

江苏省宿迁市 2013 年中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的，请将正确选项填涂在答题卡相应位置上）

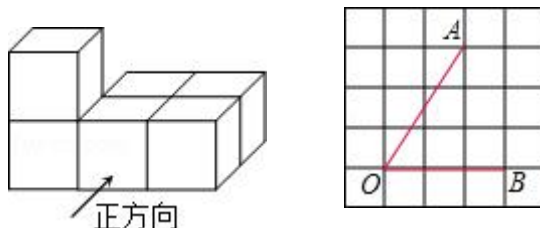
1. (3 分) (2013•宿迁) -2 的绝对值是 ()

- A 2 B $\frac{1}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D -2

2. (3 分) (2013•宿迁) 下列运算的结果为 a^6 的是 ()

- A a^3+a^3 B $(a^3)^3$ C $a^3 \cdot a^3$ D $a^{12} \div a^2$

3. (3 分) (2013•宿迁) 如图是由六个棱长为 1 的正方体组成的几何体，其俯视图的面积是 ()



- A 3 B 4 C 5 D 6

4. (3 分) (2013•宿迁) 如图，将 $\angle AOB$ 放置在 5×5 的正方形网格中，则 $\tan \angle AOB$ 的值是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

5. (3 分) (2013•宿迁) 下列选项中，能够反映一组数据离散程度的统计量是 ()

- A 平均数 B 中位数 C 众数 D 方差

6. (3 分) (2013•宿迁) 方程 $\frac{2x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$ 的解是 ()

- A $x = -1$ B $x = 0$ C $x = 1$ D $x = 2$

7. (3 分) (2013•宿迁) 下列三个函数：① $y = x + 1$ ；② $y = \frac{1}{x}$ ；③ $y = x^2 - x + 1$ ．其图象既是轴对称图形，又是中心对称图形的个数有 ()

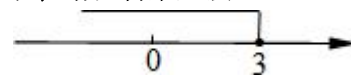
- A 0 B 1 C 2 D 3

8. (3 分) (2013•宿迁) 在等腰 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，且 $AC = 1$ ．过点 C 作直线 $l \parallel AB$ ，P 为直线 l 上一点，且 $AP = AB$ ．则点 P 到 BC 所在直线的距离是 ()

- A. 1 B. 1 或 $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ C. 1 或 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

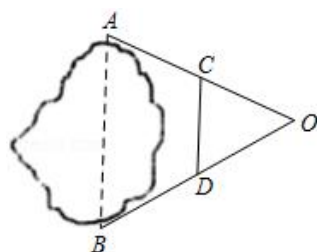
二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

9. (3 分) (2013•宿迁) 如图，数轴所表示的不等式的解集是_____．

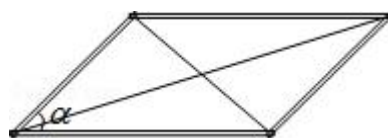


10. (3分) (2013•宿迁) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切, 两圆半径分别为3和5, 则圆心距 O_1O_2 的值是_____.

11. (3分) (2013•宿迁) 如图, 为测量位于一水塘旁的两点A、B间的距离, 在地面上确定点O, 分别取OA、OB的中点C、D, 量得 $CD=20\text{m}$, 则A、B之间的距离是_____m.



11 题



12 题

12. (3分) (2013•宿迁) 如图, 一个平行四边形的活动框架, 对角线是两根橡皮筋. 若改变框架的形状, 则 $\angle \alpha$ 也随之变化, 两条对角线长度也在发生改变. 当 $\angle \alpha$ 为_____度时, 两条对角线长度相等.

13. (3分) (2013•宿迁) 计算 $\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\sqrt{6}$ 的值是_____.

14. (3分) (2013•宿迁) 已知圆锥的底面周长是 10π , 其侧面展开后所得扇形的圆心角为 90° , 则该圆锥的母线长是_____.

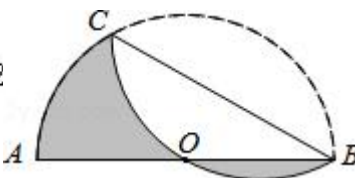
15. (3分) (2013•宿迁) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点A(0, 1), B(1, 2), 点P在 x 轴上运动, 当点P到A、B两点距离之差的绝对值最大时, 点P的坐标是_____.

16. (3分) (2013•宿迁) 若函数 $y=mx^2+2x+1$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 则常数 m 的值是_____.

17. (3分) (2013•宿迁) 如图, AB是半圆O的直径, 且 $AB=8$, 点C为半圆上的一点. 将此半圆沿BC所在的直线折叠, 若圆弧BC恰好过圆心O, 则图中阴影部分的面积是_____.(结果保留 π)

18. (3分) (2013•宿迁) 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=\frac{1}{3}x+2$

与反比例函数 $y=\frac{5}{x}$ ($x>0$) 的图象交点的横坐标为 x_0 . 若 $k < x_0 < k+1$, 则整数 k 的值是_____.

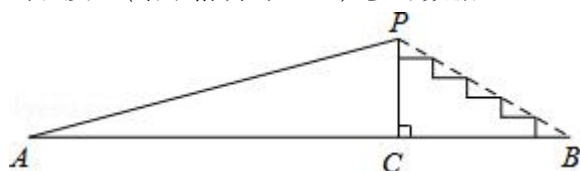


三、解答题 (本大题共10题, 共96分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

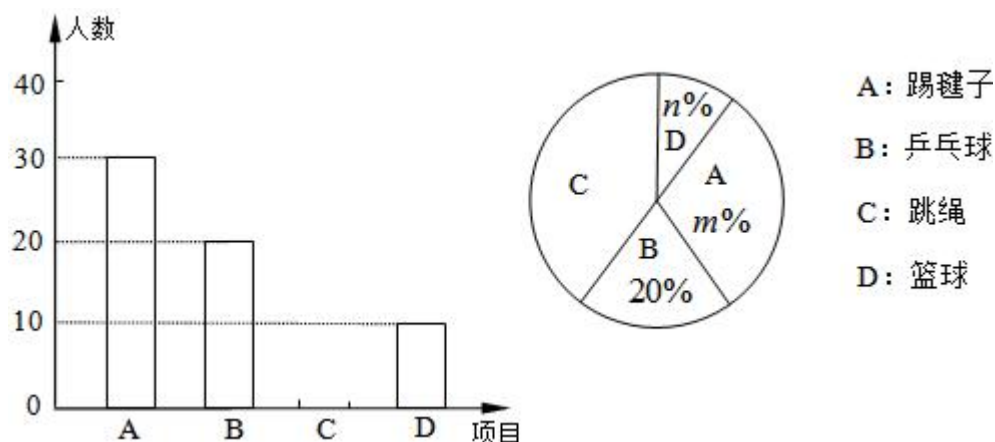
19. (8分) (2013•宿迁) 计算: $(\sqrt{2}-1)^0 - (\frac{1}{2})^{-1} + 2\cos 60^\circ$.

20. (8分) (2013•宿迁) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{x-1}) \div \frac{x^2-4x+4}{x^2-1}$, 其中 $x=3$.

21. (8分) (2013•宿迁) 某景区为方便游客参观, 在每个景点均设置两条通道, 即楼梯和无障碍通道. 如图, 已知在某景点P处, 供游客上下的楼梯倾斜角为 30° (即 $\angle PBA=30^\circ$), 长度为4m (即 $PB=4\text{m}$), 无障碍通道PA的倾斜角为 15° (即 $\angle PAB=15^\circ$). 求无障碍通道的长度. (结果精确到0.1m, 参考数据: $\sin 15^\circ \approx 0.21$, $\cos 15^\circ \approx 0.98$)



22. (8分) (2013•宿迁) 某校为了解“阳光体育”活动的开展情况, 从全校 2000 名学生中, 随机抽取部分学生进行问卷调查 (每名学生只能填写一项自己喜欢的活动项目), 并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图.

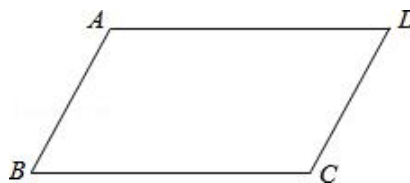


根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 被调查的学生共有 100 人, 并补全条形统计图;
- (2) 在扇形统计图中, $m = \underline{30}$, $n = \underline{10}$, 表示区域 C 的圆心角为 144 度;
- (3) 全校学生中喜欢篮球的人数大约有多少?

23. (10分) (2013•宿迁) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, $AD > AB$.

- (1) 作出 $\angle ABC$ 的平分线 (尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法);
- (2) 若 (1) 中所作的角平分线交 AD 于点 E, $AF \perp BE$, 垂足为点 O, 交 BC 于点 F, 连接 EF. 求证: 四边形 ABFE 为菱形.



24. (10分) (2013•宿迁) 妈妈买回 6 个粽子, 其中 1 个花生馅, 2 个肉馅, 3 个枣馅. 从外表看, 6 个粽子完全一样, 女儿有事先吃.

- (1) 若女儿只吃一个粽子, 则她吃到肉馅的概率是 $\frac{1}{3}$;
- (2) 若女儿只吃两个粽子, 求她吃到的两个都是肉馅的概率.

25. (10分) (2013•宿迁) 某公司有甲种原料 260kg, 乙种原料 270kg, 计划用这两种原料生产 A、B 两种产品共 40 件. 生产每件 A 种产品需甲种原料 8kg, 乙种原料 5kg, 可获利润 900 元; 生产每件 B 种产品需甲种原料 4kg, 乙种原料 9kg, 可获利润 1100 元. 设安排生产 A 种产品 x 件.

(1) 完成下表

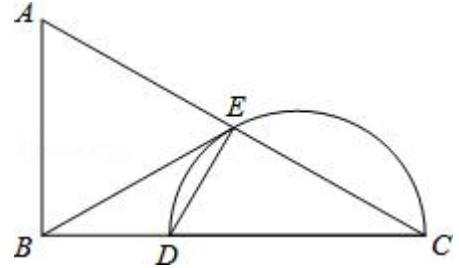
	甲 (kg)	乙 (kg)	件数 (件)
--	--------	--------	--------

A		5x	x
B	4(40-x)		40-x

- (2) 安排生产 A、B 两种产品的件数有几种方案？试说明理由；
 (3) 设生产这批 40 件产品共可获利润 y 元，将 y 表示为 x 的函数，并求出最大利润。

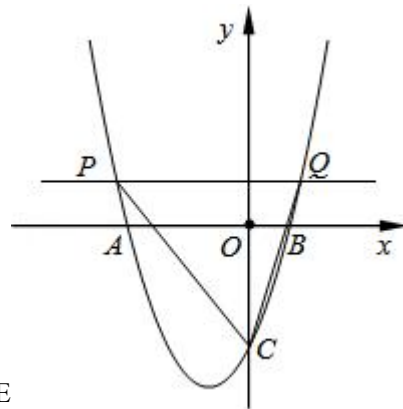
26. (10 分) (2013·宿迁) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ，边 AC 的垂直平分线交 BC 于点 D ，交 AC 于点 E ，连接 BE 。

- (1) 若 $\angle C=30^\circ$ ，求证： BE 是 $\triangle DEC$ 外接圆的切线；
 (2) 若 $BE=\sqrt{3}$ ， $BD=1$ ，求 $\triangle DEC$ 外接圆的直径。



27. (12 分) (2013·宿迁) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2+bx-3$ (a, b 是常数) 的图象与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(1, 0)$ ，与 y 轴交于点 C 。动直线 $y=t$ (t 为常数) 与抛物线交于不同的两点 P, Q 。

- (1) 求 a 和 b 的值；
 (2) 求 t 的取值范围；
 (3) 若 $\angle PCQ=90^\circ$ ，求 t 的值。



28. (12 分) (2013·宿迁) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $\angle B=90^\circ$ ，且 $AB=10$ ， $BC=6$ ， $CD=2$ 。点 E 从点 B 出发沿 BC 方向运动，过点 E 作 $EF \parallel AD$ 交边 AB 于点 F 。将 $\triangle BEF$ 沿 EF 所在的直线折叠得到 $\triangle GEF$ ，直线 FG 、 EG 分别交 AD 于点 M 、 N ，当 EG 过点 D 时，点 E 即停止运动。设 $BE=x$ ， $\triangle GEF$ 与梯形 $ABCD$ 的重叠部分的面积为 y 。

- (1) 证明 $\triangle AMF$ 是等腰三角形；
 (2) 当 EG 过点 D 时 (如图 (3))，求 x 的值；
 (3) 将 y 表示成 x 的函数，并求 y 的最大值。

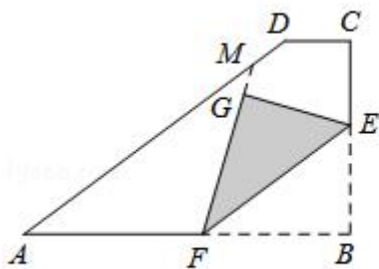


图 (1)

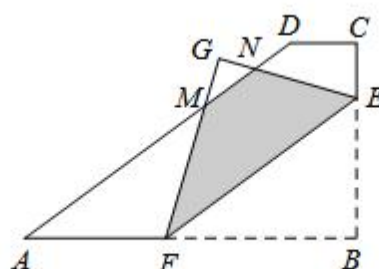


图 (2)

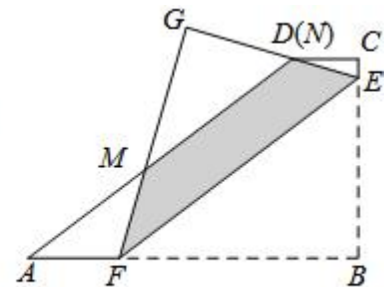


图 (3)

江苏省宿迁市 2013 年中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的，请将正确选项填涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) (2013•宿迁) -2 的绝对值是 ()

- A 2 B $\frac{1}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D -2

考点: 绝对值.

分析: 根据负数的绝对值等于它的相反数解答.

解答: 解: -2 的绝对值是 2,

即 $|-2|=2$.

故选 A.

点评: 本题考查了绝对值的性质, 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. (3 分) (2013•宿迁) 下列运算的结果为 a^6 的是 ()

- A a^3+a^3 B $(a^3)^3$ C $a^3 \cdot a^3$ D $a^{12} \div a^2$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方

分析: 分别根据合并同类项、同底数幂的乘法及除法法则、幂的乘方法则进行计算即可.

解答: 解: A、 $a^3+a^3=2a^3$, 故本选项错误;

B、 $(a^3)^3=a^9$, 故本选项错误;

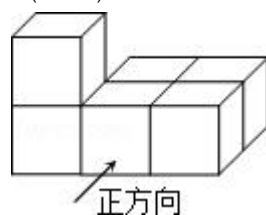
C、 $a^3 \cdot a^3=a^6$, 故本选项正确;

D、 $a^{12} \div a^2=a^{10}$, 故本选项错误.

故选 C.

点评: 本题考查的是同底数幂的除法, 熟知合并同类项、同底数幂的乘法及除法法则、幂的乘方法则是解答此题的关键.

3. (3 分) (2013•宿迁) 如图是由六个棱长为 1 的正方体组成的几何体, 其俯视图的面积是 ()



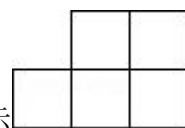
- A 3 B 4 C 5 D 6

考点: 简单组合体的三视图.

分析: 先得出从上面看所得到的图形, 再求出俯视图的面积即可.

解答:

解: 从上面看易得第一行有3个正方形, 第二行有2个正方形, 如图所示

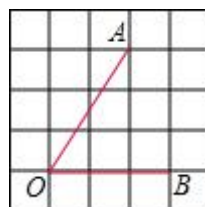


共5个正方形, 面积为5.

故答案为5.

点评: 本题考查了三视图的知识, 俯视图是从物体的上面看得到的视图, 同时考查了面积的计算.

4. (3分) (2013•宿迁) 如图, 将 $\angle AOB$ 放置在 5×5 的正方形网格中, 则 $\tan \angle AOB$ 的值是 ()



A $\frac{2}{3}$

B $\frac{3}{2}$

C $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

D $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

考点: 锐角三角函数的定义.

专题: 网格型.

分析: 认真读图, 在以 $\angle AOB$ 的O为顶点的直角三角形里求 $\tan \angle AOB$ 的值.

解答: 解: 由图可得 $\tan \angle AOB = \frac{3}{2}$.

故选B.

点评: 本题考查了锐角三角函数的概念: 在直角三角形中, 正切等于对边比邻边.

5. (3分) (2013•宿迁) 下列选项中, 能够反映一组数据离散程度的统计量是 ()

A 平均数

B 中位数

C 众数

D 方差

考点: 统计量的选择

分析: 根据方差的意义可得答案. 方差反映数据的波动大小, 即数据离散程度.

解答: 解: 由于方差反映数据的波动情况, 所以能够刻画一组数据离散程度的统计量是方差.
故选D.

点评: 此题主要考查统计的有关知识, 主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义. 反映数据集中程度的统计量有平均数、中位数、众数方差等, 各有局限性, 因此要对统计量进行合理的选择和恰当的运用.

6. (3分) (2013•宿迁) 方程 $\frac{2x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$ 的解是 ()

A $x = -1$

B $x = 0$

C $x = 1$

D $x = 2$

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $2x = x - 1 + 1$,

解得: $x = 0$,

经检验 $x = 0$ 是分式方程的解.

故选 B.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

7. (3分) (2013•宿迁) 下列三个函数: ① $y = x + 1$; ② $y = \frac{1}{x}$; ③ $y = x^2 - x + 1$. 其图象既是轴对称图形, 又是中心对称图形的个数有 ()

A 0

B 1

C 2

D 3

考点: 二次函数的图象; 一次函数的图象; 反比例函数的图象; 轴对称图形; 中心对称图形

分析: 根据一次函数图象, 反比例函数图象, 二次函数图象的对称性分析判断即可得解.

解答: 解: ① $y = x + 1$ 的函数图象, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形;

② $y = \frac{1}{x}$ 的函数图象, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形;

③ $y = x^2 - x + 1$ 的函数图象是轴对称图形, 不是中心对称图形;

所以, 函数图象, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是①②共 2 个.

故选 C.

点评: 本题考查了二次函数图象, 一次函数图象, 正比例函数图象, 熟记各图形以及其对称性是解题的关键.

8. (3分) (2013•宿迁) 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 且 $AC = 1$. 过点 C 作直线 $l \parallel AB$, P 为直线 l 上一点, 且 $AP = AB$. 则点 P 到 BC 所在直线的距离是 ()

A 1

B 1 或 $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

C 1 或 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

D $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

考点: 勾股定理; 平行线之间的距离; 含 30° 度角的直角三角形; 等腰直角三角形.

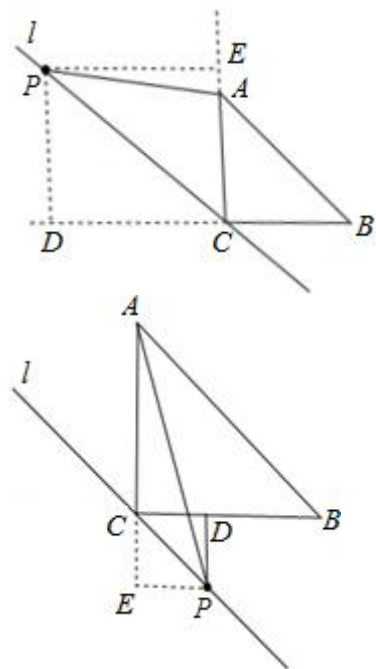
分析: 如图, 延长 AC , 做 $PD \perp BC$ 交点为 D , $PE \perp AC$, 交点为 E , 可得四边形 $CDPE$ 是正方形, 则 $CD = DP = PE = EC$; 等腰 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 1$, 所以, 可求出 $AC = 1$, $AB = \sqrt{2}$, 又 $AB = AP$; 所以, 在直角 $\triangle AEP$ 中, 可运用勾股定理求得 DP 的长即为点 P 到 BC 的距离.

解答: 解: ①如图, 延长 AC , 做 $PD \perp BC$ 交点为 D , $PE \perp AC$, 交点为 E ,

$\because CP \parallel AB$,
 $\therefore \angle PCD = \angle CBA = 45^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 CDPE 是正方形,
 则 $CD = DP = PE = EC$,
 $\therefore$ 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 1$, $AB = AP$,
 $\therefore AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$,
 $\therefore AP = \sqrt{2}$;
 $\therefore$ 在直角 $\triangle AEF$ 中, $(1 + EC)^2 + EP^2 = AP^2$
 $\therefore (1 + DP)^2 + DP^2 = (\sqrt{2})^2$,
 解得, $DP = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$;

②如图, 延长 BC, 作 $PD \perp BC$, 交点为 D, 延长 CA, 作 $PE \perp CA$ 于点 E,
 同理可证, 四边形 CDPE 是正方形,
 $\therefore CD = DP = PE = EC$,
 同理可得, 在直角 $\triangle AEP$ 中, $(EC - 1)^2 + EP^2 = AP^2$,
 $\therefore (PD - 1)^2 + PD^2 = (\sqrt{2})^2$,
 解得, $PD = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$;

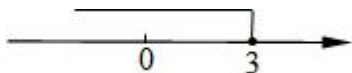
故选 D.



点评: 本题考查了勾股定理的运用, 通过添加辅助线, 可将问题转化到直角三角形中, 利用勾股定理解答; 考查了学生的空间想象能力.

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. (3 分) (2013•宿迁) 如图, 数轴所表示的不等式的解集是 $x \leq 3$.



考点：在数轴上表示不等式的解集.

分析：根据不等式的解集在数轴上表示方法即可求出不等式的解集.

解答：解：如图所示， $x \leq 3$.

故答案为： $x \leq 3$.

点评：本题考查了不等式的解集在数轴上表示出来的方法：“ $>$ ”空心圆点向右画折线，“ $\geq$ ”实心圆点向右画折线，“ $<$ ”空心圆点向左画折线，“ $\leq$ ”实心圆点向左画折线.

10. (3 分) (2013•宿迁) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切，两圆半径分别为 3 和 5，则圆心距 O_1O_2 的值是 8 或 2.

考点：圆与圆的位置关系.

分析：根据两圆相切，则有外切和内切. 当两圆外切时，圆心距等于两圆半径之和；当两圆内切时，圆心距等于两圆半径之差.

解答：解：根据题意，得

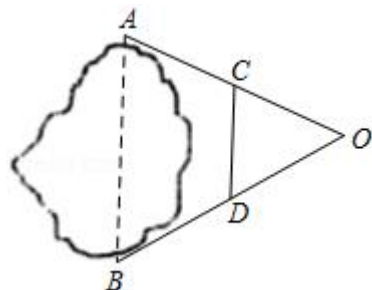
当两圆外切时，则圆心距 O_1O_2 等于 $3+5=8$;

当两圆内切时，则圆心距 O_1O_2 等于 $5-3=2$.

故答案为：8 或 2.

点评：此题考查了两圆的位置关系与数量之间的关系. 注意：两圆相切包括外切或内切.

11. (3 分) (2013•宿迁) 如图，为测量位于一水塘旁的两点 A、B 间的距离，在地面上确定点 O，分别取 OA、OB 的中点 C、D，量得 $CD=20\text{m}$ ，则 A、B 之间的距离是 40 m.



考点：三角形中位线定理.

分析：根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半解答即可.

解答：解： $\because$ C、D 分别是 OA、OB 的中点，

$\therefore$ CD 是 $\triangle OAB$ 的中位线，

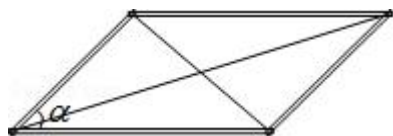
$\therefore CD=20\text{m}$,

$\therefore AB=2CD=2 \times 20=40\text{m}$.

故答案为：40.

点评：本题考查了三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半，熟记定理是解题的关键.

12. (3分) (2013•宿迁) 如图, 一个平行四边形的活动框架, 对角线是两根橡皮筋. 若改变框架的形状, 则 $\angle\alpha$ 也随之变化, 两条对角线长度也在发生改变. 当 $\angle\alpha$ 为 90 度时, 两条对角线长度相等.



考点: 正方形的判定与性质; 平行四边形的性质

分析: 根据矩形的判定方法即可求解.

解答: 解: 根据对角线相等的平行四边形是矩形, 可以得到 $\angle\alpha=90^\circ$.

故答案是: 90° .

点评: 本题考查了矩形的判定方法, 理解矩形的定义是关键.

13. (3分) (2013•宿迁) 计算 $\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\sqrt{6}$ 的值是 2.

考点: 二次根式的混合运算.

分析: 根据二次根式运算顺序直接运算得出即可.

解答: 解: $\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\sqrt{6}$

$$=2-\sqrt{6}+\sqrt{6}$$

$$=2.$$

故答案为: 2.

点评: 此题主要考查了二次根式的混合运算, 熟练掌握法则是解题关键.

14. (3分) (2013•宿迁) 已知圆锥的底面周长是 10π , 其侧面展开后所得扇形的圆心角为 90° , 则该圆锥的母线长是 20.

考点: 圆锥的计算.

分析: 圆锥的底面周长即为侧面展开后扇形的弧长, 已知扇形的圆心角, 所求圆锥的母线即为扇形的半径, 利用扇形的弧长公式求解.

解答: 解: 将 $l=10\pi$, $n=90$ 代入扇形弧长公式 $l=\frac{n\pi r}{180}$ 中,

$$\text{得 } 10\pi=\frac{90\pi r}{180},$$

$$\text{解得 } r=20.$$

故答案为: 20.

点评: 本题考查了圆锥的计算. 关键是体现两个转化, 圆锥的侧面展开图为扇形, 扇形的弧长为圆锥的底面周长, 扇形的半径为圆锥的母线长.

15. (3分) (2013•宿迁) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, 1)$, $B(1, 2)$, 点 P 在 x 轴上运动, 当点 P 到 A 、 B 两点距离之差的绝对值最大时, 点 P 的坐标是 $(-1, 0)$.

考点：一次函数综合题；三角形三边关系.

分析：由三角形两边之差小于第三边可知，当 A、B、P 三点不共线时， $|PA - PB| < AB$ ，又因为 A (0, 1), B (1, 2) 两点都在 x 轴同侧，则当 A、B、P 三点共线时， $|PA - PB| = AB$ ，即 $|PA - PB| \leq AB$ ，所以本题中当点 P 到 A、B 两点距离之差的绝对值最大时，点 P 在直线 AB 上. 先运用待定系数法求出直线 AB 的解析式，再令 $y=0$ ，求出 x 的值即可.

解答：解：由题意可知，当点 P 到 A、B 两点距离之差的绝对值最大时，点 P 在直线 AB 上.

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$,

$\because A(0, 1), B(1, 2),$

$$\therefore \begin{cases} b=1 \\ k+b=2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=1 \\ b=1 \end{cases}.$$

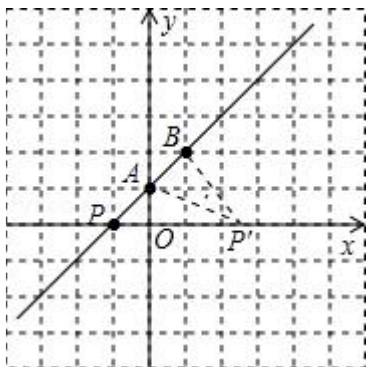
$\therefore y=x+1,$

令 $y=0$, 得 $0=x+1,$

解得 $x=-1.$

$\therefore$ 点 P 的坐标是 $(-1, 0).$

故答案为 $(-1, 0).$



点评：本题考查了三角形的三边关系定理，运用待定系数法求一次函数的解析式及 x 轴上点的坐标特征，难度适中. 根据三角形两边之差小于第三边得出当点 P 在直线 AB 上时，P 点到 A、B 两点距离之差的绝对值最大，是解题的关键.

16. (3 分) (2013•宿迁) 若函数 $y=mx^2+2x+1$ 的图象与 x 轴只有一个公共点，则常数 m 的值是 0 或 1.

考点：抛物线与 x 轴的交点；一次函数的性质.

专题：分类讨论.

分析：需要分类讨论：

①若 $m=0$ ，则函数为一次函数；

②若 $m \neq 0$ ，则函数为二次函数. 由抛物线与 x 轴只有一个交点，得到根的判别式的值等于 0，且 m 不为 0，即可求出 m 的值.

解答：解：①若 $m=0$ ，则函数 $y=2x+1$ ，是一次函数，与 x 轴只有一个交点；

②若 $m \neq 0$ ，则函数 $y=mx^2+2x+1$ ，是二次函数.

根据题意得： $\Delta=4-4m=0$,

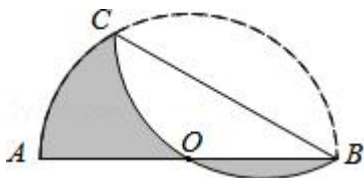
解得： $m=1.$

故答案为： 0 或 1.

点评: 此题考查了一次函数的性质与抛物线与 x 轴的交点, 抛物线与 x 轴的交点个数由根的判别式的值来确定. 本题中函数可能是二次函数, 也可能是一次函数, 需要分类讨论, 这是本题的容易失分之处.

17. (3 分) (2013·宿迁) 如图, AB 是半圆 O 的直径, 且 AB=8, 点 C 为半圆上的一点. 将此半圆沿 BC 所在的直线折叠, 若圆弧 BC 恰好过圆心 O, 则图中阴影部分的面积是__

$\frac{8\pi}{3}$. (结果保留 π)



考点: 扇形面积的计算

分析: 过点 O 作 $OD \perp BC$ 于点 D, 交 $\widehat{BC}$ 于点 E, 则可判断点 O 是 $\widehat{BC}$ 的中点, 由折叠的性质可得 $OD = \frac{1}{2}OE = \frac{1}{2}R = 2$, 在 $Rt\triangle OBD$ 中求出 $\angle OBD = 30^\circ$, 继而得出 $\angle AOC$, 求出扇形 AOC 的面积即可得出阴影部分的面积.

解答: 解: 过点 O 作 $OD \perp BC$ 于点 D, 交 $\widehat{BC}$ 于点 E, 连接 OC,

则点 E 是 $\widehat{BC}$ 的中点, 由折叠的性质可得点 O 为 $\widehat{BC}$ 的中点,

$\therefore S_{\text{弓形 BO}} = S_{\text{弓形 CO}},$

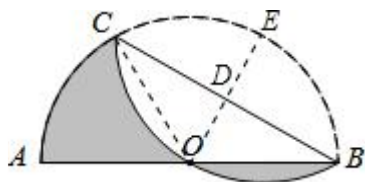
在 $Rt\triangle BOD$ 中, $OD = DE = \frac{1}{2}R = 2$, $OB = R = 4$,

$\therefore \angle OBD = 30^\circ,$

$\therefore \angle AOC = 60^\circ,$

$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 AOC}} = \frac{60\pi \times 4^2}{360} = \frac{8\pi}{3}.$

故答案为: $\frac{8\pi}{3}.$



点评: 本题考查了扇形面积的计算, 解答本题的关键是作出辅助线, 判断点 O 是 $\widehat{BC}$ 的中点, 将阴影部分的面积转化为扇形的面积.

18. (3分) (2013•宿迁) 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = \frac{1}{3}x + 2$ 与反比例函数 $y = \frac{5}{x} (x > 0)$ 的图象交点的横坐标为 x_0 . 若 $k < x_0 < k+1$, 则整数 k 的值是 1.

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

专题: 计算题.

分析: 联立两函数解析式, 求出交点横坐标 x_0 , 代入 $k < x_0 < k+1$ 中, 估算即可确定出 k 的值.

解答:

$$\text{解: 联立两函数解析式得: } \begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 2 \\ y = \frac{5}{x} \end{cases},$$

$$\text{消去 } y \text{ 得: } \frac{1}{3}x + 2 = \frac{5}{x}, \text{ 即 } x^2 + 6x = 15,$$

$$\text{配方得: } x^2 + 6x + 9 = 24, \text{ 即 } (x+3)^2 = 24,$$

$$\text{解得: } x = 2\sqrt{6} - 3 \text{ 或 } -2\sqrt{6} - 3 \text{ (舍去),}$$

$$\therefore \text{一次函数与反比例函数图象交点的横坐标为 } x_0 = 2\sqrt{6} - 3,$$

$$\text{即 } k < 2\sqrt{6} - 3 < k+1,$$

$$\text{则整数 } k=1.$$

$$\text{故答案为: } 1$$

点评: 此题考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 确定出两函数交点横坐标是解本题的关键.

三、解答题 (本大题共 10 题, 共 96 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (8分) (2013•宿迁) 计算: $(\sqrt{2} - 1)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 2\cos 60^\circ$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: 本题涉及零指数幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值等考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

解答:

$$\text{解: 原式} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} + 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= 1 - 2 + 1$$

$$= 0.$$

点评: 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是掌握零指数幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值等考点的运算.

20. (8分) (2013•宿迁) 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{1}{x-1}\right) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 1}$, 其中 $x=3$.

考点: 分式的化简求值.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除以一个数等于乘以这个数的倒数将除法运算化为乘法运算, 约分得到最简结果, 将 x 的值代入计算即可求出值.

解答:

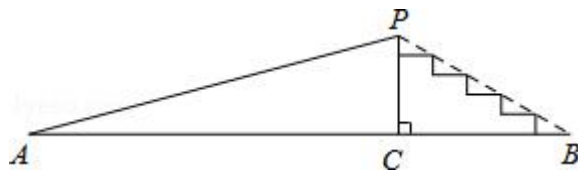
$$\text{解: 原式} = \frac{x-2}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{x+1}{x-2},$$

$$\text{当 } x=3 \text{ 时, 原式} = \frac{3+1}{3-2} = 4.$$

点评: 此题考查了分式的化简求值, 分式的加减运算关键是通分, 通分的关键是找最简公分母; 分式的乘除运算关键是约分, 约分的关键是找公因式.

21. (8分) (2013·宿迁) 某景区为方便游客参观, 在每个景点均设置两条通道, 即楼梯和无障碍通道. 如图, 已知在某景点 P 处, 供游客上下的楼梯倾斜角为 30° (即 $\angle PBA=30^\circ$), 长度为 4m (即 $PB=4\text{m}$), 无障碍通道 PA 的倾斜角为 15° (即 $\angle PAB=15^\circ$). 求无障碍通道的长度. (结果精确到 0.1m , 参考数据: $\sin 15^\circ \approx 0.21$, $\cos 15^\circ \approx 0.98$)



考点: 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析: 根据题意, 先在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中, 利用三角函数的关系求得 PC 的长, 再在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中, 利用三角函数的关系求得 PA 的长.

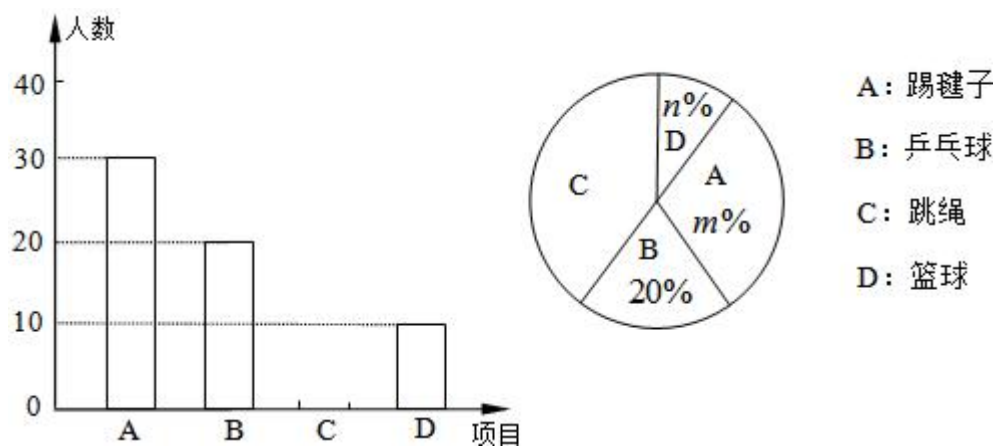
解答: 解: 在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中, $PC = PB \cdot \sin \angle PBA = 4 \times \sin 30^\circ = 2\text{m}$,

在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中, $PA = PC \div \sin \angle PAB = 2 \div \sin 15^\circ \approx 9.5\text{m}$.

答: 无障碍通道的长度约是 9.5m .

点评: 此题主要考查学生对坡度的掌握和对直角三角形的灵活运用, 本题关键是灵活运用公共边解决问题.

22. (8分) (2013·宿迁) 某校为了解“阳光体育”活动的开展情况, 从全校 2000 名学生中, 随机抽取部分学生进行问卷调查 (每名学生只能填写一项自己喜欢的活动项目), 并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图.



根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 被调查的学生共有 100 人，并补全条形统计图；
- (2) 在扇形统计图中， $m = \underline{30}$ ， $n = \underline{10}$ ，表示区域 C 的圆心角为 144 度；
- (3) 全校学生中喜欢篮球的人数大约有多少？

考点：条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

分析： (1) 用 B 组频数除以其所占的百分比即可求得样本容量；

(2) 用 A 组人数除以总人数即可求得 m 值，用 D 组人数除以总人数即可求得 n 值；

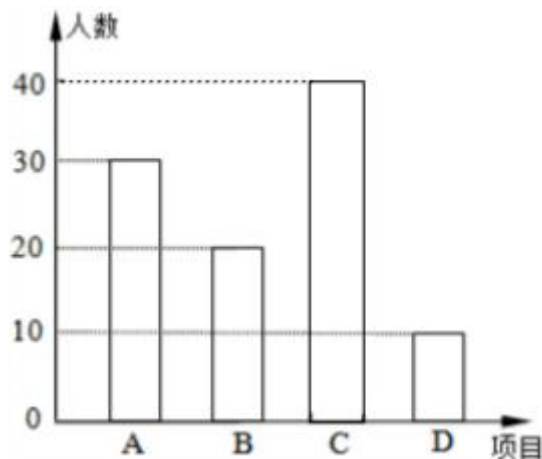
(3) 用总人数乘以 D 类所占的百分比即可求得全校喜欢篮球的人数；

解答： 解：(1) 观察统计图知：喜欢乒乓球的有 20 人，占 20%，

故被调查的学生总数有 $20 \div 20\% = 100$ 人，

喜欢跳绳的有 $100 - 30 - 20 - 10 = 40$ 人，

条形统计图为：



(2) $\because$ A 组有 30 人，D 组有 20 人，共有 100 人，

$\therefore$ A 组所占的百分比为：30%，D 组所占的百分比为 10%，

$\therefore m = 30$ ， $n = 10$ ；

表示区域 C 的圆心角为 $\frac{40}{100} \times 360^\circ = 144^\circ$ ；

(3) $\because$ 全校共有 2000 人，喜欢篮球的占 10%，

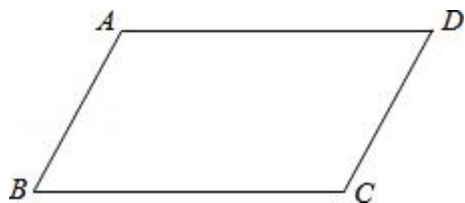
$\therefore$ 喜欢篮球的有 $2000 \times 10\% = 200$ 人.

点评: 本题考查了条形统计图的应用, 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键, 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

23. (10 分) (2013•宿迁) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD > AB$.

(1) 作出 $\angle ABC$ 的平分线 (尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 若 (1) 中所作的角平分线交 AD 于点 E , $AF \perp BE$, 垂足为点 O , 交 BC 于点 F , 连接 EF . 求证: 四边形 $ABFE$ 为菱形.



考点: 菱形的判定; 平行四边形的性质; 作图—基本作图.

分析: (1) 根据角平分线的作法作出 $\angle ABC$ 的平分线即可;

(2) 首先根据角平分线的性质以及平行线的性质得出 $\angle ABE = \angle AEB$, 进而得出 $\triangle ABO \cong \triangle FBO$, 进而利用 $AF \perp BE$, $BO = EO$, $AO = FO$, 得出即可.

解答: 解: (1) 如图所示:

(2) 证明: $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABE = \angle EBF$,

$\because \angle EBF = \angle AEB$,

$\therefore \angle ABE = \angle AEB$,

$\therefore AB = AE$,

$\because AO \perp BE$,

$\therefore BO = EO$,

$\because$ 在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle FBO$ 中,

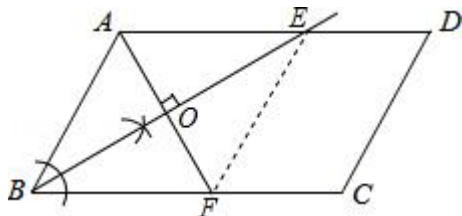
$$\begin{cases} \angle ABO = \angle FBO \\ BO = BO \\ \angle AOB = \angle BOF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle FBO$ (ASA),

$\therefore AO = FO$,

$\because AF \perp BE$, $BO = EO$, $AO = FO$,

$\therefore$ 四边形 $ABFE$ 为菱形.



点评: 此题主要考查了角平分线的作法以及菱形的判定和全等三角形的判定与性质, 熟练掌握菱形的判定是解题关键.

24. (10 分) (2013•宿迁) 妈妈买回 6 个粽子, 其中 1 个花生馅, 2 个肉馅, 3 个枣馅. 从外表看, 6 个粽子完全一样, 女儿有事先吃.

- (1) 若女儿只吃一个粽子, 则她吃到肉馅的概率是 $\frac{1}{3}$;
- (2) 若女儿只吃两个粽子, 求她吃到的两个都是肉馅的概率.

考点: 列表法与树状图法; 概率公式

分析: (1) 运用古典概率, 有六种相等可能的结果, 出现鲜肉馅粽子有两种结果, 根据概率公式, 即可求解;

(2) 此题可以认为有两步完成, 所以可以采用树状图法或者采用列表法; 注意题目属于不放回实验, 利用列表法即可求解;

解答: 解: (1) 她吃到肉馅的概率是 $\frac{2}{1+2+3} = \frac{1}{3}$;

故答案为: $\frac{1}{3}$;

(2) 如图所示: 根据树状图可得, 一共有 15 种等可能的情况, 两次都吃到肉馅只有一种情况, 她吃到的两个都是肉馅的概率是: $\frac{1}{15}$



点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 注意列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

25. (10 分) (2013•宿迁) 某公司有甲种原料 260kg, 乙种原料 270kg, 计划用这两种原料生产 A、B 两种产品共 40 件. 生产每件 A 种产品需甲种原料 8kg, 乙种原料 5kg, 可获利润 900 元; 生产每件 B 种产品需甲种原料 4kg, 乙种原料 9kg, 可获利润 1100 元. 设安排生产 A 种产品 x 件.

(1) 完成下表

	甲 (kg)	乙 (kg)	件数 (件)
A		5x	x
B	4 (40 - x)		40 - x

(2) 安排生产 A、B 两种产品的件数有几种方案? 试说明理由;

(3) 设生产这批 40 件产品共可获利润 y 元, 将 y 表示为 x 的函数, 并求出最大利润.

考点: 一次函数的应用.

分析: (1) 根据总件数=单件需要的原料×件数列式即可;

(2) 根据两种产品所需要的甲、乙两种原料列出不等式组, 然后求解即可;

(3) 根据总利润等于两种产品的利润之和列式整理, 然后根据一次函数的增减性求出最大利润即可.

解答: 解: (1) 表格分别填入: A 甲种原料 $8x$, B 乙种原料 $9(40-x)$;

$$(2) \text{ 根据题意得, } \begin{cases} 8x+4(40-x) \leq 260 \text{ ①} \\ 5x+9(40-x) \leq 270 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得, $x \leq 25$,

由②得, $x \geq 22.5$,

$\therefore$ 不等式组的解集是 $22.5 \leq x \leq 25$,

$\because x$ 是正整数,

$\therefore x=23, 24, 25$,

共有三种方案:

方案一: A 产品 23 件, B 产品 17 件,

方案二: A 产品 24 件, B 产品 16 件,

方案三: A 产品 25 件, B 产品 15 件;

$$(3) y=900x+1100(40-x)=-200x+44000,$$

$$\because -200 < 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\therefore x=23$ 时, y 有最大值,

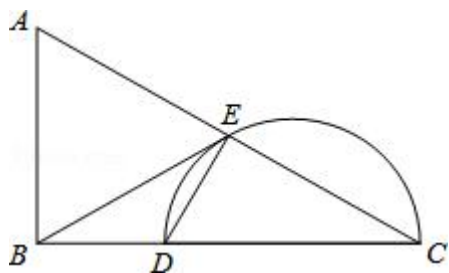
$$y_{\text{最大}} = -200 \times 23 + 44000 = 39400 \text{ 元}.$$

点评: 本题考查了一次函数的应用, 一元一次不等式组的应用, 读懂题目信息, 准确找出题中的等量关系和不等量关系是解题的关键.

26. (10 分) (2013·宿迁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 边 AC 的垂直平分线交 BC 于点 D , 交 AC 于点 E , 连接 BE .

(1) 若 $\angle C=30^\circ$, 求证: BE 是 $\triangle DEC$ 外接圆的切线;

(2) 若 $BE=\sqrt{3}$, $BD=1$, 求 $\triangle DEC$ 外接圆的直径.



考点: 切线的判定.

专题: 证明题.

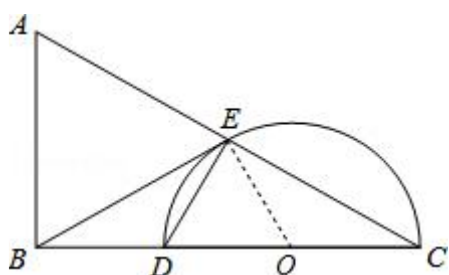
分析: (1) 根据线段垂直平分线的性质由 DE 垂直平分 AC 得 $\angle DEC=90^\circ$, $AE=CE$, 利用圆周角定理得到 DC 为 $\triangle DEC$ 外接圆的直径; 取 DC 的中点 O , 连结 OE , 根据直角三角形斜边上的中线性质的 $EB=EC$, 得 $\angle C=\angle ECB=30^\circ$, 则 $\angle EOC=2\angle C=60^\circ$, 可计算出 $\angle BEO=90^\circ$, 然后根据切线的判定定理即可得到结论;

(2) 由 BE 为 $Rt\triangle ABC$ 斜边上的中线得到 $AE=EC=BE=\sqrt{3}$, 易证得

$Rt\triangle CED \sim Rt\triangle CBA$, 则 $\frac{CE}{CB} = \frac{CD}{CA}$, 然后利用相似比可计算出 $\triangle DEC$ 外接圆的直径 CD .

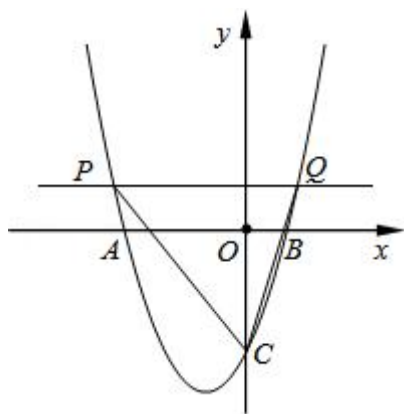
解答: (1) 证明: $\because DE$ 垂直平分 AC ,
 $\therefore \angle DEC=90^\circ$, $AE=CE$,
 $\therefore DC$ 为 $\triangle DEC$ 外接圆的直径,
 取 DC 的中点 O , 连结 OE , 如图,
 $\because \angle ABC=90^\circ$,
 $\therefore BE$ 为 $Rt\triangle ABC$ 斜上的中线,
 $\therefore EB=EC$,
 $\because \angle C=30^\circ$,
 $\therefore \angle EBC=30^\circ$, $\angle EOC=2\angle C=60^\circ$,
 $\therefore \angle BEO=90^\circ$,
 $\therefore OD \perp BE$,
 而 BE 为 $\odot O$ 的半径,
 $\therefore BE$ 是 $\triangle DEC$ 外接圆的切线;

(2) 解: $\because BE$ 为 $Rt\triangle ABC$ 斜上的中线,
 $\therefore AE=EC=BE=\sqrt{3}$,
 $\therefore AC=2\sqrt{3}$,
 $\because \angle ECD=\angle BCA$,
 $\therefore Rt\triangle CED \sim Rt\triangle CBA$,
 $\therefore \frac{CE}{CB} = \frac{CD}{CA}$,
 而 $CB=CD+BD=CD+1$,
 $\therefore \frac{\sqrt{3}}{CD+1} = \frac{CD}{2\sqrt{3}}$,
 解得 $CD=2$ 或 $CD=-3$ (舍去),
 $\therefore \triangle DEC$ 外接圆的直径为 2.



点评: 本题考查了圆的切线的判定: 过半径的外端点, 与半径垂直的直线为圆的切线. 也考查了线段垂直平分线的性质、直角三角形斜边上的中线性以及三角形相似的判定与性质.

27. (12 分) (2013·宿迁) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=ax^2+bx-3$ (a, b 是常数) 的图象与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(1, 0)$, 与 y 轴交于点 C . 动直线 $y=t$ (t 为常数) 与抛物线交于不同的两点 P, Q .
- (1) 求 a 和 b 的值;
 - (2) 求 t 的取值范围;
 - (3) 若 $\angle PCQ=90^\circ$, 求 t 的值.



考点: 二次函数综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 将点 A、点 B 的坐标代入二次函数解析式可求出 a、b 的值;

(2) 根据二次函数及 $y=t$, 可得出方程, 有两个交点, 可得 $\Delta > 0$, 求解 t 的范围即可;

(3) 证明 $\triangle PDC \sim \triangle CDQ$, 利用相似三角形的对应边成比例, 可求出 t 的值.

解答:

解: (1) 将点 A、点 B 的坐标代入可得:
$$\begin{cases} a+b-3=0 \\ 9a-3b-3=0 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$$

(2) 抛物线的解析式为 $y=x^2+2x-3$, 直线 $y=t$,

联立两解析式可得: $x^2+2x-3=t$, 即 $x^2+2x-(3+t)=0$,

$\therefore$ 动直线 $y=t$ (t 为常数) 与抛物线交于不同的两点,

$\therefore \Delta=4+4(3+t) > 0$,

解得: $t > -4$;

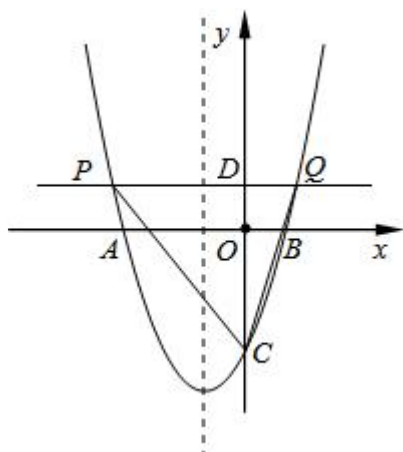
(3) $\because y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=-1$,

当 $x=0$ 时, $y=-3$, $\therefore C(0, -3)$.

设点 Q 的坐标为 (m, t) , 则 P $(-2-m, t)$.

如图, 设 PQ 与 y 轴交于点 D, 则 $CD=t+3$, $DQ=m$, $DP=m+2$.



$\because \angle PCQ = \angle PCD + \angle QCD = 90^\circ$, $\angle DPC + \angle PCD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle QCD = \angle DPC$, 又 $\angle PDC = \angle QDC = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle QCD \sim \triangle CDP$,
 $\therefore \frac{DQ}{DC} = \frac{DC}{PD}$, 即 $\frac{m}{t+3} = \frac{t+3}{m+2}$,
 整理得: $t^2 + 6t + 9 = m^2 + 2m$,
 $\because Q(m, t)$ 在抛物线上, $\therefore t = m^2 + 2m - 3$, $\therefore m^2 + 2m = t + 3$,
 $\therefore t^2 + 6t + 9 = t + 3$, 化简得: $t^2 + 5t + 6 = 0$
 解得 $t = -2$ 或 $t = -3$,
 当 $t = -3$ 时, 动直线 $y = t$ 经过点 C , 故不合题意, 舍去.
 $\therefore t = -2$.

点评: 本题是二次函数综合题型, 考查了二次函数的图象与性质、待定系数法、相似三角形、解一元二次方程等知识点. 第 (3) 问中, 注意抛物线上点的坐标特征.

28. (12 分) (2013·宿迁) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $\angle B = 90^\circ$, 且 $AB = 10$, $BC = 6$, $CD = 2$. 点 E 从点 B 出发沿 BC 方向运动, 过点 E 作 $EF \parallel AD$ 交边 AB 于点 F . 将 $\triangle BEF$ 沿 EF 所在的直线折叠得到 $\triangle GEF$, 直线 FG 、 EG 分别交 AD 于点 M 、 N , 当 EG 过点 D 时, 点 E 即停止运动. 设 $BE = x$, $\triangle GEF$ 与梯形 $ABCD$ 的重叠部分的面积为 y .

- (1) 证明 $\triangle AMF$ 是等腰三角形;
- (2) 当 EG 过点 D 时 (如图 (3)), 求 x 的值;
- (3) 将 y 表示成 x 的函数, 并求 y 的最大值.

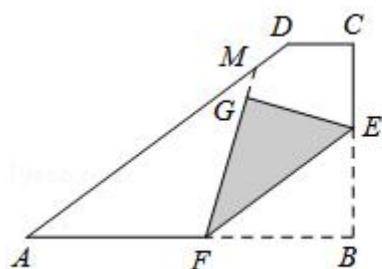


图 (1)

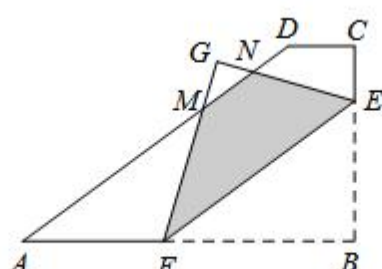


图 (2)

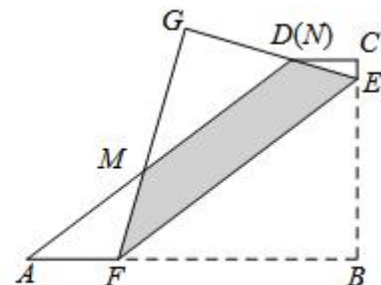


图 (3)

考点: 相似形综合题.

分析: (1) 由条件 $EF \parallel AD$ 就可以得出 $\angle A = \angle EFB$, $\angle GFE = \angle AMF$, 由 $\triangle GFE$ 与 $\triangle BFE$

关于 EF 对称可以得出 $\angle GFE = \angle BFE$ ，就可以得出 $\angle A = \angle AMF$ ，从而得出结论；

(2) 当 EG 过点 D 时在 $Rt\triangle EDC$ 中由勾股定理建立方程求出其解即可；

(3) 分情况讨论当点 G 不在梯形外时和点 G 在梯形之外两种情况求出 x 的值就可以求出 y 与 x 之间的函数关系式，在自变量的取值范围内就可以求出相应的最大值，从而得出结论；

解答：(1) 证明：如图 1， $\because EF \parallel AD$ ，

$$\therefore \angle A = \angle EFB, \quad \angle GFE = \angle AMF.$$

$\because \triangle GFE$ 与 $\triangle BFE$ 关于 EF 对称，

$$\therefore \triangle GFE \cong \triangle BFE,$$

$$\therefore \angle GFE = \angle BFE,$$

$$\therefore \angle A = \angle AMF,$$

$\therefore \triangle AMF$ 是等腰三角形；

(2) 解：如图 1，作 $DQ \perp AB$ 于点 Q，

$$\therefore \angle AQD = \angle DQB = 90^\circ.$$

$$\therefore AB \parallel DC,$$

$$\therefore \angle CDQ = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 CDQB 是矩形，

$$\therefore CD = QB = 2, \quad QD = CB = 6,$$

$$\therefore AQ = 10 - 2 = 8.$$

在 $Rt\triangle ADQ$ 中，由勾股定理得

$$AD = \sqrt{64 + 36} = 10,$$

$$\therefore \tan \angle A = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \tan \angle EFB = \frac{EB}{FB} = \frac{3}{4}$$

如图 3， $\because EB = x$ ，

$$\therefore FB = \frac{4}{3}x, \quad CE = 6 - x,$$

$$\therefore AF = MF = 10 - \frac{4}{3}x,$$

$$\therefore GM = \frac{8}{3}x - 10,$$

$$\therefore GD = 2x - \frac{15}{2},$$

$$\therefore DE = \frac{15}{2} - x,$$

在 $Rt\triangle CED$ 中，由勾股定理得

$$\left(\frac{15}{2} - x\right)^2 - (6 - x)^2 = 4,$$

$$\text{解得：} x = \frac{65}{12},$$

∴ 当 EG 过点 D 时 $x = \frac{65}{12}$;

(3) 解: 当点 G 在梯形 ABCD 内部或边 AD 上时,

$$y = \frac{1}{2}x \cdot \frac{4}{3}x = \frac{2}{3}x^2,$$

当点 G 在边 AD 上时, 易求得 $x = \frac{15}{4}$,

此时 $0 < x \leq \frac{15}{4}$,

则当 $x = \frac{15}{4}$ 时, y 最大值为 $\frac{75}{8}$.

当点 G 在梯形 ABCD 外时,

∵ $\triangle GMN \sim \triangle GFE$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle GMN}}{S_{\triangle GFE}} = \left(\frac{GM}{GF}\right)^2,$$

$$\text{即 } \frac{\frac{2}{3}x^2 - y}{\frac{2}{3}x^2} = \left(\frac{\frac{8}{3}x - 10}{\frac{4}{3}x}\right)^2, \text{ 由 (2) 知, } x \leq \frac{65}{12}$$

$$y = -2x^2 + 20x - \frac{75}{2} = -2(x-5)^2 + \frac{25}{2} \quad \left(\frac{15}{4} < x \leq \frac{65}{12}\right),$$

当 $x=5$ 时, y 最大值为 $\frac{25}{2}$,

由于 $\frac{25}{2} > \frac{75}{8}$, 故当 $x=5$ 时, y 最大值为 $\frac{25}{2}$.

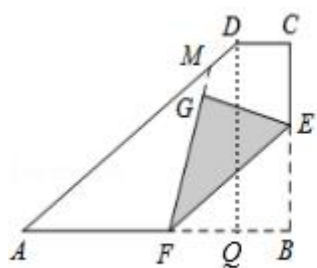


图 (1)

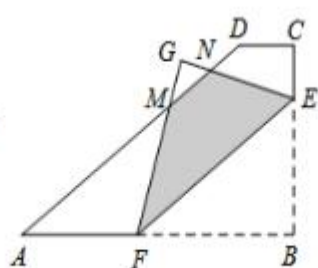


图 (2)

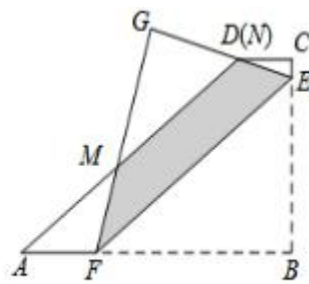


图 (3)

点评: 本题考查了等腰三角形的判定及性质的运用, 矩形的性质的运用, 勾股定理的性质的运用, 轴对称的性质的运用, 函数的解析式的性质的运用, 分段函数的运用, 三角函数值的运用, 解答时求分段函数的解析式是难点.