

2012 年中考数学试题 (江苏淮安卷)

(本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

一、选择题 (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1、 $\frac{1}{2}$ 的相反数是 【 】

- A、 $-\frac{1}{2}$ B、 $\frac{1}{2}$ C、 -2 D、 2

2、下列图形中, 中心对称图形是 【 】



A



B



C

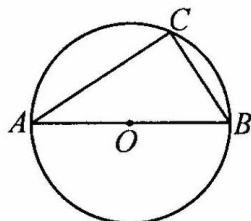


D

3、下列运算正确的是 【 】

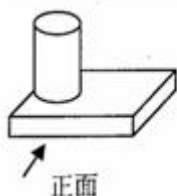
- A、 $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B、 $a^3 \div a^2 = a$ C、 $(a^3)^2 = a^9$ D、 $a^2 + a^3 = a^5$

4、如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为 【 】

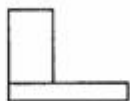


- A、 80° B、 60° C、 50° D、 40°

5、如图所示几何体的俯视图是 【 】



正面



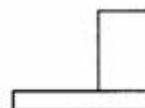
A



B

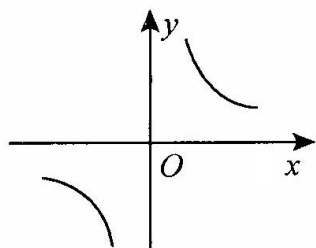


C



D

6、已知反比例函数 $y = \frac{m-1}{x}$ 的图象如图所示, 则实数 m 的取值范围是 【 】



- A、 $m > 1$ B、 $m > 0$ C、 $m < 1$ D、 $m < 0$

7、方程 $x^2 - 3x = 0$ 的解为 【 】 （原方程 2332）

- A、 $x = 0$ B、 $x = 3$ C、 $x_1 = 0, x_2 = -3$ D、 $x_1 = 0, x_2 = 3$

8、下列说法正确的是 【 】

- A、两名同学 5 次成绩的平均分相同，则方差较大的同学成绩更稳定。
 B、某班选出两名同学参加校演讲比赛，结果一定是一名男生和一名女生
 C、学校气象小组预报明天下雨的概率为 0.8，则明天下雨的可能性较大
 D、为了解我市学校“阳光体育”活动开展情况，必须采用普查的方法

二、填空题（本大题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。不需写出解答过程，请将答案直接写在答题卡相应位置上）

9、 $|-3| = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 。

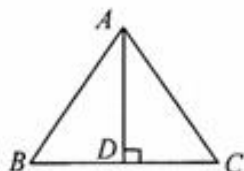
10、2011 年淮安市人均 GDP 约为 35200 元，35200 用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 。

11、数据 1、3、2、1、4 的中位数是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 。

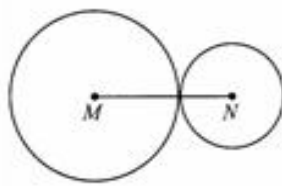
12、分解因式： $a^2 + 2a + 1 = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 。 （原方程 2332）

13、菱形 ABCD 中，若对角线长 $AC = 8\text{cm}$ ， $BD = 6\text{cm}$ ，则边长 $AB = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle \text{cm}$ 。

14、如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ，垂足为点 D，若 $\angle BAC = 70^\circ$ ，则 $\angle BAD = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle^\circ$ 。



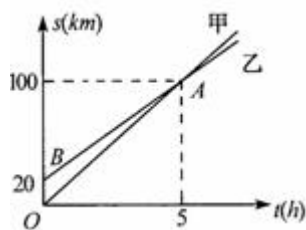
15、如图， $\odot M$ 与 $\odot N$ 外切， $MN = 10\text{cm}$ ，若 $\odot M$ 的半径为 6cm ， $\odot N$ 的半径为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle \text{cm}$ 。



16、若 $\sqrt{5}$ 的值在两个整数 a 与 $a+1$ 之间，则 $a=$ ▲ 。

17、若圆锥的底面半径为 2cm ，母线长为 5cm ，则此圆锥的侧面积为 ▲ cm^2 。

18、如图，射线 OA 、 BA 分别表示甲、乙两人骑自行车运动过程的一次函数的图象，图中 s 、 t 分别表示行驶距离和时间，则这两人骑自行车的速度相差 ▲ km/h 。



三、解答题（本大题共有 10 小题，共 96 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、推理过程或演算步骤）

19、计算

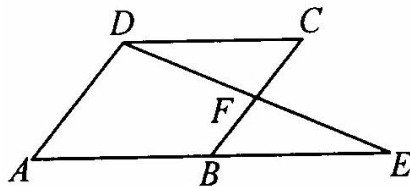
(1) 、计算 $2^2 - 2012^0 + (-6) \div 3$

(2) 、计算 $\frac{x^2 - 1}{x} \cdot \frac{x}{x + 1} + (3x + 1)$

20、解不等式组:
$$\begin{cases} x - 1 > 0 \\ 3(x + 2) < 5x \end{cases}$$

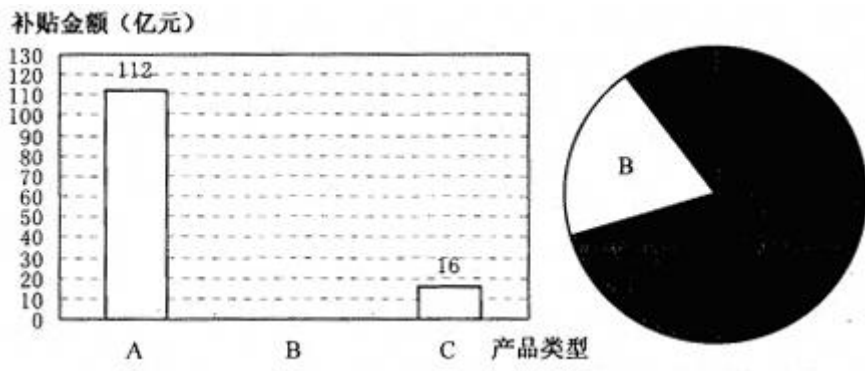
21、已知：如图在平行四边形 ABCD 中，延长 AB 到点 E，使 BE=AB，连接 DE 交 BC 于点 F。求证：

$\triangle BEF \cong \triangle CDF$



22、有一个鱼具包，包内装有 A、B 两支 鱼竿，长度分别为 3.6cm ,4.5cm，包内还有绑好鱼钩的 a_1, a_2, b 三根钓鱼线，长度分别为 3.6cm,3.6cm,4.5cm,若从包内随机取出一支鱼竿，再随机取出一根钓鱼线，则鱼竿和鱼线长度相同的概率是多少？

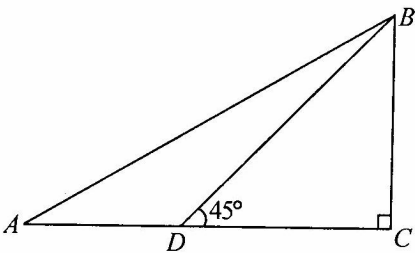
23、实施“节能产品惠民工程”一年半以来，国家通过发放补贴的形式支持推广高效节能空调，1.6 升及以下排量节能汽车，节能灯三类产品，其中推广节能汽车约 120 万辆，按每辆 3000 元标准给予一次性定额补贴， 小刚同学根据了解到的信息进行统计分析， 绘制出两幅不完整的统计图：



(注：图中 A 表示“高效节能空调”， B 表示“1.6 升及以下排量节能汽车”， C 表示“节能灯”)

- (1) 国家对上述三类产品共发放补贴金额_____亿元，“B”所在扇形的圆心角为_____°；
- (2) 补全条形统计图
- (3) 国家计划再拿出 98 亿元继续推广上述三类产品，请你预测， 可再推广节能汽车多少万辆？

24、如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，点 D 在 AC 上，已知 $\angle BDC = 45^\circ$ ， $BD = 10\sqrt{2}$ ， $AB = 20$ ，求 $\angle A$ 的度数。



25、某省公布的居民用电阶梯电价听证方案如下：

第一档电量	第二档电量	第三档电量
月用电量 210 度以下，每度价格 0.52 元	月用电量 210 至 350 度，每度比第一档提价 0.05 元	月用电量 350 度以上，每度电比第一档提价 0.30 元

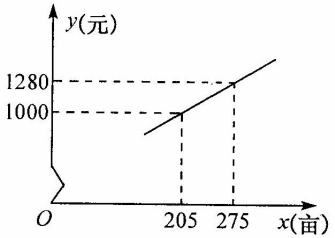
例：若某户月用电量 400 度，则需缴电费为

$$210 \times 0.52 + (350 - 210) \times (0.52 + 0.05) + (400 - 350) \times (0.52 + 0.30) = 230 \text{ 元}$$

- (1) 如果按此方案计算，小华家 5 月份电费为 138.84 元，请你求出小华家 5 月份的用电量；
- (2) 依此方案请你回答：若小华家某月的电费为 a 元，则小华家该月用量属于第几档？

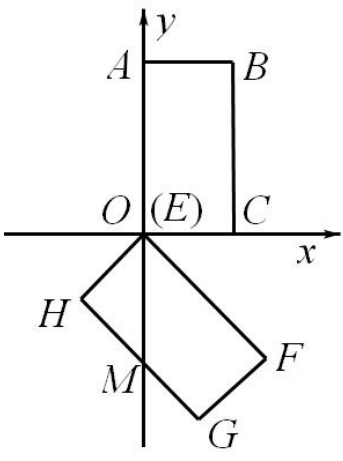
26、国家和地方政府为了提高农民种粮的积极性，每亩地每年发放种粮补贴 120 元，种粮大户老王今年种了 150 亩地，计划明年再承租 50~150 亩土地种粮以增加收入，考虑各种因素，预计明年每亩种粮成本 y (元) 与种粮面积 x (亩) 之间的函数关系如图所示：

- (1) 今年老王种粮可获得补贴多少元？
- (2) 根据图象，求 y 与 x 之间的函数关系式；
- (3) 若明年每亩的售粮收入能达到 2140 元，求老王明年种粮总收入 W (元) 与种粮面积 x (亩) 之间的函数关系式，当种粮面积为多少亩时，总收入最高？并求出最高总收入。



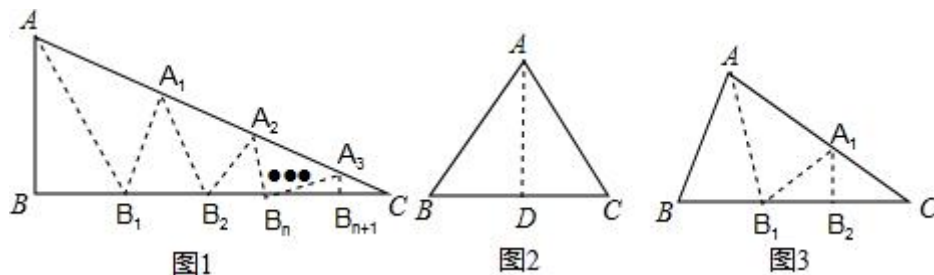
27、如图，矩形 OABC 在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，点 A (0, 4) ， C (2, 0) ，将矩形 OABC 绕点 O 按顺时针方向旋转 135° ，得到矩形 EFGH (点 E 与 O 重合) 。

- (1) 若 GH 交 y 轴于点 M，则 $\angle FOM = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $OM = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) 矩形 EFGH 沿 y 轴向上平移 t 个单位。
 - ① 直线 GH 与 x 轴交于点 D，若 $AD \parallel BO$ ，求 t 的值；
 - ② 若矩形 EFGH 与矩形 OABC 重叠部分的面积为 S 个平方单位，试求当 $0 < t \leq 4\sqrt{2} - 2$ 时， S 与 t 之间的函数关系式。



阅读理解

如图 1, $\triangle ABC$ 中, 沿 $\angle BAC$ 的平分线 AB_1 折叠, 剪掉重叠部分; 将余下部分沿 B_1A_1C 的平分线 A_1B_2 折叠, 剪掉重叠部分; ...; 将余下部分沿 B_nA_nC 的平分线 A_nB_{n+1} 折叠, 点 B_n 与点 C 重合, 无论折叠多少次, 只要最后一次恰好重合, 我们就称 $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角。



小丽展示了确定 $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角的两种情况。情形一: 如图 2, 沿等腰三角形 $\triangle ABC$ 顶角 $\angle BAC$ 的平分线 AB_1 折叠, 点 B 与点 C 重合; 情形二: 如图 3, 沿 $\triangle ABC$ 的 $\angle BAC$ 的平分线 AB_1 折叠, 剪掉重叠部分; 将余下的部分沿 B_1A_1C 的平分线 A_1B_2 折叠, 此时点 B_1 与点 C 重合。

探究发现

- (1) $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 2\angle C$, 经过两次折叠, $\angle BAC$ 是不是 $\triangle ABC$ 的好角? _____ (填“是”或“不是”)
- (2) 小丽经过三次折叠发现了 $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角, 请探究 $\angle B$ 与 $\angle C$ (不妨设 $\angle B > \angle C$) 之间的等量关系。

根据以上内容猜想: 若经过 n 次折叠 $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角, 则 $\angle B$ 与 $\angle C$ (不妨设 $\angle B > \angle C$) 之间的等量关系为_____

应用提升

- (3) 小丽找到一个三角形, 三个角分别为 15° , 60° , 105° , 发现 60° 和 105° 的两个角都是此三角形的好角, 请你完成, 如果一个三角形的最小角是 4° , 试求出三角形另外两个角的度数, 使该三角形的三个角均是此三角形的好角

2012 年中考数学试题 (江苏淮安卷)

(本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

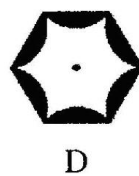
二、选择题 (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1、 $\frac{1}{2}$ 的相反数是【 】

- A、 $-\frac{1}{2}$ B、 $\frac{1}{2}$ C、 -2 D、 2

【答案】A。

2、下列图形中, 中心对称图形是【 】



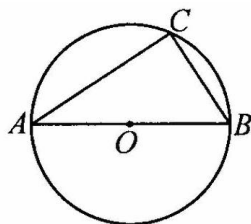
【答案】D。

3、下列运算正确的是【 】

- A、 $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B、 $a^3 \div a^2 = a$ C、 $(a^3)^2 = a^9$ D、 $a^2 + a^3 = a^5$

【答案】B。

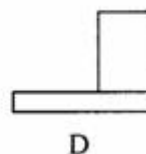
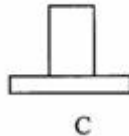
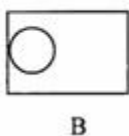
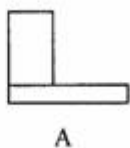
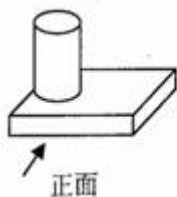
4、如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为【 】



- A、 80° B、 60° C、 50° D、 40°

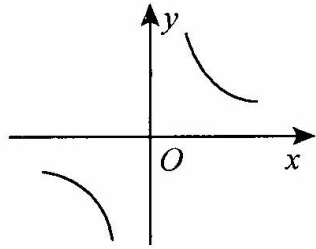
【答案】C。

5、如图所示几何体的俯视图是【 】



【答案】B。

6、已知反比例函数 $y = \frac{m-1}{x}$ 的图象如图所示，则实数 m 的取值范围是【 】



- A、 $m > 1$ B、 $m > 0$ C、 $m < 1$ D、 $m < 0$

【答案】A。

7、方程 $x^2 - 3x = 0$ 的解为【 】 （第 7 题图 2033）

- A、 $x = 0$ B、 $x = 3$ C、 $x_1 = 0, x_2 = -3$ D、 $x_1 = 0, x_2 = 3$

【答案】D。

8、下列说法正确的是【 】

- A、两名同学 5 次成绩的平均分相同，则方差较大的同学成绩更稳定。
B、某班选出两名同学参加校演讲比赛，结果一定是一名男生和一名女生
C、学校气象小组预报明天下雨的概率为 0.8，则明天下雨的可能性较大
D、为了解我市学校“阳光体育”活动开展情况，必须采用普查的方法

【答案】C。

二、填空题（本大题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。不需写出解答过程，请将答案直接写在答题卡相应位置上）

9、 $|-3| =$ ▲。

【答案】3。

10、2011 年淮安市人均 GDP 约为 35200 元，35200 用科学记数法表示为 ▲。

【答案】 3.52×10^4 。

11、数据 1、3、2、1、4 的中位数是 ▲。

【答案】2。

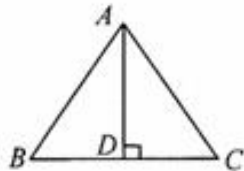
12、分解因式： $a^2 + 2a + 1 =$ ▲。 （第 12 题图 2033）

【答案】 $(a+1)^2$ 。

13、菱形 ABCD 中，若对角线长 $AC = 8\text{cm}$ ， $BD = 6\text{cm}$ ，则边长 $AB =$ $\blacktriangle$ cm 。

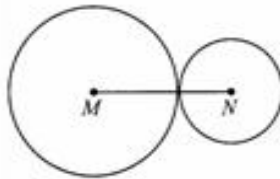
【答案】 5。

14、如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ，垂足为点 D，若 $\angle BAC = 70^\circ$ ，则 $\angle BAD =$ $\blacktriangle$ $^\circ$ 。



【答案】 35。

15、如图， $\odot M$ 与 $\odot N$ 外切， $MN = 10\text{cm}$ ，若 $\odot M$ 的半径为 6cm ， $\odot N$ 的半径为 $\blacktriangle$ cm 。



【答案】 4。

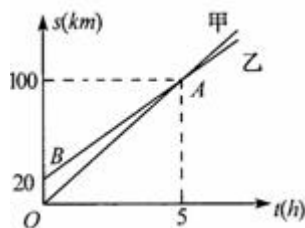
16、若 $\sqrt{5}$ 的值在两个整数 a 与 $a+1$ 之间，则 $a =$ $\blacktriangle$ 。

【答案】 2。

17、若圆锥的底面半径为 2cm ，母线长为 5cm ，则此圆锥的侧面积为 $\blacktriangle$ cm^2 。

【答案】 10π 。

18、如图，射线 OA、BA 分别表示甲、乙两人骑自行车运动过程的一次函数的图象，图中 s 、 t 分别表示行驶距离和时间，则这两人骑自行车的速度相差 $\blacktriangle$ km/h 。



【答案】 4。

三、解答题（本大题共有 10 小题，共 96 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、推理

过程或演算步骤)

19、计算

(1)、计算 $2^2 - 2012^0 + (-6) \div 3$

【答案】解：原式 $= 4 - 1 - 2 = 1$ 。

(2)、计算 $\frac{x^2-1}{x} \cdot \frac{x}{x+1} + (3x+1)$

【答案】解：原式 $= \frac{(x+1)(x-1)}{x} \cdot \frac{x}{x+1} + (3x+1) = x - 1 + 3x + 1 = 4x$ 。

20、解不等式组：
$$\begin{cases} x-1 > 0 \\ 3(x+2) < 5x \end{cases}$$

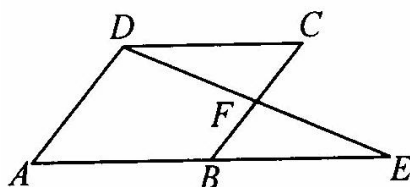
【答案】解：解 $x-1 > 0$ 得， $x > 1$ ，

解 $3(x+2) < 5x$ 得， $x > 3$ 。

$\therefore$ 不等式组的解为 $x > 3$ 。

21、已知：如图在平行四边形 ABCD 中，延长 AB 到点 E，使 BE=AB，连接 DE 交 BC 于点 F。求证：

$\triangle BEF \cong \triangle CDF$



【答案】证明： $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形， $\therefore DC \parallel AB$ ， $DC = AB$ 。 $\therefore \angle CDF = \angle B$ ， $\angle C = \angle FBE$ 。

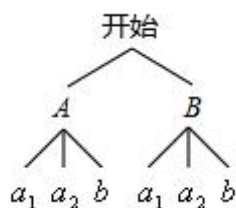
又 $\because BE = AB$ ， $\therefore BE = CD$ 。

$\therefore$ 在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle CDF$ 中， $\angle CDF = \angle B$ ， $BE = CD$ ， $\angle C = \angle FBE$ ，

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle CDF$ (ASA)。

22、有一个鱼具包，包内装有 A、B 两支鱼竿，长度分别为 3.6cm, 4.5cm，包内还有绑好鱼钩的 a_1, a_2, b 三根钓鱼线，长度分别为 3.6cm, 3.6cm, 4.5cm，若从包内随机取出一支鱼竿，再随机取出一根钓鱼线，则鱼竿和鱼线长度相同的概率是多少？

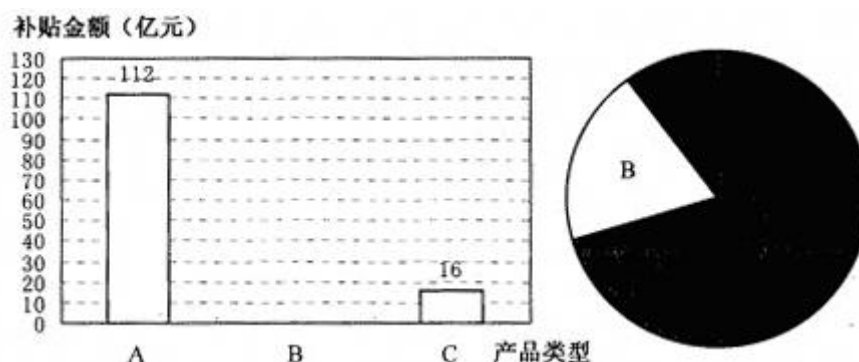
【答案】解：画树状图得：



∴ 共有 6 种等可能的结果，鱼竿和鱼钩线长度相同的有 (A, a_1) ， (A, a_2) ， (B, b) 3 种，

∴ 鱼竿和鱼钩线长度相同的概率是： $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。

23、实施“节能产品惠民工程”一年半以来，国家通过发放补贴的形式支持推广高效节能空调，1.6 升及以下排量节能汽车，节能灯三类产品，其中推广节能汽车约 120 万辆，按每辆 3000 元标准给予一次性定额补贴，小刚同学根据了解到的信息进行统计分析，绘制出两幅不完整的统计图：



(注：图中 A 表示“高效节能空调”， B 表示“1.6 升及以下排量节能汽车”， C 表示“节能灯”)

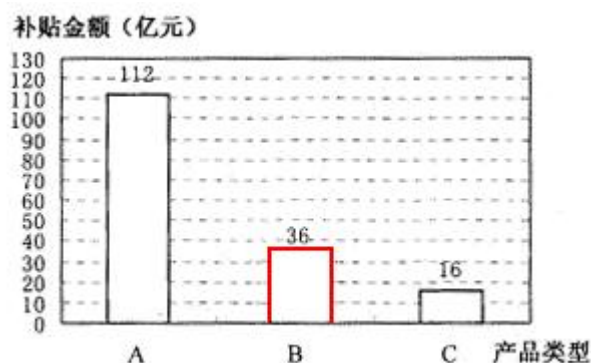
(1) 国家对上述三类产品共发放补贴金额_____亿元，“B”所在扇形的圆心角为_____°；

(2) 补全条形统计图

(3) 国家计划再拿出 98 亿元继续推广上述三类产品，请你预测，可再推广节能汽车多少万辆？

【答案】解： (1) 164； 79.02。

(2) 补全条形统计图如图：



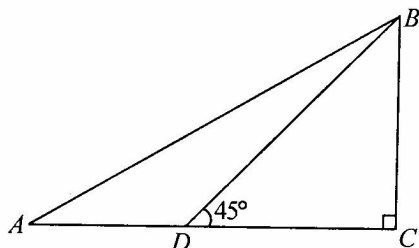
(3) ∴ 发放推广节能汽车补贴 $1200000 \times 3000 = 36$ (亿元)，

∴ 国家计划再拿出 98 亿元继续推广三类产品，用于发放推广节能汽车补贴的金额为：

$$98 \times \frac{36}{164} \approx 21.51 \text{ (亿元)}。$$

∴ 预测再推广节能汽车 $2151000 \div 3000 = 71.7$ (万辆)。

24、如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 在 AC 上，已知 $\angle BDC = 45^\circ$ ， $BD = 10\sqrt{2}$ ， $AB = 20$ ，求 $\angle A$ 的度数。



【答案】解：∵ 在直角三角形 BDC 中， $\angle BDC = 45^\circ$ ， $BD = 10\sqrt{2}$ ，

$$\therefore BC = BD \cdot \sin \angle BDC = 10\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10。$$

$$\because \angle C = 90^\circ, AB = 20, \therefore \sin \angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}。 \therefore \angle A = 30^\circ。$$

25、某省公布的居民用电阶梯电价听证方案如下：

第一档电量	第二档电量	第三档电量
月用电量 210 度以下，每度价格 0.52 元	月用电量 210 至 350 度，每度比第一档提价 0.05 元	月用电量 350 度以上，每度电比第一档提价 0.30 元

例：若某户月用电量 400 度，则需缴电费为

$$210 \times 0.52 + (350 - 210) \times (0.52 + 0.05) + (400 - 350) \times (0.52 + 0.30) = 230 \text{ 元}$$

(1) 如果按此方案计算，小华家 5 月份电费为 138.84 元，请你求出小华家 5 月份的用电量；

(2) 依此方案请你回答：若小华家某月的电费为 a 元，则小华家该月用量属于第几档？

【答案】解：(1) 用电量为 210 度时，需要交纳 $210 \times 0.52 = 109.2$ 元，

用电量为 350 度时，需要交纳 $210 \times 0.52 + (350 - 210) \times (0.52 + 0.05) = 189$ 元，

∴ 小华家 5 月份的用电量在第二档。

设小华家 5 月份的用电量为 x ，则

$$210 \times 0.52 + (x - 210) \times (0.52 + 0.05) = 138.84,$$

解得： $x = 262$ 。

∴ 小华家 5 月份的用电量为 262 度。

(2) 由 (1) 得, 当 $a \leq 109.2$ 时, 小华家的用电量在第一档;

当 $109.2 < a \leq 189$ 时, 小华家的用电量在第二档;

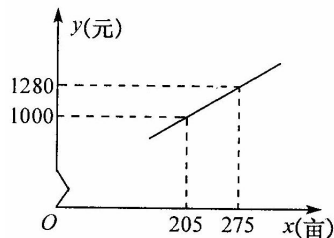
当 $a > 189$ 时, 华家的用电量在第三档。

26、国家和地方政府为了提高农民种粮的积极性, 每亩地每年发放种粮补贴 120 元, 种粮大户老王今年种了 150 亩地, 计划明年再承租 50~150 亩土地种粮以增加收入, 考虑各种因素, 预计明年每亩种粮成本 y (元) 与种粮面积 x (亩) 之间的函数关系如图所示:

(1) 今年老王种粮可获得补贴多少元?

(2) 根据图象, 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(3) 若明年每亩的售粮收入能达到 2140 元, 求老王明年种粮总收入 W (元) 与种粮面积 x (亩) 之间的函数关系式, 当种粮面积为多少亩时, 总收入最高? 并求出最高总收入。



【答案】解: (1) $\because$ 国家和地方政府为了提高农民种粮的积极性, 每亩地每年发放种粮补贴 120 元, 种粮大户老王今年种了 150 亩地,

$\therefore$ 今年老王种粮可获得补贴 $120 \times 150 = 18000$ 元。

(2) 设函数解析式为 $y = kx + b$, 根据图象可以得出: 图象过 $(205, 1000)$, $(275, 1280)$,

$$\text{代入解析式得, } \begin{cases} 205k + b = 1000 \\ 275k + b = 1280 \end{cases}, \text{ 解得, } \begin{cases} k = 4 \\ b = 180 \end{cases}.$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为: $y = 4x + 180$ ($x > 0$) 。

(3) 根据题意得出: $W = (2140 - y)x + 120x = [2140 - (4x + 180)]x + 120x$

$$= -4x^2 + 1960x + 120x = -4x^2 + 2080x = -4(x - 260)^2 + 270400.$$

$\therefore$ 当 $x = 260$ 时, W 最大 $= 270400$ (元) 。

答: 当种粮面积为 260 亩时, 总收入最高为 270400 元。

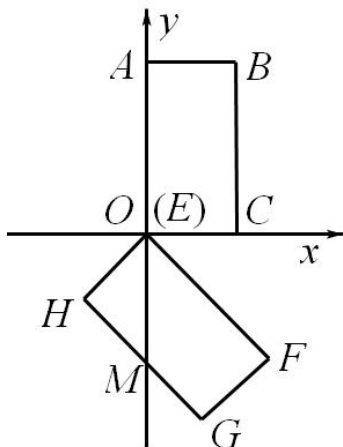
27、如图, 矩形 OABC 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 点 A $(0, 4)$, C $(2, 0)$, 将矩形 OABC 绕点 O 按顺时针方向旋转 135° , 得到矩形 EFGH (点 E 与 O 重合) 。

(1) 若 GH 交 y 轴于点 M, 则 $\angle FOM =$ _____, $OM =$ _____

(2) 矩形 EFGH 沿 y 轴向上平移 t 个单位。

① 直线 GH 与 x 轴交于点 D，若 $AD \parallel BO$ ，求 t 的值；

② 若矩形 EFGH 与矩形 OABC 重叠部分的面积为 S 个平方单位，试求当 $0 < t \leq 4\sqrt{2} - 2$ 时，S 与 t 之间的函数关系式。



【答案】解： (1) 45° ； $2\sqrt{2}$ 。

(2) ① 如图 1，设直线 HG 与 y 轴交于点 I。

$\because$ 四边形 OABC 是矩形， $\therefore AB \parallel DO$ ， $AB = OC$ 。

$\because C(2, 0)$ ， $\therefore AB = OC = 2$ 。

又 $\because AD \parallel BO$ ，

$\therefore$ 四边形 ABOD 是平行四边形。 $\therefore DO = AB = 2$ 。

由 (1) 易得， $\triangle DOI$ 是等腰直角三角形， $\therefore OI = OD = 2$ 。

$\therefore t = IM = OM - OI = 2\sqrt{2} - 2$ 。

② 如图 2，过点 F，G 分别作 x 轴，y 轴的垂线，垂足为 R，T，

连接 OC。则

由旋转的性质，得， $OF = OA = 4$ ， $\angle FOR = 45^\circ$ ，

$\therefore OR = RF = 2\sqrt{2}$ ， $F(2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$ 。

由旋转的性质和勾股定理，得 $OG = 2\sqrt{5}$ ，

设 $TG = MT = x$ ，则 $OT = OM + MT = 2\sqrt{2} + x$ 。

在 $Rt\triangle OTG$ 中，由勾股定理，得 $x^2 + (2\sqrt{2} + x)^2 = (2\sqrt{5})^2$ ，解得 $x = \sqrt{2}$ 。

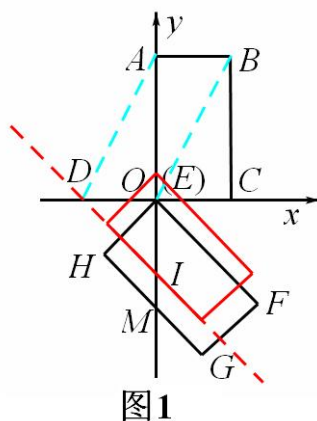


图1

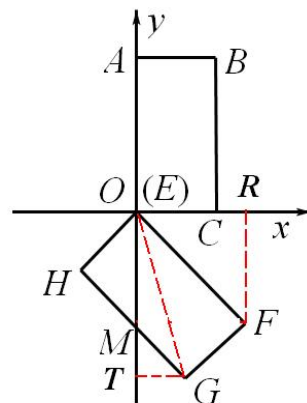


图2

$$\therefore G(\sqrt{2}, -3\sqrt{2})。$$

$\therefore$ 用待定系数法求得直线 FG 的解析式为 $y=x-4\sqrt{2}$ 。

当 $x=2$ 时, $y=2-4\sqrt{2}$ 。

$\therefore$ 当 $t=4\sqrt{2}-2$ 时, 就是 GF 平移到过点 C 时的位置 (如图 5)

$\therefore$ 当 $0 \leq t \leq 4\sqrt{2}-2$ 时, 几个关键点如图 3, 4, 5 所示:

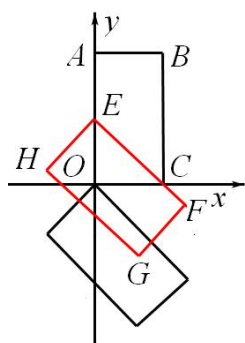


图3

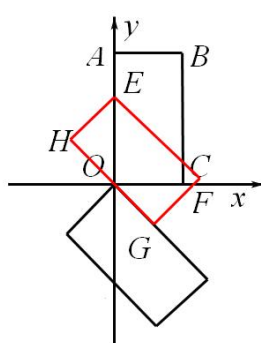


图4

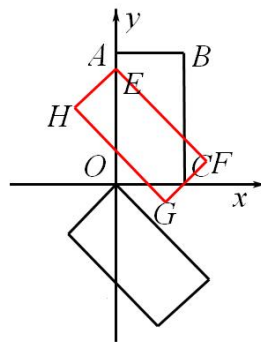


图5

如图 3, $t=OE=OC=2$, 此时, 矩形 EFGH 沿 y 轴向上平移过程中边 EF 经过点 C;

如图 4, $t=OE=OM=2\sqrt{2}$, 此时, 矩形 EFGH 沿 y 轴向上平移过程中边 HG 经过点 O;

如图 5, $t=OE=4\sqrt{2}-2$, 此时, 矩形 EFGH 沿 y 轴向上平移过程中边 FG 经过点 C。

$\therefore$ (I) 当 $0 < t \leq 2$ 时, 矩形 EFHG 与矩形 OABC 重叠部分的面积为 $\triangle OCS$ 的面积。(如

图 6)。此时, $OE=OS=t$, $\therefore S = \frac{1}{2}t^2$ 。

(II) 当 $2 < t \leq 2\sqrt{2}$ 时, 矩形 EFHG 与矩形 OABC 重叠部分的面积为直角梯形 OEPC

的面积 (如图 7)。此时 $OE=t$, $OC=2$ 。

由 $E(0, t)$, $\angle FFO=45^\circ$, 用待定系数法求得直线 EP 的解析式为 $y=-x+t$ 。

当 $x=2$ 时, $y=-2+t$ 。 $\therefore CP=-2+t$ 。 $\therefore S = \frac{1}{2}(t-2+t) \cdot 2 = 2t-2$ 。

(III) 当 $2\sqrt{2} < t \leq 4\sqrt{2}-2$ 时, 矩形 EFHG 与矩形 OABC 重叠部分的面积为五边形

EQCUV 的面积 (如图 8), 它等于直角梯形 EQCO 的面积减去直角三角形 VOU 的面积。

此时, $OE=t$, $OC=2$, $CQ=-2+t$, $OU=OV=t-2\sqrt{2}$ 。

$$\therefore S = \frac{1}{2}(t-2+t) \cdot 2 - \frac{1}{2}(t-2\sqrt{2})^2 = -\frac{1}{2}t^2 + (2+2\sqrt{2})t - 6。$$

综上所述, 当 $0 \leq t \leq 4\sqrt{2}-2$ 时, S 与 t 之间的函数关系式为

$$S = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 (0 < t \leq 2) \\ 2t - 2 (2 < t \leq 2\sqrt{2}) \\ -\frac{1}{2}t^2 + (2+2\sqrt{2})t - 6 (2\sqrt{2} < t \leq 4\sqrt{2} - 2) \end{cases}$$

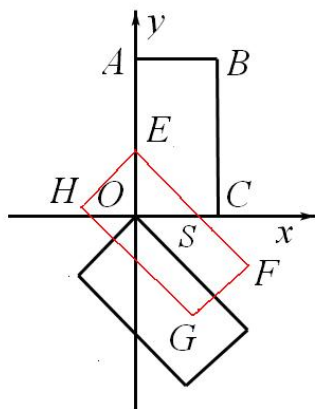


图6

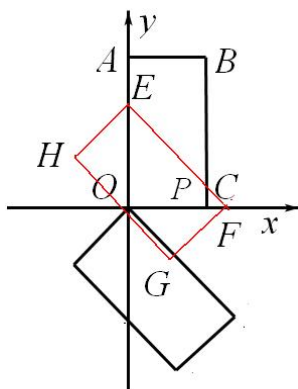


图7

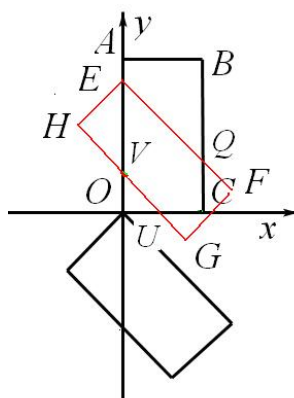


图8

28、

阅读理解

如图1， $\triangle ABC$ 中，沿 $\angle BAC$ 的平分线 AB_1 折叠，剪掉重叠部分；将余下部分沿 B_1A_1C 的平分线 A_1B_2 折叠，剪掉重叠部分；...；将余下部分沿 B_nA_nC 的平分线 A_nB_{n+1} 折叠，点 B_n 与点 C 重合，无论折叠多少次，只要最后一次恰好重合，我们就称 $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角。

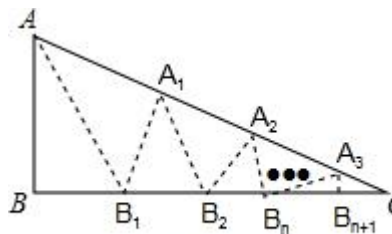


图1

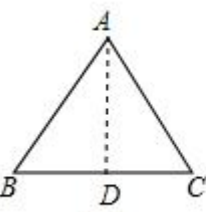


图2

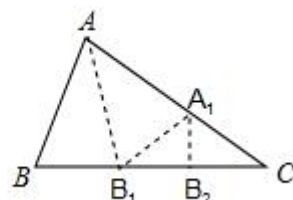


图3

小丽展示了确定 $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角的两种情况。情形一：如图2，沿等腰三角形 $\triangle ABC$ 顶角 $\angle BAC$ 的平分线 AB_1 折叠，点 B 与点 C 重合；情形二：如图3，沿 $\triangle ABC$ 的 $\angle BAC$ 的平分线 AB_1 折叠，剪掉重叠部分；将余下的部分沿 B_1A_1C 的平分线 A_1B_2 折叠，此时点 B_1 与点 C 重合。

探究发现

(1) $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 2\angle C$ ，经过两次折叠， $\angle BAC$ 是不是 $\triangle ABC$ 的好角？_____（填“是”或“不是”）

(2) 小丽经过三次折叠发现了 $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角，请探究 $\angle B$ 与 $\angle C$ （不妨设 $\angle B > \angle C$ ）之间的等量关系。

根据以上内容猜想：若经过 n 次折叠 $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角，则 $\angle B$ 与 $\angle C$ （不妨设 $\angle B > \angle C$ ）之间的等

量关系为_____

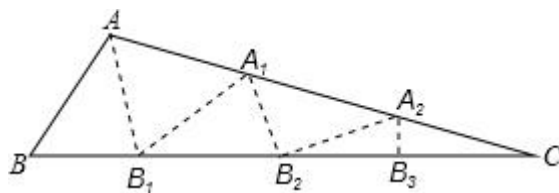
应用提升

(3) 小丽找到一个三角形, 三个角分别为 15° , 60° , 105° , 发现 60° 和 105° 的两个角都是此三角形的好角, 请你完成, 如果一个三角形的最小角是 4° , 试求出三角形另外两个角的度数, 使该三角形的三个角均是此三角形的好角

【答案】解: (1) 是。

(2) $\angle B=3\angle C$ 。

如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 沿 $\angle BAC$ 的平分线 AB_1 折叠, 剪掉重复部分; 将余下部分沿 $\angle B_1A_1C$ 的平分线 A_1B_2 折叠, 剪掉重复部分, 将余下部分沿 $\angle B_2A_2C$ 的平分线 A_2B_3 折叠, 点 B_2 与点 C 重合, 则 $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角。



证明如下:

$\therefore$ 根据折叠的性质知, $\angle B=\angle AA_1B_1$, $\angle C=\angle A_2B_2C$, $\angle A_1B_1C=\angle A_1A_2B_2$,

$\therefore$ 根据三角形的外角定理知, $\angle A_1A_2B_2=\angle C+\angle A_2B_2C=2\angle C$ 。

$\therefore$ 根据四边形的外角定理知,

$\angle BAC+\angle B+\angle AA_1B_1-\angle A_1B_1C=\angle BAC+2\angle B-2\angle C=180^\circ$,

根据三角形 ABC 的内角和定理知, $\angle BAC+\angle B+\angle C=180^\circ$,

$\therefore \angle B=3\angle C$ 。

故若经过 n 次折叠 $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角, 则 $\angle B$ 与 $\angle C$ (不妨设 $\angle B>\angle C$) 之间的等量关系为 $\angle B=n\angle C$ 。

(3) 由 (2) 知, $\angle B=n\angle C$, $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角,

$\therefore \angle C=n\angle A$, $\angle ABC$ 是 $\triangle ABC$ 的好角, $\angle A=n\angle B$, $\angle BCA$ 是 $\triangle ABC$ 的好角。

$\therefore$ 如果一个三角形的最小角是 4° , 三角形另外两个角的度数是 88° 、 88° 。