类项，最后算除法即可.

解答： 解：(1) 原式 $=4+1-2-2$
 $=1$;

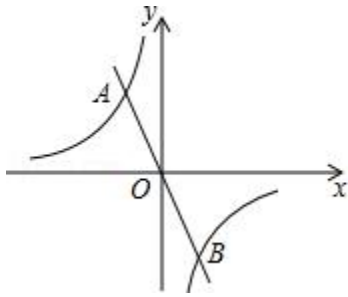
$$\begin{aligned}(2) \text{ 原式} &= [x^2y(xy-1) - x^2y(1-xy)] \div x^2y \\ &= [x^2y(2xy-2)] \div x^2y \\ &= 2xy-2.\end{aligned}$$

点评： 本题考查了零指数幂，负整数指数幂，二次根式的性质，有理数的混合运算，整式的混合运算的应用，主要考查学生的计算和化简能力.

20. (8 分) (2014•南通) 如图，正比例函数 $y=-2x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于 A (m, 2), B 两点.

(1) 求反比例函数的表达式及点 B 的坐标;

(2) 结合图象直接写出当 $-2x > \frac{k}{x}$ 时, x 的取值范围.



考点：反比例函数与一次函数的交点问题.

专题：计算题.

分析： (1) 先把 A (m, 2) 代入 $y = -2x$ 可计算出 m, 得到 A 点坐标为 (-1, 2), 再把 A 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 可计算出 k 的值, 从而得到反比例函数解析式; 利用点 A 与点 B 关于原点对称确定 B 点坐标;

(2) 观察函数图象得到当 $x < -1$ 或 $0 < x < 1$ 时, 一次函数图象都在反比例函数图象上方.

解答： 解: (1) 把 A (m, 2) 代入 $y = -2x$ 得 $-2m = 2$, 解得 $m = -1$,

所以 A 点坐标为 (-1, 2),

把 A (-1, 2) 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k = -1 \times 2 = -2$,

所以反比例函数解析式为 $y = -\frac{2}{x}$,

点 A 与点 B 关于原点对称,

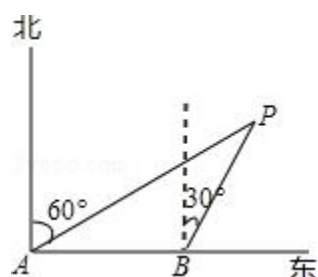
所以 B 点坐标为 (1, -2);

(2) 当 $x < -1$ 或 $0 < x < 1$ 时, $-2x > \frac{k}{x}$.

点评： 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 反比例函数与一次函数图象的交点坐标满足两函数解析式. 也考查了待定系数法求函数解析式以及观察函数图象的能力.

21. (8 分) (2014•南通) 如图, 海中有一灯塔 P, 它的周围 8 海里内有暗礁. 海伦以 18 海里/时的速度由西向东航行, 在 A 处测得灯塔 P 在北偏东 60° 方向上;

航行 40 分钟到达 B 处，测得灯塔 P 在北偏东 30° 方向上；如果海轮不改变航线继续向东航行，有没有触礁的危险？



考点：解直角三角形的应用-方向角问题.

分析：易证 $\triangle ABP$ 是等腰三角形，过 P 作 $PD \perp AB$ ，求得 PD 的长，与 6 海里比较大小即可.

解答：解：过 P 作 $PD \perp AB$.

$$AB = 18 \times \frac{40}{60} = 12 \text{ 海里.}$$

$$\because \angle PAB = 30^\circ, \angle PBD = 60^\circ$$

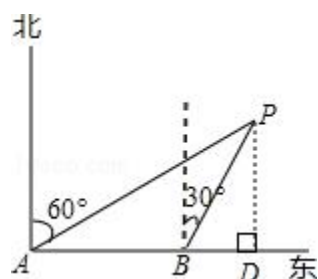
$$\therefore \angle PAB = \angle APB$$

$$\therefore AB = BP = 12 \text{ 海里.}$$

$$\text{在直角 } \triangle PBD \text{ 中, } PD = BP \cdot \sin \angle PBD = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ 海里.}$$

$$\because 6\sqrt{3} > 8$$

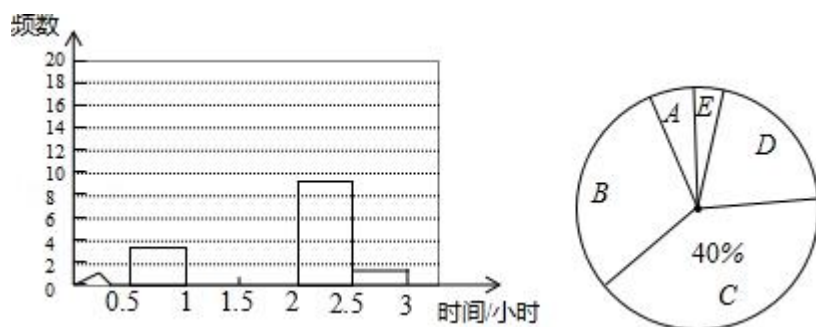
$\therefore$ 海轮不改变方向继续前进没有触礁的危险.



点评：本题主要考查了方向角含义，正确作出高线，转化为直角三角形的计算是解决本题的关键.

22. (8分) (2014•南通) 九年级(1)班开展了为期一周的“敬老爱亲”社会活动,并根据学生做家务的时间来评价他们在活动中的表现,老师调查了全班50名学生在活动中做家务的时间,并将统计的时间(单位:小时)分成5组:

A. $0.5 \leq x < 1$ B. $1 \leq x < 1.5$ C. $1.5 \leq x < 2$ D. $2 \leq x < 2.5$ E. $2.5 \leq x < 3$; 并制成两幅不完整的统计图(如图):



请根据图中提供的信息,解答下列问题:

- (1) 这次活动中学生做家务时间的中位数所在的组是 C;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 该班的小明同学这一周做家务2小时,他认为自己做家务的时间比班里一半以上的同学多,你认为小明的判断符合实际吗?请用适当的统计知识说明理由.

考点: 频数(率)分布直方图; 扇形统计图; 中位数.

专题: 图表型.

- 分析:**
- (1) 可根据中位数的概念求值;
 - (2) 根据(1)的计算结果补全统计图即可;
 - (3) 根据中位数的意义判断.

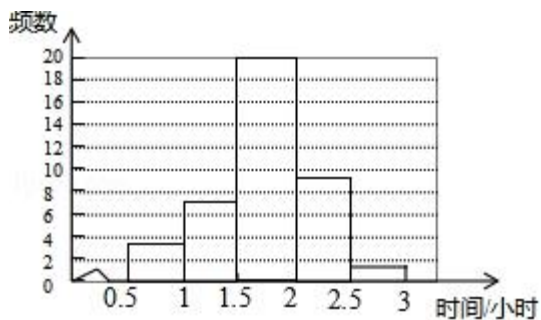
解答: 解: (1) C组的人数是: $50 \times 40\% = 20$ (人),

B组的人数是: $50 - 3 - 20 - 9 - 1 = 7$ (人),

把这组数据按从小到大排列为, 由于共有50个数, 第25、26位都落在 $1.5 \leq x < 2$ 范围内, 则中位数落在C组;

故答案为: C;

(2) 根据 (1) 得出的数据补图如下:



(3) 符合实际.

设中位数为 m , 根据题意, m 的取值范围是 $1.5 \leq m < 2$,

$\therefore$ 小明帮父母做家务的时间大于中位数,

$\therefore$ 他帮父母做家务的时间比班级中一半以上的同学多.

点评: 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力. 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题.

23. (8 分) (2014•南通) 盒中有 x 个黑球和 y 个白球, 这些球除颜色外无其他差别. 若从盒中随机取一个球, 它是黑球的概率是 $\frac{2}{5}$; 若往盒中再放进 1 个黑球, 这时取得黑球的概率变为 $\frac{1}{2}$.

(1) 填空: $x = \underline{2}$, $y = \underline{3}$;

(2) 小王和小林利用 x 个黑球和 y 个白球进行摸球游戏. 约定: 从盒中随机摸取一个, 接着从剩下的球中再随机摸取一个, 若两球颜色相同则小王胜, 若颜色不同则小林胜. 求两个人获胜的概率各是多少?

考点: 列表法与树状图法; 概率公式.

分析: (1) 根据题意得:
$$\begin{cases} \frac{x}{x+y} = \frac{2}{5} \\ \frac{x+1}{x+y+1} = \frac{1}{2} \end{cases}$$
 解此方程即可求得答案;

(2) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两球颜色相同、颜色不同的情况，再利用概率公式即可求得答案.

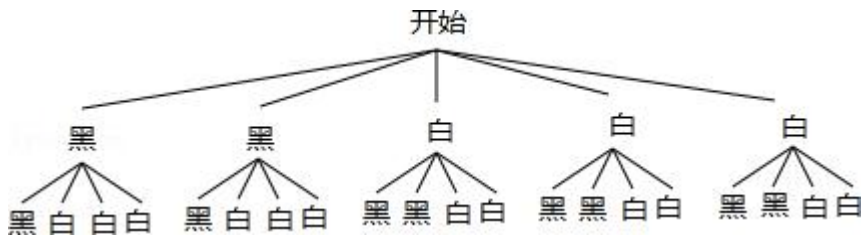
解答： 解：(1) 根据题意得：

$$\begin{cases} \frac{x}{x+y} = \frac{2}{5} \\ \frac{x+1}{x+y+1} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$$

故答案为：2，3；

(2) 画树状图得：



∴ 共有 20 种等可能的结果，两球颜色相同的有 8 种情况，颜色不同的有 12 种情况，

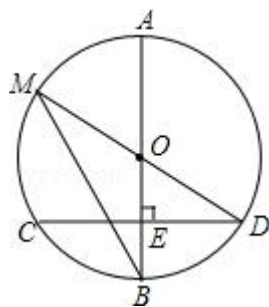
$$\therefore P(\text{小王胜}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}, \quad P(\text{小林胜}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}.$$

点评： 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

24. (8 分) (2014•南通) 如图，AB 是⊙O 的直径，弦 CD⊥AB 于点 E，点 M 在⊙O 上，MD 恰好经过圆心 O，连接 MB.

(1) 若 CD=16，BE=4，求⊙O 的直径；

(2) 若 ∠M=∠D，求 ∠D 的度数.



考点： 垂径定理；勾股定理；圆周角定理.

分析： (1) 先根据 $CD=16$, $BE=4$, 得出 OE 的长, 进而得出 OB 的长, 进而得出结论;

(2) 由 $\angle M = \angle D$, $\angle DOB = 2\angle D$, 结合直角三角形可以求得结果;

解答： 解: (1) $\because AB \perp CD$, $CD=16$,

$$\therefore CE=DE=8,$$

设 $OB=x$, 又 $\because BE=4$,

$$\therefore x^2 = (x-4)^2 + 8^2, \text{ 解得: } x=10,$$

$\therefore \odot O$ 的直径是 20.

$$(2) \because \angle M = \frac{1}{2} \angle BOD, \angle M = \angle D,$$

$$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \angle BOD,$$

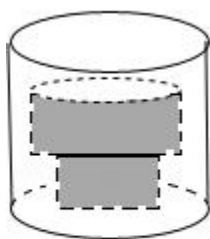
$$\because AB \perp CD,$$

$$\therefore \angle D = 30^\circ.$$

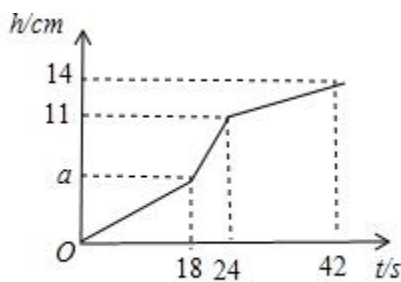
点评： 本题考查了圆的综合题: 在同圆或等圆中, 相等的弧所对的圆周角相等, 直径所对的圆周角为直角; 垂直于弦的直径平分弦, 并且平分弦所对的弧;

25. (9 分) (2014•南通) 如图①, 底面积为 30cm^2 的空圆柱形容器内水平放置着由两个实心圆柱组成的“几何体”, 现向容器内匀速注水, 注满为止, 在注水过程

中，水面高度 h (cm) 与注水时间 t (s) 之间的关系如图②所



图①



图②

请根据图中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 圆柱形容器的高为 14 cm，匀速注水的水流速度为 5 cm^3/s ；
- (2) 若“几何体”的下方圆柱的底面积为 15cm^2 ，求“几何体”上方圆柱的高和底面积。

考点： 一次函数的应用.

专题： 应用题.

分析： (1) 根据图象，分三个部分：满过“几何体”下方圆柱需 18s，满过“几何体”上方圆柱需 $24\text{s} - 18\text{s} = 6\text{s}$ ，注满“几何体”上面的空圆柱形容器需 $42\text{s} - 24\text{s} = 18\text{s}$ ，再设匀速注水的水流速度为 $x\text{cm}^3/\text{s}$ ，根据圆柱的体积公式列方程，再解方程；

(2) 根据圆柱的体积公式得 $a \cdot (30 - 15) = 18 \cdot 5$ ，解得 $a = 6$ ，于是得到“几何体”上方圆柱的高为 5cm，设“几何体”上方圆柱的底面积为 $S\text{cm}^2$ ，根据圆柱的体积公式得 $5 \cdot (30 - S) = 5 \cdot (24 - 18)$ ，再解方程即可。

解答： 解：(1) 根据函数图象得到圆柱形容器的高为 14cm，两个实心圆柱组成的“几何体”的高度为 11cm，水从满过由两个实心圆柱组成的“几何体”到注满用了 $42\text{s} - 24\text{s} = 18\text{s}$ ，

设匀速注水的水流速度为 $x\text{cm}^3/\text{s}$ ，则 $18 \cdot x = 30 \cdot 3$ ，解得 $x = 5$ ，

即匀速注水的水流速度为 $5\text{cm}^3/\text{s}$ ；

故答案为 14，5；

(2) “几何体”下方圆柱的高为 a ，则 $a \cdot (30 - 15) = 18 \cdot 5$ ，解得 $a = 6$ ，

所以“几何体”上方圆柱的高为 $11\text{cm} - 6\text{cm} = 5\text{cm}$ ，

设“几何体”上方圆柱的底面积为 $S\text{cm}^2$ ，根据题意得 $5 \cdot (30 - S) = 5 \cdot (24 - 18)$ ，

解得 $S = 24$ ，

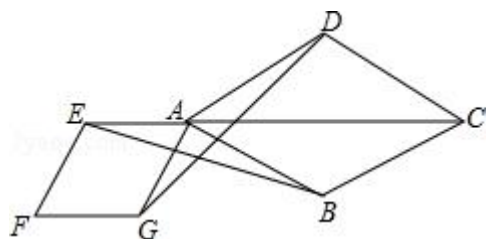
即“几何体”上方圆柱的底面积为 24cm^2 。

点评： 本题考查了一次函数的应用：把分段函数图象中自变量与对应的函数值转化为实际问题中的数量关系，然后运用方程的思想解决实际问题。

26. (10 分) (2014•南通) 如图，点 E 是菱形 $ABCD$ 对角线 CA 的延长线上任意一点，以线段 AE 为边作一个菱形 $AEFG$ ，且菱形 $AEFG \sim$ 菱形 $ABCD$ ，连接 EC ， GD 。

(1) 求证： $EB = GD$ ；

(2) 若 $\angle DAB = 60^\circ$ ， $AB = 2$ ， $AG = \sqrt{3}$ ，求 GD 的长。



考点： 相似多边形的性质；全等三角形的判定与性质；勾股定理；菱形的性质。

分析： (1) 利用相似多边形的对应角相等和菱形的四边相等证得三角形全等后即可证得两条线段相等；

(2) 连接 BD 交 AC 于点 P ，则 $BP \perp AC$ ，根据 $\angle DAB = 60^\circ$ 得到 $BP = \frac{1}{2}AB = 1$ ，然后求得 $EP = 2\sqrt{3}$ ，最后利用勾股定理求得 EB 的长即可求得线段 GD 的长即可。

解答： (1) 证明： $\because$ 菱形 $AEFG \sim$ 菱形 $ABCD$ ，

$\therefore \angle EAG = \angle BAD$ ，

$$\therefore \angle EAG + \angle GAB = \angle BAD + \angle GAB,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle GAD,$$

$$\because AE = AG, AB = AD,$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AGD,$$

$$\therefore EB = GD;$$

(2) 解：连接 BD 交 AC 于点 P，则 $BP \perp AC$ ，

$$\because \angle DAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB = 30^\circ,$$

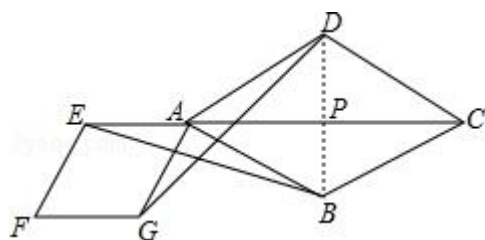
$$\therefore BP = \frac{1}{2}AB = 1,$$

$$AP = \sqrt{AB^2 - BP^2} = \sqrt{3}, AE = AG = \sqrt{3},$$

$$\therefore EP = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore EB = \sqrt{EP^2 + BP^2} = \sqrt{12 + 1} = \sqrt{13},$$

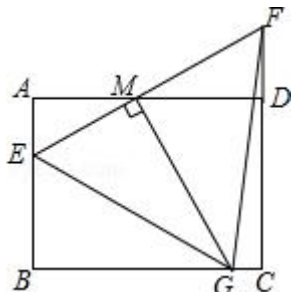
$$\therefore GD = \sqrt{13}.$$



点评： 本题考查了相似多边形的性质，解题的关键是了解相似多边形的对应边的比相等，对应角相等.

27. (13 分) (2014•南通) 如图，矩形 ABCD 中，AB=3，AD=4，E 为 AB 上一点，AE=1，M 为射线 AD 上一动点，AM=a (a 为大于 0 的常数)，直线 EM 与直线 CD 交于点 F，过点 M 作 $MG \perp EM$ ，交直线 BC 于 G.

- (1) 若 M 为边 AD 中点，求证：△EFG 是等腰三角形；
- (2) 若点 G 与点 C 重合，求线段 MG 的长；
- (3) 请用含 a 的代数式表示△EFG 的面积 S，并指出 S 的最小整数值.



考点： 四边形综合题.

分析： (1) 利用 $\triangle MAE \cong \triangle MDF$ ，求出 $EM=FM$ ，再由 $MG \perp EM$ ，得出 $EG=FG$ ，所以△EFG 是等腰三角形；

(2) 利用勾股定理 $EM^2=AE^2+AM^2$ ， $EC^2=BE^2+BC^2$ ，得出 $CM^2=EC^2-EM^2$ ，利用线段关系求出 CM.

(3) 作 $MN \perp BC$ ，交 BC 于点 N，先求出 EM，再利用 $\triangle MAE \sim \triangle MDF$ 求出 FM，得到 EF 的值，再由 $\triangle MNG \sim \triangle MAE$ 得出 MG 的长度，然后用含 a 的代数式表示△EFG 的面积 S，指出 S 的最小整数值.

解答： (1) 证明： $\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$$\therefore \angle A = \angle MDF = 90^\circ,$$

$\because$ M 为边 AD 中点，

$$\therefore MA = MD$$

在△MAE 和△MDF 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle MDF \\ MA = MD \\ \angle AME = \angle DMF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle MAE \cong \triangle MDF \text{ (ASA),}$$

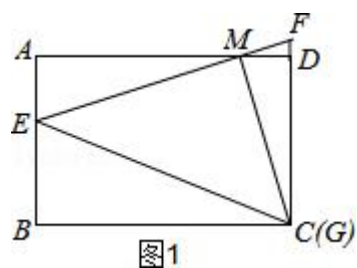
$$\therefore EM = FM,$$

又 $\because MG \perp EM$,

$\therefore EG = FG$,

$\therefore \triangle EFG$ 是等腰三角形;

(2) 解: 如图 1,



$\because AB=3, AD=4, AE=1, AM=a$

$\therefore BE=AB-AE=3-1=2, BC=AD=4,$

$\therefore EM^2=AE^2+AM^2, EC^2=BE^2+BC^2,$

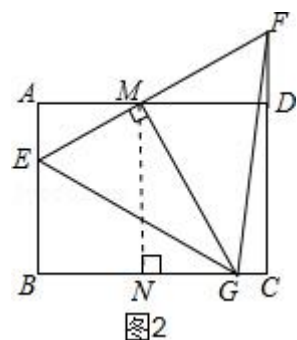
$\therefore EM^2=1+a^2, EC^2=4+16=20,$

$\therefore CM^2=EC^2-EM^2,$

$\therefore CM^2=20-1-a^2=19-a^2,$

$\therefore CM=\sqrt{19-a^2}.$

(3) 解: 如图 2, 作 $MN \perp BC$, 交 BC 于点 N ,



$\because AB=3, AD=4, AE=1, AM=a$

$$\therefore EM = \sqrt{AE^2 + AM^2} = \sqrt{1+a^2}, \quad MD = AD - AM = 4 - a,$$

$$\because \angle A = \angle MDF = 90^\circ, \quad \angle AME = \angle DMF,$$

$$\therefore \triangle MAE \sim \triangle MDF$$

$$\therefore \frac{AM}{DM} = \frac{EM}{FM},$$

$$\therefore \frac{a}{4-a} = \frac{\sqrt{1+a^2}}{FM},$$

$$\therefore FM = \frac{4-a}{a} \sqrt{1+a^2},$$

$$\therefore EF = EM + FM = \sqrt{1+a^2} + \frac{4-a}{a} \sqrt{1+a^2} = \frac{4}{a} \sqrt{1+a^2},$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle MGN = \angle DMG,$$

$$\because \angle AME + \angle AEM = 90^\circ, \quad \angle AME + \angle DMG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AME = \angle DMG,$$

$$\therefore \angle MGN = \angle AME,$$

$$\because \angle MNG = \angle MAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle MNG \sim \triangle MAE$$

$$\therefore \frac{AM}{MN} = \frac{EM}{MG},$$

$$\therefore \frac{a}{3} = \frac{\sqrt{1+a^2}}{MG},$$

$$\therefore MG = \frac{3}{a} \sqrt{1+a^2},$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} EF \cdot MG = \frac{1}{2} \times \frac{4}{a} \sqrt{1+a^2} \times \frac{3}{a} \sqrt{1+a^2} = \frac{6}{a^2} + 6,$$

$$\text{即 } S = \frac{6}{a^2} + 6,$$

当 $a = \sqrt{6}$ 时, S 有最小整数值, $S = 1 + 6 = 7$.

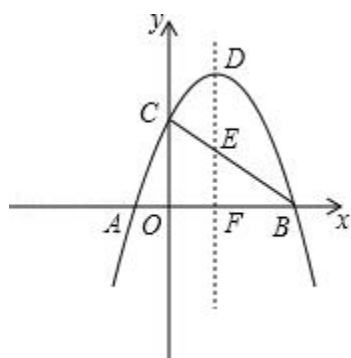
点评: 本题主要考查了四边形的综合题, 解题的关键是利用三角形相似求出线段的长度.

28. (14 分) (2014•南通) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴相交于 A、B 两点, 与 y 轴交于 C, 顶点为 D, 抛物线的对称轴 DF 与 BC 相交于点 E, 与 x 轴相交于点 F.

(1) 求线段 DE 的长;

(2) 设过 E 的直线与抛物线相交于 M (x_1, y_1), N (x_2, y_2), 试判断当 $|x_1 - x_2|$ 的值最小时, 直线 MN 与 x 轴的位置关系, 并说明理由;

(3) 设 P 为 x 轴上的一点, $\angle DAO + \angle DPO = \angle \alpha$, 当 $\tan \angle \alpha = 4$ 时, 求点 P 的坐标.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 根据抛物线的解析式即可求得与坐标轴的坐标及顶点坐标, 进而求得直线 BC 的解析式, 把对称轴代入直线 BC 的解析式即可求得.

(2) 设直线 MN 的解析式为 $y = kx + b$, 依据 E (1, 2) 的坐标即可表示出直线 MN 的解析式 $y = (2 - b)x + b$, 根据直线 MN 的解析式和抛物线的解析式即可求得 $x^2 - bx + b - 3 = 0$, 所以 $x_1 + x_2 = b$, $x_1 x_2 = b - 3$; 根据完全平方公式即可求得 $\therefore |x_1$

$$x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{b^2 - 4(b - 3)} = \sqrt{(b - 2)^2 + 8}$$

, 所以当 $b = 2$ 时, $|x_1 - x_2|$ 最小值 $= 2\sqrt{2}$, 因为 $b = 2$ 时, $y = (2 - b)x + b = 2$, 所以直线 MN $\parallel x$ 轴.

(3) 由 D (1, 4), 则 $\tan \angle DOF=4$, 得出 $\angle DOF=\angle \alpha$, 然后根据三角形外角的性质即可求得 $\angle DPO=\angle ADO$, 进而求得 $\triangle ADP \sim \triangle AOD$, 得出 $AD^2=AO \cdot AP$, 从而求得 OP 的长, 进而求得 P 点坐标.

解答: 解: 由抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 可知, C (0, 3),

令 $y=0$, 则 $-x^2+2x+3=0$, 解得: $x=-1$, $x=3$,

$\therefore A (-1, 0)$, B (3, 0);

$\therefore$ 顶点 $x=1$, $y=4$, 即 D (1, 4);

$\therefore DF=4$

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$, 代入 B (3, 0), C (0, 3) 得;

$$\begin{cases} 0=3k+b \\ 3=b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=-1 \\ b=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 解析式为: $y=-x+3$,

当 $x=1$ 时, $y=-1+3=2$,

$\therefore E (1, 2)$,

$\therefore EF=2$,

$\therefore DE=DF-EF=4-2=2$.

(2) 设直线 MN 的解析式为 $y=kx+b$,

$\therefore E (1, 2)$,

$\therefore 2=k+b$,

$\therefore k=2-b$,

$\therefore$ 直线 MN 的解析式 $y=(2-b)x+b$,

$\therefore$ 点 M、N 的坐标是 $\begin{cases} y=(2-b)x+b \\ y=-x^2+2x+3 \end{cases}$ 的解,

整理得: $x^2-bx+b-3=0$,

$\therefore x_1+x_2=b$, $x_1x_2=b-3$;

,

$\therefore b=2$ 时, $y= (2-b) x+b=2,$

(3) 如图 2, $\because D(1, 4)$,



$$\therefore \angle \text{DOF} = \angle \alpha,$$

$$\therefore \angle DAO + \angle DPO = \angle \alpha,$$

$$\therefore \angle \text{DPO} = \angle \text{ADO},$$

$$\therefore \triangle ADP \simeq \triangle AOD,$$

$$\therefore AD^2 = AO \cdot AP,$$

$$\therefore AF=2, \quad DF=4,$$

$$\therefore AD^2 = AF^2 + DF^2 = 20,$$

$\therefore OP=19$,

$\therefore P_1 (19, 0), P_2 (-17, 0)$.

点评： 本题考查了待定系数法求解析式，二次函数的交点、顶点坐标、对称轴，以及相似三角形的判定及性质，求得三角形相似是本题的关键.