

2013 年江苏省徐州市中考数学试卷

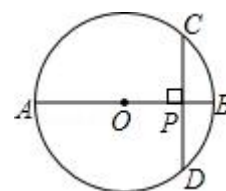
一、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

- $\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()
A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
- 下列各式的运算结果为 x^6 的是 ()
A. $x^9 \div x^3$ B. $(x^3)^3$ C. $x^2 \cdot x^3$ D. $x^3 + x^3$
- 2013 年我市财政计划安排社会保障和公共卫生等支出约 1820000000 元支持民生幸福工程, 该数据用科学记数法表示为 ()
A. 18.2×10^8 元 B. 1.82×10^9 元 C. 1.82×10^{10} 元 D. 0.182×10^{10} 元
- 若等腰三角形的顶角为 80° , 则它的底角度数为 ()
A. 80° B. 50° C. 40° D. 20°
- 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为 P . 若 $CD=8$, $OP=3$, 则 $\odot O$ 的半径为 ()
A. 10 B. 8 C. 5 D. 3
- 下列函数中, y 随 x 的增大而减小的函数是 ()
A. $y=2x+8$ B. $y=-2+4x$ C. $y=-2x+8$ D. $y=4x$
- 下列说法正确的是 ()
A. 若甲组数据的方差 $S_{甲}^2=0.39$, 乙组数据的方差 $S_{乙}^2=0.25$, 则甲组数据比乙组数据大
B. 从 1, 2, 3, 4, 5, 中随机抽取一个数, 是偶数的可能性比较大
C. 数据 3, 5, 4, 1, -2 的中位数是 3
D. 若某种游戏活动的中奖率是 30%, 则参加这种活动 10 次必有 3 次中奖
- 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象上部分点的坐标满足下表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-3	-2	-3	-6	-11	...

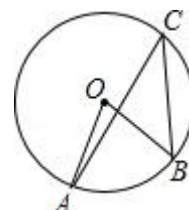
则该函数图象的顶点坐标为 ()

- A. (-3, -3) B. (-2, -2) C. (-1, -3) D. (0, -6)

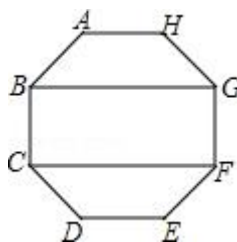


二、填空题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分. 不需要写出解答过程, 请把答案写在横线上)

- 某天的最低气温是 -2°C , 最高气温是 10°C , 则这天气温的极差为_____ $^\circ\text{C}$.
- 当 $m+n=3$ 时, 式子 $m^2+2mn+n^2$ 的值为_____.
- 若式子 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.
- 若 $\angle \alpha = 50^\circ$, 则它的余角是_____ $^\circ$.
- 请写出一个为中心对称图形的几何图形的名称: _____.
- 若两圆的半径分别是 2 和 3, 圆心距是 5, 则这两圆的位置关系是_____.
- 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 (1, -2), 则 k 的值为_____.
- 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle C = 30^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的度数为_____ $^\circ$.
- 已知扇形的圆心角为 120° , 弧长为 $10\pi\text{cm}$, 则扇形的半径为_____ cm .



18. 如图，在正八边形 $ABCDEFGH$ 中，四边形 $BCFG$ 的面积为 20cm^2 ，则正八边形的面积为_____ cm^2



三、解答题 (共 10 小题，满分 86 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时请写出证明、证明过程或演算步骤)

19. (10 分) (1) 计算: $|-2| - \sqrt{9} + (-2013)^0$; (2) 计算: $(1 + \frac{1}{x-1}) \div \frac{x}{x^2-1}$.

20. (10 分) (1) 解方程: $x^2 - 2x = 1$; (2) 解不等式组: $\begin{cases} 2x + 4 \geq 0 \\ 1 - 2x > 0 \end{cases}$.

21. (7 分) 2012 年我国国民经济运行总体平稳，全年全国公共财政收入 117210 亿元，2008 - 2012 年全国公共财政收入及其增长速度情况如图所示：



- (1) 这五年中全国公共财政收入增长速度最高的年份是_____年；
 (2) 2012 年的全国公共财政收入比 2011 年多_____亿元；
 (3) 这五年的全国公共财政收入增长速度的平均数是_____.

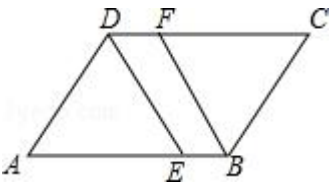
22. (7 分) 一只不透明的袋子中装有白球 2 个和黄球 1 个, 这些球除颜色外都相同, 搅匀后从中任意摸出 1 个球, 记下颜色后不放回, 搅匀后再从中任意摸出 1 个球, 请用列表或画树状图的方法求两次都摸出白球的概率.

23. (8 分) 为改善生态环境, 防止水土流失, 某村计划在荒坡上种 1000 棵树. 由于青年志愿者的支援, 每天比原计划多种 25%, 结果提前 5 天完成任务, 原计划每天种多少棵树?

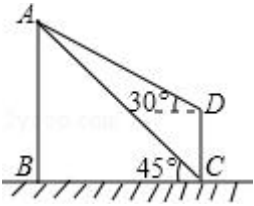
24. (8 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, DE 平分 $\angle ADC$ 交 AB 于点 E , BF 平分 $\angle ABC$, 交 CD 于点 F .

(1) 求证: $DE=BF$;

(2) 连接 EF , 写出图中所有的全等三角形. (不要求证明)



25. (8分) 如图, 为了测量某风景区内一座塔 AB 的高度, 小明分别在塔的对面一楼房 CD 的楼底 C , 楼顶 D 处, 测得塔顶 A 的仰角为 45° 和 30° , 已知楼高 CD 为 $10m$, 求塔的高度 (结果精确到 $0.1m$). (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



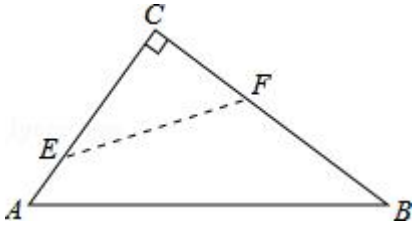
26. (8分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 翻折 $\angle C$, 使点 C 落在斜边 AB 上某一点 D 处, 折痕为 EF (点 E 、 F 分别在边 AC 、 BC 上).

(1) 若以 C 、 E 、 F 为顶点的三角形与以 A 、 B 、 C 为顶点的三角形相似.

①当 $AC=BC=2$ 时, AD 的长为_____;

②当 $AC=3$, $BC=4$ 时, AD 的长为_____;

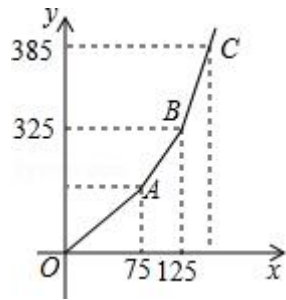
(2) 当点 D 是 AB 的中点时, $\triangle CEF$ 与 $\triangle CBA$ 相似吗? 请说明理由.



27. (10 分) 为增强公民的节约意识, 合理利用天然气资源, 某市自 1 月 1 日起对市区民用管道天然气价格进行调整, 实行阶梯式气价, 调整后的收费价格如表所示:

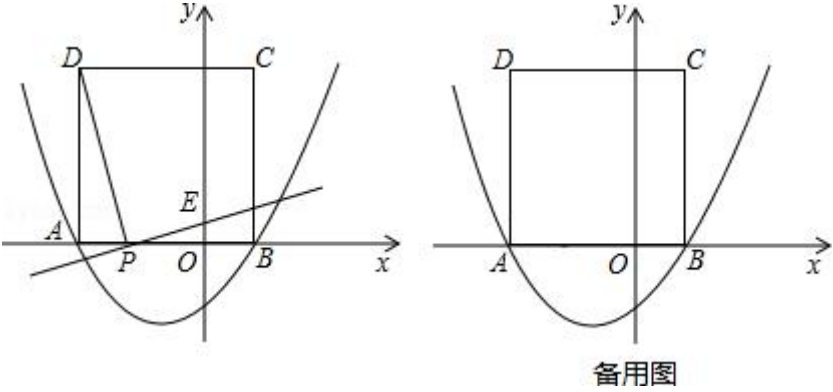
每月用气量	单价 (元/ m^3)
不超出 $75m^3$ 的部分	2.5
超出 $75m^3$ 不超出 $125m^3$ 的部分	a
超出 $125m^3$ 的部分	$a+0.25$

- (1) 若甲用户 3 月份的用气量为 $60m^3$, 则应缴费_____元;
- (2) 若调价后每月支出的燃气费为 y (元), 每月的用气量为 x (m^3), y 与 x 之间的关系如图所示, 求 a 的值及 y 与 x 之间的函数关系式;
- (3) 在 (2) 的条件下, 若乙用户 2、3 月份共用气 $175m^3$ (3 月份用气量低于 2 月份用气量), 共缴费 455 元, 乙用户 2、3 月份的用气量各是多少?



28. (10 分) 如图, 二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx - \frac{3}{2}$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ 和点 B , 以 AB 为边在 x 轴上方作正方形 $ABCD$, 点 P 是 x 轴上一动点, 连接 DP , 过点 P 作 DP 的垂线与 y 轴交于点 E .

- (1) 请直接写出点 D 的坐标: _____;
- (2) 当点 P 在线段 AO (点 P 不与 A 、 O 重合) 上运动至何处时, 线段 OE 的长有最大值, 求出这个最大值;
- (3) 是否存在这样的点 P , 使 $\triangle PED$ 是等腰三角形? 若存在, 请求出点 P 的坐标及此时 $\triangle PED$ 与正方形 $ABCD$ 重叠部分的面积; 若不存在, 请说明理由.



2013 年徐州市中考数学参考答案与评分标准

一. 选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	B	C	C	C	B

二. 填空题

题号	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
答案	12	9	$x \geq 2$	40	略	外切	-2	60	15	40

三. 计算与解答

19. (1) 原式 $=2-3+1$3 分

$$=0$$
.....5 分

(2) 原式 $=\frac{x-1+1}{x-1} \div \frac{x}{(x+1)(x-1)}$7 分

$$=\frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x}$$
.....9 分

$$=x+1$$
.....10 分

20. (1) 法一: $x^2-2x+1=2$2 分

$$(x-1)^2=2$$
.....3 分

$$\therefore x_1=1+\sqrt{2}, x_2=1-\sqrt{2}$$
.....5 分

法二: $x^2-2x-1=0$2 分

$$x=\frac{2 \pm \sqrt{4-4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$
.....3 分

$$=1 \pm \sqrt{2}$$
.....4 分

$$\therefore x_1=1+\sqrt{2}, x_2=1-\sqrt{2}$$
.....5 分

(2) 解不等式①, 得 $x \geq -2$分

解不等式②, 得 $x < \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-2 \leq x < \frac{1}{2}$10 分

21. (1) 2011.....2 分; (2) 13336.....4 分; (3) 18. 06%.....7 分

22. 树状图如下:



$\therefore P$ (两次都摸出白球) $=\frac{1}{3}$, 答: 两次都摸出白球的概率为 $\frac{1}{3}$.

列表如下:

第 1 次 \ 第 2 次	白 1	白 2	黄
白 1		(白 1, 白 2)	(白 1, 黄)
白 2	(白 2, 白 1)		(白 2, 黄)
黄	(黄, 白 1)	(黄, 白 2)	

$\therefore P(\text{两次都摸出白球}) = \frac{1}{3}$, 答: 两次都摸出白球的概率为 $\frac{1}{3}$.

23. 设原计划每天种树 x 棵,1 分

则 $\frac{1000}{x} - \frac{1000}{(1+25\%)x} = 5$ 4 分

解得 $x=40$ 6 分

经检验, $x=40$ 是原方程的解, 且符合题意7 分

答: 原计划每天种 40 棵树.8 分

24. (1) 法一: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD=CB$, $\angle A=\angle C$, $\angle ADC=\angle CBA$ 1 分

$\because DE$ 平分 $\angle ADC$, BF 平分 $\angle ABC$

$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2} \angle ADC$, $\angle CBF = \frac{1}{2} \angle CBA$,

$\therefore \angle ADE = \angle CBF$ 4 分

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ (ASA)5 分

$\therefore DE=BF$ 6 分

法二: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore DC \parallel AB$, $\therefore \angle CDE = \angle AED$,1 分

$\because DE$ 平分 $\angle ADC$

$\therefore \angle ADE = \angle CDE$

$\therefore \angle ADE = \angle AED$

$\therefore AE=AD$ 3 分

同理 $CF=CB$, 又 $AD=CB$, $AB=CD$,

$\therefore AE=CF$, 即 $DF=BE$ 5 分

$\therefore$ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形

$\therefore DE=BF$6 分

(2) $\triangle ADE \cong \triangle CBF$, $\triangle DEF \cong \triangle BFE$ 8 分

25. 设 $AB=x$, 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足为 E , 得矩形 $BCDE$,

$\therefore BE=CD=10$, $DE=BC$,1 分

即 $AE=x-10$ 2 分

在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\because \angle ACB=45^\circ$, $\angle B=90^\circ$.

$\therefore \angle ACB = \angle BAC = 45^\circ$ 3 分

$\therefore BC=AB=x$ 4 分

在 $Rt \triangle AED$ 中, $\because \angle ADE=30^\circ$, $DE=BC=x$, $\therefore \tan 30^\circ = \frac{AE}{DE}$ 5 分

即 $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x-10}{x}$ 6 分

$\therefore x=15+5\sqrt{3} \approx 23.7m$

答: 塔 AB 的高度为 23.7m.8 分

26. (1) ① $\sqrt{2}$;2 分

② 1. 8 或 2. 5.....4 分

(2) 相似.....5 分

连接 CD , 与 EF 交于点 O ,

$\because CD$ 是 $Rt \triangle ABC$ 的中线, $\therefore CD=DB=\frac{1}{2}AB$, $\therefore \angle DCB=\angle B$6 分

由折叠知, $\angle COF=\angle DOF=90^\circ$, $\therefore \angle DCB + \angle CFE=90^\circ$

$\because \angle B + \angle A=90^\circ$, $\therefore \angle CFE=\angle A$7 分

又 $\because \angle C=\angle C$, $\therefore \triangle CEF \sim \triangle CBA$8 分

27. (1) 150.....1 分

(2) $a=(325-75 \times 2.5) \div (125-75)=2.75$, $a+0.25=3$2 分

线段 OA 的函数关系式为 $y=2.5x(0 \leq x \leq 75)$ 3 分

法一: 线段 AB 的函数关系式为 $y=(x-75) \times 2.75+2.5 \times 75$

即 $y=2.75x-18.75(75 < x \leq 125)$ 5 分

射线 BC 的函数关系式为 $y=325+(x-125) \times 3$

即 $y=3x-50(x > 125)$ 7 分

法二: $A(75, 187.5)$, $B(125, 325)$, $C(145, 385)$

设线段 AB 和射线 BC 的函数关系式分别为 $y_1=k_1x+b_1$, $y_2=k_2x+b_2$

$$\text{则} \begin{cases} 75k_1+b_1=187.5 \\ 125k_1+b_1=325 \end{cases} \begin{cases} 125k_2+b_2=325 \\ 145k_2+b_2=385 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1=2.75 \\ b_1=-18.75 \end{cases} \begin{cases} k_2=3 \\ b_2=50 \end{cases}$$

线段 AB 的函数关系式为 $y=2.75x-18.75(75 < x \leq 125)$ 5 分

射线 BC 的函数关系式为 $y=3x-50(x > 125)$ 7 分

(1) 设乙用户 2 月份用气 xm^3 , 则 3 月份用气 $(175-x)m^3$,

① 当 $x > 125, 175-x \leq 75$ 时

$$3x-50+2.5(175-x)=455,$$

解得 $x=135, 175-x=40$, 符合题意.

② 当 $75 < x \leq 125, 75-x \leq 75$ 时

$$2.75x-18.75+2.5(175-x)=455$$

解得 $x=145$, 不符合题意, 舍去.

③ 当 $75 < x \leq 125, 75 < 175-x \leq 125$ 时,

$$2.75x-18.75+2.75(175-x)=455 \text{ 此方程无解}$$

$\therefore$, 乙用户 2, 3 月份的用气量分别是 $135m^3, 40m^3$10 分

28. (1) $(-3, 4)$

(2) 设 $PA=t$, $OE=l$,

由 $\angle DAP = \angle POE = \angle DPE = 90^\circ$,

得 $\triangle DAP \sim \triangle POE$,

$$\therefore \frac{4}{3-t} = \frac{t}{l}$$

$$\therefore l = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{4}t = -\frac{1}{4}(t - \frac{3}{2})^2 + \frac{9}{16}$$

$\therefore$ 当 $t = \frac{3}{2}$ 时, l 有最大值 $\frac{9}{16}$, 即 P 为 AO 中点时, OE 的最大值为 $\frac{9}{16}$4 分

(3) 存在

① 当 P 在 y 轴左侧时, P 点的坐标为 $(-4, 0)$ 5 分

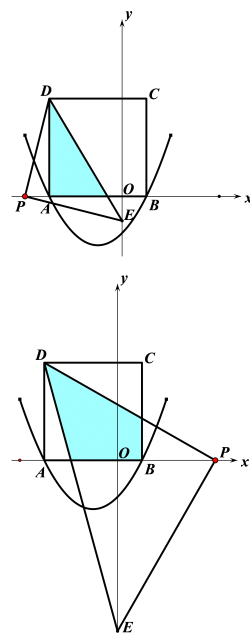
由 $\triangle PAD \cong \triangle PEO$, 得 $OE = PA = 1$, $\therefore OP = OA + PA = 4$,

$$\therefore AG = \frac{4}{5}AO = \frac{12}{5},$$

$$\therefore \text{重叠部分的面积} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{12}{5} = \frac{24}{5} \text{7 分}$$

② 当 P 在 y 轴右侧时, P 点的坐标为 $(4, 0)$ 8 分

(仿照① 的步骤, 此时的重叠部分的面积为 $\frac{712}{77}$ 10 分



江苏省徐州市 2013 年中考数学试卷

一、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将正确选项前的字母代号填在括号内)

1. (3 分) (2013•徐州) 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. D. -

考点: 相反数.

分析: 根据只有符号不同的两个数叫做互为相反数解答.

解答: 解: 的相反数是 -.

故选 D.

点评: 本题考查了相反数的定义, 是基础题, 熟记概念是解题的关键.

2. (3 分) (2013•徐州) 下列各式的运算结果为 x^6 的是 ()

- A. $x^9 \div x^3$ B. $(x^3)^3$ C. $x^2 \cdot x^3$ D. $x^3 + x^3$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据同底数幂相除, 底数不变指数相减; 幂的乘方, 底数不变指数相乘; 同底数幂相

乘，底数不变指数相加；合并同类项法则对各选项分析判断后利用排除法求解.

解答: 解: A、 $x^9 \div x^3 = x^{9-3} = x^6$ ，故本选项正确；

B、 $(x^3)^3 = x^{3 \times 3} = x^9$ ，故本选项错误；

C、 $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$ ，故本选项错误；

D、 $x^3 + x^3 = 2x^3$ ，故本选项错误.

故选 A.

点评: 本题考查了同底数幂的除法，同底数幂的乘法，合并同类项法则，幂的乘方的性质，理清指数的变化是解题的关键.

3. (3 分) (2013•徐州) 2013 年我市财政计划安排社会保障和公共卫生等支出约 1820000000 元支持民生幸福工程，该数据用科学记数法表示为 ()

A. 18.2×10^8 元 B. 1.82×10^9 元 C. 1.82×10^{10} 元 D. 0.182×10^{10} 元

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 1820000000 有 10 位，所以可以确定 $n = 10 - 1 = 9$.

解答: 解: $1\ 820\ 000\ 000 = 1.82 \times 10^9$.

故选 B.

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

4. (3 分) (2013•徐州) 若等腰三角形的顶角为 80° ，则它的底角度数为 ()

A. 80° B. 50° C. 40° D. 20°

考点: 等腰三角形的性质.

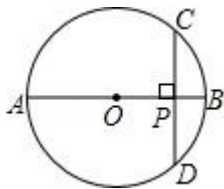
分析: 根据等腰三角形两底角相等列式进行计算即可得解.

解答: 解: $\because$ 等腰三角形的顶角为 80° ，
 $\therefore$ 它的底角度数为 $(180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$.

故选 B.

点评: 本题考查了等腰三角形两底角相等的性质，是基础题.

5. (3 分) (2013•徐州) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ，垂足为 P. 若 $CD=8$ ， $OP=3$ ，则 $\odot O$ 的半径为 ()



A. 10 B. 8 C. 5 D. 3

考点: 垂径定理；勾股定理.

专题: 探究型.

分析: 连接 OC，先根据垂径定理求出 PC 的长，再根据勾股定理即可得出 OC 的长.

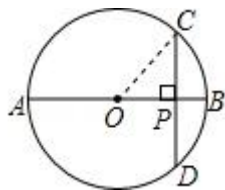
解答: 解: 连接 OC，
 $\because CD \perp AB$ ， $CD=8$ ，
 $\therefore PC = CD \div 2 = 4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OCP$ 中,

$\therefore PC=4, OP=3,$

$$\therefore OC = \sqrt{PC^2 + OP^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

故选 C.



点评: 本题考查的是垂径定理, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形是解答此题的关键.

6. (3 分) (2013•徐州) 下列函数中, y 随 x 的增大而减少的函数是 ()

A. $y=2x+8$

B. $y=-2+4x$

C. $y=-2x+8$

D. $y=4x$

考点: 一次函数的性质.

分析: 根据一次函数的性质, $k < 0$, y 随 x 的增大而减少, 找出各选项中 k 值小于 0 的选项即可.

解答: 解: A、B、D 选项中的函数解析式 k 值都是整数, y 随 x 的增大而增大, C 选项 $y=-2x+8$ 中, $k=-2 < 0$, y 随 x 的增大而减少.

故选 C.

点评: 本题考查了一次函数的性质, 主要利用了当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

7. (3 分) (2013•徐州) 下列说法正确的是 ()

A. 若甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2=0.39$, 乙组数据的方差 $S_{\text{乙}}^2=0.25$, 则甲组数据比乙组数据大

B. 从 1, 2, 3, 4, 5, 中随机抽取一个数, 是偶数的可能性比较大

C. 数据 3, 5, 4, 1, -2 的中位数是 3

D. 若某种游戏活动的中奖率是 30%, 则参加这种活动 10 次必有 3 次中奖

考点: 方差; 中位数; 可能性的大小; 概率的意义.

分析: 根据方差的意义, 可能性的大小, 中位数的定义及概率的意义, 结合各选项进行判断即可.

解答: 解: A、方差越大说明数据越不稳定, 与数据大小无关, 故本选项错误;

B、从 1, 2, 3, 4, 5, 中随机抽取一个数, 是奇数的可能性比较大, 故本选项错误;

C、数据 3, 5, 4, 1, -2 的中位数是 3, 说法正确, 故本选项正确;

D、若某种游戏活动的中奖率是 30%, 则参加这种活动 10 次必有 3 次中奖, 故本选项错误.

故选 C.

点评: 本题考查了方差、中位数、可能性的大小及概率的意义, 难度不大, 要求同学们熟练掌握各部分的内容.

8. (3 分) (2013•徐州) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象上部分点的坐标满足下表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
---	-----	----	----	----	---	---	-----

y	...	-3	-2	-3	-6	-11	...
---	-----	----	----	----	----	-----	-----

则该函数图象的顶点坐标为 ()

- A. $(-3, -3)$ B. $(-2, -2)$ C. $(-1, -3)$ D. $(0, -6)$

考点: 二次函数的性质.

分析: 根据二次函数的对称性确定出二次函数的对称轴, 然后解答即可.

解答: 解: $\because x = -3$ 和 -1 时的函数值都是 -3 相等,

$\therefore$ 二次函数的对称轴为直线 $x = -2$,

$\therefore$ 顶点坐标为 $(-2, -2)$.

故选 B.

点评: 本题考查了二次函数的性质, 主要利用了二次函数的对称性, 仔细观察表格数据确定出对称轴是解题的关键.

二、填空题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分. 不需要写出解答过程, 请把答案写在横线上)

9. (3 分) (2013•徐州) 某天的最低气温是 -2°C , 最高气温是 10°C , 则这天气温的极差为 12 $^{\circ}\text{C}$.

考点: 极差.

分析: 极差是指一组数据中最大数据与最小数据的差, 由此计算即可.

解答: 解: 极差 $= 10^{\circ}\text{C} - 2^{\circ}\text{C} = 12^{\circ}\text{C}$.

故答案为: 12.

点评: 本题考查了极差的知识, 解答本题的关键是掌握极差的定义.

10. (3 分) (2013•徐州) 当 $m+n=3$ 时, 式子 $m^2+2mn+n^2$ 的值为 9.

考点: 完全平方公式.

分析: 将代数式化为完全平方公式的形式, 代入即可得出答案.

解答: 解: $m^2+2mn+n^2 = (m+n)^2 = 9$.

故答案为: 9.

点评: 本题考查了完全平方公式的知识, 解答本题的关键是掌握完全平方公式的形式.

11. (3 分) (2013•徐州) 若式子 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq 2$.

考点: 二次根式有意义的条件.

分析: 根据被开方数大于等于 0 列式进行计算即可得解.

解答: 解: 根据题意得, $x-2 \geq 0$,

解得 $x \geq 2$.

故答案为: $x \geq 2$.

点评: 本题考查的知识点为: 二次根式的被开方数是非负数.

12. (3 分) (2013•徐州) 若 $\angle \alpha = 50^{\circ}$, 则它的余角是 40 $^{\circ}$.

考点: 余角和补角.

分析: 根据互为余角的两个角的和等于 90° 列式计算即可得解.

解答: 解: $\because \angle \alpha = 50^{\circ}$,

$\therefore$ 它的余角是 $90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

故答案为: 40.

点评: 本题考查了余角的定义, 是基础题, 熟记互为余角的两个角的和等于 90° 是解题的关键.

13. (3 分) (2013•徐州) 请写出一个是中心对称图形的几何图形的名称: 平行四边形.

考点: 中心对称图形.

专题: 开放型.

分析: 常见的中心对称图形有: 平行四边形、正方形、圆、菱形, 写出一个即可.

解答: 解: 平行四边形是中心对称图形.

故答案可为: 平行四边形.

点评: 本题考查了中心对称图形的知识, 同学们需要记忆一些常见的中心对称图形.

14. (3 分) (2013•徐州) 若两圆的半径分别是 2 和 3, 圆心距是 5, 则这两圆的位置关系是 外切.

考点: 圆与圆的位置关系.

分析: 两圆的位置关系有 5 种: ①外离; ②外切; ③相交; ④内切; ⑤内含. 若 $d > R+r$ 则两圆相离, 若 $d=R+r$ 则两圆外切, 若 $d=R-r$ 则两圆内切, 若 $R-r < d < R+r$ 则两圆相交. 本题可把半径的值代入, 看符合哪一种情况.

解答: 解: $\because$ 两圆半径分别为 2 和 3, 圆心距为 5,

则 $2+3=5$,

$\therefore$ 两圆外切.

故答案为: 外切.

点评: 本题主要考查了两圆的位置关系. 两圆的位置关系有: 外离 ($d > R+r$)、内含 ($d < R-r$)、相切 (外切: $d=R+r$ 或内切: $d=R-r$)、相交 ($R-r < d < R+r$).

15. (3 分) (2013•徐州) 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(1, -2)$, 则 k 的值为 -2.

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征.

分析: 把点的坐标代入函数解析式进行计算即可得解.

解答: 解: $\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(1, -2)$,

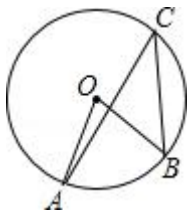
$\therefore -2 = \frac{k}{1}$,

解得 $k=-2$.

故答案为: -2.

点评: 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 把点的坐标代入进行计算即可, 比较简单.

16. (3 分) (2013•徐州) 如图, 点 A、B、C 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle C=30^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的度数为 60 $^\circ$.



考点: 圆周角定理.

分析: 根据圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半得: $\angle AOB=2\angle C$, 进而可得答案.

解答: 解: $\because \odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle C=30^\circ$,
 $\therefore \angle AOB=2\angle C=2\times 30^\circ=60^\circ$.
故答案为: 60° .

点评: 此题考查了圆周角定理, 注意掌握在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半.

17. (3 分) (2013•徐州) 已知扇形的圆心角为 120° , 弧长为 $10\pi\text{cm}$, 则扇形的半径为 15 cm.

考点: 弧长的计算.

分析: 运用弧长计算公式, 将其变形即可求出扇形的半径.

解答: 解: 扇形的弧长公式是

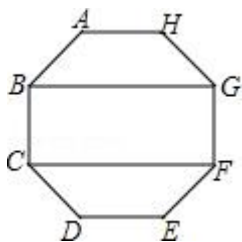
$$l=\frac{n\pi r}{180}=\frac{120\times\pi\times r}{180}=10\pi,$$

解得: $r=15$.

故答案为: 15.

点评: 此题主要考查了扇形的弧长公式的变形, 难度不大, 计算应认真.

18. (3 分) (2013•徐州) 如图, 在正八边形 ABCDEFGH 中, 四边形 BCFG 的面积为 20cm^2 , 则正八边形的面积为 40 cm^2 .



考点: 正多边形和圆.

分析: 根据正八边形的性质得出正八边形每个内角以及表示出四边形 ABGH 面积进而求出答案即可.

解答: 解: 连接 HE, AD,

在正八边形 ABCDEFGH 中, 可得: $HE\perp BG$ 于点 M, $AD\perp BG$ 于点 N,

$\therefore$ 正八边形每个内角为: $\frac{(8-2)\times 180^\circ}{8}=135^\circ$,

$\therefore \angle HGM=45^\circ$,

$\therefore MH=MG$,

设 $MH=MG=x$,

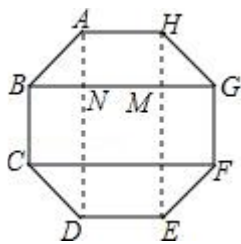
则 $HG=AH=AB=GF=\sqrt{2}x$,

$\therefore BG\times GF=2(\sqrt{2}+1)x^2=20$,

四边形 ABGH 面积= $(AH+BG)\times HM=(\sqrt{2}+1)x^2=10$,

$\therefore$ 正八边形的面积为: $10\times 2+20=40(\text{cm}^2)$.

故答案为: 40.



点评: 此题主要考查了正八边形的性质以及勾股定理等知识, 根据已知得出四边形 ABGH 面积是解题关键.

三、解答题 (共 10 小题, 满分 86 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时请写出证明、证明过程或演算步骤)

19. (10 分) (2013•徐州) (1) 计算: $|-2| - \sqrt{9} + (-2013)^0$;

(2) 计算: $(1 + \frac{1}{x-1}) \div \frac{x}{x^2-1}$.

考点: 分式的混合运算; 实数的运算; 零指数幂.

分析: (1) 分别根据绝对值的性质以及二次根式的化简和零指数幂的性质进行化简求出即可.

(2) 首先将分式的分子与分母分解因式, 进而化简求出即可.

解答: 解: (1) $|-2| - \sqrt{9} + (-2013)^0$

$$= 2 - 3 + 1$$

$$= 0;$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{x-1+1}{x-1} \times \frac{(x+1)(x-1)}{x}$$

$$= \frac{x}{x-1} \times \frac{(x+1)(x-1)}{x}$$

$$= x+1.$$

点评: 此题主要考查了实数运算和分式的混合运算, 正确将分式的分子与分母分解因式是解题关键.

20. (10 分) (2013•徐州) (1) 解方程: $x^2 - 2x = 1$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 2x+4 \geq 0 \\ 1-2x > 0 \end{cases}$.

考点: 解一元二次方程-配方法; 解一元一次不等式组.

专题: 计算题.

分析: (1) 方程两边都加上 1, 配成完全平方的形式, 然后求解即可;

(2) 先求出两个不等式的解集, 再求其公共解.

解答: 解: (1) $x^2 - 2x + 1 = 2$,

$$(x-1)^2 = 2,$$

$$\text{所以, } x_1 = 1 + \sqrt{2}, x_2 = 1 - \sqrt{2};$$

$$(2) \begin{cases} 2x+4 \geq 0 \text{ ①} \\ 1-2x > 0 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得, $x \geq -2$,

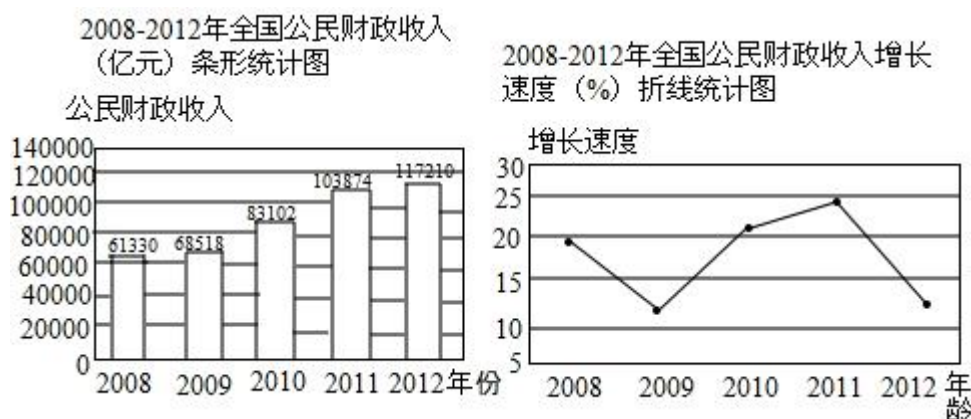
解不等式②得, $x < \frac{1}{2}$,

所以, 不等式组的解集是 $-2 \leq x < \frac{1}{2}$.

点评: (1) 考查了配方法解一元二次方程, 配方法的一般步骤: (1) 把常数项移到等号的右边; (2) 把二次项的系数化为 1; (3) 等式两边同时加上一次项系数一半的平方. 选择用配方法解一元二次方程时, 最好使方程的二次项的系数为 1, 一次项的系数是 2 的倍数.

(2) 主要考查了一元一次不等式组解集的求法, 其简便求法就是用口诀求解. 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解).

21. (7 分) (2013•徐州) 2012 年我国国民经济运行总体平稳, 全年全国公共财政收入 117210 亿元, 2008 - 2012 年全国公共财政收入及其增长速度情况如图所示:



- (1) 这五年中全国公共财政收入增长速度最高的年份是 2011 年;
- (2) 2012 年的全国公共财政收入比 2011 年多 13336 亿元;
- (3) 这五年的全国公共财政收入增长速度的平均数是 18.2%.

考点: 折线统计图; 条形统计图.

分析: (1) 由折线统计图可知: 2008 - 2012 年间, 全国公共财政收入增长速度最高的年份是 2011 年;

(2) 用 2012 年的全国公共财政收入 - 2011 年的全国公共财政收入, 列式计算即可求解;

(3) 根据平均数公式列式计算即可求解.

解答: 解: (1) 这五年中全国公共财政收入增长速度最高的年份是 2011 年;

(2) $117210 - 103874 = 13336$ 亿元.

故 2012 年的全国公共财政收入比 2011 年多 13336 亿元;

(3) $(20\% + 12\% + 21\% + 25\% + 13\%) \div 5$
 $= 91\% \div 5$
 $= 18.2\%.$

故这五年的全国公共财政收入增长速度的平均数是 18.2%.

故答案为: 2011; 13336; 18.2%.

点评: 本题考查的是条形统计图和折线统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中

得到必要的信息是解决问题的关键.

22. (7 分) (2013•徐州) 一只不透明的袋子中装有白球 2 个和黄球 1 个, 这些球除颜色外都相同, 搅匀后从中任意摸出 1 个球, 记下颜色后不放回, 搅匀后再从中任意摸出 1 个球, 请用列表或画树状图的方法求两次都摸出白球的概率.

考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: 列表得出所有等可能的情况数, 找出两次都是白球的情况数, 即可求出所求的概率.

解答: 解: 列表如下:

	白	白	黄
白	- - -	(白, 白)	(黄, 白)
白	(白, 白)	- - -	(黄, 白)
黄	(白, 黄)	(白, 黄)	- - -

所有等可能的情况数为 6 种, 其中两次都是白球的情况数有 2 种,

则 $P_{\text{两次都为白球}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

点评: 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

23. (8 分) (2013•徐州) 为改善生态环境, 防止水土流失, 某村计划在荒坡上种 1000 棵树. 由于青年志愿者的支援, 每天比原计划多种 25%, 结果提前 5 天完成任务, 原计划每天种多少棵树?

考点: 分式方程的应用.

分析: 设原计划每天种树 x 棵, 实际每天植树 $(1+25\%)x$ 棵, 根据实际完成的天数比计划少 5 天为等量关系建立方程求出其解即可.

解答: 解: 设原计划每天种树 x 棵, 实际每天植树 $(1+25\%)x$ 棵, 由题意, 得

$$\frac{1000}{x} - \frac{1000}{(1+25\%)x} = 5.$$

解得: $x=40$,

经检验, $x=40$ 是原方程的解.

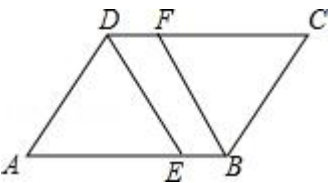
答: 原计划每天种树 40 棵.

点评: 本题考查了列分式方程解实际问题的运用, 分式方程的解法的运用, 工作总量÷工作效率=工作时间在实际问题中的运用, 解答时根据实际完成的天数比计划少 5 天为等量关系建立方程是关键.

24. (8 分) (2013•徐州) 如图, 四边形 ABCD 是平行四边形, DE 平分 $\angle ADC$ 交 AB 于点 E, BF 平分 $\angle ABC$, 交 CD 于点 F.

(1) 求证: $DE=BF$;

(2) 连接 EF, 写出图中所有的全等三角形. (不要求证明)



考点: 平行四边形的性质; 全等三角形的判定与性质.

分析: (1) 由平行四边形的性质和已知条件证明四边形 DEBF 是平行四边形, 根据平行四边形的性质可得到 $DE=BF$;

(2) 连接 EF, 则图中所有的全等三角形有: $\triangle ADE \cong \triangle CBF$, $\triangle DFE \cong \triangle BEF$.

解答: 证明: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore DC \parallel AB$,

$\therefore \angle CDE = \angle AED$,

$\because DE$ 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle ADE = \angle CDE$,

$\therefore \angle ADE = \angle AED$,

$\therefore AE = AD$,

同理 $CF = CB$, 又 $AD = CB$, $AB = CD$,

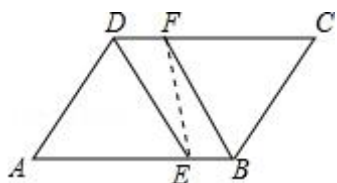
$\therefore AE = CF$,

$\therefore DF = BE$,

$\therefore$ 四边形 DEBF 是平行四边形,

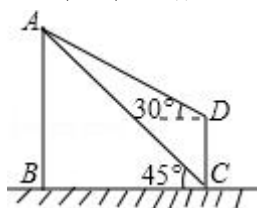
$\therefore DE = BF$,

(2) $\triangle ADE \cong \triangle CBF$, $\triangle DFE \cong \triangle BEF$.



点评: 本题考查了平行四边形的性质、角平分线的特点、等腰三角形的判定和性质以及全等三角形的判定, 题目难度不大.

25. (8分) (2013•徐州) 如图, 为了测量某风景区内一座塔 AB 的高度, 小明分别在塔的对面一楼房 CD 的楼底 C, 楼顶 D 处, 测得塔顶 A 的仰角为 45° 和 30° , 已知楼高 CD 为 10m, 求塔的高度 (结果精确到 0.1m). (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

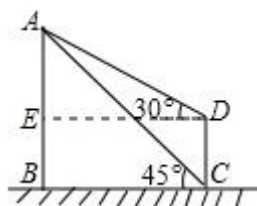


考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

专题: 应用题.

分析: 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E, 设塔高 $AB = x$, 则 $AE = (x - 10)$ m, 在 $Rt\triangle ADE$ 中表示出 DE, 在 $Rt\triangle ABC$ 中表示出 BC, 再由 $DE = BC$ 可建立方程, 解出即可得出答案.

解答: 解: 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E, 得矩形 DEBC,



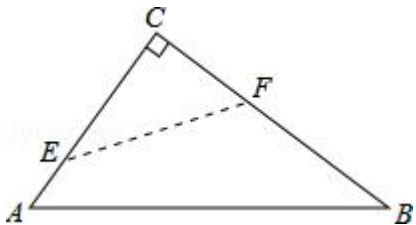
设塔高 $AB = x$ m, 则 $AE = (x - 10)$ m,

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\angle ADE=30^\circ$,
 则 $DE=\sqrt{3}(x-10)$ 米,
 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=45^\circ$,
 则 $BC=AB=x$,
 由题意得, $\sqrt{3}(x-10)=x$,
 解得: $x=15+5\sqrt{3}\approx 23.7$. 即 $AB\approx 23.7$ 米.
 答: 塔的高度为 23.7 米.

点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是构造直角三角形, 利用三角函数的知识表示出相关线段, 注意方程思想的运用.

26. (8 分) (2013•徐州) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 翻折 $\angle C$, 使点 C 落在斜边 AB 上某一点 D 处, 折痕为 EF (点 E 、 F 分别在边 AC 、 BC 上)

- (1) 若 $\triangle CEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似.
 ①当 $AC=BC=2$ 时, AD 的长为 $\sqrt{2}$;
 ②当 $AC=3$, $BC=4$ 时, AD 的长为 1.8 或 2.5;
 (2) 当点 D 是 AB 的中点时, $\triangle CEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似吗? 请说明理由.



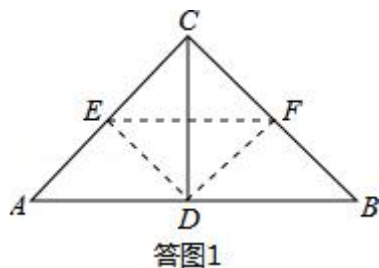
考点: 相似三角形的判定与性质; 翻折变换 (折叠问题).

分析: (1) 若 $\triangle CEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似.

- ①当 $AC=BC=2$ 时, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形;
 ②当 $AC=3$, $BC=4$ 时, 分两种情况:
 (I) 若 $CE:CF=3:4$, 如答图 2 所示, 此时 $EF \parallel AB$, CD 为 AB 边上的高;
 (II) 若 $CF:CE=3:4$, 如答图 3 所示. 由相似三角形角之间的关系, 可以推出 $\angle A=\angle ECD$ 与 $\angle B=\angle FCD$, 从而得到 $CD=AD=BD$, 即 D 点为 AB 的中点;
 (2) 当点 D 是 AB 的中点时, $\triangle CEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似. 可以推出 $\angle CFE=\angle A$, $\angle C=\angle C$, 从而可以证明两个三角形相似.

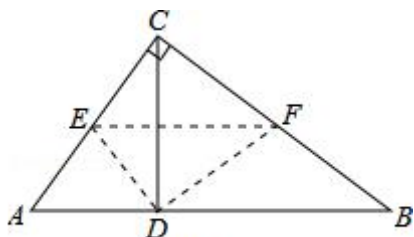
解答: 解: (1) 若 $\triangle CEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似.

- ①当 $AC=BC=2$ 时, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 如答图 1 所示.



此时 D 为 AB 边中点, $AD=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=\sqrt{2}$.

- ②当 $AC=3$, $BC=4$ 时, 有两种情况:
 (I) 若 $CE:CF=3:4$, 如答图 2 所示.



答图2

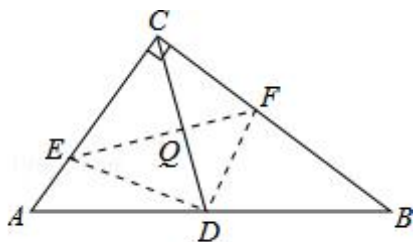
$\because CE:CF=AC:BC$, $\therefore EF \parallel BC$.

由折叠性质可知, $CD \perp EF$, $\therefore CD \perp AB$, 即此时 CD 为 AB 边上的高.

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AC=3$, $BC=4$, $\therefore AB=5$, $\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$.

$AD = AC \cdot \cos A = 3 \times \frac{3}{5} = 1.8$;

(II) 若 $CF:CE=3:4$, 如答图 3 所示.



答图3

$\because \triangle CEF \sim \triangle CAB$, $\therefore \angle CEF = \angle B$.

由折叠性质可知, $\angle CEF + \angle ECD = 90^\circ$,

又 $\because \angle A + \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle ECD$, $\therefore AD = CD$.

同理可得: $\angle B = \angle FCD$, $CD = BD$,

$\therefore$ 此时 $AD = AB \times \frac{1}{2} = 2.5$.

综上所述, 当 $AC=3$, $BC=4$ 时, AD 的长为 1.8 或 2.5.

(2) 当点 D 是 AB 的中点时, $\triangle CEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似. 理由如下:

如答图 3 所示, 连接 CD , 与 EF 交于点 Q .

$\because CD$ 是 $Rt\triangle ABC$ 的中线, $\therefore CD = DB = \frac{1}{2}AB$, $\therefore \angle DCB = \angle B$.

由折叠性质可知, $\angle CQF = \angle DQF = 90^\circ$, $\therefore \angle DCB + \angle CFE = 90^\circ$,

$\because \angle B + \angle A = 90^\circ$, $\therefore \angle CFE = \angle A$,

又 $\because \angle C = \angle C$, $\therefore \triangle CEF \sim \triangle CBA$.

点评: 本题是几何综合题, 考查了几何图形折叠问题和相似三角形的判定与性质. 第 (1)

②问需要分两种情况分别计算, 此处容易漏解, 需要引起注意.

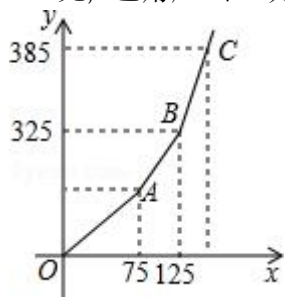
27. (10 分) (2013•徐州) 为增强公民的节约意识, 合理利用天然气资源, 某市自 1 月 1 日起对市区民用管道天然气价格进行调整, 实行阶梯式气价, 调整后的收费价格如表所示:

每月用气量	单价 (元/ m^3)
不超出 $75m^3$ 的部分	2.5
超出 $75m^3$ 不超出 $125m^3$ 的部分	a
超出 $125m^3$ 的部分	$a+0.25$

(1) 若甲用户 3 月份的用气量为 $60m^3$, 则应缴费 150 元;

(2) 若调价后每月支出的燃气费为 y (元), 每月的用气量为 x (m^3), y 与 x 之间的关系如图所示, 求 a 的值及 y 与 x 之间的函数关系式;

(3) 在 (2) 的条件下, 若乙用户 2、3 月份共用 1 气 175m^3 (3 月份用气量低于 2 月份用气量), 共缴费 455 元, 乙用户 2、3 月份的用气量各是多少?



考点: 一次函数的应用.

分析: (1) 根据单价 $\times$ 数量=总价就可以求出 3 月份应该缴纳的费用;

(2) 结合统计表的数据) 根据单价 $\times$ 数量=总价的关系建立方程就可以求出 a 值, 再从 $0 \leq x \leq 75$, $75 < x \leq 125$ 和 $x > 125$ 运用待定系数法分别表示出 y 与 x 的函数关系式即可;

(3) 设乙用户 2 月份用气 $x\text{m}^3$, 则 3 月份用气 $(175 - x)\text{m}^3$, 分 3 种情况: $x > 125$, $175 - x \leq 75$ 时, $75 < x \leq 125$, $175 - x \leq 75$ 时, 当 $75 < x \leq 125$, $75 < 175 - x \leq 125$ 时分别建立方程求出其解就可以.

解答: 解: (1) 由题意, 得

$$60 \times 2.5 = 150 \text{ (元)};$$

(2) 由题意, 得

$$a = (325 - 75 \times 2.5) \div (125 - 75),$$

$$a = 2.75,$$

$$\therefore a + 0.25 = 3,$$

设 OA 的解析式为 $y_1 = k_1x$, 则有

$$2.5 \times 75 = 75k_1,$$

$$\therefore k_1 = 2.5,$$

$$\therefore \text{线段 OA 的解析式为 } y_1 = 2.5x \quad (0 \leq x \leq 75);$$

设线段 AB 的解析式为 $y_2 = k_2x + b$, 由图象, 得

$$\begin{cases} 187.5 = 75k_2 + b \\ 325 = 125k_2 + b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_2 = 2.75 \\ b = 18.75 \end{cases},$$

$$\therefore \text{线段 AB 的解析式为: } y_2 = 2.75x - 18.75 \quad (75 < x \leq 125);$$

$(385 - 325) \div 3 = 20$, 故 C (145, 385), 设射线 BC 的解析式为 $y_3 = k_3x + b_1$, 由图象, 得

$$\begin{cases} 325 = 125k_3 + b_1 \\ 385 = 145k_3 + b_1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_3 = 3 \\ b_1 = -50 \end{cases},$$

∴ 射线 BC 的解析式为 $y_3 = 3x - 50$ ($x > 125$)

(3) 设乙用户 2 月份用气 $x\text{m}^3$, 则 3 月份用气 $(175 - x)\text{m}^3$,

当 $x > 125$, $175 - x \leq 75$ 时,

$$3x - 50 + 2.5(175 - x) = 455,$$

解得: $x = 135$, $175 - 135 = 40$, 符合题意;

当 $75 < x \leq 125$, $175 - x \leq 75$ 时,

$$2.75x - 18.75 + 2.5(175 - x) = 455,$$

解得: $x = 145$, 不符合题意, 舍去;

当 $75 < x \leq 125$, $75 < 175 - x \leq 125$ 时,

$$2.75x - 18.75 + 2.75(175 - x) = 455, \text{ 此方程无解.}$$

∴ 乙用户 2、3 月份的用气量各是 135m^3 , 40m^3 .

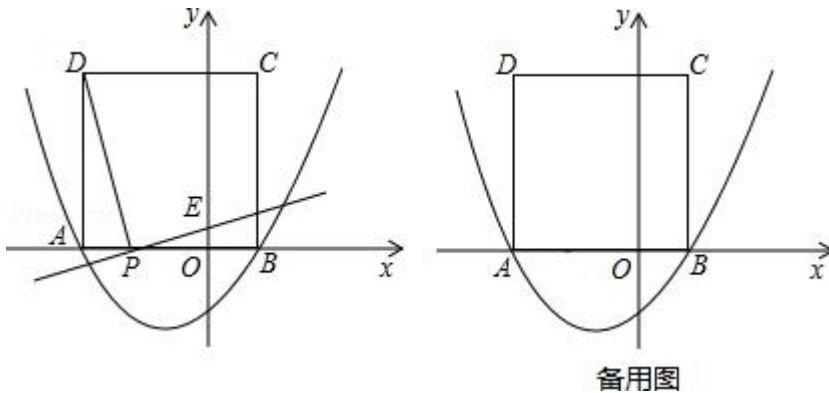
点评: 本题是一道一次函数的综合试题, 考查了单价 $\times$ 数量=总价的运用, 待定系数法求一次函数的解析式的运用, 分段函数的运用, 分类讨论思想在解实际问题的运用, 解答时求出函数的解析式是关键.

28. (10 分) (2013•徐州) 如图, 二次函数 $y = x^2 + bx -$ 的图象与 x 轴交于点 A $(-3, 0)$ 和点 B, 以 AB 为边在 x 轴上方作正方形 ABCD, 点 P 是 x 轴上一动点, 连接 DP, 过点 P 作 DP 的垂线与 y 轴交于点 E.

(1) 请直接写出点 D 的坐标: $(-3, 4)$;

(2) 当点 P 在线段 AO (点 P 不与 A、O 重合) 上运动至何处时, 线段 OE 的长有最大值, 求出这个最大值;

(3) 是否存在这样的点 P, 使 $\triangle PED$ 是等腰三角形? 若存在, 请求出点 P 的坐标及此时 $\triangle PED$ 与正方形 ABCD 重叠部分的面积; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 将点 A 的坐标代入二次函数的解析式求得其解析式, 然后求得点 B 的坐标即可求得正方形 ABCD 的边长, 从而求得点 D 的纵坐标;

(2) $PA = t$, $OE = l$, 利用 $\triangle DAP \sim \triangle POE$ 得到比例式, 从而得到有关两个变量的二次函数, 求最值即可;

(3) 分点 P 位于 y 轴左侧和右侧两种情况讨论即可得到重叠部分的面积.

解答: 解: (1) $(-3, 4)$;

(2) 设 $PA = t$, $OE = l$

由 $\angle DAP = \angle POE = \angle DPE = 90^\circ$ 得 $\triangle DAP \sim \triangle POE$

$$\therefore \frac{4}{3-t} = \frac{t}{1}$$

$$\therefore l = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{4}t = -\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{16}$$

$\therefore$ 当 $t = \frac{3}{2}$ 时, l 有最大值 $\frac{9}{16}$

即 P 为 AO 中点时, OE 的最大值为 $\frac{9}{16}$;

(3) 存在.

① 点 P 点在 y 轴左侧时, P 点的坐标为 $(-4, 0)$

由 $\triangle PAD \sim \triangle OEG$ 得 $OE = PA = 1$

$$\therefore OP = OA + PA = 4$$

$$\because \triangle ADG \sim \triangle OEG$$

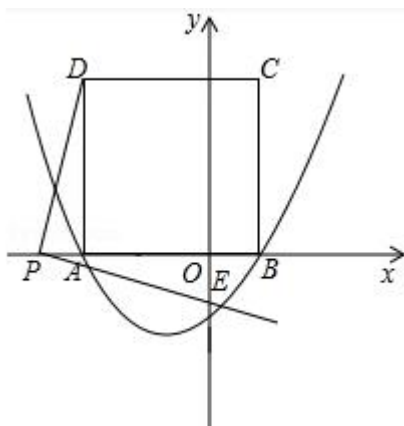
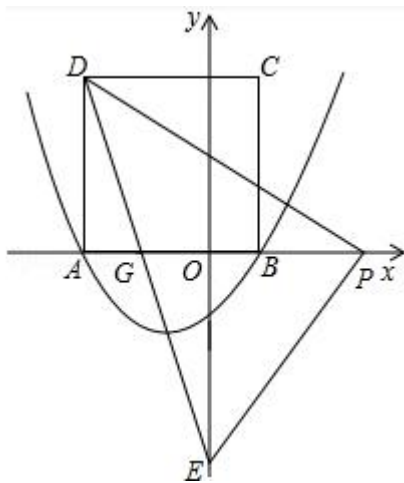
$$\therefore AG : GO = AD : OE = 4 : 1$$

$$\therefore AG = \frac{4}{5}AO = \frac{12}{5}$$

$$\therefore \text{重叠部分的面积} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{12}{5} = \frac{24}{5}$$

② 当 P 点在 y 轴右侧时, P 点的坐标为 $(4, 0)$,

此时重叠部分的面积为 $\frac{712}{77}$



点评: 本题考查了二次函数的综合知识, 与二次函数的最值结合起来, 题目的难度较大.