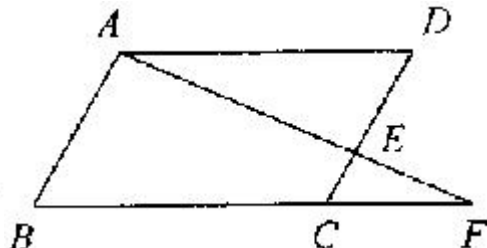
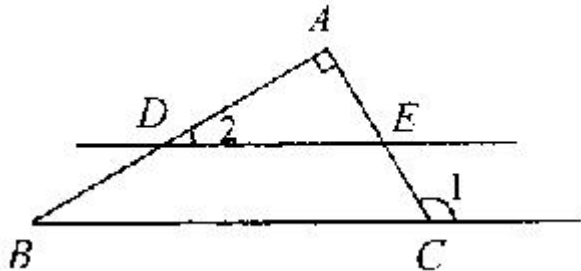


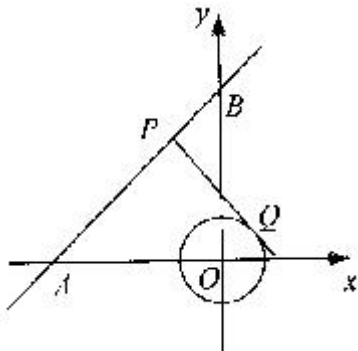
2012 年镇江市中考数学试题

一、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

- $\frac{1}{2}$ 的倒数是_____.
- 计算: $(-2) \times 3 =$ _____.
- 化简: $3a - 5a =$ _____.
- 若 $x^2 = 9$, 则 $x =$ _____.
- 化简: $(m+1)^2 - m^2 =$ _____.
- 如图, $\angle 1$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的一个外角, 直线 $DE \parallel BC$, 分别交边 AB 、 AC 于点 D 、 E , $\angle 1 = 120^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是_____.



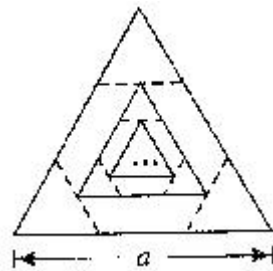
- 若圆锥的底面半径为 3, 母线长为 6, 则圆锥的侧面积等于_____.
- 有一组数据: 6、3、4、 x 、7, 它们的平均数是 10, 则这组数据的中位数是_____.
- 写出一个你喜欢的实数 k 的值_____, 使得反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象在每一个象限内, y 随 x 的增大而增大.
- 如图, E 是 $\square ABCD$ 的边 CD 上一点, 连接 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F , 且 $AD = 4$, $\frac{CE}{AB} = \frac{1}{3}$, 则 CF 的长为_____.
- 若 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{7}{m+n}$, 则 $\frac{n}{m} + \frac{m}{n}$ 的值为_____.
- 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 AB 经过点 $A(-4, 0)$ 、 $B(0, 4)$, $\odot O$ 的半径为 1 (O 为坐标原点), 点 P 在直线 AB 上, 过点 P 作 $\odot O$ 的一条切线 PQ , Q 为切点, 则切线长 PQ 的最小值为_____.



二、选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 满分 15 分)

- 若式子 $\sqrt{3x-4}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是【 】
 A. $x \geq \frac{4}{3}$ B. $x > \frac{4}{3}$ C. $x \geq \frac{3}{4}$ D. $x > \frac{3}{4}$
- 下列运算正确的是【 】
 A. $x^2 \cdot x^4 = x^8$ B. $3x + 2y = 6xy$ C. $(-x^3)^2 = x^6$ D. $y^3 \div y^3 = y$
- 二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=8 \\ 2x-y=0 \end{cases}$ 的解是【 】
 A. $\begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$
- 若二次函数 $y = (x+1)(x-m)$ 的图象的对称轴在 y 轴的右侧, 则实数 m 的取值范围是【 】
 A. $m < -1$ B. $-1 < m < 0$ C. $0 < m < 1$ D. $m > 1$
- 边长为 a 的等边三角形, 记为第 1 个等边三角形, 取其各边的三等分点, 顺次连接得到一个正六边形, 记为第 1 个正六边形, 取这个正六边形不相邻的三边中点, 顺次连接又得到一个等边三角形, 记为第 2 个等边三角形, 取其各边的三等分点, 顺次连接又得到一个正六边形, 记为第 2 个正六边形(如图), $\cdots$, 按此方式依次操作, 则第 6 个正六边形的边长为【 】

- A. $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 a$ B. $\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 a$
- C. $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 a$ D. $\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^6 a$



三、解答题（本大题共 11 小题，满分 81 分）

18. （本题满分 8 分）

(1) 计算: $\sqrt{2} - 4\sin 45^\circ + (-2012)^0$;

(2) 化简: $\frac{x-1}{x^2-2x+1} \div (x+1)$.

19. （本题满分 10 分）

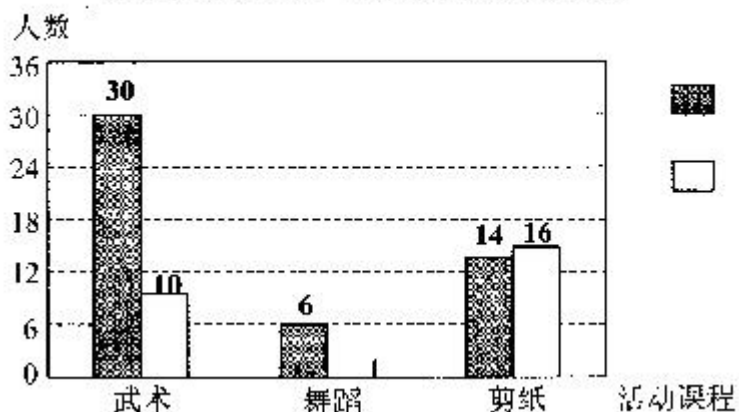
(1) 解方程: $\frac{1}{x-2} + 1 = \frac{x+1}{2x-4}$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 2x-1 > 1, \\ \frac{5x+1}{2} \leq x+5. \end{cases}$

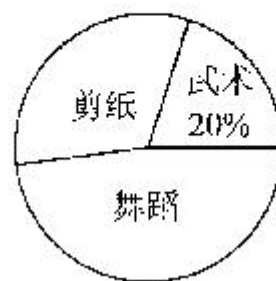
20. （本题满分 5 分）

某校为了开设武术、舞蹈、剪纸等三项活动课程以提升学生的体艺素养，随机抽取了部分学生对这三项活动的兴趣情况进行了调查(每人从中只能选一项)，并将调查结果绘制成如下两幅统计图，请你结合图中信息解答问题.

喜欢各类活动的学生人数条形统计图



女生中喜欢各类活动的人数扇形统计图

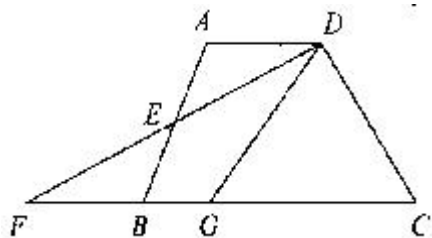


- (1) 将条形统计图补充完整;
- (2) 本次抽样调查的样本容量是_____;
- (3) 已知该校有 1200 名学生，请你根据样本估计全校学生中喜欢剪纸的人数.

21. （本题满分 6 分）

如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， E 是 AB 的中点，连接 DE 并延长交 CB 的延长线于点 F ，点 G 在边 BC 上，且 $\angle GDF = \angle ADF$.

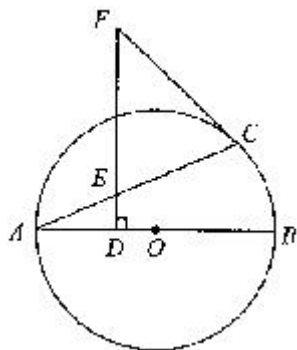
- (1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle BFE$;
- (2) 连接 EG ，判断 EG 与 DF 的位置关系并说明理由.



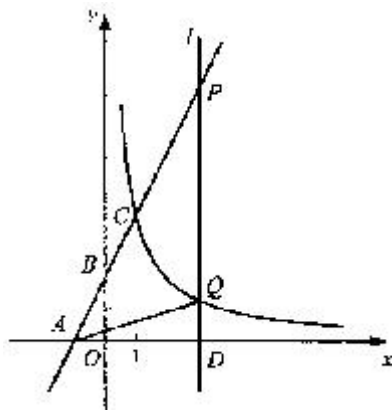
22. (本题满分 6 分)
- 学校举办“大爱镇江”征文活动，小明为此次活动设计了一个以三座山为背景的图标(如图)，现用红、黄两种颜色对图标中的 A 、 B 、 C 三块三角形区域分别涂色，一块区域只涂一种颜色.
- (1)请用树状涂列出所有涂色的可能结果;
- (2)求这三块三角形区域中所涂颜色是“两块黄色、一块红色”的概率.



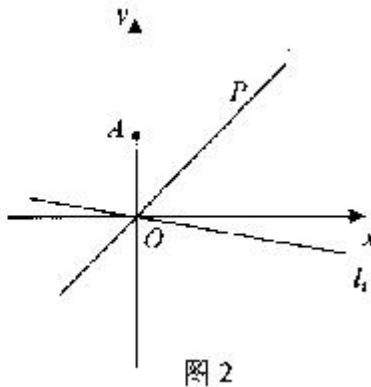
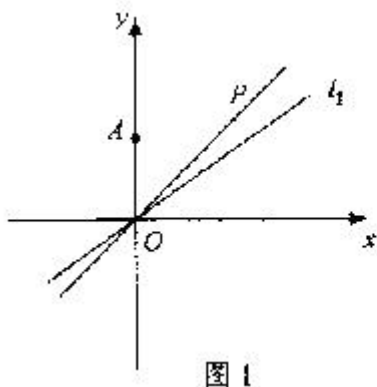
23. (本题满分 6 分)
- 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $DF \perp AB$ 于点 D ，交弦 AC 于点 E ， $FC = FE$.
- (1)求证: FC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2)若 $\odot O$ 的半径为 5， $\cos \angle ECF = \frac{2}{5}$ ，求弦 AC 的长.



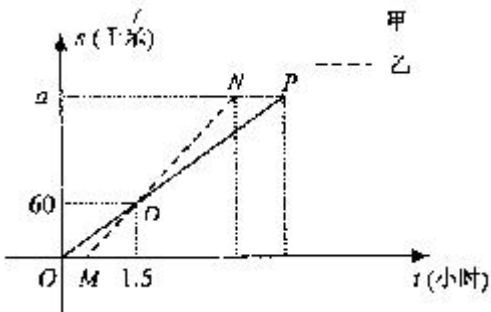
24. (本题满分 6 分)
- 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = 2x + n$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ，与双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 在第一象限内交于点 $C(1, m)$.
- (1)求 m 和 n 的值;
- (2)过 x 轴上的点 $D(3, 0)$ 作平行于 y 轴的直线 l ，分别与直线 AB 和双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 交于点 P 、 Q ，求 $\triangle APQ$ 的面积.



25. (本题满分 6 分)
- 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, 2)$, 直线 OP 位于一、三象限, $\angle AOP = 45^\circ$ (如图 1), 设点 A 关于直线 OP 的对称点为 B .
- (1)写出点 B 的坐标;
- (2)过原点 O 的直线 l 从 OP 的位置开始, 绕原点 O 顺时针旋转.
- ①如图 1, 当直线 l 顺时针旋转 10° 到 l_1 的位置时, 点 A 关于直线 l_1 的对称点为 C , 则 $\angle BOC$ 的度数是_____, 线段 OC 的长为_____;
- ②如图 2, 当直线 l 顺时针旋转 55° 到 l_2 的位置时, 点 A 关于直线 l_2 的对称点为 D , 则 $\angle BOD$ 的度数是_____;
- ③直线 l 顺时针旋转 $n^\circ(0 < n \leq 90)$, 在这个运动过程中, 点 A 关于直线 l 的对称点所经过的路径长为_____(用含 n 的代数式表示).



26. (本题满分 8 分)
- 甲、乙两车从 A 地将一批物品匀速运往 B 地, 甲出发 $0.5h$ 后乙开始出发, 结果比甲早 $1h$ 到达 B 地. 如图, 线段 OP 、 MN 分别表示甲、乙两车离 A 地的距离 $S(km)$ 与时间 $t(h)$ 的关系, a 表示 A 、 B 两地之间的距离. 请结合图中的信息解决如下问题:
- (1)分别计算甲、乙两车的速度及 a 的值;
- (2)乙车到达 B 地后以原速立即返回, 请问甲车到达 B 地后以多大的速度立即匀速返回, 才能与乙车同时回到 A 地? 并在图中画出甲、乙两车在返回过程中离 A 地的距离 $S(km)$ 与时间 $t(h)$ 的函数图象.



27. (本题满分 9 分)
- 对于二次函数 $y = x^2 - 3x + 2$ 和一次函数 $y = -2x + 4$, 把 $y = t(x^2 - 3x + 2) + (1 - t)(-2x + 4)$ 称为这两个函数的“再生二次函数”, 其中 t 是不为零的实数, 其图象记作抛物线 E .
- 现有点 $A(2, 0)$ 和抛物线 E 上的点 $B(-1, n)$, 请完成下列任务:

【尝试】

- (1)当 $t=2$ 时, 抛物线 E 的顶点坐标是_____;
- (2)判断点 A 是否在抛物线 E 上;
- (3)求 n 的值.

【发现】

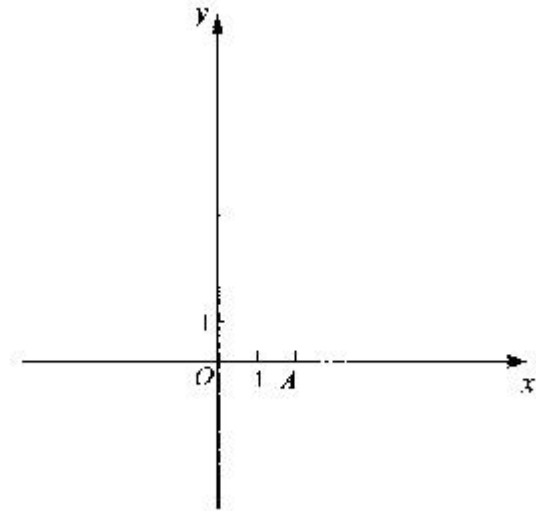
通过(2)和(3)的演算可知, 对于 t 取任何不为零的实数, 抛物线 E 总过定点, 这个定点的坐标是_____.

【应用 1】

二次函数 $y = -3x^2 + 5x + 2$ 是二次函数 $y = x^2 - 3x + 2$ 和一次函数 $y = -2x + 4$ 的一个“再生二次函数”吗? 如果是, 求出 t 的值; 如果不是, 说明理由.

【应用 2】

以 AB 为一边作矩形 $ABCD$, 使得其中一个顶点落在 y 轴上, 若抛物线 E 经过点 A 、 B 、 C 、 D 中的三点, 求出所有符合条件的 t 的值.



28. (本题满分 11 分)

等边 $\triangle ABC$ 的边长为 2, P 是 BC 边上的任一点(与 B 、 C 不重合), 连接 AP , 以 AP 为边向两侧作等边 $\triangle APD$ 和等边 $\triangle APE$, 分别与边 AB 、 AC 交于点 M 、 N (如图 1).

- (1)求证: $AM = AN$;
- (2)设 $BP = x$.
 - ①若 $BM = \frac{3}{8}$, 求 x 的值;
 - ②求四边形 $ADPE$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积 S 与 x 之间的函数关系式以及 S 的最小值;
 - ③连接 DE 分别与边 AB 、 AC 交于点 G 、 H (如图 2). 当 x 为何值时, $\angle BAD = 15^\circ$? 此时, 以 DG 、 GH 、 HE 这三条线段为边构成的三角形是什么特殊三角形, 请说明理由.

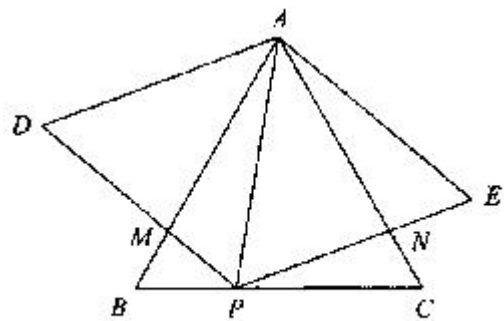


图 1

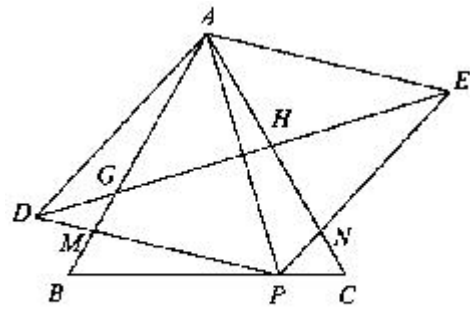


图 2

2012 年江苏省镇江市中考数学试卷

(本试卷满分 120 分，考试时间 120 分钟)

一、填空题(本大题共有 12 小题，每小题 2 分，共 24 分)

1. (2012 江苏镇江 2 分) $\frac{1}{2}$ 的倒数是_____▲_____。

【答案】2。

【考点】倒数。

【分析】根据两个数乘积是 1 的数互为倒数的定义，因此求一个数的倒数即用 1 除以这个数。所以 $\frac{1}{2}$ 的倒数为 $1 \div \frac{1}{2} = 2$ 。

2. (2012 江苏镇江 2 分) 计算： $(-2) \times 3 =$ _____▲_____。

【答案】-6。

【考点】有理数的计算。

【分析】根据有理数的计算法则直接计算得出结果： $(-2) \times 3 = -6$ 。

3. (2012 江苏镇江 2 分) 化简： $3a - 5a =$ _____▲_____。

【答案】-2a。

【考点】整式的加减法。

【分析】根据整式加减法法则直接计算得出结果： $3a - 5a = -2a$ 。

4. (2012 江苏镇江 2 分) 若 $x^2 = 9$ ，则 $x =$ _____▲_____。

【答案】±3。

【考点】平方根。

【分析】根据平方根的定义，求数 a 的平方根，也就是求一个数 x，使得 $x^2 = a$ ，则 x 就是 a 的一个平方根：

$$\because (\pm 3)^2 = 9, \therefore x = \pm 3.$$

5. (2012 江苏镇江

2 分) 化简： $(m+1)^2 - m^2 =$ _____▲_____。

【答案】2m+1。

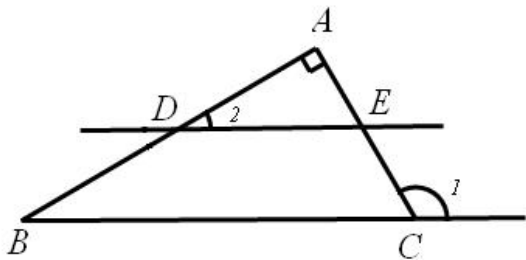
【考点】乘法公式。

【分析】根据平方差公式或完全平方公式直接计算：

$$\text{应用平方差公式：} (m+1)^2 - m^2 = (m+1+m)(m+1-m) = 2m+1;$$

$$\text{或应用完全平方公式：} (m+1)^2 - m^2 = m^2 + 2m + 1 - m^2 = 2m + 1.$$

6. (2012 江苏镇江 2 分) 如图， $\angle 1$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的一个外角，直线 $DE \parallel BC$ ，分别交边 AB 、 AC 于点 D 、 E ， $\angle 1 = 120^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是_____▲_____。



【答案】 30° 。

【考点】 平行线的性质，三角形内角定理。

【分析】 $\because DE \parallel BC$ (已知), $\therefore \angle 2 = \angle B$ (两直线平行, 同位角相等)。

又 $\because \angle 1 = \angle A + \angle B$ (三角形的一个外角等于和它不相邻的两内角之和),

$\therefore \angle 1 = \angle A + \angle 2$ (等量代换)。

又 $\because \angle 1 = 120^{\circ}$ (已知), $\angle A = 90^{\circ}$ (直角的定义),

$\therefore 120^{\circ} = 90^{\circ} + \angle 2$ (等量代换)。 $\therefore \angle 2 = 120^{\circ} - 90^{\circ} = 30^{\circ}$ (移项, 合并)。

7. **(2012 江苏镇江 2 分)** 若圆锥的底面半径为 3, 母线长为 6, 则圆锥的侧面积等于 ▲ 。

【答案】 18π 。

【考点】 圆锥的计算。

【分析】 直接根据圆锥的侧面积公式化计算:

$\because$ 圆锥的底面半径为 3, $\therefore$ 圆锥的底面周长为 6π 。

又 $\because$ 母线长为 6, $\therefore$ 圆锥的侧面积为 $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\pi = 18\pi$ 。

8. **(2012 江苏镇江 2 分)** 有一组数据: 6, 3, 4, x, 7, 它们的平均数是 10, 则这组数据的中位数是 ▲ 。

【答案】 6。

【考点】 平均数, 中位数。

【分析】 根据平均数和中位数的计算方法作答:

$\because$ 数据: 6, 3, 4, x, 7 的平均数是 10, $\therefore \frac{1}{5}(6+3+4+x+7)=10$, 解得 $x=30$ 。

$\therefore$ 这组数据从小到大重新排列为: 3, 4, 6, 7, 30。

$\therefore$ 这组数据的中位数是位于第 3 位的 6。

9. **(2012 江苏镇江 2 分)** 写出一个你喜欢的实数 k 的值 ▲ , 使得反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象在第一象限内, y 随 x 的增大而增大。

【答案】 1 (答案不唯一)。

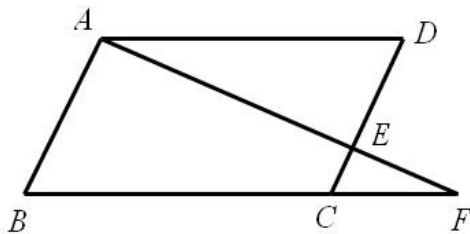
【考点】 反比例函数的性质。

【分析】 根据反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的性质: 当 $m > 0$ 时函数图象的每一支上, y 随 x 的增大而减小; 当 $m < 0$ 时, 函数图象的每一支上, y 随 x 的增大而增大。因此,

若反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象在第一象限内, y 随 x 的增大而增大, 则 $k-2 < 0$, 即 $k < 2$ 。

$\therefore$ 只要取 $k < 2$ 的任一实数即可, 如 $k=1$ (答案不唯一)。

10. (2012江苏镇江 2 分) 如图, E 是平行四边形 ABCD 的边 CD 上一点, 连接 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F, 且 $AD=4$, $\frac{CE}{AB}=\frac{1}{3}$, 则 CF 的长为_____▲_____。



【答案】 2。

【考点】 平行四边形的性质，相似三角形的判定和性质的。

【分析】 $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形, $\therefore AB\parallel DC$, $BC=AD=4$ 。

$$\therefore \triangle CEF\sim \triangle ABF. \therefore \frac{CE}{AB}=\frac{CF}{BF}.$$

$$\text{又}\because \frac{CE}{AB}=\frac{1}{3}, BF=BC+CF=4+ CF, \therefore \frac{CF}{4+CF}=\frac{1}{3}, \text{解得 } CF=2.$$

11. (2012 江苏镇江 2 分) 若 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{7}{m+n}$, 则 $\frac{n}{m}+\frac{m}{n}$ 的值为_____▲_____。

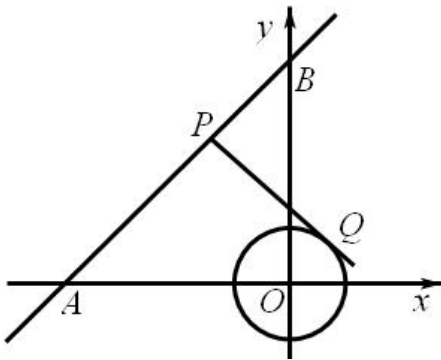
【答案】 5。

【考点】 求分式的值，完全平方公式的应用。

$$\text{【分析】 } \because \frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{7}{m+n} \Rightarrow \frac{m+n}{mn}=\frac{7}{m+n} \Rightarrow (m+n)^2=7mn \Rightarrow m^2+2mn+n^2=7mn \Rightarrow m^2+n^2=5mn,$$

$$\therefore \frac{n}{m}+\frac{m}{n}=\frac{n^2+m^2}{mn}=\frac{5mn}{mn}=5.$$

12. (2012 江苏镇江 2 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 AB 过点 A (−4, 0), B (0, 4), $\odot O$ 的半径为 1 (O 为坐标原点), 点 P 在直线 AB 上, 过点 P 作 $\odot O$ 的一条切线 PQ, Q 为切点, 则切线长 PQ 的最小值为_____▲_____。



【答案】 $\sqrt{7}$ 。

【考点】坐标和图形，切线的性质，矩形的判定和性质，垂直线段的性质，三角形边角关系，等腰直角三角形的判定和性质，勾股定理。

【分析】如图，过点 O 作 $OP_1 \perp AB$ ，过点 P_1 作 $\odot O$ 的切线交 $\odot O$ 于点 Q_1 ，连接 OQ ， OQ_1 。

当 $PQ \perp AB$ 时，易得四边形 P_1PQO 是矩形，即 $PQ = P_1O$ 。

$\because P_1Q_1$ 是 $\odot O$ 的切线， $\therefore \angle OQ_1P_1 = 90^\circ$ 。

$\therefore$ 在 $Rt\triangle OP_1Q_1$ 中， $P_1Q_1 < P_1O$ ， $\therefore P_1Q_1$ 即是切线长 PQ 的最小值。

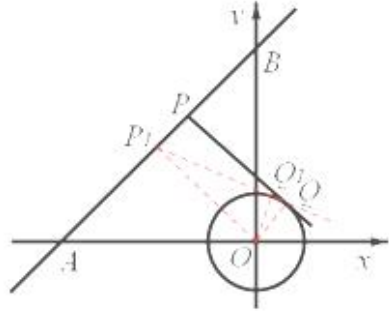
$\because A(-4, 0)$ ， $B(0, 4)$ ， $\therefore OA = OB = 4$ 。

$\therefore \triangle OAB$ 是等腰直角三角形。 $\therefore \triangle AOP_1$ 是等腰直角三角形。

根据勾股定理，得 $OP_1 = 2\sqrt{2}$ 。

$\because \odot O$ 的半径为 1， $\therefore OQ_1 = 1$ 。

根据勾股定理，得 $P_1Q_1 = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 1^2} = \sqrt{7}$ 。



二、选择题

(本大题共有 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

13. (2012 江苏镇江 3 分) 若式子 $\sqrt{3x-4}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是【 】

- A. $x \geq \frac{4}{3}$ B. $x > \frac{4}{3}$ C. $x \geq \frac{3}{4}$ D. $x > \frac{3}{4}$

【答案】A。

【考点】二次根式有意义的条件。

【分析】根据二次根式被开方数必须是非负数的条件，要使 $\sqrt{3x-4}$ 在实数范围内有意义，必须 $3x-4 \geq 0$ ，即 $x \geq \frac{4}{3}$ 。故选 A。

14. (2012 江苏镇江 3 分) 下列运算正确的是【 】

- A. $x^2 \cdot x^4 = x^8$ B. $3x+2y=6xy$ C. $(-x^3)^2 = x^6$ D. $y^3 \div y^3 = y$

【答案】C。

【考点】同底幂乘法，合并同类项，幂的乘方和积的乘方，同底幂除法。

【分析】根据同底幂乘法，合并同类项，幂的乘方和积的乘方，同底幂除法运算法则逐一计算作出判断：

A. $x^2 \cdot x^4 = x^{2+4} = x^6$ ，故本选项错误；B. $3x$ 和 $2y$ 不是同类项，不可以合并，故本选项错误；

C. $(-x^3)^2 = (-1)^2 \cdot x^{3 \times 2} = x^6$ ，故本选项正确；D. $y^3 \div y^3 = 1$ ，故本选项错误。故选 C。

15. (2012 江苏镇江 3 分) 二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=8 \\ 2x-y=0 \end{cases}$ 的解是【 】

- A. $\begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$

【答案】B。

【考点】解二元一次方程组。

【分析】 $\begin{cases} 2x+y=8 \text{ ①} \\ 2x-y=0 \text{ ②} \end{cases} \xrightarrow{\text{①}+\text{②}} 4x=8 \xrightarrow{\text{两边除以4}} x=2 \xrightarrow{\text{代入①}} y=4 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 。故选 B。

16. (2012 江苏镇江 3 分) 关于 x 的二次函数 $y=(x+1)(x-m)$ ，其图象的对称轴在 y 轴的右侧，则实数 m 的取值范围是
- 【 】
- A. $m<-1$ B. $-1<m<0$ C. $0<m<1$ D. $m>1$

【答案】 D。

【考点】 二次函数的性质。

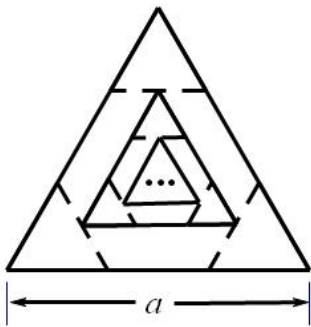
【分析】 $\because y=(x+1)(x-m)=x^2+(1-m)x-m$ ，

$\therefore$ 它的对称轴为 $x=-\frac{1-m}{2\cdot 1}=\frac{m-1}{2}$ 。

又 $\because$ 对称轴在 y 轴的右侧，

$\therefore \frac{m-1}{2}>0 \Rightarrow m>1$ 。故选 D。

17. (2012 江苏镇江 3 分) 边长为 a 的等边三角形，记为第 1 个等边三角形。取其各边的三等分点，顺次连接得到一个正六边形，记为第 1 个正六边形。取这个正六边形不相邻的三边中点顺次连接，又得到一个等边三角形，记为第 2 个等边三角形。取其各边的三等分点，顺次连接又得到一个正六边形，记为第 2 个正六边形（如图）…，按此方式依次操作。则第 6 个正六边形的边长是 【 】



A. $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^5a$ B. $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^5a$ C. $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^6a$ D. $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^6a$

【答案】 A。

【考点】 分类归纳（图形的变化类），等边三角形和判定和性质，三角形中位线定理。

【分析】 如图，双向延长 EF 分别交 AB 、 AC 于点 G 、 H 。

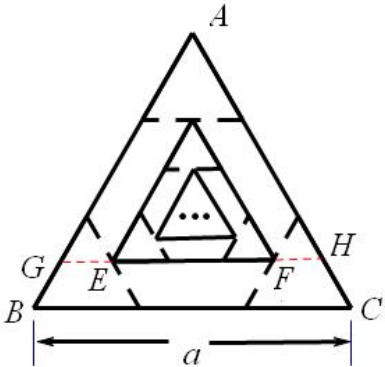
根据三角形中位线定理，得 $GE=FH=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}a=\frac{1}{6}a$ ， $GB=CH=\frac{1}{6}a$ 。

$\therefore AG=AH=\frac{5}{6}a$ 。

又 $\because \triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $\therefore \triangle AGH$ 是等边三角形。

$\therefore GH=AG=AH=\frac{5}{6}a$ 。 $EF=GH-GE-FH=\frac{5}{6}a-\frac{1}{6}a-\frac{1}{6}a=\frac{1}{2}a$ 。

$\therefore$ 第 2 个等边三角形的边长为 $\frac{1}{2}a$ 。



同理，第 3 个等边三角形的边长为 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 a$ ，第 4 个等边三角形的边长为 $\left(\frac{1}{2}\right)^3 a$ ，第 5 个等边三角形的边长为

$\left(\frac{1}{2}\right)^4 a$ ，第 6 个等边三角形的边长为 $\left(\frac{1}{2}\right)^5 a$ 。

又 $\therefore$ 相应正六边形的边长是等边三角形的边长的 $\frac{1}{3}$ ，

$\therefore$ 第 6 个正六边形的边长是 $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 a$ 。故选 A。

二、解答题(本大题共有 11 小题, , 共 81 分)

18. (2012 江苏镇江 8 分) (1) (2012 江苏镇江 4 分) 计算: $\sqrt{8}-4\sin 45^{\circ}+(-2012)^0$;

【答案】解: 原式= $2\sqrt{2}-4\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+1=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+1=1$ 。

【考点】实数的运算，二次根式化简，特殊角的三角函数值，零指数幂。

【分析】针对二次根式化简，特殊角的三角函数值，零指数幂 3 个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果。

(2) (2012 江苏镇江 4 分) 化简: $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}\div(x+1)$ 。

【答案】解: 原式= $\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2}\cdot\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x-1}$ 。

【考点】分式运算法则。

【分析】将第一个分式的分子分母因式分解，将除法转换成乘法，约分化简即可。

19. (2012 江苏镇江 10 分) (1) (2012 江苏镇江 5 分) 解方程: $\frac{1}{x-2}+1=\frac{x+1}{2x-4}$;

【答案】解: 去分母, 得 $2+2x-4=x+1$,

移项, 得 $2x-x=1-2+4$,

合并同类项, 得 $x=3$ 。

经检验, $x=3$ 是原方程的解。

$\therefore$ 原方程的解为 $x=3$ 。

【考点】解分式方程。

【分析】首先去掉分母, 观察可得最简公分母是 $2(x-2)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解, 然后解一元一次方程, 最后检验即可求解。

(2) (2012 江苏镇江 5 分) 解不等式组: $\begin{cases} 2x-1>1 \\ \frac{5x+1}{2}\leq x+5 \end{cases}$ 。

【答案】解: $\begin{cases} 2x-1>1 \text{ ①} \\ \frac{5x+1}{2}\leq x+5 \text{ ②} \end{cases}$

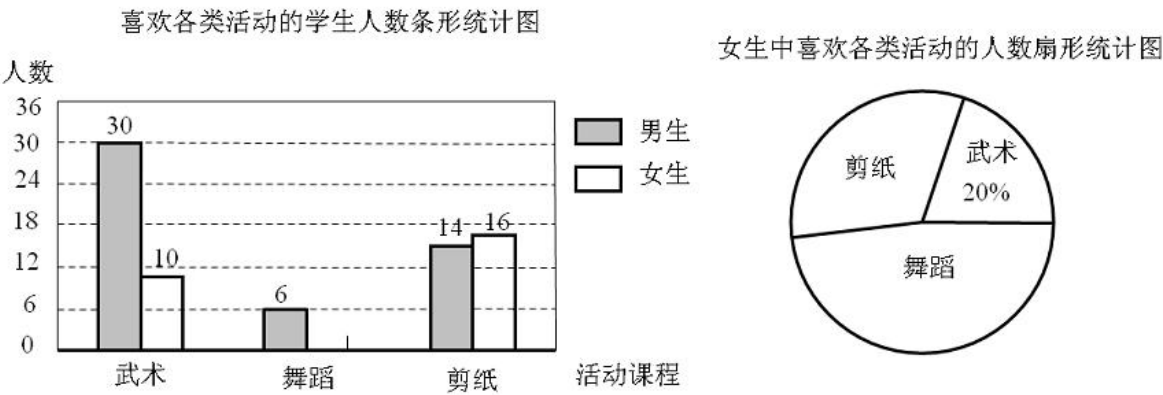
解①得, $x>1$, 解②得, $x\leq 3$ 。

∴ 原不等式组的解为 $1 < x \leq 3$ 。

【考点】解一元一次不等式组。

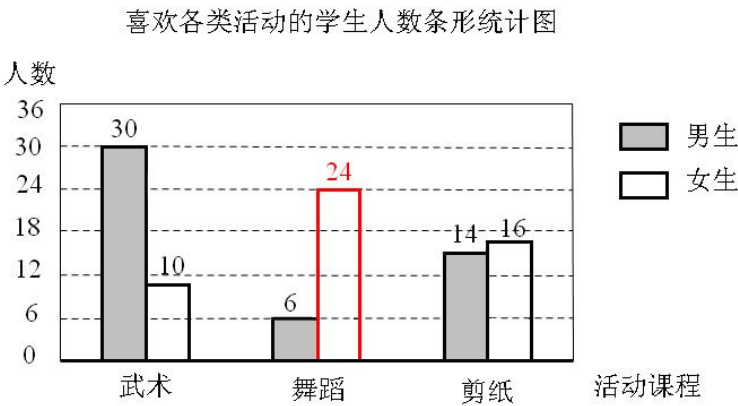
【分析】解一元一次不等式组，先求出不等式组中每一个不等式的解集，再利用口诀求出这些解集的公共部分：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小解不了（无解）。

20. **（2012 江苏镇江 5 分）**某校为了开设武术、舞蹈、剪纸等三项活动课程以提升学生的艺术素养，随机抽取了部分学生对这三项活动的兴趣情况进行了调查（每人从中只能选一），并将调查结果绘制成如下两幅统计图，请你结合图中信息解答问题。



- (1) 将条形统计图补充完整；
- (2) 本次抽样调查的样本容量是 100；
- (3) 已知该校有 1200 名学生，请你根据样本估计全校学生中喜欢剪纸的有多少人？

【答案】解：(1) ∵ 从条形统计图和扇形统计图可知，抽取的女生中喜欢武术的有 10 人，占 20%，
∴ 抽取的女生总数为 $10 \div 20\% = 50$ （人）。
∴ 抽取的女生中喜欢舞蹈的有 $50 - 10 - 16 = 24$ （人）。
据此补充条形统计图如下：



- (2) 100。
- (3) ∵ 抽取的学生中喜欢剪纸的有 $14 + 16 = 30$ （人），占 $30 \div 100 = 30\%$ ，
∴ 估计该校 1200 名学生中喜欢剪纸的有 $1200 \times 30\% = 360$ （人）。

【考点】扇形统计图，条形统计图，频数、频率和总量的关系，用样本估计总体。

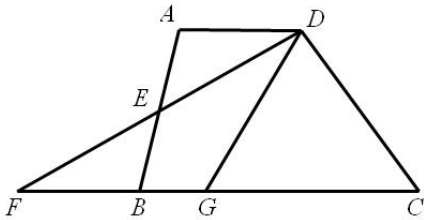
【分析】(1) 由抽取的女生中喜欢武术的人数和百分比求出总人数，从而得到抽取的女生中喜欢舞蹈的人数，据此将条形统计图补充完整。

- (2) 本次抽样调查的样本容量是： $30 + 10 + 6 + 24 + 14 + 16 = 100$ 。
- (3) 求出抽取的学生中喜欢剪纸的点抽取的学生数的百分比，即可用样本估计总体的方法估计全校学生中喜欢

剪纸的人数。

21. (2012 江苏镇江 6 分) 如图，在四边形 ABCD 中，AD//BC，E 是 AB 的中点，连接 DE 并延长交 CB 的延长线于点 F，点 G 在 BC 边上，且 $\angle GDF = \angle ADF$ 。

- (1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle BFE$;
- (2) 连接 EG，判断 EG 与 DF 的位置关系，并说明理由。

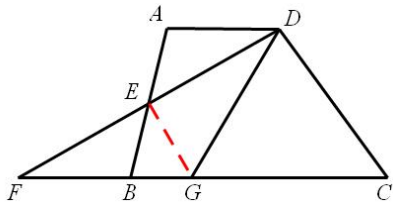


【答案】解：(1) 证明： $\because AD \parallel BC, \therefore \angle ADE = \angle BFE$ (两直线平行，内错角相等)。
 $\because E$ 是 AB 的中点， $\therefore AE = BE$ 。

又 $\because \angle AED = \angle BEF, \therefore \triangle ADE \cong \triangle BFE$ (AAS)。

(2) EG 与 DF 的位置关系是 $EG \perp DF$ 。理由如下：

$\because \angle ADE = \angle BFE, \angle GDF = \angle ADF,$
 $\therefore \angle GDF = \angle BFE$ (等量代换)。 $\therefore GD = GF$ (等角对等边)。
又 $\because \triangle ADE \cong \triangle BFE, \therefore DE = EF$ (全等三角形对应边相等)。
 $\therefore EG \perp DF$ (等腰三角形三线合一)。



【考点】平行的性质，全等三角形的判定和性质，等腰三角形的判定和性质。

【分析】(1) 由已知，应用 AAS 即可证明 $\triangle ADE \cong \triangle BFE$ 。

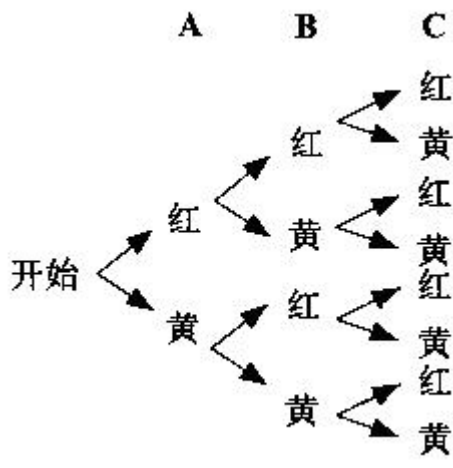
(2) 由 $\angle ADE = \angle BFE, \angle GDF = \angle ADF$ 可得 $\angle GDF = \angle BFE$ ，从而根据等角对等边得 $GD = GF$ ；由 (1) $\triangle ADE \cong \triangle BFE$ 可得 $DE = EF$ 。根据等腰三角形三线合一的性质可得 $EG \perp DF$ 。

22. (2012 江苏镇江 6 分) 学校举办“大爱镇江”征文活动，小明设计了一个以三座山为背景的图标 (如图)，现用红、黄两种颜色对图标中的 A、B、C 三块三角形区域分别涂色，一块区域只涂一种颜色。

- (1) 请用树状图列出所有涂色的可能结果；
- (2) 求这三块三角形区域中所涂颜色是“两块黄色一块红色”的概率。



【答案】解：(1) 画树状图如下：



(2) 从树状图可得，有涂色的可能结果有 8 种，所涂颜色是“两块黄色一块红色”的结果有 3 种，
 $\therefore$ 所涂颜色是 “两块黄色一块红色”的概率是 $\frac{3}{8}$ 。

【考点】 树状图法， 概率。

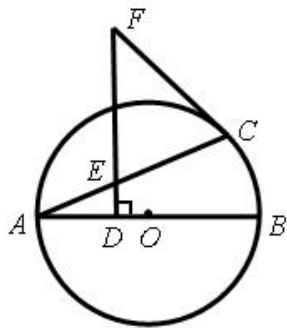
【分析】 (1) 根据条件， 画出树状图。

(2) 根据概率的求法， 找准两点： ①全部等可能情况的总数； ②符合条件的情況数目； 二者的比值就是其发生的概率。

23. **(2012 江苏镇江 6 分)** 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $DF \perp AB$ 于点 D， 交弦 AC 于点 E， $FC=FE$ 。

(1) 求证： FC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 5， $\cos \angle FCE = \frac{2}{5}$ ， 求弦 AC 的长。



【答案】 解： (1) 连接 OC，

$\because FC=FE$ ， $\therefore \angle FCE=\angle FEC$ (等边对等角)。

$\because OA=OC$ ， $\therefore \angle OAC=\angle OCA$ (等边对等角)。

又 $\because \angle FEC=\angle AED$ (对顶角相等)，

$\therefore \angle FCE=\angle AED$ (等量代换)。

又 $\because DF \perp AB$ ， $\therefore \angle OAC + \angle AED=90^\circ$ (直角三角形两锐角互余)。

$\therefore \angle OCA + \angle FCE=90^\circ$ (等量代换)， 即 $\angle OCF=90^\circ$ 。

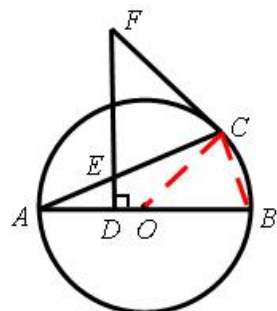
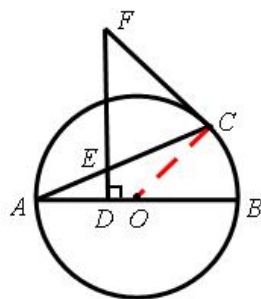
$\therefore OC \perp CF$ (垂直定义)。

又 $\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径， $\therefore FC$ 是 $\odot O$ 的切线 (切线的定义)。

(2) 连接 BC。

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， $\therefore \angle ACB=90^\circ$ (直径所对圆周角是直角)。

$\because OB=OC$ 。 $\therefore \angle OBC=\angle OCB$ (等边对等角)。



$$\begin{aligned} \therefore \angle OCB &= \angle ACB - \angle ACO = 90^\circ - \angle ACO = \angle OCF - \angle ACO \\ &= \angle FCE, \\ \therefore \angle OBC &= \angle FCE. \end{aligned}$$

$$\text{又} \because \cos \angle FCE = \frac{2}{5}, \therefore \cos \angle OBC = \frac{2}{5}.$$

$$\text{又} \because \odot O \text{ 的半径为 } 5, \therefore AB = 10.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } BC = AB \cdot \cos \angle OBC = 10 \cdot \frac{2}{5} = 4$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}.$$

【考点】等腰三角形的性质，对顶角的性质，直角三角形两锐角的关系，切线的判定，圆周角定理，锐角三角函数定义，勾股定理。

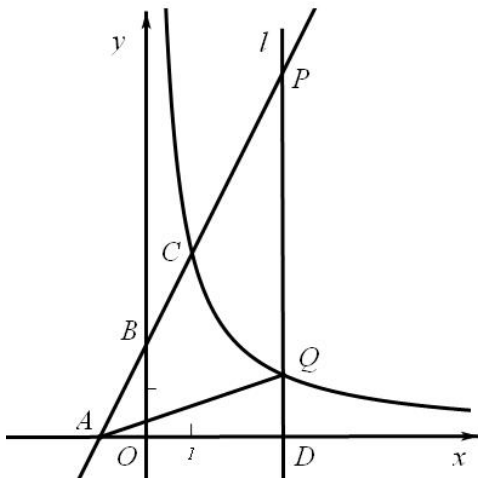
【分析】(1) 要证 FC 是 $\odot O$ 的切线，只要 FC 垂直于过 C 点的半径，所以作辅助线 OC。由已知条件，根据等腰三角形的等边对等角性质，直角三角形两锐角互余的关系，经过等量代换即可得到。

(2) 构造直角三角形 ABC，由等量代换得到 $\angle OBC = \angle FCE$ ，从而得到 $\cos \angle OBC = \frac{2}{5}$ ，应用锐角三角函数知识和勾股定理即可求得弦 AC 的长。

24. **(2012 江苏镇江 6 分)** 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = 2x + n$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，与双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 在第一象限交于点 C (1, m)。

(1) 求 m 和 n 的值；

(2) 过 x 轴上的点 D (3, 0) 作平行于 y 轴的直线 l，分别与直线 AB 和双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 线交于点 P、Q，求 $\triangle APQ$ 的面积。



【答案】解：(1) $\because$ 点 C (1, m) 在双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 上， $\therefore m = \frac{4}{1} = 4$ 。

将点 C (1, 4) 代入 $y = 2x + n$ ，得 $4 = 2 + n$ ，解得 $n = 2$ 。

(2) 在 $y = 2x + 2$ 中，令 $y = 0$ ，得 $x = -1$ ， $\therefore A (-1, 0)$ 。

将 $x = 3$ 分别代入 $y = 2x + 2$ 和 $y = \frac{4}{x}$ ，得 P (3, 8)。Q (3, $\frac{4}{3}$)。

$$\therefore AD = 3 - (-1) = 4, PQ = 8 - \frac{4}{3} = \frac{20}{3}.$$

$$\therefore \triangle APQ \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \cdot PQ \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{3} \cdot 4 = \frac{40}{3}.$$

【考点】反比例函数和一次函数交点问题，曲线上点的坐标与方程的关系。

【分析】(1) 由已知条件，根据点在曲线上点的坐标满足方程的关系，先将点 C 的坐标代入 $y=\frac{4}{x}$ ，求出 m 的值，再将 C (1, 4) 代入 $y=2x+n$ 即可求出 n 的值。

(2) 求出点 A、P、Q 的坐标即可得到 $\triangle APQ$ 的边 PQ 和 PQ 上的高 AD 的长，即可求得 $\triangle APQ$ 的面积。

25. **(2012 江苏镇江 6 分)** 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为 (0, 2)，直线 OP 经过原点，且位于一、三象限， $\angle AOP=45^\circ$ (如图 1)。设点 A 关于直线 OP 的对称点为 B。

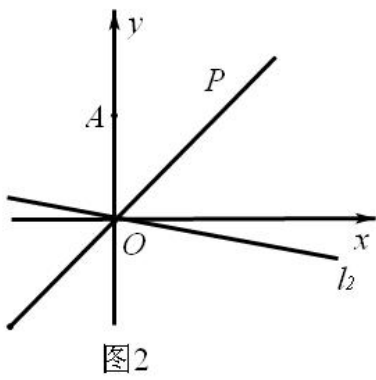
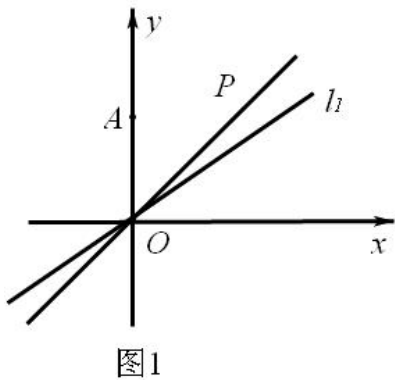
(1) 写出点 B 的坐标 **▲** ；

(2) 过原点 O 的直线 l 从直线 OP 的位置开始，绕原点 O 顺时针旋转。

①当直线 l 顺时针旋转 10° 到直线 l_1 的位置时 (如图 1)，点 A 关于直线 l_1 的对称点为 C，则 $\angle BOC$ 的度数是 **▲**，线段 OC 的长为 **▲**；

②当直线 l 顺时针旋转 55° 到直线 l_2 的位置时 (如图 2)，点 A 关于直线 l_2 的对称点为 D，则 $\angle BOD$ 的度数是 **▲**；

③直线 l 顺时针旋转 n° ($0 < n \leq 90^\circ$)，在这个运动过程中，点 A 关于直线 l 的对称点所经过的路径长为 **▲** (用含 n 的代数式表示)。



【答案】解: (1) (2, 0)。

(2) ① 20° , 2; ② 110° ; ③ $\frac{n\pi}{45}$ 。

【考点】旋转的性质，轴对称的性质，线段垂直平分线的性质，圆周角定理，扇形弧长公式。

【分析】(1) 如图 1， $\because \angle AOP=45^\circ$ ，点 A 在 y 轴上， $\therefore$ 点 A 关于直线 OP 的对称点 B 在 x 轴上。

$\therefore$ 根据轴对称和线段垂直平分线上的点到线段两端距离相等的性质可知 B (2, 0)。

(2) ①如图 1，根据轴对称和线段垂直平分线上的点到线段两端距离相等的性质可知 $OC=OA=2$ ，

$\therefore$ 点 A、B、C 在以点 O 为圆心，OA=2 为半径的圆上。

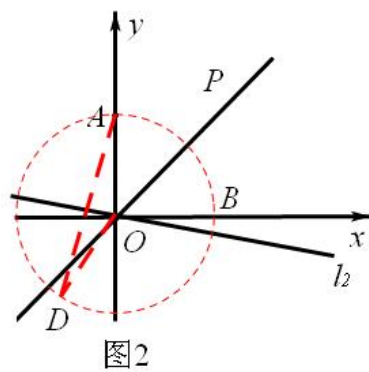
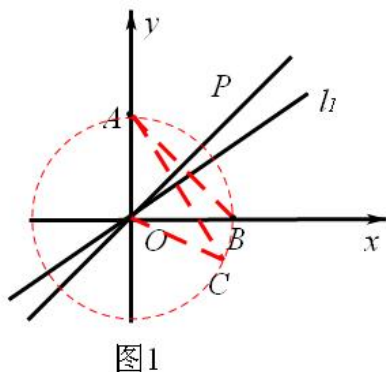
$\because \angle BAC=10^\circ$ (可由两直角三角形得到)，

$\therefore$ 根据同弧所对圆周角是圆心角一半的性质，得 $\angle BOC=2\angle BAC=20^\circ$ 。

② $\because \angle DAO=\angle Bal_2=55^\circ-45^\circ=10^\circ$ ， $\therefore \angle BOC=90^\circ+2\angle DAO=90^\circ+20^\circ=110^\circ$ 。

③由上知，直线 l 顺时针旋转 n° ($0 < n \leq 90^\circ$) 的运动过程中，点 A 关于直线 l 的对称点所经过的路径长为：以点 O 为圆心，OA=2 为半径， $2n^\circ$ 为圆心角的圆弧。

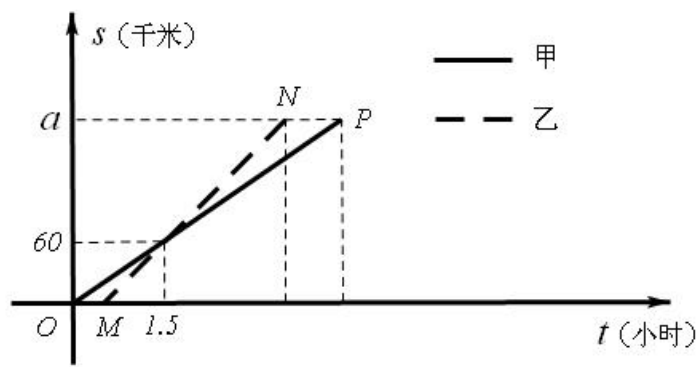
$$\therefore \text{路径长为: } \frac{2n \cdot \pi \cdot 2}{180} = \frac{n\pi}{45}。$$



26. (2012 江苏镇江 8 分) 甲、乙两车从 A 地将一批物品匀速运往 B 地，甲出发 0.5 小时后乙开始出发，结果比甲早 1 小时到达 B 地。如图，线段 OP、MN 分别表示甲、乙两车离 A 地的距离 s (千米) 与时间 t (小时) 的关系，a 表示 A、B 两地间的距离。请结合图象中的信息解决如下问题：

(1) 分别计算甲、乙两车的速度及 a 的值；

(2) 乙车到达 B 地后以原速度立即返回，请问甲车到达 B 地后以多大的速度立即匀速返回，才能与乙车同时回到 A 地？并在图中画出甲、乙两车在返回过程中离地的距离 s (千米) 与时间 t (小时) 的函数图象。



【答案】解：(1) 由图知，甲车的速度为 $\frac{60}{1.5}=40$ (千米/小时)，乙车的速度为 $\frac{60}{1.5-0.5}=60$ (千米/小时)。

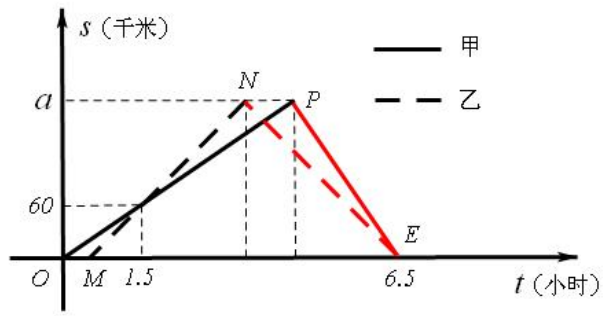
根据题意，得 $\frac{a}{60}=\frac{a}{40}-1-0.5$ ，解得 $a=180$ (千米)。

(2) 设甲车返回的速度为 x 千米/小时，则 $\frac{180}{60}-1=\frac{180}{x}$ ，解得 $x=90$ 。

经检验， $x=90$ 是方程的解并符合题意，

∴ 甲车到达 B 地后以 90 千米/小时的速度立即匀速返回，才能与乙车同时回到 A 地。

甲、乙两车在返回过程中离地的距离 s (千米) 与时间 t (小时) 的函数图象如图：



【考点】一次函数和方程的应用。

【分析】(1) 由图结合已知甲出发 0.5 小时后乙开始出发，可求出甲、乙两车的速度。根据时间列出方程求解即可得 a 的值 (也可用路程相等列出方程求解)。

应用函数求解如下：由题意知 M (0.5, 0)，

由点 O、P、M 的坐标用待定系数法求得线段 OP、MN 表示的函数关系式分别为：

$$s_{\text{甲}} = 40t, \quad s_{\text{乙}} = 60t - 30.$$

设 N (t, a), P (t+1, a)), 代入函数关系式, 得

$$\begin{cases} a = 40(t+1) \\ a = 60t - 30 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} t = 3.5 \\ a = 180 \end{cases}.$$

(2) 根据时间列出方程求解即可求解 (也可用路程相等列出方程 $\frac{180}{60} \cdot 2 + 0.5 = \frac{180}{40} + \frac{180}{x}$ 求解)。

应用函数求解如下：如图，线段 PE、NE 分别表示甲、乙两车在返回过程中离地的距离 s (千米) 与时间 t (小时) 的函数关系，点 E 的横坐标为 $\frac{180}{60} \cdot 2 + 0.5 = 6.5$ 。

若两车同时返回 A 地，则甲车返回时需用的时间为 $6.5 - \frac{180}{40} = 2$ (小时)。

∴ 甲车返回时的速度为 $180 \div 2 = 90$ (千米/小时)。

根据 E 点的坐标，连接 PE、NE 即可得甲、乙两车在返回过程中离地的距离 s (千米) 与时间 t (小时) 的函数图象。

27. (2012 江苏镇江 9 分) 对于二次函数 $y = x^2 - 3x + 2$ 和一次函数 $y = -2x + 4$ ，把 $y = t(x^2 - 3x + 2) + (1-t)(-2x + 4)$ 称为这两个函数的“再生二次函数”，其中 t 是不为零的实数，其图象记作抛物线 E。现有点 A (2, 0) 和抛物线 E 上的点 B (-1, n)，请完成下列任务：

【尝试】

(1) 当 t=2 时，抛物线 $y = t(x^2 - 3x + 2) + (1-t)(-2x + 4)$ 的顶点坐标为 ▲ 。

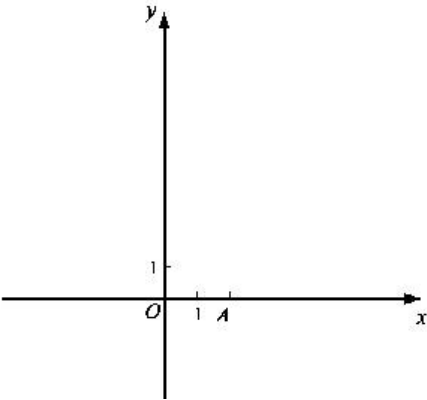
(2) 判断点 A 是否在抛物线 E 上；

(3) 求 n 的值。

【发现】通过 (2) 和 (3) 的演算可知，对于 t 取任何不为零的实数，抛物线 E 总过定点，坐标为 ▲ 。

【应用 1】二次函数 $y = -3x^2 + 5x + 2$ 是二次函数 $y = x^2 - 3x + 2$ 和一次函数 $y = -2x + 4$ 的一个“再生二次函数”吗？如果是，求出 t 的值；如果不是，说明理由；

【应用 2】以 AB 为边作矩形 ABCD，使得其中一个顶点落在 y 轴上，或抛物线 E 经过 A、B、C、D 其中的一点，求出所有符合条件的 t 的值。



【答案】解：【尝试】(1) (1, -2)。

(2) 点 A 在抛物线 E 上，理由如下：

将 $x=2$ 代入 $y=t(x^2-3x+2)+(1-t)(-2x+4)$ 得 $y=0$ 。

∴ 点 A 在抛物线 E 上。

(3) 将 $(-1, n)$ 代入 $y=t(x^2-3x+2)+(1-t)(-2x+4)$ 得

$$n=t(1+3+2)+(1-t)(2+4)=6。$$

【发现】A (2, 0) 和 B (-1, 6)。

【应用 1】不是。

∵ 将 $x=-1$ 代入 $y=-3x^2+5x+2$ ，得 $y=-6\neq 6$ ，

∴ 二次函数 $y=-3x^2+5x+2$ 的图象不经过点 B。

∴ 二次函数 $y=-3x^2+5x+2$ 不是二次函数 $y=x^2-3x+2$ 和一次函数 $y=-2x+4$ 的一个“再生二次函数”。

【应用 2】如图，作矩形 ABC_1D_1 和 ABC_2D_2 ，过点 B 作点 K，过点 D_1 作 $D_1G\perp x$ 轴于点 G，过点 C_2 作 $C_2H\perp y$ 轴于点 H，过 $BM\perp x$ 轴于点 M， C_2H 与 BM 相交于点 T。

易得 $AM=3$ ， $BM=6$ ， $BK=1$ ， $\triangle KBC_1\sim \triangle NBA$ ，

$$\text{则 } \frac{AM}{BM}=\frac{C_1K}{BK}，\text{ 即 } \frac{3}{6}=\frac{C_1K}{1}，\text{ 得 } C_1K=\frac{1}{2}。$$

$$\therefore C_1\left(0,\frac{13}{2}\right)。$$

$$\text{易得 } \triangle KBC_1\cong \triangle GAD_1，\text{ 得 } AG=1，GD_1=\frac{1}{2}。 \therefore D_1\left(3,\frac{1}{2}\right)。$$

$$\text{易得 } \triangle OAD_2\sim \triangle GAD_1，\text{ 则 } \frac{D_1G}{OD_2}=\frac{AG}{OA}，$$

$$\text{由 } AG=1，OA=2，GD_1=\frac{1}{2}\text{ 得 } \frac{\frac{1}{2}}{OD_2}=\frac{1}{2}，\text{ 得 } OD_2=1。 \therefore D_2\left(0,-1\right)。$$

$$\text{易得 } \triangle TBC_2\cong \triangle OD_2A，\text{ 得 } TC_2=AO=2，BT=OD_2=1。 \therefore C_2\left(-3,5\right)。$$

∵ 抛物线 E 总过定点 A、B，∴ 符合条件的三点只可能是 A、B、C 或 A、B、D。

$$\text{当抛物线经过 A、B、}C_1\text{ 时，将 }C_1\left(0,\frac{13}{2}\right)\text{ 代入 }y=t(x^2-3x+2)+(1-t)(-2x+4)\text{ 得 }t_1=-\frac{5}{4}；$$

$$\text{当抛物线经过 A、B、}D_1\text{ 时，将 }D_1\left(3,\frac{1}{2}\right)\text{ 代入 }y=t(x^2-3x+2)+(1-t)(-2x+4)\text{ 得 }t_2=\frac{5}{8}；$$

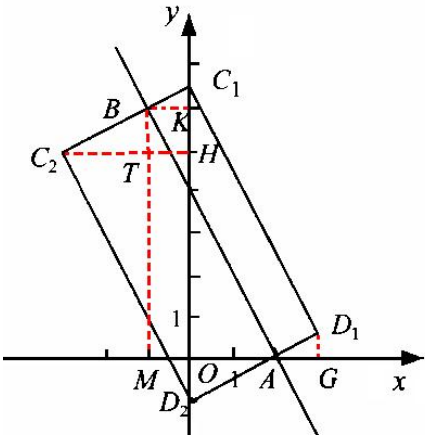
$$\text{当抛物线经过 A、B、}C_2\text{ 时，将 }C_2\left(-3,5\right)\text{ 代入 }y=t(x^2-3x+2)+(1-t)(-2x+4)\text{ 得 }t_1=-\frac{1}{2}；$$

$$\text{当抛物线经过 A、B、}D_2\text{ 时，将 }D_2\left(0,-1\right)\text{ 代入 }y=t(x^2-3x+2)+(1-t)(-2x+4)\text{ 得 }t_2=\frac{5}{2}。$$

$$\therefore \text{ 满足条件的所有 }t\text{ 值为 }-\frac{5}{4}，\frac{5}{8}，-\frac{1}{2}，\frac{5}{2}。$$

【考点】新定义，二次函数的性质，曲线上点的坐标与方程的关系，矩形的性质。

【分析】【尝试】(1) 当 $t=2$ 时，抛物线为 $y=2x^2-4x=2(x-1)^2-2$ ，∴ 抛物线的顶点坐标为 (1, -2)。



BK⊥y 轴于
点 B 作

(2) 根据点在曲线上，点的坐标满足方程的关系验证即可。

(3) 根据点在曲线上，点的坐标满足方程的关系，将 $(-1, n)$ 代入函数关系式 $y=t(x^2-3x+2)+(1-t)(-2x+4)$ 即可求得 n 的值。

【发现】由 (1) 可得。

【应用 1】根据点在曲线上，点的坐标满足方程的关系验证即可。

【应用 2】根据条件，作出矩形，求出各点坐标，根据新定义求出 t 的值。

28. (2012 江苏镇江 11 分) 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 2， P 是 BC 边上的任一点 (与 B 、 C 不重合)，连接 AP ，以 AP 为边向两侧作等边 $\triangle APD$ 和等边 $\triangle APE$ ，分别与边 AB 、 AC 交于点 M 、 N (如图 1)。

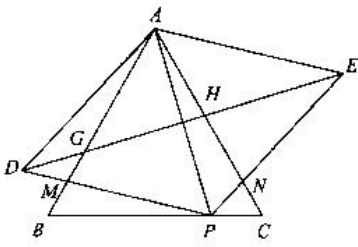
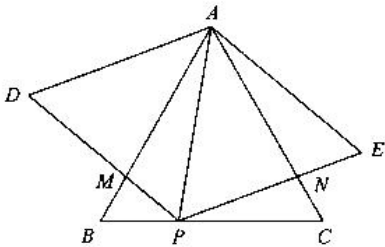
(1) 求证: $AM=AN$;

(2) 设 $BP=x$ 。

①若, $BM=\frac{3}{8}$, 求 x 的值;

②记四边形 $ADPE$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S , 求 S 与 x 之间的函数关系式以及 S 的最小值;

③连接 DE , 分别与边 AB 、 AC 交于点 G 、 H (如图 2), 当 x 取何值时, $\angle BAD=15^\circ$? 并判断此时以 DG 、 GH 、 HE 这三条线段为边构成的三角形是什么特殊三角形, 请说明理由。



【答案】解: (1) 证明: $\because \triangle ABC$ 、 $\triangle APD$ 和 $\triangle APE$ 都是等边三角形,
 $\therefore AD=AP$, $\angle DAP=\angle BAC=60^\circ$, $\angle ADM=\angle APN=60^\circ$. $\therefore \angle DAM=\angle PAN$.
 $\therefore \triangle ADM \cong \triangle APN$ (ASA), $\therefore AM=AN$.

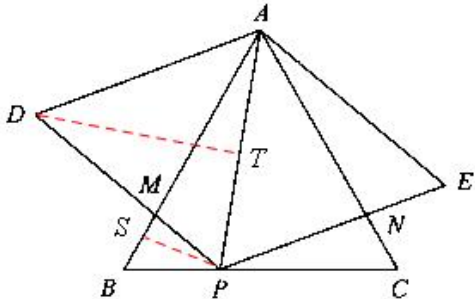
(2) ①易证 $\triangle BPM \sim \triangle CAP$, $\therefore \frac{BM}{CP} = \frac{BP}{CA}$,
 $\therefore BN=\frac{3}{8}$, $AC=2$, $CP=2-x$, $\therefore \frac{\frac{3}{8}}{2-x} = \frac{x}{2}$, 即 $4x^2-8x+3=0$.
解得 $x=\frac{1}{2}$ 或 $x=\frac{3}{2}$.

②四边形 $AMPN$ 的面积即为四边形 $ADPE$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积。

$\because \triangle ADM \cong \triangle APN$, $\therefore S_{\triangle ADM} = S_{\triangle APN}$.
 $\therefore S_{\text{四边形}AMPN} = S_{\triangle APM} + S_{\triangle ANP} = S_{\triangle APM} + S_{\triangle ADM} = S_{\triangle ADP}$.

如图, 过点 P 作 $PS \perp AB$ 于点 S , 过点 D 作 $DT \perp AP$ 于点 T , 则点 T 是 AP 的中点。

在 $\text{Rt}\triangle BPS$ 中, $\because \angle P=60^\circ$, $BP=x$,
 $\therefore PS=BP\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}x$, $BS=BP\cos 60^\circ = \frac{1}{2}x$.
 $\therefore AB=2$, $\therefore AS=AB-BP=2-\frac{1}{2}x$.



$$\therefore AP^2=AS^2+PS^2=\left(2-\frac{1}{2}x\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2=x^2-2x+4.$$

$$\therefore S_{\triangle ADP}=\frac{1}{2}\cdot AP\cdot DT=\frac{1}{2}\cdot AP\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}AP=\frac{\sqrt{3}}{4}AP^2.$$

$$\therefore S=S_{\text{四边形AMPN}}=S_{\triangle ADP}=\frac{\sqrt{3}}{4}AP^2=\frac{\sqrt{3}}{4}(x^2-2x+4)=\frac{\sqrt{3}}{4}(x-1)^2+\frac{3\sqrt{3}}{4}(0<x<2).$$

$$\therefore \text{当 } x=1 \text{ 时, } S \text{ 的最小值为 } \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

③连接 PG，设 DE 交 AP 于点 O。

若 $\angle BAD=15^\circ$,

$$\therefore \angle DAP=60^\circ, \therefore \angle PAG=45^\circ.$$

$\therefore \triangle APD$ 和 $\triangle APE$ 都是等边三角形,

$$\therefore AD=DP=AP=PE=EA.$$

$\therefore$ 四边形 ADPE 是菱形。

$\therefore DO$ 垂直平分 AP。

$$\therefore GP=AG. \therefore \angle APG=\angle PAG=45^\circ.$$

$$\therefore \angle PGA=90^\circ.$$

设 $BG=t$,

$$\text{在 Rt}\triangle BPG \text{ 中, } \angle B=60^\circ, \therefore BP=2t, PG=\sqrt{3}t. \therefore AG=PG=\sqrt{3}t.$$

$$\therefore \sqrt{3}t+t=2, \text{ 解得 } t=\sqrt{3}-1. \therefore BP=2t=2\sqrt{3}-2.$$

$$\therefore \text{当 } BP=2\sqrt{3}-2 \text{ 时, } \angle BAD=15^\circ.$$

猜想：以 DG、GH、HE 这三条线段为边构成的三角形是直角三角形。

$$\therefore \text{四边形 ADPE 是菱形, } \therefore AO \perp DE, \angle ADO=\angle AEH=30^\circ$$

$$\therefore \angle BAD=15^\circ, \therefore \text{易得 } \angle AGO=45^\circ, \angle HAO=15^\circ, \angle EAH=45^\circ.$$

$$\text{设 } AO=a, \text{ 则 } AD=AE=2a, OD=\sqrt{3}a. \therefore DG=DO-GO=(\sqrt{3}-1)a.$$

$$\text{又 } \therefore \angle BAD=15^\circ, \angle BAC=60^\circ, \angle ADO=30^\circ, \therefore \angle DHA=\angle DAH=75^\circ.$$

$$\therefore DH=AD=2a,$$

$$\therefore GH=DH-DG=2a-(\sqrt{3}-1)a=(3-\sqrt{3})a,$$

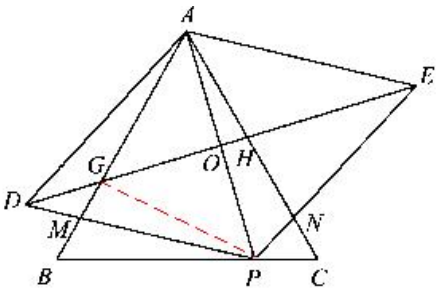
$$HE=2DO-DH=2\sqrt{3}a-2a=2(\sqrt{3}-1)a.$$

$$\therefore DG^2+GH^2=\left[(\sqrt{3}-1)a\right]^2+\left[(3-\sqrt{3})a\right]^2=(16-8\sqrt{3})a^2,$$

$$HE^2=\left[2(\sqrt{3}-1)a\right]^2=(16-8\sqrt{3})a^2,$$

$$\therefore DG^2+GH^2=HE^2.$$

$\therefore$ 以 DG、GH、HE 这三条线段为边构成的三角形是直角三角形。



【考点】 等边三角形的性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，解一元二次方程，锐角三角函数定

义，特殊角的三角函数值，二次函数的最值，菱形的判定和性质，勾股定理和逆定理。

【分析】 (1) 由 $\triangle ABC$ 、 $\triangle APD$ 和 $\triangle APE$ 都是等边三角形可得边角的相等关系，从而用 ASA 证明。

(2) ①由 $\triangle BPM \sim \triangle CAP$ ，根据对应边成比例得等式，解方程即可。

②应用全等三角形的判定和性质，锐角三角函数和勾股定理相关知识求得 $S_{\text{四边形AMPN}} = S_{\triangle ADP}$ ，

用 x 的代数式表示 S ，用二次函数的最值原理求出 S 的最小值。

③由 $\angle BAD = 15^\circ$ 得到四边形 ADPE 是菱形，应用相关知识求解。

求出 DG、GH、HE 的表达式，用勾股定理逆定理证明。