

扬州市 2013 年初中毕业、升学统一考试数学试题

说明:

1. 本试卷共 6 页, 包含选择题 (第 1 题—第 8 题, 共 8 题)、非选择题 (第 9 题—第 28 题, 共 20 题) 两部分. 本卷满分 150 分, 考试时间为 120 分钟. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡相应的位置上, 同时务必在试卷的装订线内将本人的姓名、准考证号、毕业学校填写好, 在试卷第一面的右下角写好座位号.
3. 所有的试题都必须在专用的“答题卡”上作答, 选择题用 2B 铅笔作答、非选择题在指定位置用 0.5 毫米的黑色笔作答. 在试卷或草稿纸上答题无效.
4. 如有作图需要, 请用 2B 铅笔作答, 并请加黑加粗, 描写清楚.

一、选择题 (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. -2 的倒数是

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

2. 下列运算中, 结果是 a^6 的是

- A. $a^2 \cdot a^3$ B. $a^{12} \div a^2$ C. $(a^3)^3$ D. $(-a)^6$

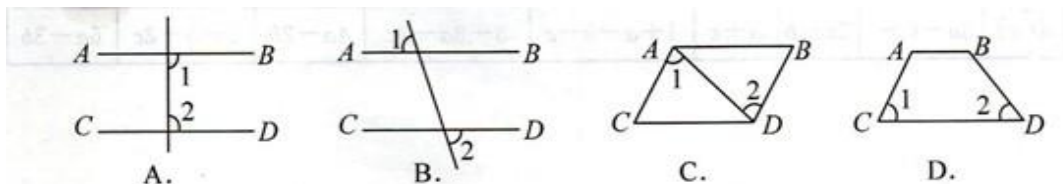
3. 下列说法正确的是

- A. “明天降雨的概率是 80%” 表示明天有 80% 的时间都在降雨
B. “抛一枚硬币正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$ ” 表示每抛两次就有一次正面朝上
C. “彩票中奖的概率为 1%” 表示买 100 张彩票肯定会中奖
D. “抛一枚均匀的正方体骰子, 朝上的点数是 2 的概率 $\frac{1}{6}$ ”, 表示随着抛掷次数的增加, “抛出朝上的点数是 2” 这一事件发生的频率稳定在 $\frac{1}{6}$ 附近

4. 某几何体的三视图如图所示, 则这个几何体是

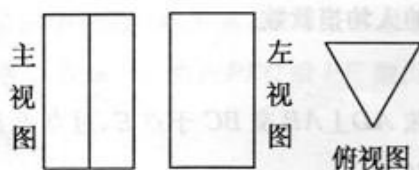
- A. 三棱柱 B. 圆柱 C. 正方体 D. 三棱锥

5. 下列图形中, 由 $AB \parallel CD$ 能得到 $\angle 1 = \angle 2$ 的是

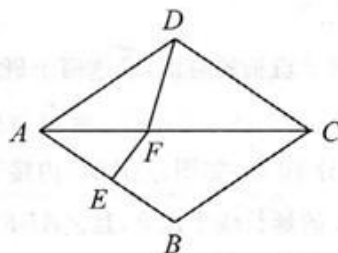


6. 一个多边形的每个内角均为 108° , 则这个多边形是

- A. 七边形 B. 六边形 C. 五边形 D. 四边形



(第4题)

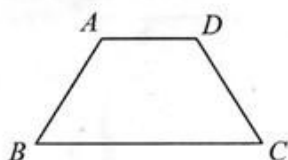


(第7题)

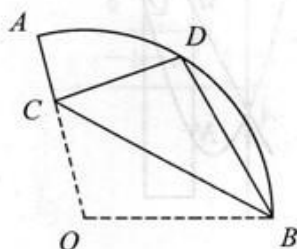
7. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD=80^\circ$, AB 的垂直平分线交对角线 AC 于点 F , 垂足为 E , 连接 DF , 则 $\angle CDF$ 等于
- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°
8. 方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的根可视为函数 $y = x + 3$ 的图象与函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象交点的横坐标, 则方程 $x^3 + 2x - 1 = 0$ 的实根 x_0 所在的范围是
- A. $0 < x_0 < \frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4} < x_0 < \frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3} < x_0 < \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2} < x_0 < 1$

二、填空题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

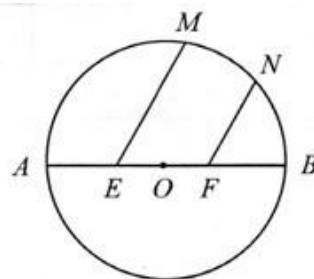
9. 据了解, 截止 2013 年 5 月 8 日, 扬泰机场开通一年, 客流量累计达到 450000 人次. 数据 450000 用科学记数法可表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 因式分解: $a^3 - 4ab^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
11. 在温度不变的条件下, 一定质量的气体的压强 p 与它的体积 V 成反比例. 当 $V=200$ 时, $p=50$, 则当 $p=25$ 时, $V=\underline{\hspace{2cm}}$.
12. 为了估计鱼塘中鱼的条数, 养鱼者首先从鱼塘中打捞 30 条鱼做上标记, 然后放归鱼塘. 经过一段时间, 等有标记的鱼完全混合于鱼群中, 再打捞 200 条鱼, 发现其中带标记的鱼有 5 条, 则鱼塘中估计有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条鱼.
13. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $\sin \angle ABC = 0.8$, 则 $BC = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=AD=CD$, $BC=12$, $\angle ABC=60^\circ$, 则梯形 $ABCD$ 的周长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



(第14题)



(第15题)



(第18题)

15. 如图, 在扇形 OAB 中, $\angle AOB = 110^\circ$, 半径 $OA = 18$, 将扇形 OAB 沿过点 B 的直线折叠, 点 O 恰好落在 $\widehat{AB}$ 上的点 D 处, 折痕交 OA 于点 C , 则 $\widehat{AD}$ 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. 已知关于 x 的方程 $\frac{3x+n}{2x+1} = 2$ 的解是负数, 则 n 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
17. 矩形的两邻边长的差为 2, 对角线长为 4, 则矩形的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 如图, 已知 $\odot O$ 的直径 $AB=6$, E 、 F 为 AB 的三等分点, 从 M 、 N 为 $\widehat{AB}$ 上两点, 且 $\angle MEB = \angle NFB = 60^\circ$, 则 $EM + FN =$ ▲ .

三、解答题 (本大题共有 10 小题, 共 96 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本题满分 8 分)

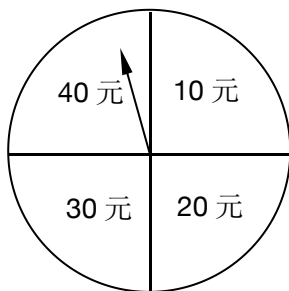
(1) 计算: $(\frac{1}{2})^{-2} - 2\sin 60^\circ + \sqrt{12}$;

(2) 先化简, 再求值: $(x+1)(2x-1) - (x-3)^2$, 其中 $x = -2$.

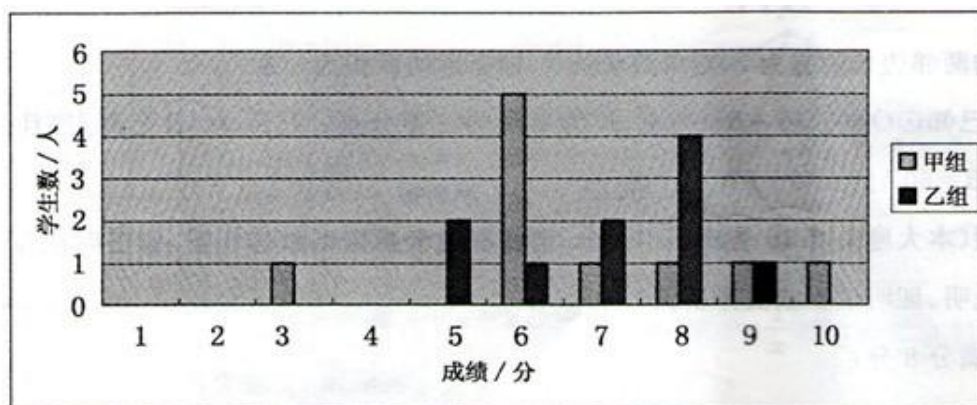
20. (本题满分 8 分) 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 5x + 2y = 11a + 18 \\ 2x - 3y = 12a - 8 \end{cases}$ 的解满足 $x > 0, y > 0$, 求实数 a 的取值范围.

21. (本题满分 8 分) 端午节期间, 扬州一某商场为了吸引顾客, 开展有奖促销活动, 设立了一个可以自由转动的转盘, 转盘被分成 4 个面积相等的扇形, 四个扇形区域里分别标有“10 元”、“20 元”、“30 元”和“40 元”的字样 (如图). 规定: 同一日内, 顾客在本商场每消费满 100 元, 就可以转转盘一次, 商场根据转盘指针指向区域所标金额返还相应数额的购物券. 某顾客当天消费 240 元, 转了两次转盘.

- (1) 该顾客最少可得 ▲ 元购物券, 最多可得 ▲ 元购物券;
(2) 请用画树状图或列表的方法, 求该顾客所获购物券金额不低于 50 元的概率.



22. (本题满分 8 分) 为声援扬州“运河申遗”, 某校举办了一次运河知识竞赛, 满分 10 分, 学生得分均为整数, 成绩达到 6 分以上 (包括 6 分) 为合格, 达到 9 分以上 (包括 9 分) 为优秀. 这次竞赛中甲、乙两组学生成绩分布的条形统计图如图所示.



(1) 补充完成下面的成绩统计分析表:

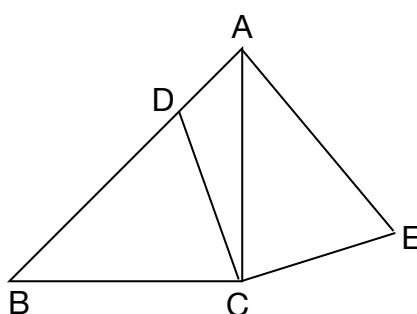
组别	平均分	中位数	方差	合格率	优秀率
甲组	6.7	▲	3.41	90%	20%
乙组	▲	7.5	1.69	80%	10%

- (2) 小明同学说:“这次竞赛我得了 7 分, 在我们小组中排名属中游略偏上!” 观察上表可知, 小明是 ▲ 组的学生; (填“甲”或“乙”)
- (3) 甲组同学说他们组的合格率、优秀率均高于乙组, 所以他们组的成绩好于乙组. 但乙组同学不同意甲组同学的说法, 认为他们组的成绩要好于甲组. 请你给出两条支持乙组同学观点的理由.

23. (本题满分 10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 点 D 在边 AB 上, 连接 CD , 将线段 CD 绕点 C 顺时针旋转 90° 至 “位置, 连接 AE .

(1) 求证: $AB \perp AE$;

(2) 若 $BC^2 = AD \cdot AB$, 求证: 四边形 $ADCE$ 为正方形.



24. (本题满分 10 分) 某校九(1)、九(2)两班的班长交流了为四川雅安地震灾区捐款的情况:

(I) 九(1)班班长说:“我们班捐款总额为 1200 元, 我们班人数比你们班多 8 人.”

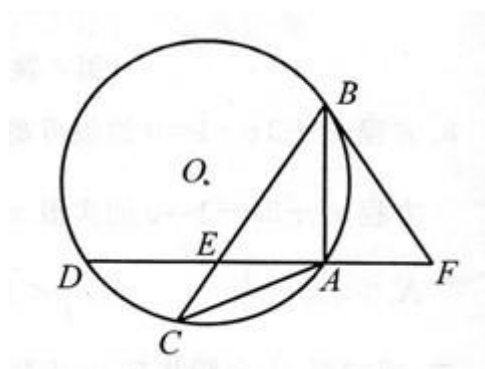
(II) 九(2)班班长说:“我们班捐款总额也为 1200 元, 我们班人均捐款比你们班人均捐款多 20%.”

请根据两个班长的对话, 求这两个班级每班的人均捐款数.

25. (本题满分 10 分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 弦 $AD \perp AB$ 交 BC 于点 E , 过点 B 作 $\odot O$ 的切线交 DA 的延长线于点 F , 且 $\angle ABF = \angle ABC$.

(1) 求证: $AB = AC$;

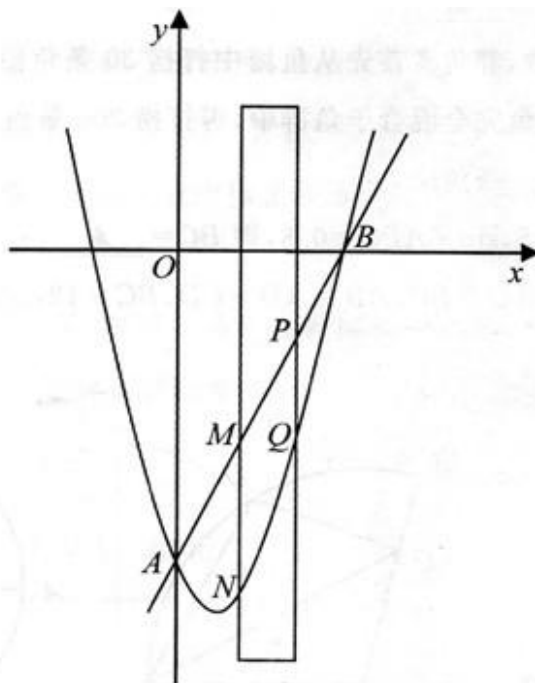
(2) 若 $AD = 4$, $\cos \angle ABF = \frac{4}{5}$, 求 DE 的长.



26. (本题满分 10 分) 如图, 抛物线 $y = x^2 - 2x - 8$ 交 y 轴于点 A , 交 x 轴正半轴于点 B .

(1) 求直线 AB 对应的函数关系式;

(2) 有一宽度为 1 的直尺平行于 y 轴, 在点 A 、 B 之间平行移动, 直尺两长边所在直线被直线 AB 和抛物线截得两线段 MN 、 PQ . 设 M 点的横坐标为 m , 且 $0 < m < 3$. 试比较线段 MN 与 PQ 的大小.

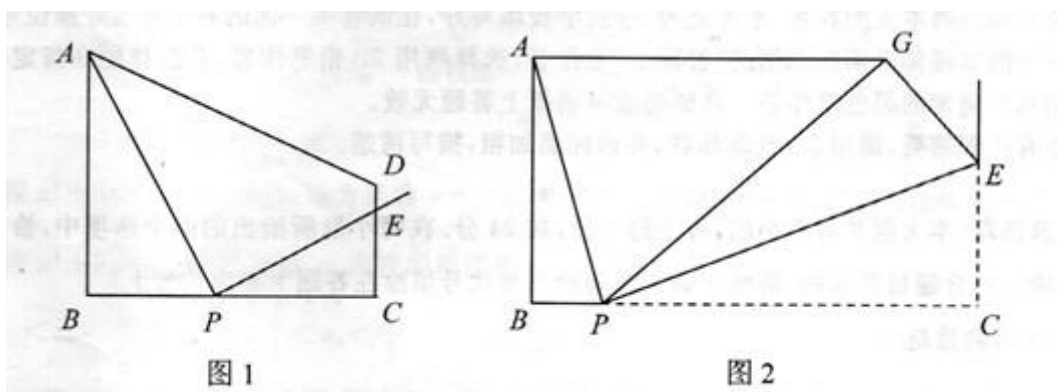


27. (本题满分 12 分) 如图 1, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 2$, $CD = 1$, $BC = m$, P 为线段 BC 上的一动点, 且和 B 、 C 不重合, 连接 PA , 过 P 作 $PE \perp PA$ 交 CD 所在直线于 E . 设 $BP = x$, $CE = y$.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

(2)若点 P 在线段 BC 上运动时, 点 E 总在线段 CD 上, 求 m 的取值范围.

(3)如图 2, 若 $m = 4$, 将 $\triangle PEC$ 沿 PE 翻折至 $\triangle PEG$ 位置, $\angle BAG = 90^\circ$, 求 BP 长.



28. (本题满分 12 分) 如果 $10^b = n$, 那么称 b 为 n 的劳格数, 记为 $b = d(n)$, 由定义可知:

$10^b = n$ 与 $b = d(n)$ 所表示的是 b 、 n 两个量之间的同一关系.

(1)根据劳格数的定义, 填空: $d(10) = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$, $d(10^{-2}) = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$;

(2) 劳格数有如下运算性质:

若 m 、 n 为正数, 则 $d(mn) = d(m) + d(n)$, $d(n) = d(m) - d(m/n)$.

根据运算性质, 填空:

$$\frac{d(a^3)}{d(a)} = \underline{\quad\blacktriangle\quad} (a \text{ 为正数}),$$

若 $d(2) = 0.3010$, 则 $d(4) = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$, $d(5) = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$, $d(0.08) = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$;

(3) 下表中与数 x 对应的劳格数 $d(x)$ 有且只有两个是错误的, 请找出错误的劳格数, 说明理由并改正.

x	1.5	3	5	6	8	9	12	27
$d(x)$	$3a - b + c$	$2a - b$	$a + c$	$1 + a - b - c$	$3 - 3a - 3c$	$4a - 2b$	$3 - b - 2c$	$6a - 3b$

扬州市 2013 年初中毕业、升学统一考试数学试题

参考答案及评分建议

说明：本评分标准每题给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，参照本评分标准的精神酌情给分.

一、选择题 (本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

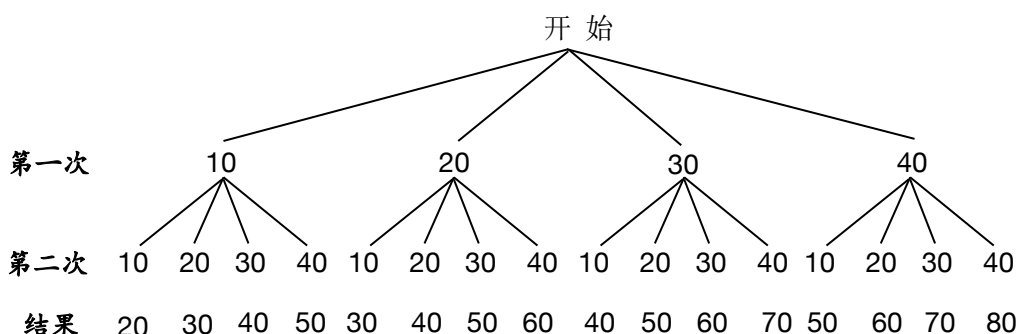
题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	A	D	D	A	B	C	B	C

二、填空题 (本大题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分)

9. 4.5×10^5 10. $a(a+2b)(a-2b)$ 11. 400 12. 1200 13. 6
 14. 30 15. 5π 16. $n < 2$ 且 $n \neq \frac{3}{2}$ 17. 6 18. $\sqrt{33}$

三、解答题 (本大题共有 10 小题，共 96 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. 解: (1) 原式 $= 4 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$, 3 分
 $= 4 + \sqrt{3}$ 4 分
 (2) 原式 $= x^2 + 7x - 10$ 3 分
 $\therefore$ 当 $x = -2$ 时, 原式 $= -20$ 4 分
20. 解: 解方程组得 $\begin{cases} x = 3a + 2 \\ y = 4 - 2a \end{cases}$ (每个解 2 分) 4 分
 由题意得 $\begin{cases} 3a + 2 > 0 \\ 4 - 2a > 0 \end{cases}$ 5 分
 解不等式组得 $-\frac{2}{3} < a < 2$ (解一个不等式 1 分) 7 分
 $\therefore a$ 的取值范围为 $-\frac{2}{3} < a < 2$ 8 分
21. 解: (1) 20, 80; 2 分
 (2) 解法一: 用树状图分析如下:



解法二: 用列表法分析如下:

		第二次			
		10	20	30	40
第一次	10	20	30	40	50
	10 20	30	40	50	60

30	40	50	60	70
40	50	60	70	80

.....6 分

$$\therefore P(\text{不低于 } 50 \text{ 元}) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

22. (1) 7.1 , 6 (每空 2 分)4 分

(2) 甲6 分

(3) 乙组的平均分高于甲组; 乙组成绩的方差低于甲组, 乙组成绩的稳定性好于甲组.
(答案不唯一只要合理即可)8 分

23. (1)证明: $\because \angle BCA = \angle DCE = 90^\circ$, $\therefore \angle BCD = \angle ACE$
 $\because CB = CA$, $CD = CE$, $\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE$, $\therefore \angle CAE = \angle CBD$ 3 分
 $\because AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$, $\therefore \angle CAE = 45^\circ$
 $\therefore \angle BAE = 90^\circ$, $\therefore AB \perp AE$ 5 分

(2) 证明: $\because BC^2 = AD \cdot AB$, $BC = AC$, $\therefore AC^2 = AD \cdot AB$, $\therefore \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC}$
 $\therefore \angle CAD = \angle BAC$, $\therefore \triangle CAD \cong \triangle BAC$,
 $\therefore \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$ 8 分
 $\therefore \angle DCE = \angle DAE = 90^\circ$, $\therefore$ 四边形 ADCE 是矩形9 分
 $\because CD = CE$, $\therefore$ 四边形 ADCE 是正方形10 分

24. 解法一: 设九 (1)班有 x 人, 则九 ((2) 班人数为 $(x - 8)$ 人, 由题意, 得

$$\frac{1200}{x}(1+20\%) = \frac{1200}{x-8} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

解得 $x = 48$ 7 分

经检验, $x=48$ 是原程的解. 8 分

$$\text{所以 } x - 8 = 40, \quad \frac{1200}{48} = 25 \text{ (元)}, \quad \frac{1200}{40} = 30 \text{ (元)} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

答: 九 ((1) 班人均捐款为 25 元, 九 (2)班人均捐款为 30 元.10 分

解法二: 设九 (1)班人均捐款 y 元, 则九 (2) 班人均捐款 $(1 + 20\%)y$ 元,

$$\text{由题意, } \frac{1200}{y} - 8 = \frac{1200}{(1 + 20\%)y} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

解得 $y = 25$ 7 分

经检验, $y=25$ 是原程的解.8 分

当 $y = 25$ 时, $(1 + 20\%)y = 30$ (元)9 分

答: 九 (1)班人均捐款为 25 元, 九 (2)班人均捐款为 30 元. 10 分

25. (1) 证明: 连接 BD, 由 $AD \perp AB$ 可知 BD 必过点 O

$\therefore BF$ 相切于 $\odot O$, $\therefore \angle ABD + \angle ABF = 90^\circ$

$\because AD \perp AB$, $\therefore \angle ABD + \angle ADB = 90^\circ$, $\therefore \angle ABF = \angle ADB$ 3 分

$\because \angle ABC = \angle ABF$, $\therefore \angle ABC = \angle ADB$

又 $\angle ACB = \angle ADB$, $\therefore \angle ABC = \angle ACB$, $\therefore AB = AC$ 5 分

(2) 在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\angle BAD = 90^\circ$

$$\cos \angle ADB = \frac{AD}{BD}, \quad \therefore BD = \frac{AD}{\cos \angle ADB} = \frac{AD}{\cos \angle ABF} = \frac{4}{\frac{4}{5}} = 5 \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = 3 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

在 Rt△ABE 中, $\angle BAE = 90^\circ$

$$\cos \angle ABE = \frac{AB}{BE}, \therefore BE = \frac{AB}{\cos \angle ABE} = \frac{3}{\frac{4}{5}} = \frac{15}{4}$$

$$\therefore AE = \sqrt{\left(\frac{15}{4}\right)^2 - 3^2} = \frac{9}{4} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore DE = AD - AE = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

26. 解: (1) 点 A 坐标 (0, -8), 点 B 坐标 (4, 0).....2 分

设直线 AB 函数解析式为 $y = kx + b$, 将 A、B 点坐标代入得 $k = 2$, $b = -8$

所以直线 AB 的解析式为 $y = 2x - 8$5 分

(2) 由题意知 M 点坐标为 (m, 2m - 8), N 点坐标为 (m, m² - 2m - 8),
且 $0 < m < 3$

$$\text{所以 } MN = (2m - 8) - (m^2 - 2m - 8) = -m^2 + 4m \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{同理可得 } PQ = -(m + 1)^2 + 4(m + 1) = -m^2 + 2m + 3 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{①当 } PQ > MN \text{ 时, } -m^2 + 2m + 3 > -m^2 + 4m, \text{ 解得 } m < \frac{3}{2}$$

$$\therefore 0 < m < \frac{3}{2} \text{ 时, } PQ > MN \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{②当 } PQ = MN \text{ 时, } -m^2 + 2m + 3 = -m^2 + 4m, \text{ 解得 } m = \frac{3}{2}$$

$$\therefore m = \frac{3}{2} \text{ 时, } PQ = MN; \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{③当 } PQ < MN \text{ 时, } -m^2 + 2m + 3 < -m^2 + 4m, \text{ 解得 } m > \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{当 } \frac{3}{2} < m < 3 \text{ 时 } PQ < MN. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

注: 写 m 的取值范围时未考虑 $0 < m < 3$ 条件的统一扣 1 分.

27. 解: (1) $\because AB \parallel CD, \angle B = 90^\circ, \therefore \angle B = \angle C = 90^\circ, \therefore \angle APB + \angle BAP = 90^\circ$

$\because PE \perp PA, \therefore \angle APE = 90^\circ, \therefore \angle APB + \angle CPE = 90^\circ, \therefore \angle BAP = \angle CPE$

在 △ABP 和 △PCE 中, $\angle B = \angle C = 90^\circ, \angle BAP = \angle CPE,$

$\therefore \triangle ABP \sim \triangle PCE \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\therefore \frac{AB}{PC} = \frac{BP}{CE}, \because BC = m, BP = x, \therefore PC = m - x$$

$$\therefore \frac{2}{m - x} = \frac{x}{y}, \therefore y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{m}{2}x \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{m}{2}x$, x 的取值范围为 $0 < x < m$.

$$(2) \because y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{m}{2}x = \frac{1}{2}\left(x - \frac{m}{2}\right)^2 + \frac{m^2}{8}$$

$$\therefore \text{当 } x = \frac{m}{2} \text{ 时, } y_{\text{最大值}} = \frac{m^2}{8} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

∴点 E 总在县段 CD 上, $\therefore \frac{m^2}{8} \leq 1$. $\therefore m \leq 2\sqrt{2}$, $\therefore 0 < m < 2\sqrt{2}$ 8 分

注: 写 m 的取值范围时未交待 $m > 0$ 不扣分.

(3) 连接 CG, 过 P 作 $PH \perp AG$ 于 H.

由翻折可知 $CG \perp PE$, $PG = PC = 4 - x$, 又 $\because PE \perp PA$, $\therefore CG \parallel PA$

又 $\because \angle B = \angle BAG = 90^\circ$, $\therefore AG \parallel PC$, 四边形 APCG 为平行四边形.....9 分

$\therefore AG = PC = 4 - x$

$\because \angle B = \angle BAG = \angle AHP = 90^\circ$, $\therefore$ 四边形 ABPH 为矩形

$\therefore AH = BP = x$, $PH = AB = 2$, $\therefore HG = 4 - 2x$ 10 分

在 $Rt\triangle PHG$ 中, $\therefore PH^2 + HG^2 = PG^2$, $\therefore 2^2 + (4 - 2x)^2 = (4 - x)^2$

解得 $x_1 = 2$, $x_2 = \frac{2}{3}$, $\therefore BP = 2$ 或 $\frac{2}{3}$ 12 分

28. (1) 1, -2 (每空 1 分)2 分

(2) 3, 0.6020, 0.6990, -1.097 (每空 1 分)6 分

分

(3) 若 $d(3) \neq 2a - b$, 则 $d(9) = 2d(3) \neq 4a - 2b$,

$D(27) = 3d(3) \neq 6a - 3b$

从而表中有三个劳格数是错误的, 与题设矛盾

$\therefore d(3) = 2a - b$ 8 分

若 $d(5) \neq a + c$, 则 $d(2) = 1 - d(5) \neq 1 - a - c$

$\therefore d(8) = 3d(2) \neq 3 - 3a - 3c$

$d(6) = d(3) + d(2) \neq 1 + a - b - c$

表中也有三个劳格数是错误的, 与题设矛盾

$\therefore d(5) = a + c$ 10 分

$\therefore$ 表中只有 $d(1.5)$ 和 $d(12)$ 的值是错误的, 应纠正为:

$D(1.5) = d(3) + d(5) - 1 = 3a - b + c - 1$ 11 分

$D(12) = d(3) + 2d(2) = 2 - b - 2c$ 12 分

注: 如果仅指出错误的劳格数, 未说明理由, 则每指出 1 个给 1 分.

江苏省扬州市 2013 年中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题所给出的四个选项中，恰有一项符合题目要求的，请根据正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) (2013•扬州) -2 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

考点: 倒数.

分析: 根据倒数的定义即可求解.

解答: 解: -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

故选 A.

点评: 主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

2. (3 分) (2013•扬州) 下列运算中, 结果是 a^4 的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3$ B. $a^{12} \div a^3$ C. $(a^2)^3$ D. $(-a)^4$

考点: 同底数幂的除法; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据同底数幂的乘法以及除法法则以及幂的乘方法则即可判断.

解答: 解: A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故选项错误;

B、 $a^{12} \div a^3 = a^9$, 故选项错误;

C、 $(a^2)^3 = a^6$, 选项错误;

D、正确.

故选 D.

点评: 本题考查同底数幂的除法, 同底数幂的乘法, 幂的乘方很容易混淆, 一定要记准法则才能做题.

3. (3 分) (2013•扬州) 下列说法正确的是 ()

A. “明天降雨的概率是 80%”表示明天有 80%的时间都在降雨

B. “抛一枚硬币正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$ ”表示每抛 2 次就有一次正面朝上

C. “彩票中奖的概率为 1%”表示买 100 张彩票肯定会中奖

D. “抛一枚正方体骰子, 朝上的点数为 2 的概率为 $\frac{1}{6}$ ”表示随着抛掷次数的增加, “抛出朝上的点数为 2”这一事件发生的频率稳定在 $\frac{1}{6}$ 附近

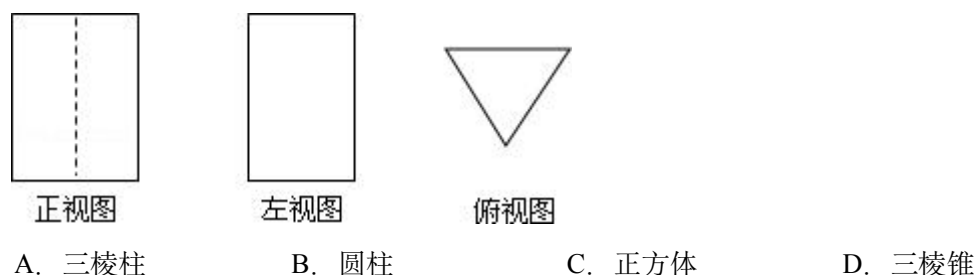
考点: 概率的意义.

分析: 概率是反映事件发生机会的大小的概念, 只是表示发生的机会的大小, 机会大也不一定发生.

解答: 解: A、“明天下雨的概率为 80%”指的是明天下雨的可能性是 80%，错误；
 B、这是一个随机事件，抛一枚硬币，出现正面朝上或者反面朝上都有可能，但事先无法预料，错误；
 C、这是一个随机事件，买这种彩票，中奖或者不中奖都有可能，但事先无法预料，错误。
 D、正确
 故选 D.

点评: 正确理解概率的含义是解决本题的关键.

4. (3 分) (2013•扬州) 某几何体的三视图如图所示，则这个几何体是 ()



考点: 由三视图判断几何体

分析: 如图所示，根据三视图的知识可使用排除法来解答.

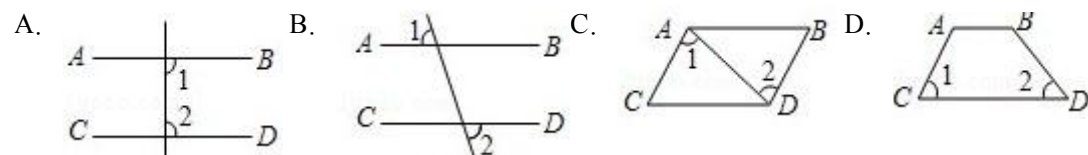
解答: 解: 如图，俯视图为三角形，故可排除 C、B.

主视图以及侧视图都是矩形，可排除 D.

故选 A.

点评: 本题考查了由三视图判断几何体的知识，难度一般，考生做此类题时可利用排除法解答.

5. (3 分) (2013•扬州) 下列图形中，由 $AB \parallel CD$ ，能得到 $\angle 1 = \angle 2$ 的是 ()



考点: 平行线的性质

分析: 根据平行线的性质求解即可求得答案，注意掌握排除法在选择题中的应用.

解答: 解: A、 $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

故本选项错误;

B、 $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

故本选项正确;

C、 $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BAD = \angle CDA,$$

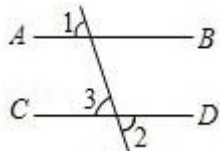
当 $AC \parallel BD$ 时, $\angle 1 = \angle 2$;

故本选项错误;

D、当梯形 $ABCD$ 是等腰梯形时, $\angle 1 = \angle 2$,

故本选项错误.

故选 B.



点评: 此题考查了平行线的性质. 此题难度不大, 注意掌握数形结合思想的应用.

6. (3 分) (2013•扬州) 一个多边形的每个内角均为 108° , 则这个多边形是 ()

A. 七边形

B. 六边形

C. 五边形

D. 四边形

考点: 多边形内角与外角.

分析: 首先求得外角的度数, 然后利用 360 除以外角的度数即可求解.

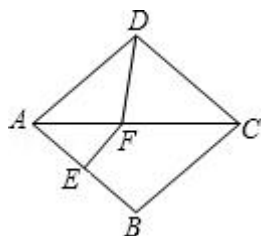
解答: 解: 外角的度数是: $180 - 108 = 72^\circ$,

则这个多边形的边数是: $360 \div 72 = 5$.

故选 C.

点评: 本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数, 解答时要会根据公式进行正确运算、变形和数据处理

7. (3 分) (2013•扬州) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 80^\circ$, AB 的垂直平分线交对角线 AC 于点 F , 垂足为 E , 连接 DF , 则 $\angle CDF$ 等于 ()



A. 50°

B. 60°

C. 70°

D. 80°

考点: 菱形的性质; 全等三角形的判定与性质; 线段垂直平分线的性质.

专题: 几何综合题

分析: 连接 BF , 根据菱形的对角线平分一组对角求出 $\angle BAC$, $\angle BCF = \angle DCF$, 四条边都相等可得 $BC = CD$, 再根据菱形的邻角互补求出 $\angle ABC$, 然后根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等可得 $AF = BF$, 根据等边对等角求出 $\angle ABF = \angle BAC$, 从而求出 $\angle CBF$, 再利用“边角边”证明 $\triangle BCF$ 和 $\triangle DCF$ 全等, 根据全等三角形对应角相等可得 $\angle CDF = \angle CBF$.

解答: 解: 如图, 连接 BF ,

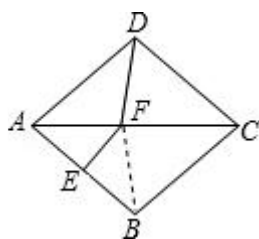
在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$, $\angle BCF = \angle DCF$, $BC = CD$,

$\because \angle BAD = 80^\circ$,

$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$,

$\because EF$ 是线段 AB 的垂直平分线,
 $\therefore AF=BF, \angle ABF=\angle BAC=40^\circ$,
 $\therefore \angle CBF=\angle ABC-\angle ABF=100^\circ-40^\circ=60^\circ$,
 $\therefore$ 在 $\triangle BCF$ 和 $\triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} BC=CD \\ \angle BCF=\angle DCF, \\ CF=CF \end{cases}$$
 $\therefore \triangle BCF \cong \triangle DCF$ (SAS),
 $\therefore \angle CDF=\angle CBF=60^\circ$.
 故选 B.



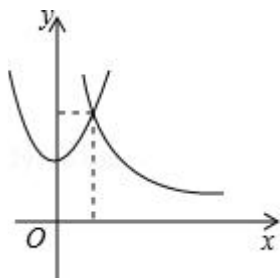
点评: 本题考查了菱形的性质, 全等三角形的判定与性质, 线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等的性质, 综合题, 但难度不大, 熟记各性质是解题的关键.

8. (3分) (2013•扬州) 方程 $x^2+3x-1=0$ 的根可视为函数 $y=x+3$ 的图象与函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象交点的横坐标, 则方程 $x^3+2x-1=0$ 的实根 x_0 所在的范围是 ()
- A. $0 < x_0 < \frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4} < x_0 < \frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3} < x_0 < \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2} < x_0 < 1$

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: 首先根据题意推断方程 $x^3+2x-1=0$ 的实根是函数 $y=x^2+2$ 与 $y=\frac{1}{x}$ 的图象交点的横坐标, 再根据四个选项中 x 的取值代入两函数解析式, 找出抛物线的图象在反比例函数上方和反比例函数的图象在抛物线的上方两个点即可判定推断方程 $x^3+2x-1=0$ 的实根 x 所在范围.

解答: 解: 依题意得方程 $x^3+2x-1=0$ 的实根是函数 $y=x^2+2$ 与 $y=\frac{1}{x}$ 的图象交点的横坐标, 这两个函数的图象如图所示, 它们的交点在第一象限,



当 $x=\frac{1}{4}$ 时, $y=x^2+2=2\frac{1}{16}$, $y=\frac{1}{x}=4$, 此时抛物线的图象在反比例函数下方;

当 $x=\frac{1}{3}$ 时, $y=x^2+2=2\frac{1}{9}$, $y=\frac{1}{x}=3$, 此时抛物线的图象在反比例函数下方;

当 $x=\frac{1}{2}$ 时, $y=x^2+2=2\frac{1}{4}$, $y=\frac{1}{x}=2$, 此时抛物线的图象在反比例函数上方;

当 $x=1$ 时, $y=x^2+2=3$, $y=\frac{1}{x}=1$, 此时抛物线的图象在反比例函数上方.

故方程 $x^3+x-1=0$ 的实根 x 所在范围为: $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$.

故选 C.

点评: 此题考查了学生从图象中读取信息的数形结合能力. 解决此类识图题, 同学们要注意分析其中的“关键点”, 还要善于分析各图象的变化趋势.

二、填空题 ((本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 不需要写出解决过程, 请把答案直接填在答题卡相应位置上))

9. (3 分) (2013•扬州) 据了解, 截止 2013 年 5 月 8 日, 扬泰机场开通一年, 客流量累计达到 450000 人次, 数据 450000 用科学记数法可表示为 4.5×10^5 .

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 450000 用科学记数法表示为 4.5×10^5 .

故答案为: 4.5×10^5 .

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

10. (3 分) (2013•扬州) 分解因式: $a^3 - 4ab^2 =$ $a(a+2b)(a-2b)$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

分析: 观察原式 $a^3 - 4ab^2$, 找到公因式 a , 提出公因式后发现 $a^2 - 4b^2$ 符合平方差公式的形式, 再利用平方差公式继续分解因式.

解答: 解: $a^3 - 4ab^2$,
 $= a(a^2 - 4b^2)$,
 $= a(a+2b)(a-2b)$.

点评: 本题考查了提公因式法与公式法分解因式, 有公因式的首先提取公因式, 最后一定要分解到各个因式不能再分解为止.

11. (3 分) (2013•扬州) 在温度不变的条件下, 一定质量的气体的压强 p 与它的体积 V 成反比例, 当 $V=200$ 时, $p=50$, 则当 $p=25$ 时, $V=$ 400.

考点: 反比例函数的应用.

分析: 首先利用待定系数法求得 v 与 P 的函数关系式, 然后代入 P 求得 v 值即可.

解答: 解: $\because$ 在温度不变的条件下, 一定质量的气体的压强 p 与它的体积 V 成反比例,

$$\therefore \text{设 } P = \frac{k}{v}$$

$$\therefore \text{当 } V=200 \text{ 时, } p=50,$$

$$\therefore k=VP=200 \times 50=10000,$$

$$\therefore P = \frac{10000}{v}$$

$$\text{当 } P=25 \text{ 时, 得 } v = \frac{10000}{25} = 400$$

故答案为: 400.

点评: 本题考查了反比例函数的应用, 解题的关键是利用待定系数法求得反比例函数的解析式.

12. (3 分) (2013•扬州) 为了估计鱼塘中鱼的条数, 养鱼者首先从鱼塘中打捞 30 条鱼做上标记, 然后放归鱼塘, 经过一段时间, 等有标记的鱼完全混合于鱼群中, 再打捞 200 条鱼, 发现其中带标记的鱼有 5 条, 则鱼塘中估计有 1200 条鱼.

考点: 用样本估计总体.

分析: 先打捞 200 条鱼, 发现其中带标记的鱼有 5 条, 求出有标记的鱼占的百分比, 再根据共有 30 条鱼做上标记, 即可得出答案.

解答: 解: $\therefore$ 打捞 200 条鱼, 发现其中带标记的鱼有 5 条,

$$\therefore \text{有标记的鱼占 } \frac{5}{200} \times 100\% = 2.5\%,$$

$$\therefore \text{共有 30 条鱼做上标记,}$$

$$\therefore \text{鱼塘中估计有 } 30 \div 2.5\% = 1200 \text{ (条).}$$

故答案为: 1200.

点评: 此题考查了用样本估计总体, 关键是求出带标记的鱼占的百分比, 运用了样本估计总体的思想.

13. (3 分) (2013•扬州) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $\sin \angle ABC=0.8$, 则 $BC=$ 6.

考点: 解直角三角形; 等腰三角形的性质.

分析: 根据题意做出图形, 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D, 根据 $AB=AC=5$, $\sin \angle ABC=0.8$, 可求出 AD 的长度, 然后根据勾股定理求出 BD 的长度, 继而可求出 BC 的长度.

解答: 解: 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D,

$$\therefore AB=AC,$$

$$\therefore BD=CD,$$

在 $Rt\triangle ABD$ 中,

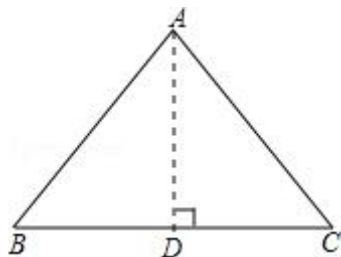
$$\therefore \sin \angle ABC = \frac{AD}{AB} = 0.8,$$

$$\therefore AD = 5 \times 0.8 = 4,$$

$$\text{则 } BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 3,$$

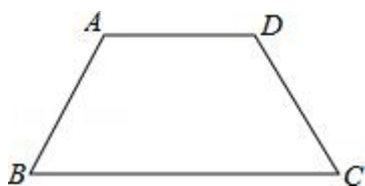
$$\therefore BC = BD + CD = 3 + 3 = 6.$$

故答案为: 6.



点评: 本题考查了解直角三角形的知识, 难度一般, 解答本题的关键是构造直角三角形并解直角三角形以及勾股定理的应用.

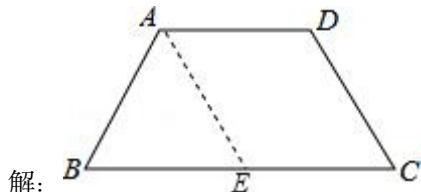
14. (3 分) (2013•扬州) 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB=AD=CD$, $BC=12$, $\angle ABC=60^\circ$, 则梯形 ABCD 的周长为 30.



考点: 等腰梯形的性质; 等边三角形的判定与性质.

分析: 过 A 作 $AE \parallel DC$ 交 BC 于 E, 得出等边三角形 ABE 和平行四边形 ADCE, 推出 $AB=AD=DC=BE=CE$, 求出 AD 长, 即可得出答案.

解答:



解:

过 A 作 $AE \parallel DC$ 交 BC 于 E,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 ADCE 是平行四边形,

$\therefore AD=EC=DC$, $AE=DC$,

$\because AB=CD$,

$\therefore AB=AE$,

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形,

$\therefore BE=AB=AE=DC=AD=CE$,

$\because BC=12$,

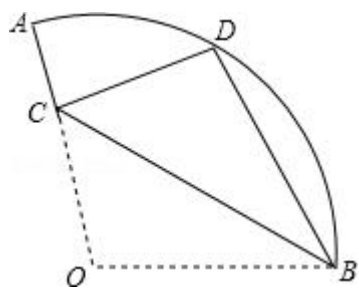
$\therefore AB=AD=DC=6$,

$\therefore$ 梯形 ABCD 的周长是 $AD+DC+BC+AB=6+6+12+6=30$,

故答案为: 30.

点评: 本题考查了平行四边形性质和判定, 等边三角形的性质和判定, 等腰梯形性质的应用, 解此题的关键是能把等腰梯形转化成平行四边形和等边三角形.

15. (3 分) (2013•扬州) 如图, 在扇形 OAB 中, $\angle AOB=110^\circ$, 半径 $OA=18$, 将扇形 OAB 沿过点 B 的直线折叠, 点 O 恰好落在 $\widehat{AB}$ 上的点 D 处, 折痕交 OA 于点 C, 则 $\widehat{AD}$ 的长为 5π .



考点: 弧长的计算; 翻折变换 (折叠问题).

分析: 如图, 连接 OD. 根据折叠的性质、圆的性质推知 $\triangle ODB$ 是等边三角形, 则易求

$\angle AOD = 110^\circ - \angle DOB = 50^\circ$; 然后由弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ 来求 $\widehat{AD}$ 的长.

解答: 解: 如图, 连接 OD.

根据折叠的性质知, $OB = DB$.

又 $\because OD = OB$,

$\therefore OD = OB = DB$, 即 $\triangle ODB$ 是等边三角形,

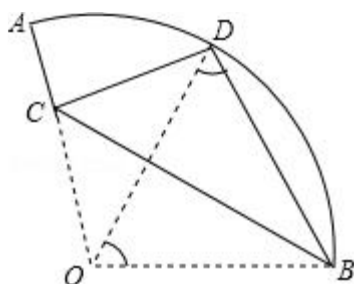
$\therefore \angle DOB = 60^\circ$.

$\because \angle AOB = 110^\circ$,

$\therefore \angle AOD = \angle AOB - \angle DOB = 50^\circ$,

$\therefore \widehat{AD}$ 的长为 $\frac{50\pi \times 18}{180} = 5\pi$.

股答案是: 5π .



点评: 本题考查了弧长的计算, 翻折变换 (折叠问题). 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等. 所以由折叠的性质推知 $\triangle ODB$ 是等边三角形是解答此题的关键之处.

16. (3 分) (2013•扬州) 已知关于 x 的方程 $\frac{3x+n}{2x+1} = 2$ 的解是负数, 则 n 的取值范围为 $n < 2$
且 $n \neq \frac{3}{2}$.

考点: 分式方程的解.

分析: 求出分式方程的解 $x = n - 2$, 得出 $n - 2 < 0$, 求出 n 的范围, 根据分式方程得出 $n - 2 \neq -\frac{1}{2}$, 求出 n , 即可得出答案.

解答: 解: $\frac{3x+n}{2x+1} = 2$,

解方程得： $x=n-2$,

$\because$ 关于 x 的方程 $\frac{3x+n}{2x+1}=2$ 的解是负数,

$\therefore n-2 < 0$,

解得： $n < 2$,

又 $\because$ 原方程有意义的条件为： $x \neq -\frac{1}{2}$,

$\therefore n-2 \neq -\frac{1}{2}$,

即 $n \neq \frac{3}{2}$.

故答案为： $n < 2$ 且 $n \neq \frac{3}{2}$.

点评： 本题考查了分式方程的解和解一元一次不等式，关键是得出 $n-2 < 0$ 和 $n-2 \neq -\frac{1}{2}$ ，注意题目中的隐含条件 $2x+1 \neq 0$ ，不要忽略.

17. (3 分) (2013•扬州) 矩形的两邻边长的差为 2，对角线长为 4，则矩形的面积为 6.

考点： 勾股定理；矩形的性质

分析： 设矩形一条边长为 x ，则另一条边长为 $x-2$ ，然后根据勾股定理列出方程式求出 x 的值，继而可求出矩形的面积.

解答： 解：设矩形一条边长为 x ，则另一条边长为 $x-2$ ，

由勾股定理得， $x^2 + (x-2)^2 = 4^2$ ，

整理得， $x^2 - 2x - 6 = 0$ ，

解得： $x = 1 + \sqrt{7}$ 或 $x = 1 - \sqrt{7}$ (不合题意，舍去)，

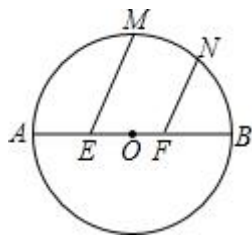
另一边为： $\sqrt{7} - 1$ ，

则矩形的面积为： $(1 + \sqrt{7})(\sqrt{7} - 1) = 6$.

故答案为： 6.

点评： 本题考查了勾股定理及矩形的性质，难度适中，解答本题的关键是根据勾股定理列出等式求出矩形的边长，要求同学们掌握矩形面积的求法.

18. (3 分) (2013•扬州) 如图，已知 $\odot O$ 的直径 $AB=6$ ， E 、 F 为 AB 的三等分点， M 、 N 为 $\widehat{AB}$ 上两点，且 $\angle MEB = \angle NFB = 60^\circ$ ，则 $EM + FN = \underline{\sqrt{33}}$.



考点： 垂径定理；含 30° 度角的直角三角形；勾股定理.

分析： 延长 ME 交 $\odot O$ 于 G ，根据圆的中心对称性可得 $FN = EG$ ，过点 O 作 $OH \perp MN$ 于 H ，

连接 MO，根据圆的直径求出 OE，OM，再解直角三角形求出 OH，然后利用勾股定理列式求出 MH，再根据垂径定理可得 $MG=2MH$ ，从而得解。

解答：解：如图，延长 ME 交 $\odot O$ 于 G，

$\because E、F$ 为 AB 的三等分点， $\angle MEB=\angle NFB=60^\circ$ ，

$\therefore FN=EG$ ，

过点 O 作 $OH \perp MN$ 于 H，连接 MO，

$\because \odot O$ 的直径 $AB=6$ ，

$\therefore OE=OA-AE=\frac{1}{2} \times 6-\frac{1}{3} \times 6=3-2=1$ ，

$OM=\frac{1}{2} \times 6=3$ ，

$\because \angle MEB=60^\circ$ ，

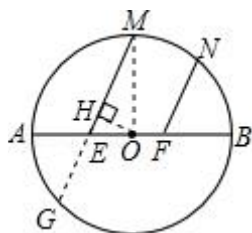
$\therefore OH=OE \cdot \sin 60^\circ=1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

在 $Rt\triangle MOH$ 中， $MH=\sqrt{OM^2-OH^2}=\sqrt{3^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{33}}{2}$ ，

根据垂径定理， $MG=2MH=2 \times \frac{\sqrt{33}}{2}=\sqrt{33}$ ，

即 $EM+FN=\sqrt{33}$ 。

故答案为： $\sqrt{33}$ 。



点评：本题考查了垂径定理，勾股定理的应用，以及解直角三角形，作辅助线并根据圆的中心对称性得到 $FN=EG$ 是解题的关键，也是本题的难点。

三、解答题 (本大题共 10 小题，共 96 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (8 分) (2013•扬州) (1) 计算： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-2\sin 60^\circ+\sqrt{12}$ ；

(2) 先化简，再求值： $(x+1)(2x-1)-(x-3)^2$ ，其中 $x=-2$ 。

考点：整式的混合运算—化简求值；实数的运算；负整数指数幂；特殊角的三角函数值。

分析：(1) 根据负整数指数幂的性质和特殊角的三角函数值代入计算即可；

(2) 利用整式的乘法和完全平方公式展开化简后代入求值即可。

解答：解 (1) 原式 $=4-2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{3}$

$=4+\sqrt{3}$ ；

(2) 原式 $=2x^2-x+2x-1-x^2+6x-9$

$$=x^2+7x-10,$$

当 $x=-2$ 时, 原式 $=4-14-10=-20$.

点评: 本题考查了实数的运算、负整数指数幂及特殊角的三角函数值, 属于基础题, 应重点掌握.

20. (8分) (2013•扬州) 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 5x+2y=11a+18 \\ 2x-3y=12a-8 \end{cases}$ 的解满足 $x>0$, $y>0$,

求实数 a 的取值范围.

考点: 解二元一次方程组; 解一元一次不等式组.

专题: 计算题.

分析: 先利用加减消元法求出 x 、 y , 然后列出不等式组, 再求出两个不等式的解集, 然后求公共部分即可.

解答:

$$\text{解: } \begin{cases} 5x+2y=11a+18 \text{ ①} \\ 2x-3y=12a-8 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} \times 3 \text{ 得, } 15x+6y=33a+54 \text{ ③},$$

$$\text{②} \times 2 \text{ 得, } 4x-6y=24a-16 \text{ ④},$$

$$\text{③} + \text{④} \text{ 得, } 19x=57a+38,$$

$$\text{解得 } x=3a+2,$$

$$\text{把 } x=3a+2 \text{ 代入 ① 得, } 5(3a+2)+2y=11a+18,$$

$$\text{解得 } y=-2a+4,$$

$$\text{所以, 方程组的解是 } \begin{cases} x=3a+2 \\ y=-2a+4 \end{cases},$$

$$\because x>0, y>0,$$

$$\therefore \begin{cases} 3a+2>0 \text{ ①} \\ -2a+4>0 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{由 ① 得, } a>-\frac{2}{3},$$

$$\text{由 ② 得, } a<2,$$

$$\text{所以, } a \text{ 的取值范围是 } -\frac{2}{3}<a<2.$$

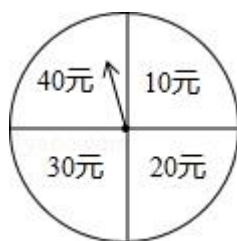
点评: 本题考查的是二元一次方程组的解法, 一元一次不等式组的解法, 方程组中未知数的系数较小时可用代入法, 当未知数的系数相等或互为相反数时用加减消元法较简单, 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解).

21. (8分) (2013•扬州) 端午节期间, 扬州某商场为了吸引顾客, 开展有奖促销活动, 设立了一个可以自由转动的转盘, 转盘被分成 4 个面积相等的扇形, 四个扇形区域里分别标有“10 元”、“20 元”、“30 元”、“40 元”的字样 (如图). 规定: 同一日内, 顾客在本商场每消费

满 100 元就可以转装盘一次，商场根据转盘指针指向区域所标金额返还相应数额的购物券，某顾客当天消费 240 元，转了两次转盘.

(1) 该顾客最少可得 20 元购物券，最多可得 80 元购物券；

(2) 请用画树状图或列表的方法，求该顾客所获购物券金额不低于 50 元的概率.

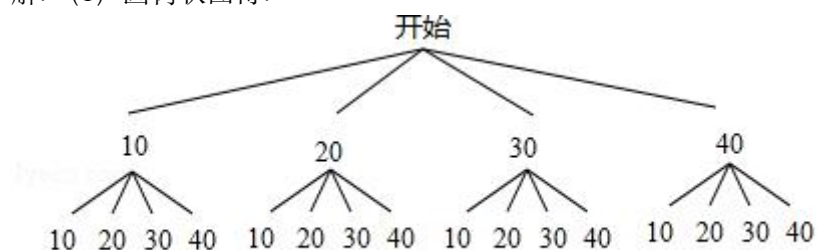


考点: 列表法与树状图法.

分析: (1) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图即可求得该顾客最少可得 20 元购物券，最多可得 80 元购物券；

(2) 由 (1) 中的树状图即可求得所有等可能的结果与该顾客所获购物券金额不低于 50 元的情况，然后利用概率公式求解即可求得答案.

解答: 解: (1) 画树状图得:



和 20 30 40 50 30 40 50 60 40 50 60 70 50 60 70 80

则该顾客最少可得 20 元购物券，最多可得 80 元购物券；

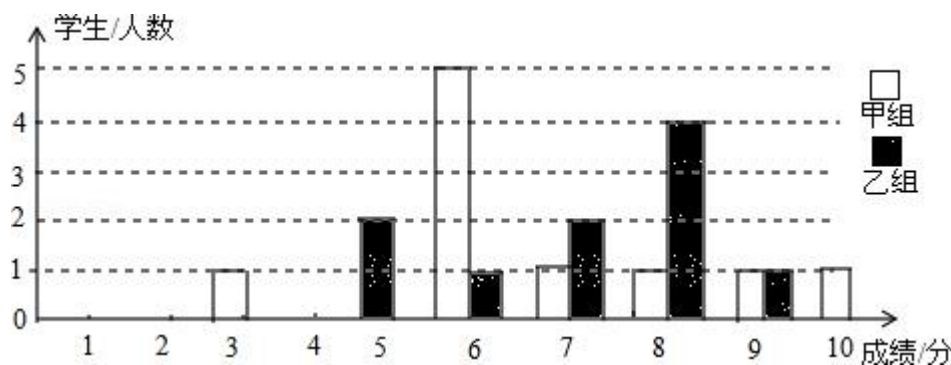
故答案为: 20, 80;

(2) $\because$ 共有 16 种等可能的结果，该顾客所获购物券金额不低于 50 元的有 10 种情况，

$\therefore$ 该顾客所获购物券金额不低于 50 元的概率为: $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$.

点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (8 分) (2013•扬州) 为声援扬州“运河申遗”，某校举办了一次运河知识竞赛，满分 10 分，学生得分为整数，成绩达到 6 分以上（包括 6 分）为合格，达到 9 分以上（包含 9 分）为优秀. 这次竞赛中甲乙两组学生成绩分布的条形统计图如图所示.



(1) 补充完成下面的成绩统计分析表:

组别	平均分	中位数	方差	合格率	优秀率
甲组	6.7	6	3.41	90%	20%
乙组	7.1	7.5	1.69	80%	10%

(2) 小明同学说:“这次竞赛我得了 7 分, 在我们小组中排名属中游略偏上!”观察上表可知, 小明是 甲 组的学生; (填“甲”或“乙”)

(3) 甲组同学说他们组的合格率、优秀率均高于乙组, 所以他们组的成绩好于乙组. 但乙组同学不同意甲组同学的说法, 认为他们组的成绩要好于甲组. 请你给出两条支持乙组同学观点的理由.

考点: 条形统计图; 加权平均数; 中位数; 方差.

专题: 计算题.

分析: (1) 将甲组成绩按照从小到大的顺序排列, 找出第 5、6 个成绩, 求出平均数即为甲组的中位数; 找出乙组成绩, 求出乙组的平均分, 填表即可;

(2) 观察表格, 成绩为 7.1 分处于中游略偏上, 应为甲组的学生;

(3) 乙组的平均分高于甲组, 中位数高于甲组, 方差小于甲组, 所以乙组成绩好于甲组.

解答: 解: (1) 甲组的成绩为: 3, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 甲组中位数为 6, 乙组成绩为 5, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 平均分为 $\frac{1}{10} (5+5+6+7+7+8+8+8+8+9) = 7.1$

(分),

填表如下:

组别	平均分	中位数	方差	合格率	优秀率
甲组	6.7	6	3.41	90%	20%
乙组	7.1	7.5	1.69	80%	10%

(2) 观察上表可知, 小明是甲组的学生;

(3) 乙组的平均分, 中位数高于甲组, 方差小于甲组, 故乙组成绩好于甲组.

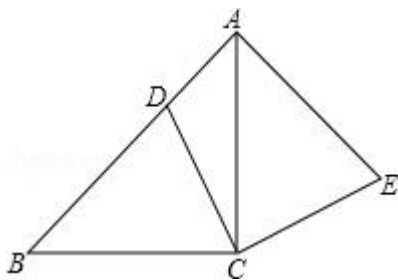
故答案为: (1) 6; 7.1; (2) 甲

点评: 此题考查了条形统计图, 加权平均数, 中位数, 以及方差, 弄清题意是解本题的关键.

23. (10 分) (2013•扬州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, 点 D 在边 AB 上, 连接 CD, 将线段 CD 绕点 C 顺时针旋转 90° 至 CE 位置, 连接 AE.

(1) 求证: $AB \perp AE$;

(2) 若 $BC^2=AD \cdot AB$, 求证: 四边形 ADCE 为正方形.



考点: 旋转的性质; 全等三角形的判定与性质; 等腰直角三角形; 正方形的判定; 相似三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: (1) 根据旋转的性质得到 $\angle DCE=90^\circ$, $CD=CE$, 利用等角的余角相等得 $\angle BCD=\angle ACE$, 然后根据“SAS”可判断 $\triangle BCD \cong \triangle ACE$, 则 $\angle B=\angle CAE=45^\circ$, 所以 $\angle DAE=90^\circ$, 即可得到结论;
 (2) 由于 $BC=AC$, 则 $AC^2=AD \cdot AB$, 根据相似三角形的判定方法得到 $\triangle DAC \sim \triangle CAB$, 则 $\angle CDA=\angle BCA=90^\circ$, 可判断四边形 ADCE 为矩形, 利用 $CD=CE$ 可判断四边形 ADCE 为正方形.

解答: 证明: (1) $\because \angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$,

$$\therefore \angle B=\angle BAC=45^\circ,$$

$\because$ 线段 CD 绕点 C 顺时针旋转 90° 至 CE 位置,

$$\therefore \angle DCE=90^\circ, CD=CE,$$

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB - \angle ACD = \angle DCE - \angle ACD,$$

$$\text{即 } \angle BCD = \angle ACE,$$

在 $\triangle BCD$ 和 $\triangle ACE$ 中

$$\begin{cases} BC=AC \\ \angle BCD=\angle ACE, \\ CD=CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore \angle B=\angle CAE=45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE=45^\circ+45^\circ=90^\circ,$$

$$\therefore AB \perp AE;$$

$$(2) \because BC^2=AD \cdot AB,$$

而 $BC=AC$,

$$\therefore AC^2=AD \cdot AB,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle CAB,$$

$$\therefore \triangle DAC \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \angle CDA=\angle BCA=90^\circ,$$

而 $\angle DAE=90^\circ$, $\angle DCE=90^\circ$,

$$\therefore \text{四边形 ADCE 为矩形},$$

$$\because CD=CE,$$

$$\therefore \text{四边形 ADCE 为正方形}.$$

点评: 本题考查了旋转的性质: 旋转前后两图形全等; 对应点到旋转中心的距离相等; 对应

点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角. 也考查了等腰直角三角形的性质、三角形全等、相似的判定与性质以及正方形的判定.

24. (10 分) (2013•扬州) 某校九 (1)、九 (2) 两班的班长交流了为四川安雅地震灾区捐款的情况:

(I) 九 (1) 班班长说: “我们班捐款总数为 1200 元, 我们班人数比你们班多 8 人.”

(II) 九 (2) 班班长说: “我们班捐款总数也为 1200 元, 我们班人均捐款比你们班人均捐款多 20%.”

请根据两个班长的对话, 求这两个班级每班的人均捐款数.

考点: 分式方程的应用.

分析: 首先设九 (1) 班的人均捐款数为 x 元, 则九 (2) 班的人均捐款数为 $(1+20\%)x$ 元,

然后根据我们班人数比你们班多 8 人, 即可得方程: $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{(1+20\%)x} = 8$, 解此

方程即可求得答案.

解答: 解: 设九 (1) 班的人均捐款数为 x 元, 则九 (2) 班的人均捐款数为 $(1+20\%)x$ 元,

则: $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{(1+20\%)x} = 8$,

解得: $x=25$,

经检验, $x=25$ 是原方程的解.

九 (2) 班的人均捐款数为: $(1+20\%)x=30$ (元)

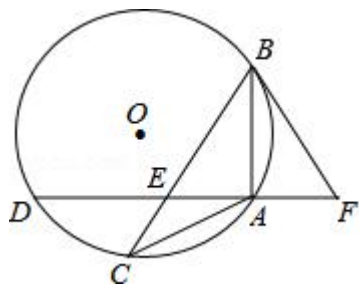
答: 九 (1) 班人均捐款为 25 元, 九 (2) 班人均捐款为 30 元.

点评: 本题考查分式方程的应用. 注意分析题意, 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

25. (10 分) (2013•扬州) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 弦 $AD \perp AB$ 交 BC 于点 E , 过点 B 作 $\odot O$ 的切线交 DA 的延长线于点 F , 且 $\angle ABF = \angle ABC$.

(1) 求证: $AB=AC$;

(2) 若 $AD=4$, $\cos \angle ABF = \frac{4}{5}$, 求 DE 的长.



考点: 切线的性质; 圆周角定理; 解直角三角形.

分析: (1) 由 BF 是 $\odot O$ 的切线, 利用弦切角定理, 可得 $\angle 3 = \angle C$, 又由 $\angle ABF = \angle ABC$, 可证得 $\angle 2 = \angle C$, 即可得 $AB=AC$;

(2) 首先连接 BD , 在 $Rt\triangle ABD$ 中, 解直角三角形求出 AB 的长度; 然后在 $Rt\triangle ABE$ 中, 解直角三角形求出 AE 的长度; 最后利用 $DE=AD-AE$ 求得结果.

解答: (1) 证明: $\because BF$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle 3 = \angle C$,

$\therefore \angle ABF = \angle ABC$,
 即 $\angle 3 = \angle 2$,
 $\therefore \angle 2 = \angle C$,
 $\therefore AB = AC$;

(2) 解: 如图, 连接 BD , 在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中, $\angle BAD = 90^\circ$,

$$\therefore \cos \angle ADB = \frac{AD}{BD}, \quad \therefore BD = \frac{AD}{\cos \angle ADB} = \frac{AD}{\cos \angle ABF} = \frac{4}{\frac{4}{5}} = 5,$$

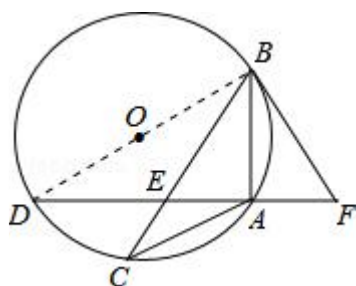
$$\therefore AB = 3.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\angle BAE = 90^\circ$,

$$\therefore \cos \angle ABE = \frac{AB}{BE}, \quad \therefore BE = \frac{AB}{\cos \angle ABE} = \frac{3}{\frac{4}{5}} = \frac{15}{4},$$

$$\therefore AE = \sqrt{\left(\frac{15}{4}\right)^2 - 3^2} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore DE = AD - AE = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}.$$

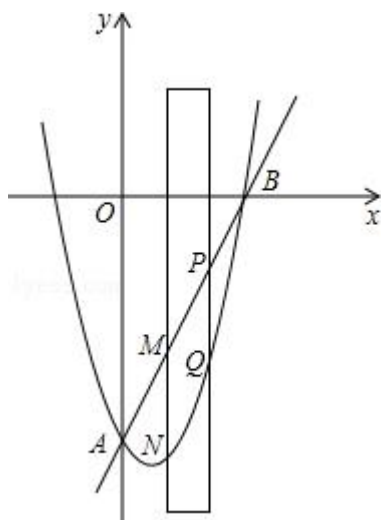


点评: 此题考查了切线的性质、等腰三角形的判定与性质、勾股定理以及三角函数等知识. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意数形结合思想的应用.

26. (10 分) (2013•扬州) 如图, 抛物线 $y = x^2 - 2x - 8$ 交 y 轴于点 A , 交 x 轴正半轴于点 B .

(1) 求直线 AB 对应的函数关系式;

(2) 有一宽度为 1 的直尺平行于 x 轴, 在点 A 、 B 之间平行移动, 直尺两长边所在直线被直线 AB 和抛物线截得两线段 MN 、 PQ , 设 M 点的横坐标为 m , 且 $0 < m < 3$. 试比较线段 MN 与 PQ 的大小.



考点: 二次函数综合题

专题: 计算题.

分析: (1) 利用二次函数解析式, 求出 A、B 两点的坐标, 再利用待定系数法求出一函数解析式;

(2) 根据 M 的横坐标和直尺的宽度, 求出 P 的横坐标, 再代入直线和抛物线解析式, 求出 MN、PQ 的长度表达式, 再比较即可.

解答: 解: (1) 当 $x=0$ 时, $y=-8$; 当 $y=0$ 时, $x^2-2x-8=0$,

解得, $x_1=4$, $x_2=-8$; 则 A (0, -8), B (4, 0);

设一次函数解析式为 $y=kx+b$,

将 A (0, -8), B (4, 0) 分别代入解析式得 $\begin{cases} b=-8 \\ 4k+b=0 \end{cases}$;

解得, $\begin{cases} k=2 \\ b=-8 \end{cases}$.

故一次函数解析式为 $y=2x-8$;

(2) $\because$ M 点横坐标为 m , 则 P 点横坐标为 $(m+1)$;

$\therefore MN = (2m-8) - (m^2-2m-8) = 2m-8 - m^2+2m-8 = -m^2+4m$;

$PQ = [2(m+1)-8] - [(m+1)^2-2(m+1)-8] = -m^2+4m$;

$\therefore MN - PQ = (-m^2+4m) - (-m^2+2m+3) = 2m-3$;

①当 $2m-3=0$ 时, $m=\frac{3}{2}$, 即 $MN - PQ=0$, $MN=PQ$;

②当 $2m-3>0$ 时, $\frac{3}{2} < m < 3$, 即 $MN - PQ > 0$, $MN > PQ$;

③当 $2m-3<0$ 时, $0 < m < \frac{3}{2}$, 即 $MN - PQ < 0$, $MN < PQ$.

点评: 本题考查了二次函数综合题型, 涉及待定系数法求一次函数解析式、二次函数与坐标轴的交点问题, 同时需要分类讨论.

27. (12分) (2013·扬州) 如图1, 在梯形ABCD中, $AB \parallel CD$, $\angle B=90^\circ$, $AB=2$, $CD=1$, $BC=m$, P为线段BC上的一动点, 且和B、C不重合, 连接PA, 过P作 $PE \perp PA$ 交CD所在直线于E. 设 $BP=x$, $CE=y$.

(1) 求y与x的函数关系式;

(2) 若点P在线段BC上运动时, 点E总在线段CD上, 求m的取值范围;

(3) 如图2, 若 $m=4$, 将 $\triangle PEC$ 沿PE翻折至 $\triangle PEG$ 位置, $\angle BAG=90^\circ$, 求BP长.

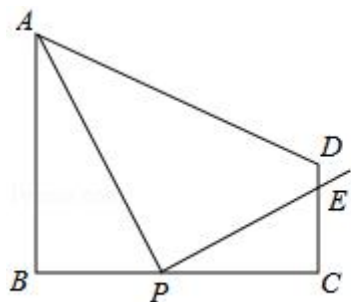


图1

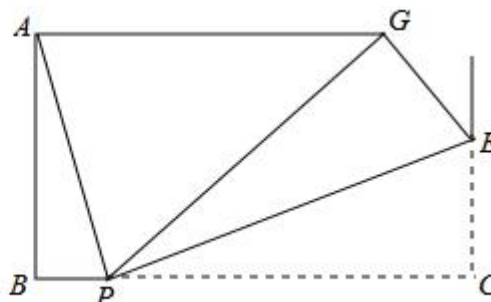


图2

考点: 四边形综合题.

分析: (1) 证明 $\triangle ABP \sim \triangle PCE$, 利用比例线段关系求出y与x的函数关系式;

(2) 根据(1)中求出的y与x的关系式, 利用二次函数性质, 求出其最大值, 列不等式确定m的取值范围;

(3) 根据翻折的性质及已知条件, 构造直角三角形, 利用勾股定理求出BP的长度. 解答中提供了三种解法, 可认真体会.

解答: 解: (1) $\because \angle APB + \angle CPE = 90^\circ$, $\angle CEP + \angle CPE = 90^\circ$,

$\therefore \angle APB = \angle CEP$, 又 $\because \angle B = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABP \sim \triangle PCE$,

$$\therefore \frac{AB}{PC} = \frac{BP}{CE}, \text{ 即 } \frac{2}{m-x} = \frac{x}{y},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{\pi}{2}x.$$

$$(2) \because y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{\pi}{2}x = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \frac{\pi^2}{8},$$

$$\therefore \text{当 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 时, } y \text{ 取得最大值, 最大值为 } \frac{\pi^2}{8}.$$

$\because$ 点P在线段BC上运动时, 点E总在线段CD上,

$$\therefore \frac{\pi^2}{8} \leq 1, \text{ 解得 } m \leq 2\sqrt{2}.$$

$\therefore m$ 的取值范围为: $0 < m \leq 2\sqrt{2}$.

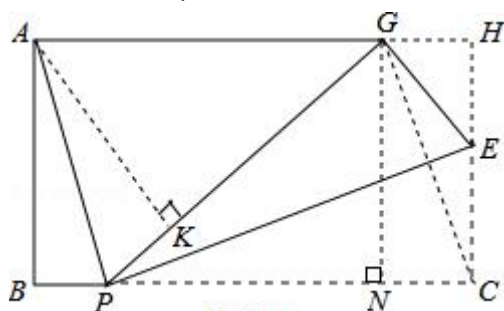
(3) 由折叠可知, $PG=PC$, $EG=EC$, $\angle GPE = \angle CPE$,

又 $\because \angle GPE + \angle APG = 90^\circ$, $\angle CPE + \angle APB = 90^\circ$,

$\therefore \angle APG = \angle APB$.

$\because \angle BAG = 90^\circ$, $\therefore AG \parallel BC$,

$\therefore \angle GAP = \angle APB$,

$$\therefore AG=PG=PC.$$


解答图

则易知 ABCH 为矩形, $HE=CH-CE=2-y$, $GH=AH-AG=4-(4-x)=x$.

即: $x^2 + (2-y)^2 = y^2$, 化简得: $x^2 - 4y + 4 = 0$ ①

由 (1) 可知, $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{\pi}{2}x$, 这里 $m=4$, $\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$,

代入①式整理得： $x^2 - 8x + 4 = 0$ ，解得： $x = \frac{2}{3}$ 或 $x = 2$ ，

$\therefore$ BP 的长为 $\frac{2}{3}$ 或 2.

$$\because AG \parallel PC, \quad AG=PC,$$

易证 $\triangle ABP \cong \triangle GNC$, $\therefore CN=BP=x$.

在 $\text{Rt}\triangle \text{GPN}$ 中, 由勾股定理得: $\text{PN}^2 + \text{GN}^2 = \text{PG}^2$,

即: $(4-2x)^2 + 2^2 = (4-x)^2$,

整理得: $x^2 - 8x + 4 = 0$, 解得: $x = \frac{2}{3}$ 或 $x = 2$,

$\therefore$ BP 的长为 $\frac{2}{3}$ 或 2.

$$\therefore \angle APB = \angle APG,$$

易证 $\triangle APB \cong \triangle APK$,

$$\therefore GK = PG - PK = 4 - 2x.$$

即: $(4-2x)^2 + 2^2 = (4-x)^2$,

整理得: $x^2 - 8x + 4 = 0$,

解得: $x = \frac{2}{3}$ 或 $x = 2$,

$\therefore$ BP 的长为 $\frac{2}{3}$ 或 2.

点评: 本题是代数几何综合题, 考查了全等三角形、相似三角形、勾股定理、梯形、矩形、折叠、函数关系式、二次函数最值等知识点, 所涉及考点众多, 有一定的难度. 注意第 (2) 问中求 m 取值范围时二次函数性质的应用, 以及第 (3) 问中构造直角三角形的方法.

28. (12 分) (2013•扬州) 如果 $10^b=n$, 那么 b 为 n 的劳格数, 记为 $b=d(n)$, 由定义可知: $10^b=n$ 与 $b=d(n)$ 所表示的 b 、 n 两个量之间的同一关系.

(1) 根据劳格数的定义, 填空: $d(10) = \underline{1}$, $d(10^{-2}) = \underline{-2}$;

(2) 劳格数有如下运算性质:

若 m 、 n 为正数, 则 $d(mn) = d(m) + d(n)$, $d(\frac{m}{n}) = d(m) - d(n)$.

根据运算性质, 填空:

$\frac{d(a^3)}{d(a)} = \underline{3}$ (a 为正数), 若 $d(2) = 0.3010$, 则 $d(4) = \underline{0.6020}$, $d(5) = \underline{0.6990}$,

$d(0.08) = \underline{-1.097}$;

(3) 如表中与数 x 对应的劳格数 $d(x)$ 有且只有两个是错误的, 请找出错误的劳格数, 说明理由并改正.

x	1.5	3	5	6	8	9	12	27
$d(x)$	$3a - b + c$	$2a - b$	$a + c$	$1 + a - b - c$	$3 - 3a - 3c$	$4a - 2b$	$3 - b - 2c$	$6a - 3b$

考点: 整式的混合运算; 反证法.

分析: (1) 根据定义可知, $d(10)$ 和 $d(10^{-2})$ 就是指 10 的指数, 据此即可求解;

(2) 根据 $d(a^3) = d(a \cdot a \cdot a) = d(a) + d(a) + d(a)$ 即可求得 $\frac{d(a^3)}{d(a)}$ 的值;

(3) 通过 $9=3^2$, $27=3^3$, 可以判断 $d(3)$ 是否正确, 同理以依据 $5=10 \div 2$, 假设 $d(5)$ 正确, 可以求得 $d(2)$ 的值, 即可通过 $d(8)$, $d(12)$ 作出判断.

解答: 解: (1) 1, -2;

$$(2) \frac{d(a^3)}{d(a)} = \frac{3d(a)}{d(a)} = 3;$$

利用计算器可得: $10^{0.3010} \approx 2$, $10^{0.6020} \approx 4$, $10^{0.6990} \approx 5$, $10^{-1.097} \approx 0.08$,
故 $d(4) = 0.6020$, $d(5) = 0.6990$, $d(0.08) = -1.097$;

(3) 若 $d(3) \neq 2a - b$, 则 $d(9) = 2d(3) \neq 4a - 2b$,

$d(27) = 3d(3) \neq 6a - 3b$,

从而表中有三个劳格数是错误的, 与题设矛盾,

$\therefore d(3) = 2a - b$,

若 $d(5) \neq a + c$, 则 $d(2) = 1 - d(5) \neq 1 - a - c$,

$\therefore d(8) = 3d(2) \neq 3 - 3a - 3c$,

$d(6) = d(3) + d(2) \neq 1 + a - b - c$,

表中也有三个劳格数是错误的, 与题设矛盾.

$$\therefore d(6) = a + c.$$

$\therefore$ 表中只有 $d(1.5)$ 和 $d(12)$ 的值是错误的, 应纠正为:

$$d(1.5) = d(3) + d(5) - 1 = 3a - b + c - 1,$$

$$d(12) = d(3) + 2d(2) = 2 - b - 2c.$$

点评: 本题考查整式的运算, 正确理解规定的新的运算法则是关键.