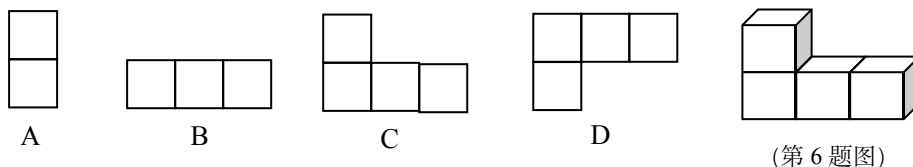


泰州市二〇一二年初中毕业、升学统一考试数学

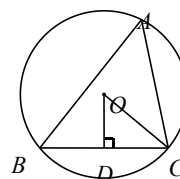
一、选择题 (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.)

1. 3^{-1} 等于
A. 3 B. $-\frac{1}{3}$ C. -3 D. $\frac{1}{3}$
2. 下列计算正确的是
A. $x^3 \cdot x^2 = 2x^6$ B. $x^4 \cdot x^2 = x^8$ C. $(-x^2)^3 = -x^6$ D. $(x^3)^2 = x^5$
3. 过度包装既浪费资源又污染环境. 据测算, 如果全国每年减少 10% 的过度包装纸用量, 那么可减排二氧化碳 3120000 吨, 把数 3120000 用科学记数法表示为
A. 3.12×10^5 B. 3.12×10^6 C. 31.2×10^5 D. 0.312×10^7
4. 某种药品原价为 36 元/盒, 经过连续两次降价后售价为 25 元/盒. 设平均每次降价的百分率为 x , 根据题意所列方程正确的是
A. $36(1-x)^2 = 36 - 25$ B. $36(1-2x) = 25$
C. $36(1-x)^2 = 25$ D. $36(1-x^2) = 25$
5. 有两个事件, 事件 A: 367 人中至少有 2 人生日相同; 事件 B: 抛掷一枚均匀的骰子, 朝上的面点数为偶数. 下列说法正确的是
A. 事件 A、B 都是随机事件 B. 事件 A、B 都是必然事件
C. 事件 A 是随机事件, 事件 B 是必然事件
D. 事件 A 是必然事件, 事件 B 是随机事件
6. 用 4 个小立方块搭成如图所示的几何体, 该几何体的左视图是



(第 6 题图)

7. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $OD \perp BC$ 于 D , $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle OCD$ 的度数是
A. 40° B. 45° C. 50° D. 60°
8. 下列四个命题: ①一组对边平行且一组对角相等的四边形是平行四边形; ②对角线互相垂直且相等的四边形是正方形; ③顺次连结矩形四边中点得到的四边形是菱形; ④正五边形既是轴对称图形又是中心对称图形. 其中真命题共有
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

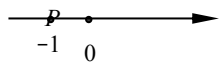


(第 7 题图)

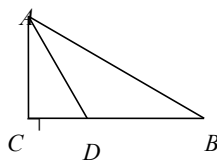
二、填空题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分.)

9. 3 的相反数是 ▲ .
10. 如图, 数轴上的点 P 表示的数是 -1, 将点 P 向右移动 3 个单位长度得到点 P' , 则点 P' 表示的数是 ▲ .
11. 若 $2a - b = 5$, 则多项式 $6a - 3b$ 的值是 ▲ .
12. 一组数据 2、-2、4、1、0 的中位数是 ▲ .
13. 已知 $\angle \alpha$ 的补角是 130° , 则 $\angle \alpha =$ ▲ 度.

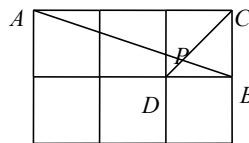
14. 根据排列规律, 在横线上填上合适的代数式: x , $3x^2$, $5x^3$, ▲, $9x^5$, $\dots$.
15. 分解因式: $a^2 - 6a + 9 =$ ▲.
16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D , 若 $CD = 4$, 则点 D 到 AB 的距离是 ▲.



(第 10 题图)



(第 16 题图)



(第 18 题图)

17. 若代数式 $x^2 + 3x + 2$ 可以表示为 $(x-1)^2 + a(x-1) + b$ 的形式, 则 $a+b$ 的值是 ▲.
18. 如图, 在边长相同的小正方形组成的网格中, 点 A 、 B 、 C 、 D 都在这些小正方形的顶点上, AB 、 CD 相交于点 P , 则 $\tan \angle APD$ 的值是 ▲.

三、解答题 (本大题共有 10 小题, 共 96 分.)

19. (本题满分 8 分) 计算或化简:

(1) $\sqrt{12} + 2012^0 + |-3| - 4\cos 30^\circ$;

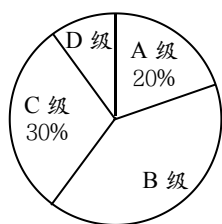
(2) $1 - \frac{a-1}{a} \div \frac{a^2-1}{a^2+2a}$.

20. (本题满分 8 分) 当 x 为何值时, 分式 $\frac{3-x}{2-x}$ 的值比分式 $\frac{1}{x-2}$ 的值大 3?

21. (8 分) 小明有 2 件上衣, 分别为红色和蓝色, 有 3 条裤子, 其中 2 条为蓝色、1 条为棕色. 小明任意拿出 1 件上衣和 1 条裤子穿上. 请用画树状图或列表的方法列出所有可能出现的结果, 并求小明穿的上衣和裤子恰好都是蓝色的概率.

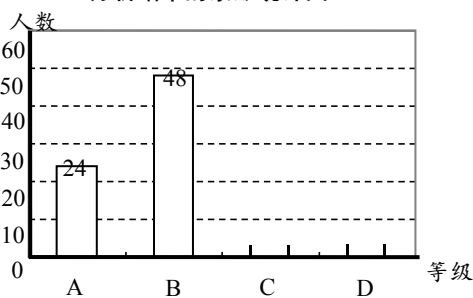
22. (8 分) 某校组织学生书法比赛, 对参赛作品按 A、B、C、D 四个等级进行了评定. 现随机抽取部分学生书法作品的评定结果进行分析, 并绘制扇形统计图和条形统计图如下:

分析结果的扇形统计图



图①

分析结果的条形统计图



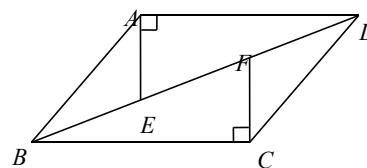
图②

(第 22 题图)

根据上述信息完成下列问题:

- 求这次抽取的样本的容量;
- 请在图②中把条形统计图补充完整;
- 已知该校这次活动共收到参赛作品 750 份, 请你估计参赛作品达到 B 级以上 (即 A 级和 B 级) 有多少份?

23. (10 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AE \perp AD$ 交 BD 于点 E , $CF \perp BC$ 交 BD 于点 F , 且 $AE=CF$. 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

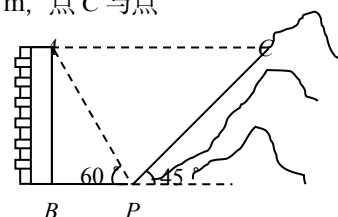


(第 23 题图)

24. (10 分) 如图, 一居民楼底部 B 与山脚 P 位于同一水平线上, 小李在 P 处测得居民楼顶 A 的仰角为 60° , 然后他从 P 处沿坡角为 45° 的山坡向上走到 C 处, 这时, $PC=30$ m, 点 C 与点 A 恰好在同一水平线上, 点 A 、 B 、 P 、 C 在同一平面内.

- (1) 求居民楼 AB 的高度;
- (2) 求 C 、 A 之间的距离.

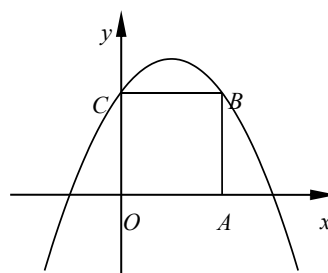
(精确到 0.1m, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{6} \approx 2.45$)



(第 24 题图)

25. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 边长为 2 的正方形 $OABC$ 的顶点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, 二次函数 $y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 的图象经过 B 、 C 两点.

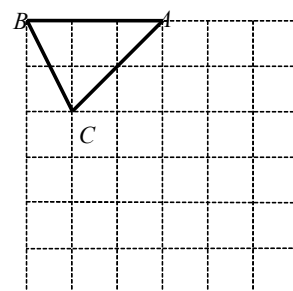
- (1) 求该二次函数的解析式;
- (2) 结合函数的图象探索: 当 $y > 0$ 时 x 的取值范围.



(第 25 题图)

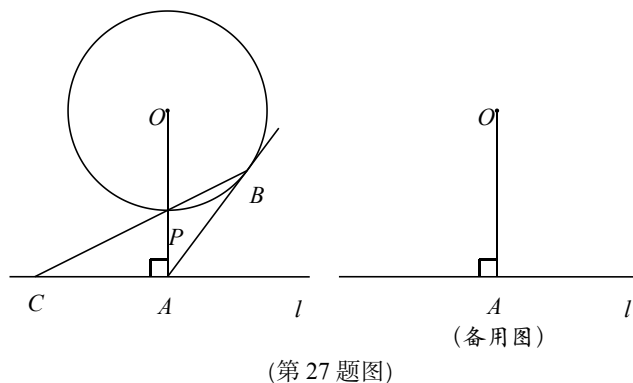
26. (10 分) 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 、 C 在小正方形的顶点上. 将 $\triangle ABC$ 向下平移 4 个单位、再向右平移 3 个单位得到 $\triangle A_1 B_1 C_1$, 然后将 $\triangle A_1 B_1 C_1$ 绕点 A_1 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_1 B_2 C_2$.

- (1) 在网格中画出 $\triangle A_1 B_1 C_1$ 和 $\triangle A_1 B_2 C_2$;
- (2) 计算线段 AC 在变换到 $A_1 C_2$ 的过程中扫过区域的面积 (重叠部分不重复计算).



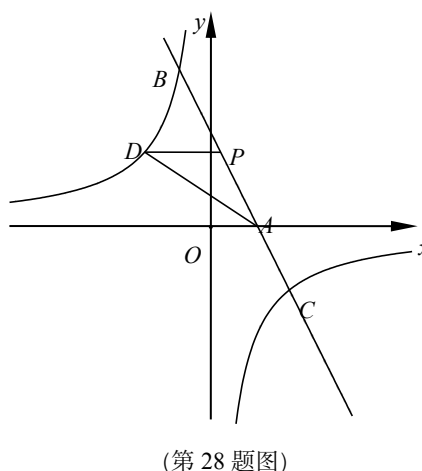
(第 26 题图)

27. (12 分) 如图, 已知直线 l 与 $\odot O$ 相离, $OA \perp l$ 于点 A , $OA=5$, OA 与 $\odot O$ 相交于点 P , AB 与 $\odot O$ 相切于点 B , BP 的延长线交直线 l 于点 C .
- (1) 试判断线段 AB 与 AC 的数量关系, 并说明理由;
 - (2) 若 $PC=2\sqrt{5}$, 求 $\odot O$ 的半径和线段 PB 的长;
 - (3) 若在 $\odot O$ 上存在点 Q , 使 $\triangle QAC$ 是以 AC 为底边的等腰三角形, 求 $\odot O$ 的半径 r 的取值范围.



28. (12 分) 如图, 已知一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象与 x 轴相交于点 A , 与反比例函数 $y_2 = \frac{c}{x}$ 的图象相交于 $B(-1, 5)$ 、 $C(\frac{5}{2}, d)$ 两点. 点 $P(m, n)$ 是一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象上的动点.

- (1) 求 k 、 b 的值;
- (2) 设 $-1 < m < \frac{3}{2}$, 过点 P 作 x 轴的平行线与函数 $y_2 = \frac{c}{x}$ 的图象相交于点 D . 试问 $\triangle PAD$ 的面积是否存在最大值? 若存在, 请求出面积的最大值及此时点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 设 $m = 1 - a$, 如果在两个实数 m 与 n 之间 (不包括 m 和 n) 有且只有一个整数, 求实数 a 的取值范围.



泰州市二〇一二年初中毕业、升学统一考试

数 学 试 题

(考试时间：120 分钟 满分：150 分)

请注意：1. 本试卷分选择题和非选择题两个部分。

2. 所有试题的答案均填写在答题卡上，答案写在试卷上无效。

3. 作图必须用 2B 铅笔，并请加黑加粗。

一、选择题 (本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题所给出的四个选项中，
恰有一项是符

合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. (2012 江苏泰州 3 分) 3^{-1} 等于【 】

- A. 3 B. $-\frac{1}{3}$ C. -3 D. $\frac{1}{3}$

【答案】D。

【考点】负整数指数幂。

【分析】直接应用负整数指数幂的概念作答： $3^{-1}=\frac{1}{3}$ 。故选 D。

2. (2012 江苏泰州 3 分) 下列计算正确的是【 】

- A. $x^3 \cdot x^2 = 2x^6$ B. $x^4 \cdot x^2 = x^8$ C. $(-x^2)^3 = -x^6$ D. $(x^3)^2 = x^5$

【答案】C。

【考点】同底幂乘法，幂的乘方和积的乘方。

【分析】根据同底幂乘法，幂的乘方和积的乘方运算法则逐一计算作出判断：

A. $\because x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$ ， $\therefore$ 本选项错误； B. $\because x^4 \cdot x^2 = x^{4+2} = x^6$ ， $\therefore$ 本选项错误；

C. $\because (-x^2)^3 = (-1)^3 \cdot x^{2 \times 3} = -x^6$ ， $\therefore$ 本选项正确； D. $\because (x^3)^2 = x^{3 \times 2} = x^6$ ， $\therefore$ 本选项错误。

故选 C。

3. (2012 江苏泰州 3 分) 过度包装既浪费资源又污染环境。据测算，如果全国每年减少 10%
的过度包装

纸用量，那么可减排二氧化碳 3120000 吨，把数 3120000 用科学记数法表示为【 】

- A. 3.12×10^5 B. 3.12×10^6 C. 31.2×10^5 D. 0.312×10^7

【答案】 B。

【考点】 科学记数法。

【分析】 根据科学记数法的定义，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。在确定 n 的值时，看该数是大于或等于 1 还是小于 1。当该数大于或等于 1 时， n 为它的整数位数减 1；当该数小于 1 时， $-n$ 为它第一个有效数字前 0 的个数（含小数点前的 1 个 0）。3120000 一共 7 位，从而 $3120000 = 3.12 \times 10^6$ 。故选 B。

4. (2012 江苏泰州 3 分) 某种药品原价为 36 元/盒，经过连续两次降价后售价为 25 元/

盒。设平均每次降

价的百分率为 x ，根据题意所列方程正确的是【 】

A. $36(1-x)^2 = 36 - 25$

B. $36(1-2x) = 25$

C. $36(1-x)^2 = 25$

D. $36(1-x^2) = 25$

【答案】 C。

【考点】 一元二次方程的应用（增长率问题）。

【分析】 平均每次降价的百分率为 x ，

第一次降价后售价为 $36(1-x)$ ，

第二次降价后售价为 $36(1-x)(1-x) = 36(1-x)^2$ 。据此列出方程： $36(1-x)^2 = 25$ 。故选 C。

5. (2012 江苏泰州 3 分) 有两个事件，事件 A：367 人中至少有 2 人生日相同；事件 B：

抛掷一枚均匀

的骰子，朝上的面点数为偶数。下列说法正确的是【 】

A. 事件 A、B 都是随机事件

B. 事件 A、B 都是必然事件

C. 事件 A 是随机事件，事件 B 是必然事件

D. 事件 A 是必然事件，事件 B 是随机事件

【答案】 D。

【考点】 随机事件和必然事件。

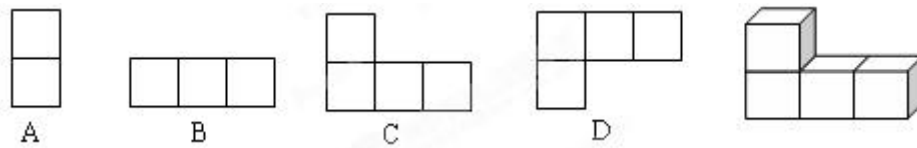
【分析】 在随机试验中，可能出现也可能不出现，而在大量重复试验中具有某种规律性的事件叫做随机事件，据此直接得出结果。必然事件表示在一定条件下，必然出现的事情。

因此， $\because$ 全年共 365 天， $\therefore$ 事件 A：367 人中至少有 2 人生日相同是必然事件。

$\therefore$ 事件 B：抛掷一枚均匀的骰子，朝上的面点数为偶数是随机事件。

故选 D。

6. (2012 江苏泰州 3 分) 用 4 个小立方块搭成如图所示的几何体, 该几何体的左视图是【 】



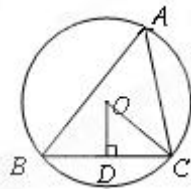
【答案】A。

【考点】简单组合体的三视图。

【分析】找到从左面看所得到的图形即可：从左面看易得共一排，上下边各有 1 个正方形。

故选 A。

7. (2012 江苏泰州 3 分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $OD \perp BC$ 于 D , $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle OCD$ 的度数是【 】



- A. 40° B. 45° C. 50° D. 60°

【答案】A。

【考点】圆周角定理，垂径定理，三角形内角和定理。

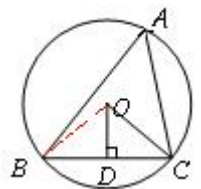
【分析】连接 OB,

$\because \angle A$ 和 $\angle BOC$ 是弧 $\widehat{BC}$ 所对的圆周角和圆心角, 且 $\angle A = 50^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 100^\circ$ 。

又 $\because OD \perp BC$, $\therefore$ 根据垂径定理, $\angle DOC = \frac{1}{2} \angle BOC = 50^\circ$ 。

$\therefore \angle OCD = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ 。故选 A。



8. (2012 江苏泰州 3 分) 下列四个命题: ①一组对边平行且一组对角相等的四边形是平行四边形; ②对角线互相垂直且相等的四边形是正方形; ③顺次连结矩形四边中点得到的四边形是菱形; ④正五边形既是

轴对称图形又是中心对称图形. 其中真命题共有【 】

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B。

【考点】真假命题，平行四边形的判定，正方形的判定，菱形的判定，轴对称图形和中心对称图形。

【分析】根据平行四边形的判定，正方形的判定，菱形的判定和轴对称图形、中心对称图形的概念逐一作出判断：

①如图，四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ADC = \angle ABC$ ，连接 BD，则

$\because AD \parallel BC$ ， $\therefore \angle ADB = \angle DBC$ （两直线平行，内错角相等）。

又 $\because \angle ADC = \angle ABC$ ， $\therefore \angle BDC = \angle ABD$ （等量减等量，差相等）。

$\therefore AB \parallel DC$ （内错角相等，两直线平行）。

$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形（平行四边形定义）。因此命题①正确。

②举反例说明，如图，筝形对角线互相垂直且相等。因此命题②错误。

③如图，矩形 ABCD 中，E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 的中点，连接 AC，BD。

$\because$ E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 的中点，

$\therefore EF = \frac{1}{2} AC$ ， $HG = \frac{1}{2} AC$ ， $EF = \frac{1}{2} BD$ ， $FG = \frac{1}{2} BD$ （三角形中位线定

理）。

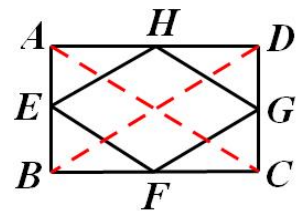
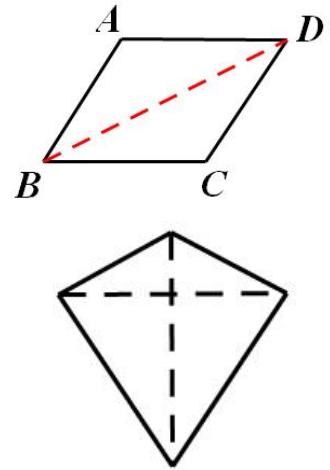
又 $\because$ 矩形 ABCD， $\therefore AC = BD$ （矩形的对角线相等）。

$\therefore EF = HG = EF = FG$ （等量代换）。

$\therefore$ 四边形 EFGH 是菱形（四边相等的四边形是菱形）。因此命题③正确。

④根据轴对称图形和中心对称图形的概念，正五边形是轴对称图形，不是中心对称图形。因此命题④错误。

综上所述，正确的命题即真命题有①③。故选 B。



二、填空题（本大题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

9. **（2012 江苏泰州 3 分）** 3 的相反数是 ▲ 。

【答案】 -3。

【考点】相反数。

【分析】相反数的定义是：如果两个数只有符号不同，我们称其中一个数为另一个数的相反数，特别地，0 的相反数还是 0。因此 3 的相反数是 -3。

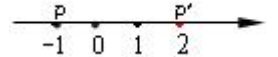
10. (2012 江苏泰州 3 分) 如图, 数轴上的点 P 表示的数是 -1, 将点 P 向右移动 3 个单位长度得到点 P', 则点 P' 表示的数是_____▲_____.



【答案】2。

【考点】数轴和数, 平移的性质。

【分析】如图, 根据平移的性质, 点 P' 表示的数是 2。



11. (2012 江苏泰州 3 分) 若 $2a - b = 5$, 则多项式 $6a - 3b$ 的值是_____▲_____.

【答案】15。

【考点】代数式求值。

【分析】 $6a - 3b = 3(2a - b) = 3 \times 5 = 15$ 。

12. (2012 江苏泰州 3 分) 一组数据 2、-2、4、1、0 的中位数是_____▲_____.

【答案】1。

【考点】中位数。

【分析】中位数是一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数)。由此将这组数据重新排序为 -2, 0, 1, 2, 4, $\therefore$ 中位数为: 1。

13. (2012 江苏泰州 3 分) 已知 $\angle \alpha$ 的补角是 130° , 则 $\angle \alpha =$ _____▲_____度。

【答案】50。

【考点】补角的定义。

【分析】直接根据补角的定义求解: $\angle \alpha = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ 。

14. (2012 江苏泰州 3 分) 根据排列规律, 在横线上填上合适的代数式: $x, 3x^2, 5x^3, \underline{\hspace{2cm}}, 9x^5, \dots$

【答案】 $7x^4$ 。

【考点】分类归纳 (数字的变化类)。

【分析】寻找规律, 代数式的系数为 1, 3, 5, 7, 9, ..., 是奇数排列; 代数式字母 x 的指数为 1, 2, 3, 4, 5, ..., 是自然数排列。所以在横线上的代数式是 $7x^4$ 。

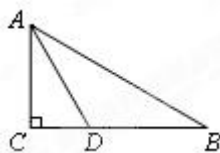
15. (2012 江苏泰州 3 分) 分解因式: $a^2 - 6a + 9 =$ _____▲_____.

【答案】 $(a - 3)^2$ 。

【考点】应用公式法因式分解。

【分析】直接应用完全平方公式即可： $a^2 - 6a + 9 = a^2 - 2 \times 3a + 3^2 = (a - 3)^2$ 。

16. (2012 江苏泰州 3 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D , 若 $CD = 4$, 则点 D 到 AB 的距离是 ▲ .



【答案】4。

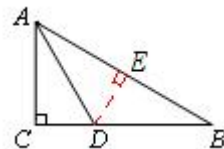
【考点】点到直线距离的概念, 角平分线的性质。

【分析】过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 则 DE 即为点 D 到 AB 的距离。

$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $CD = 4$,

$\therefore$ 根据角平分线上的点到角的两边距离相等性质, 得 $DE = CD = 4$,

即点 D 到 AB 的距离为 4。



17. (2012 江苏泰州 3 分) 若代数式 $x^2 + 3x + 2$ 可以表示为 $(x - 1)^2 + a(x - 1) + b$ 的形式, 则 $a + b$ 的值是 ▲ .

【答案】11。

【考点】代数式恒等的意义, 解二元一次方程组。

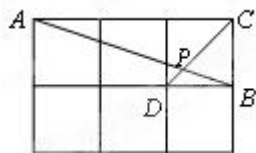
【分析】 $\because$ 代数式 $x^2 + 3x + 2$ 可以表示为 $(x - 1)^2 + a(x - 1) + b$ 的形式,

$$\therefore x^2 + 3x + 2 = (x - 1)^2 + a(x - 1) + b.$$

$$\text{又} \because (x - 1)^2 + a(x - 1) + b = x^2 + (a - 2)x - a + b + 1,$$

$$\therefore \begin{cases} a - 2 = 3 \\ -a + b + 1 = 2 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = 5 \\ b = 6 \end{cases}. \therefore a + b = 11.$$

18. (2012 江苏泰州 3 分) 如图, 在边长相同的小正方形组成的网格中, 点 A 、 B 、 C 、 D 都在这些小正方形的顶点上, AB 、 CD 相交于点 P , 则 $\tan \angle APD$ 的值是 ▲ .



【答案】 2。

【考点】 正方形的性质，相似三角形的判定和性质，锐角三角函数的定义。

【分析】 如图，连接 BE，

$\because$ 四边形 BCED 是正方形，

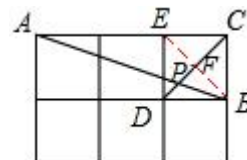
$\therefore DF=CF=\frac{1}{2}CD$ ， $BF=\frac{1}{2}BE$ ， $CD=BE$ ， $BE \perp CD$ ， $\therefore BF=CF$ 。

根据题意得： $AC \parallel BD$ ， $\therefore \triangle ACP \sim \triangle BDP$ 。

$\therefore DP:CP=BD:AC=1:3$ 。 $\therefore DP=PF=\frac{1}{2}CF=\frac{1}{2}BF$ 。

在 $Rt\triangle PBF$ 中， $\tan \angle BPF = \frac{BF}{PF} = 2$ 。

$\because \angle APD = \angle BPF$ ， $\therefore \tan \angle APD = 2$ 。



三、解答题（本大题共有 10 小题，共 96 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

19. **（2012 江苏泰州 8 分）** 计算或化简：

(1) **（2012 江苏泰州 4 分）** 计算： $\sqrt{12} + 2012^0 + |-3| - 4\cos 30^\circ$ ；

【答案】 解：原式 $= 2\sqrt{3} + 1 + 6 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4$ 。

【考点】 实数的运算，算术平方根，零指数幂，绝对值，特殊角的三角函数值。

【分析】 针对算术平方根，零指数幂，绝对值，特殊角的三角函数值 4 个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果。

(2) **（2012 江苏泰州 4 分）** 化简： $1 - \frac{a-1}{a} \div \frac{a^2-1}{a^2+2a}$ 。

【答案】 解：原式 $= 1 - \frac{a-1}{a} \cdot \frac{a(a+2)}{(a+1)(a-1)} = 1 - \frac{a+2}{a+1} = \frac{a+1-(a+2)}{a+1} = -\frac{1}{a+1}$ 。

【考点】 分式运算法则。

【分析】 先将减式除法转换成乘法，约分化简，最后通分。

20. (2012 江苏泰州 8 分) 当 x 为何值时, 分式 $\frac{3-x}{2-x}$ 的值比分式 $\frac{1}{x-2}$ 的值大 3?

【答案】解: 根据题意, 得 $\frac{3-x}{2-x} - \frac{1}{x-2} = 3$,

去分母, 得 $-(3-x) - 1 = 3(x-2)$,

解得 $x=1$ 。

经检验, $x=1$ 是方程 $\frac{3-x}{2-x} - \frac{1}{x-2} = 3$ 的根。

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, 分式 $\frac{3-x}{2-x}$ 的值比分式 $\frac{1}{x-2}$ 的值大 3。

【考点】分式方程的应用, 解分式方程。

【分析】根据题意列方程求解, 解分式方程时先去掉分母, 观察可得最简公分母是 $x-2$, 方程两边乘以最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解, 然后解一元一次方程, 最后检验即可求解。

21. (2012 江苏泰州 8 分) 小明有 2 件上衣, 分别为红色和蓝色, 有 3 条裤子, 其中 2 条为蓝色、1 条

为棕色。小明任意拿出 1 件上衣和 1 条裤子穿上, 请用画树状图或列表的方法列出所有可能出现的结果,

并求小明穿的上衣和裤子恰好都是蓝色的概率。

【答案】解: 画树状图得:



如图: 共有 6 种可能出现的结果。

$\therefore$ 小明穿的上衣和裤子恰好都是蓝色的有 2 种情况,

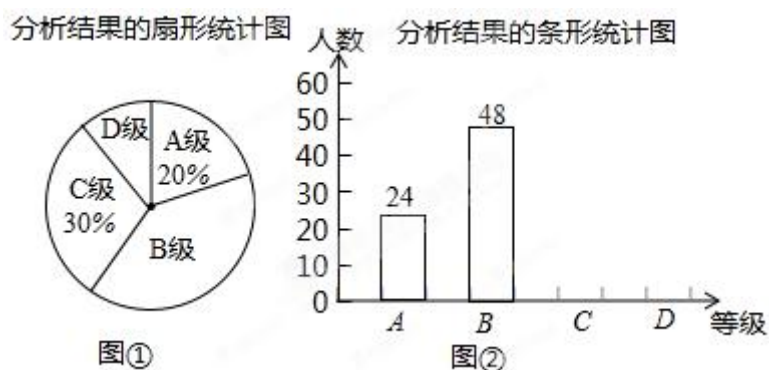
$\therefore$ 小明穿的上衣和裤子恰好都是蓝色的概率为: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

【考点】列表法或树状图法, 概率。

【分析】根据题意画出树状图或列表, 求得所有等可能的结果与小明穿的上衣和裤子恰好都是蓝色的情况, 然后利用概率公式求解即可求得答案。

22. (2012 江苏泰州 8 分) 某校组织学生书法比赛, 对参赛作品按 A、B、C、D 四个等级进行了评定。现

随机抽取部分学生书法作品的评定结果进行分析, 并绘制扇形统计图和条形统计图如下:



根据上述信息完成下列问题：

- (1) 求这次抽取的样本的容量；
- (2) 请在图②中把条形统计图补充完整；
- (3) 已知该校这次活动共收到参赛作品 750 份，请你估计参赛作品达到 B 级以上（即 A 级和 B 级）有
多少份？

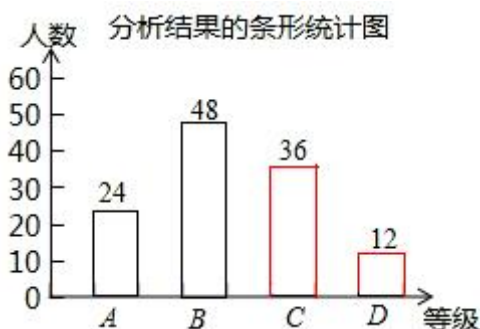
【答案】解：(1) $\because$ A 级人数为 24 人，在扇形图所占比例为 20%，

$\therefore$ 这次抽取的样本的容量为： $24 \div 20\% = 120$ 。

(2) 根据 C 级在扇形图所占比例为 30%，得出 C 级人数为： $120 \times 30\% = 36$ 人，

$\therefore$ D 级人数为： $120 - 36 - 24 - 48 = 12$ 人。

$\therefore$ 补充条形统计图如图所示：



(3) $\because$ A 级和 B 级作品在样本中所占比例为： $(24 + 48) \div 120 \times 100\% = 60\%$ ，

$\therefore$ 该校这次活动共收到参赛作品 750 份，参赛作品达到 B 级以上有 $750 \times 60\% = 450$ 份。

【考点】 条形统计图，扇形统计图，样本容量，频数、频率和总量的关系，用样本估计总体。

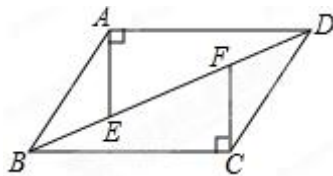
【分析】 (1) 根据 A 级人数为 24 人，以及在扇形图所占比例为 20%， $24 \div 20\%$ 即可得出得出抽取的样

本的容量。

(2) 根据 C 级在扇形图中所占比例为 30%，得出 C 级人数为： $120 \times 30\% = 36$ 人，即可得出 D 级人数，补全条形图即可。

(3) 根据 A 级和 B 级作品在样本中所占比例为： $(24+48) \div 120 \times 100\% = 60\%$ ，即可根据用样本估计总体的方法得出该校这次活动共收到参赛作品 750 份，参赛作品达到 B 级以上的份数。

23. (2012 江苏泰州 10 分) 如图，四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AE \perp AD$ 交 BD 于点 E， $CF \perp BC$ 交 BD 于点 F，且 $AE = CF$ 。求证：四边形 ABCD 是平行四边形。



【答案】证明： $\because AE \perp AD$ ， $CF \perp BC$ ， $\therefore \angle EAD = \angle CFB = 90^\circ$ 。

$\because AE \parallel CF$ ， $\therefore \angle AED = \angle CFB$ 。

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 和 $\text{Rt}\triangle CFB$ 中， $\because \angle EAD = \angle CFB = 90^\circ$ ， $\angle AED = \angle CFB$ ，

$AE = CF$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle CFB$ (ASA)。 $\therefore AD = BC$ 。

又 $\because AD \parallel BC$ ， $\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形。

【考点】平行的性质，全等三角形的判定和性质，平行四边形的判定。

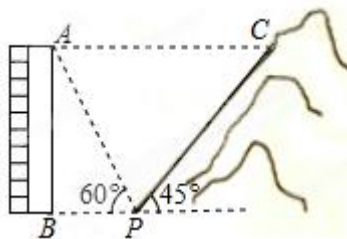
【分析】由垂直得到 $\angle EAD = \angle BCF = 90^\circ$ ，根据 AAS 可证明 $\text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle CFB$ ，得到 $AD = BC$ ，根据平行四边形的判定判断即可。

24. (2012 江苏泰州 10 分) 如图，一居民楼底部 B 与山脚 P 位于同一水平线上，小李在 P 处测得居民楼顶 A 的仰角为 60° ，然后他从 P 处沿坡角为 45° 的山坡向上走到 C 处，这时， $PC = 30$ m，点 C 与点 A 恰好在同一水平线上，点 A、B、P、C 在同一平面内。

(1) 求居民楼 AB 的高度；

(2) 求 C、A 之间的距离。

(精确到 0.1m, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73, \sqrt{6} \approx 2.45$)



【答案】解: (1) 过点 C 作 $CE \perp BP$ 于点 E,

在 $\text{Rt}\triangle CPE$ 中, $\because PC=30\text{m}, \angle CPE=45^\circ$,

$$\therefore \sin 45^\circ = \frac{CE}{PC}.$$

$$\therefore CE = PC \cdot \sin 45^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2} \text{ (m)}.$$

$\because$ 点 C 与点 A 在同一水平线上,

$$\therefore AB = CE = 15\sqrt{2} \approx 21.2 \text{ (m)}.$$

答: 居民楼 AB 的高度约为 21.2m.

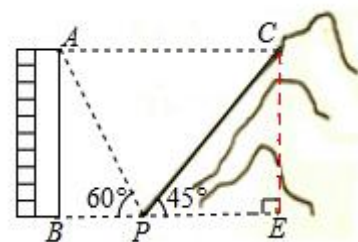
(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中, $\because \angle APB=60^\circ, \therefore \tan 60^\circ = \frac{AB}{BP}$.

$$\therefore BP = \frac{AB}{\tan 60^\circ} = \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{6} \text{ (m)}.$$

$$\therefore PE = CE = 15\sqrt{2} \text{ m},$$

$$\therefore AC = BE = 15\sqrt{2} + 5\sqrt{6} \approx 33.4 \text{ (m)}.$$

答: C、A 之间的距离约为 33.4m.



【考点】解直角三角形的应用(仰角俯角和坡度坡角问题), 锐角三角函数的定义, 特殊角的三角函数值.

【分析】(1) 首先分析图形: 根据题意构造直角三角形, 利用在 $\text{Rt}\triangle CPE$ 中, 由 $\sin 45^\circ = \frac{CE}{PC}$ 得出 EC 的长度, 从而可求出答案.

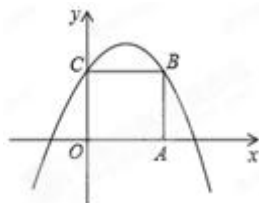
(2) 在 $\text{Rt}\triangle CPE$ 中, 由 $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BP}$ 得出 BP 的长, 从而得出 PE 的长, 即可得出

答案.

25. (2012 江苏泰州 10 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 边长为 2 的正方形 OABC 的顶点 A、C 分

别在 x 轴、 y 轴的正半轴上，二次函数 $y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 的图象经过 B 、 C 两点.

- (1) 求该二次函数的解析式;
(2) 结合函数的图象探索: 当 $y > 0$ 时 x 的取值范围.



【答案】解: (1) $\because$ 正方形 $OABC$ 的边长为 2, $\therefore$ 点 B 、 C 的坐标分别为 $(2, 2)$, $(0, 2)$,

将点 B 、 C 的坐标分别代入 $y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 得

$$\begin{cases} -\frac{2}{3} \times 4 + 2b + c = 2 \\ c = 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b = \frac{3}{4} \\ c = 2 \end{cases}.$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 2$.

(2) 令 $y = 0$, 则 $-\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 2 = 0$, 整理得, $x^2 - 2x - 3 = 0$,

解得 $x_1 = -1$, $x_2 = 3$.

$\therefore$ 二次函数图象与 x 轴的交点坐标为 $(-1, 0)$ $(3, 0)$.

$\therefore$ 当 $y > 0$ 时, 二次函数图象在 x 轴的上方, x 的取值范围是 $-1 < x < 3$.

【考点】二次函数综合题, 正方形的性质, 曲线上点的坐标与方程的关系, 二次函数图象与 x 轴的交点问题.

【分析】(1) 根据正方形的性质得出点 B 、 C 的坐标, 然后利用待定系数法求函数解析式解答.

(2) 令 $y = 0$ 求出二次函数图象与 x 轴的交点坐标, 再根据 $y > 0$, 二次函数图象在 x 轴的上方写出 x 的取值范围即可.

26. (2012 江苏泰州 10 分) 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中,

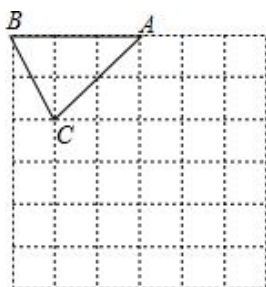
$\triangle ABC$ 的顶

点 A 、 B 、 C 在小正方形的顶点上, 将 $\triangle ABC$ 向下平移 4 个单位、再向右平移 3 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$,

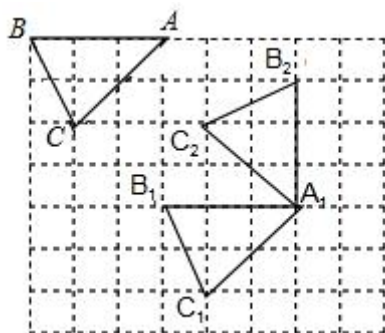
然后将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 A_1 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_1B_2C_2$.

- (1) 在网格中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_1B_2C_2$;

(2) 计算线段 AC 在变换到 A_1C_2 的过程中扫过区域的面积 (重叠部分不重复计算)



【答案】解: (1) 如图所示:



(2) $\because$ 图中是边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格,

$$\therefore AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

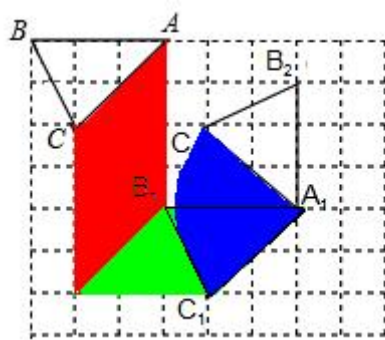
$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 向下平移 4 个单位 AC 所扫过的面积是以 4 为底, 以 2 为高的平行四边形的面积: $4 \times 2 = 8$.

再向右平移 3 个单位 AC 所扫过的面积是以 3 为底, 以 2 为高的平行四边形的面积: $4 \times 2 = 6$.

当 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 A_1 顺时针旋转 90° 到 $\triangle A_1B_2C_2$ 时, A_1C_1 所扫过的面积是以 A_1 为圆心以 $2\sqrt{2}$ 为半径, 圆心角为 90° 的扇形的面积, 重叠部分是以 A_1 为圆心,

以 $2\sqrt{2}$ 为半径, 圆心角为 45° 的扇形的面积, 去掉重叠部分, 面积为: $\frac{45 \cdot \pi \cdot (2\sqrt{2})^2}{360} = \pi$

$\therefore$ 线段 AC 在变换到 A_1C_2 的过程中扫过区域的面积 $= 8 + 6 + \pi = 14 + \pi$.



【考点】作图 (平移和旋转变换), 平移和旋转的性质, 网格问题, 勾股定理, 平行四边形面积和扇形面积的计算.

【分析】(1) 根据图形平移及旋转的性质画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 及 $\triangle A_1B_2C_2$ 即可.

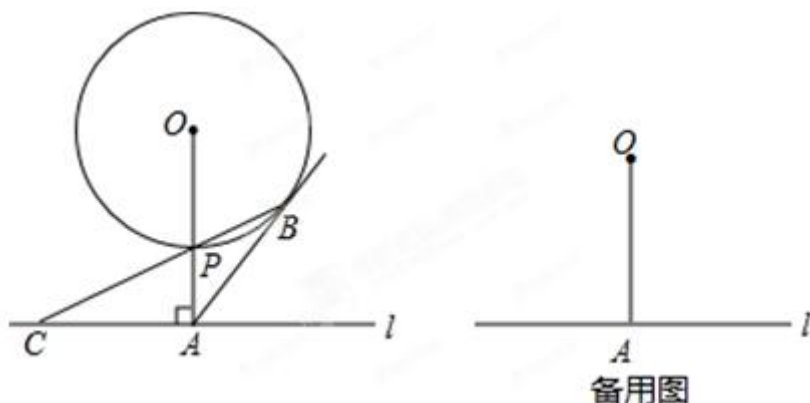
(2) 画出图形, 根据图形平移及旋转的性质分三部分求取面积.

27. (2012 江苏泰州 12 分) 如图, 已知直线 l 与 $\odot O$ 相离, $OA \perp l$ 于点 A, $OA = 5$, OA 与

$\odot O$ 相交于点

P, AB 与 $\odot O$ 相切于点 B, BP 的延长线交直线 l 于点 C.

- (1) 试判断线段 AB 与 AC 的数量关系, 并说明理由;
- (2) 若 $PC=2\sqrt{5}$, 求 $\odot O$ 的半径和线段 PB 的长;
- (3) 若在 $\odot O$ 上存在点 Q, 使 $\triangle QAC$ 是以 AC 为底边的等腰三角形, 求 $\odot O$ 的半径 r 的取值范围.



【答案】解: (1) $AB=AC$ 。理由如下:

连接 OB。

$\because AB$ 切 $\odot O$ 于 B, $OA \perp AC$, $\therefore \angle OBA = \angle OAC = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle OBP + \angle ABP = 90^\circ$, $\angle ACP + \angle CPB = 90^\circ$ 。

$\because OP = OB$, $\therefore \angle OBP = \angle OPB$ 。

$\therefore \angle OPB = \angle APC$, $\therefore \angle ACP = \angle ABC$ 。

$\therefore AB = AC$ 。

(2) 延长 AP 交 $\odot O$ 于 D, 连接 BD,

设圆半径为 r, 则由 $OA=5$ 得, $OP=OB=r$, $PA=5-r$ 。

又 $\because PC=2\sqrt{5}$,

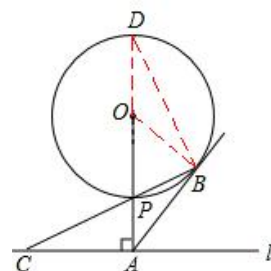
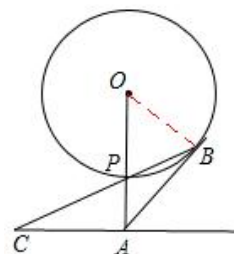
$\therefore AB^2 = OA^2 - OB^2 = 5^2 - r^2$, $AC^2 = PC^2 - PA^2 = (2\sqrt{5})^2 - (5-r)^2$ 。

由 (1) $AB=AC$ 得 $5^2 - r^2 = (2\sqrt{5})^2 - (5-r)^2$, 解得: $r=3$ 。

$\therefore AB=AC=4$ 。

$\because PD$ 是直径, $\therefore \angle PBD = 90^\circ = \angle PAC$ 。

$\because \angle DPB = \angle CPA$, $\therefore \triangle DPB \sim \triangle CPA$ 。 $\therefore \frac{CP}{PD} = \frac{AP}{BP}$, 即 $\frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{2}{BP}$,



解得 $PB = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ 。

(3) 作线段 AC 的垂直平分线 MN ，作 $OE \perp MN$ ，

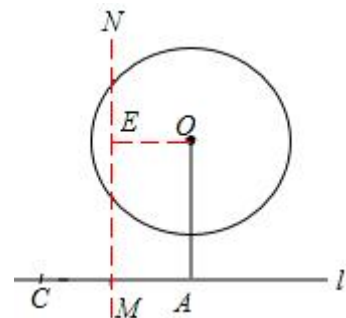
$$\text{则 } OE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{5^2 - r^2}。$$

$$\text{又} \because \text{圆 } O \text{ 要与直线 } MN \text{ 交点, } \therefore OE = \frac{1}{2}\sqrt{5^2 - r^2} \leq r,$$

$$\therefore r \geq \sqrt{5}。$$

$$\text{又} \because \text{圆 } O \text{ 与直线 } l \text{ 相离, } \therefore r < 5。$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径 } r \text{ 的取值范围为 } \sqrt{5} \leq r < 5。$$



【考点】切线的性质，三角形内角和定理，等腰三角形的判定和性质，勾股定理，直线与圆的位置关系，相似三角形的判定和性质。

【分析】(1) 连接 OB ，根据切线的性质和垂直得出 $\angle OBA = \angle OAC = 90^\circ$ ，推出 $\angle OBP + \angle ABP = 90^\circ$ ， $\angle ACP + \angle CPB = 90^\circ$ ，求出 $\angle ACP = \angle ABC$ ，根据等腰三角形的判定推出即可。

(2) 延长 AP 交 $\odot O$ 于 D ，连接 BD ，设圆半径为 r ，则 $OP = OB = r$ ， $PA = 5 - r$ ，根据 $AB = AC$ 推出

$$5^2 - r^2 = (2\sqrt{5})^2 - (5 - r)^2，\text{ 求出 } r，\text{ 证 } \triangle DPB \sim \triangle CPA，\text{ 得出 } \frac{CP}{PD} = \frac{AP}{BP}，\text{ 代入求出 } PB \text{ 即可。}$$

(3) 根据已知得出 Q 在 AC 的垂直平分线上，作出线段 AC 的垂直平分线 MN ，作 $OE \perp MN$ ，求出 $OE < r$ ，求出 r 范围，再根据相离得出 $r < 5$ ，即可得出答案。

28. **(2012 江苏泰州 12 分)** 如图，已知一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象与 x 轴相交于点 A ，

与反比例函数 $y_2 = \frac{c}{x}$

的图象相交于 $B(-1, 5)$ 、 $C(\frac{5}{2}, d)$ 两点。点 $P(m, n)$ 是一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象上的动点。

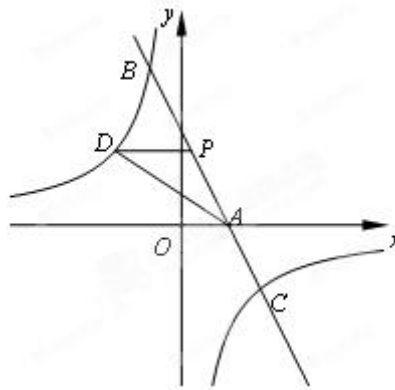
(1) 求 k 、 b 的值；

(2) 设 $-1 < m < \frac{3}{2}$ ，过点 P 作 x 轴的平行线与函数 $y_2 = \frac{c}{x}$ 的图象相交于点 D 。试问 $\triangle PAD$ 的面积是

否存在最大值？若存在，请求出面积的最大值及此时点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) 设 $m = 1 - a$ ，如果在两个实数 m 与 n 之间（不包括 m 和 n ）有且只有一个整数，求实数 a 的取值

范围.



【答案】解：（1）将点 B 的坐标代入 $y_2 = \frac{c}{x}$ ，得 $5 = \frac{c}{-1}$ ，解得 $c = -5$ 。

∴ 反比例函数解析式为 $y_2 = -\frac{5}{x}$ 。

将点 C $(\frac{5}{2}, d)$ 的坐标代入 $y_2 = -\frac{5}{x}$ ，得 $d = -\frac{5}{\frac{5}{2}} = -2$ 。∴ C $(\frac{5}{2}, -2)$ 。

∴ 一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象经过 B $(-1, 5)$ 、C $(\frac{5}{2}, -2)$ 两点，

$$\therefore \begin{cases} 5 = -k + b \\ -2 = \frac{5}{2}k + b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -2 \\ b = 3 \end{cases}.$$

（2）存在。

令 $y_1 = 0$ ，即 $-2x + 3 = 0$ ，解得 $x = \frac{3}{2}$ 。∴ A $(\frac{3}{2}, 0)$ 。

由题意，点 P (m, n) 是一次函数 $y_1 = -2x + 3$ 的图象上的动点，且 $-1 < m < \frac{3}{2}$

∴ 点 P 在线段 AB 上运动（不含 A、B）。设 P $(\frac{3-n}{2}, n)$ 。

∵ DP // x 轴，且点 D 在 $y_2 = -\frac{5}{x}$ 的图象上，

∴ $y_D = y_P = n$ ， $x_D = -\frac{5}{n}$ ，即 D $(-\frac{5}{n}, n)$ 。

$$\therefore \triangle PAD \text{ 的面积为 } S = \frac{1}{2}PD \cdot OP = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3-n}{2} + \frac{5}{n} \right) \cdot n = -\frac{1}{4} \left(n - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{49}{16}.$$

∴ S 关于 n 的二次函数的图象开口向下，有最大值。

又 ∵ $n = -2m + 3$ ， $-1 < m < \frac{3}{2}$ ，得 $0 < n < 5$ ，而 $0 < n = \frac{3}{2} < 5$ 。

$\therefore$ 当 $n = \frac{3}{2}$ 时, 即 $P\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{2}\right)$ 时, $\triangle PAD$ 的面积 S 最大, 为 $\frac{49}{16}$ 。

(3) 由已知, $P(-1-a, 2a+1)$ 。

易知 $m \neq n$, 即 $1-a \neq 2a+1$, 即 $a \neq 0$ 。

若 $a > 0$, 则 $m < 1 < n$ 。

由题设, $m > 0$, $n \leq 2$, 解出不等式组的解为 $0 < a \leq \frac{1}{2}$ 。

若 $a < 0$, 则 $n < 1 < m$ 。

由题设, $n \geq 0$, $m < 2$, 解出不等式组的解为 $-\frac{1}{2} \leq a < 0$ 。

综上所述, 数 a 的取值范围为 $-\frac{1}{2} \leq a < 0$, $0 < a \leq \frac{1}{2}$ 。

【考点】反比例函数和一次函数综合问题, 曲线上点的坐标与方程的关系, 平行的性质, 二次函数的性质, 不等式组的应用。

【分析】(1) 根据曲线上点的坐标与方程的关系, 由 B 的坐标求得 $c = -5$, 从而得到 $y_2 = -\frac{5}{x}$; 由点 C 在 $y_2 = -\frac{5}{x}$ 上求得 $d = -2$, 即得点 C 的坐标; 由点 B 、 C 在 $y_1 = kx + b$ 上, 得方程组, 解出即可求得 k 、 b 的值。

(2) 求出 $\triangle PAD$ 的面积 S 关于 n 的二次函数 (也可求出关于 m), 应用二次函数的最值原理即可求得面积的最大值及此时点 P 的坐标。

(3) 由 $m \neq n$ 得到 $a \neq 0$ 。分 $a > 0$ 和 $a < 0$ 两种情况求解。