

2012 年扬州市中考数学试题

一、选择题 (本题有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. -3 的绝对值是()

A. 3

B. -3

C. -3

D. $\frac{1}{3}$

2. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是()

A. 平行四边形

B. 等边三角形

C. 等腰梯形

D. 正方形

3. 今年我市参加中考的人数大约有 41300 人, 将 41300 用科学记数法表示为()

A. 413×10^2

B. 41.3×10^3

C. 4.13×10^4

D. 0.413×10^3

4. 已知 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径分别为 3cm、5cm, 且它们的圆心距为 8cm, 则 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系是()

A. 外切

B. 相交

C. 内切

D. 内含

5. 如图是由几个相同的小立方块搭成的几何体的三视图, 则这几个几何体的小立方块的个数是()

A. 4 个

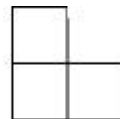
B. 5 个

C. 6 个

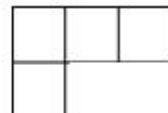
D. 7 个



主视图



左视图



俯视图

6. 将抛物线 $y = x^2 + 1$ 先向左平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位, 那么所得抛物线的函数关系式是()

A. $y = (x + 2)^2 + 2$

B. $y = (x + 2)^2 - 2$

C. $y = (x - 2)^2 + 2$

D. $y = (x - 2)^2 - 2$

7. 某校在开展“爱心捐助”的活动中, 初三一班六名同学捐款的数额分别为: 8, 10, 10, 4, 8, 10(单位: 元), 这组数据的众数是()

A. 10

B. 9

C. 8

D. 4

8. 大于 1 的正整数 m 的三次幂可“分裂”成若干个连续奇数的和, 如 $2^3 = 3 + 5$, $3^3 = 7 + 9 + 11$, $4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$, $\dots$ 若 m^3 分裂后, 其中有一个奇数是 2013, 则 m 的值是()

A. 43

B. 44

C. 45

D. 46

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

9. 扬州市某天的最高气温是 6°C , 最低气温是 -2°C , 那么当天的日温差是_____.

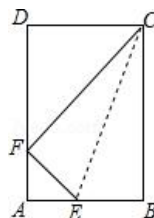
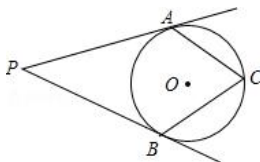
10. 一个锐角是 38° , 则它的余角是_____度.

11. 已知 $2a - 3b^2 = 5$, 则 $10 - 2a + 3b^2$ 的值是_____.

12. 已知梯形的中位线长是 4cm, 下底长是 5cm, 则它的上底长是_____cm.

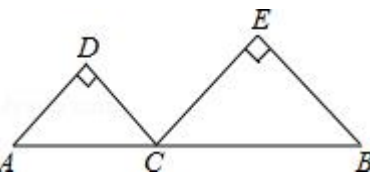
13. 在平面直角坐标系中, 点 $P(m, m - 2)$ 在第一象限内, 则 m 的取值范围是_____.

14. 如图, PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线, 切点分别为 A 、 B 两点, 点 C 在 $\odot O$ 上, 如果 $\angle ACB = 70^\circ$, 那么 $\angle P$ 的度数是_____.



15. 如图, 将矩形 $ABCD$ 沿 CE 折叠, 点 B 恰好落在边 AD 的 F 处. 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$, 则 $\tan \angle DCF$ 的值是_____.

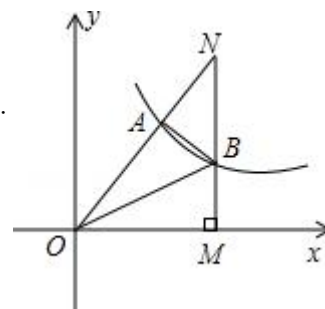
16. 如图, 线段 AB 的长为 2, C 为 AB 上一个动点, 分别以 AC 、 BC



为斜边在 AB 的同侧作两个等腰直角三角形 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$, 那么 DE 长的最小值是_____.

17. 已知一个圆锥的母线长为 10cm , 将侧面展开后所得扇形的圆心角是 144° , 则这个圆锥的底面圆的半径是_____ cm .

18. 如图, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 经过 $\text{Rt}\triangle OMN$ 斜边上的点 A , 与直角边 MN 相交于点 B , 已知 $OA = 2AN$, $\triangle OAB$ 的面积为 5 , 则 k 的值是_____.



三、解答题 (本大题共有 10 小题, 共 96 分)

19. (1) 计算: $\sqrt{9} - (-1)^2 + (-2012)^0$; (2) 因式分解: $m^3n - 9mn$.

20. 先化简: $1 - \frac{a-1}{a} \div \frac{a^2-1}{a^2+2a}$, 再选取一个合适的 a 值代入计算.

21. 扬州市中小学全面开展“体艺 2+1”活动, 某校根据学校实际, 决定开设 A : 篮球, B : 乒乓球, C : 声乐, D : 健美操等四中活动项目, 为了解学生最喜欢哪一种活动项目, 随机抽取了部分学生进行调查, 并将调查结果绘制了两幅不完整的统计图. 请回答下列问题:

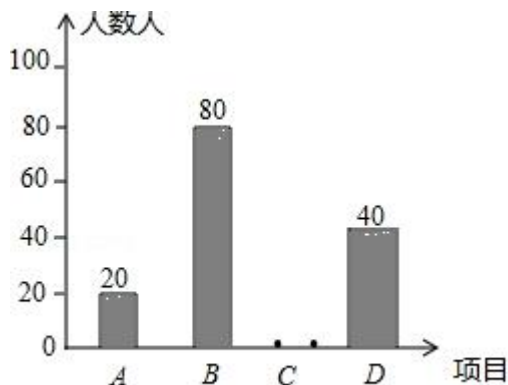


图1

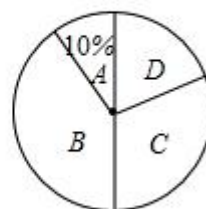


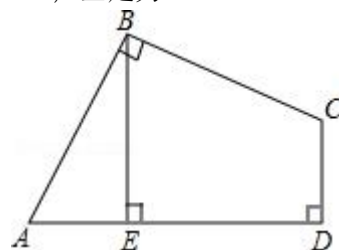
图2

- (1) 这次被调查的学生共有_____人.
 (2) 请你将统计图 1 补充完整.
 (3) 统计图 2 中 D 项目对应的扇形的圆心角是_____度. xkb1.com
 (4) 已知该校学生 2400 人, 请根据调查结果估计该校最喜欢乒乓球的学生人数.

22. 一个不透明的布袋里装有 4 个大小, 质地都相同的乒乓球, 球面上分别标有数字 1, -2 , 3, -4 , 小明先从布袋中随机摸出一个球(不放回去), 再从剩下的 3 个球中随机摸出第二个乒乓球.

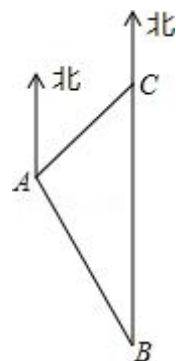
- (1) 共有_____种可能的结果.
 (2) 请用画树状图或列表的方法求两次摸出的乒乓球的数字之积为偶数的概率.

23. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = BC$, $\angle ABC = \angle CDA = 90^\circ$, $BE \perp AD$, 垂足为 E . 求证: $BE = DE$.



24. 为了改善生态环境, 防止水土流失, 某村计划在荒坡上种 480 棵树, 由于青年志愿者的支援, 每日比原计划多种 $\frac{1}{3}$, 结果提前 4 天完成任务, 原计划每天种多少棵树?

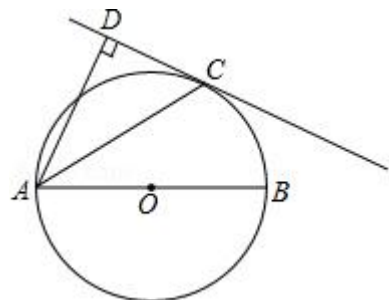
25. 如图, 一艘巡逻艇航行至海面 B 处时, 得知正北方向上距 B 处 20 海里的 C 处有一渔船发生故障, 就立即指挥港口 A 处的救援艇前往 C 处营救. 已知 C 处位于 A 处的北偏东 45° 的方向上, 港口 A 位于 B 的北偏西 30° 的方向上. 求 A 、 C 之间的距离(结果精确到 0.1 海里, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$).



26. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, AD 垂直于过点 C 的切线, 垂足为 D .

(1) 求证: AC 平分 $\angle BAD$;

(2) 若 $AC = 2\sqrt{5}$, $CD = 2$, 求 $\odot O$ 的直径.

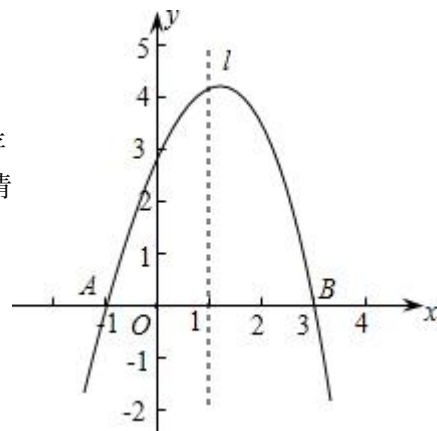


27. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 三点, 直线 l 是抛物线的对称轴.

(1) 求抛物线的函数关系式;

(2) 设点 P 是直线 l 上的一个动点, 当 $\triangle PAC$ 的周长最小时, 求点 P 的坐标;

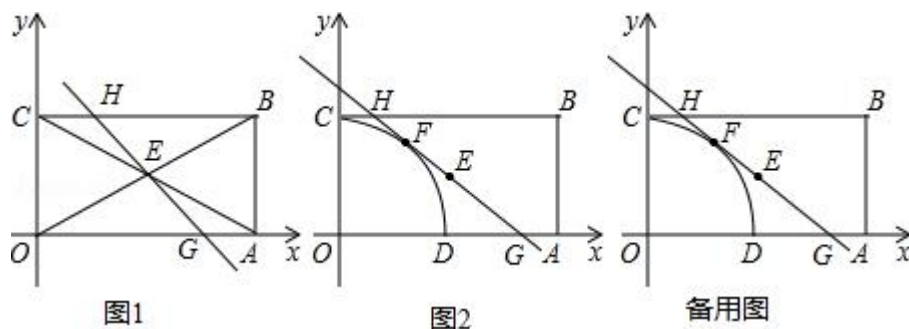
(3) 在直线 l 上是否存在点 M , 使 $\triangle MAC$ 为等腰三角形? 若存在, 直接写出所有符合条件的点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



28. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的顶点 O 在坐标原点, 顶点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, 且 $OA = 2$, $OC = 1$, 矩形对角线 AC 、 OB 相交于 E , 过点 E 的直线与边 OA 、 BC 分别相交于点 G 、 H .

(1) ①直接写出点 E 的坐标: _____; ②求证: $AG = CH$.

- (2)如图 2, 以 O 为圆心, OC 为半径的圆弧交 OA 与 D , 若直线 GH 与弧 CD 所在的圆相切于矩形内一点 F , 求直线 GH 的函数关系式.
- (3)在(2)的结论下, 梯形 $ABHG$ 的内部有一点 P , 当 $\odot P$ 与 HG 、 GA 、 AB 都相切时, 求 $\odot P$ 的半径.



一. 选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

1	2	3	4	5	6	7	8
A	D	C	A	B	B	A	C

二. 填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. 8°C 10. 52 11. 5 12. 3 13. $m > 2$ 14. 40° 15. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 16. 1 17. 4 18. 12

三. 解答题(本大题共有 10 小题, 共 96 分)

19. 解: (1)原式 $=3-1+1=3$;

$$(2)m^3n - 9mn = mn(m^2 - 9) = mn(m+3)(m-3)$$

$$\begin{aligned} 20. \text{解: 原式} &= 1 - \frac{a-1}{a} \times \frac{a^2+2a}{a^2-1} \\ &= 1 - \frac{a-1}{a} \times \frac{a(a+2)}{(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{a+1}{a+1} - \frac{a+2}{a+1} \\ &= -\frac{1}{a+1}, \end{aligned}$$

a 取除 0、-2、-1、1 以外的数, 如取 $a=9$, 原式 $=-\frac{1}{10}$

21. 解: (1)根据喜欢篮球的人数为 20 人, 所占百分比为 10%,
故这次被调查的学生共有: $20 \div 10\% = 200$;

故答案为: 200;

(2)根据喜欢 C 音乐的人数 $=200-20-80-40=60$,

故 C 对应 60 人, 如图所示:

(3)根据喜欢 D: 健美操的人数为: 40 人,

则统计图 2 中 D 项目对应的扇形的圆心角是: $40 \div 200 \times 360^{\circ} = 72^{\circ}$;

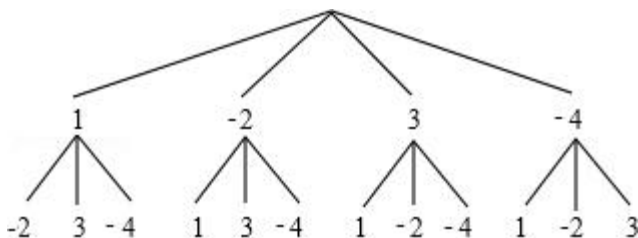
故答案为: 72;

(4)根据样本中最喜欢乒乓球的学生人数为 80 人,

故该校学生 2400 人中最喜欢乒乓球的学生人数为: $\frac{80}{200} \times 2400 = 960$ 人.

答: 该校最喜欢乒乓球的学生人数大约为 960 人.

22. 解: (1)根据题意画树形图如下:



由以上可知共有 12 种可能结果分别为:

(1, -2), (1, 3), (1, -4), (-2, 1), (-2, 3), (-2, -4),

(3, 1), (3, -2), (3, -4), (-4, 1), (-4, -2), (-4, 3);

故答案为: 12.

(2)在(1)中的 12 种可能结果中, 两个数字之积为偶数的只有 10 种,

$$P(\text{积为偶数}) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}.$$

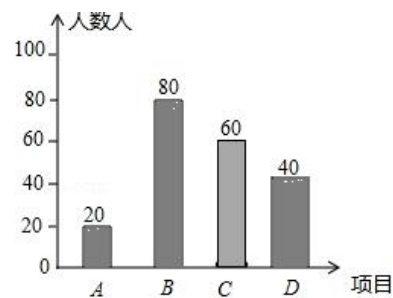
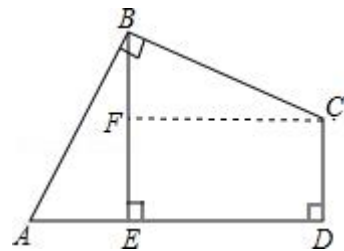
23. 证明: 作 $CF \perp BE$, 垂足为 F ,

图1

$\because BE \perp AD$,
 $\therefore \angle AEB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle FED = \angle D = \angle CFE = 90^\circ$, $\angle CBE + \angle ABE = 90^\circ$,
 $\angle BAE + \angle ABE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAE = \angle CBF$,
 $\therefore$ 四边形 $EFCD$ 为矩形,
 $\therefore DE = CF$,
 在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle CBF$ 中, 有 $\angle CBE = \angle BAE$, $\angle BFC = \angle BEA = 90^\circ$, $AB = BC$,
 $\therefore \triangle BAE \cong \triangle CBF$,
 $\therefore BE = CF = DE$,



24. 解: 设原计划每天种 x 棵树, 据题意得,

$$\frac{480}{x} - \frac{480}{\frac{4}{3}x} = 4$$

解得 $x = 30$,

经检验得出: $x = 30$ 是原方程的解.

答: 原计划每天种 30 棵树.

25. 解: 作 $AD \perp BC$, 垂足为 D ,

由题意得, $\angle ACD = 45^\circ$, $\angle ABD = 30^\circ$,

设 $CD = x$, 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 可得 $AD = x$,

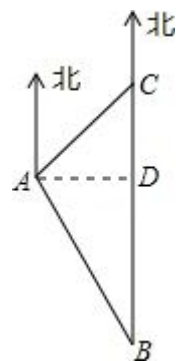
在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 可得 $BD = \sqrt{3}x$,

又 $\because BC = 20$, 即 $x + \sqrt{3}x = 20$,

解得: $x = 10(\sqrt{3} - 1)$

$\therefore AC = \sqrt{2}x \approx 10.3$ (海里).

答: A 、 C 之间的距离为 10.3 海里.



26. 解: (1)如图: 连接 OC ,

$\because DC$ 切 $\odot O$ 于 C ,

$\therefore AD \perp CD$,

$\therefore \angle ADC = \angle OCF = 90^\circ$,

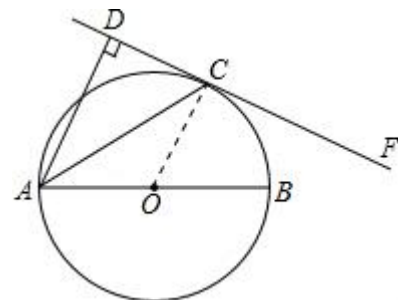
$\therefore AD \parallel OC$,

$\therefore \angle DAC = \angle OCA$,

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle OAC = \angle OCA$,

即 AC 平分 $\angle BAD$.



(2)连接 BC .

$\because AB$ 是直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ = \angle ADC$,

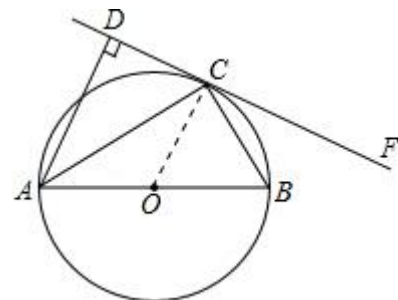
$\because \angle OAC = \angle OCA$,

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB$,

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AC = 2\sqrt{5}$, $CD = 2$,

$\therefore AD = 4$,



$$\therefore \frac{2\sqrt{5}}{AB} = \frac{4}{2\sqrt{5}}$$

$$\therefore AB = 5.$$

27. 解: (1)将 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 代入抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 得:

$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式: $y = -x^2 + 2x + 3$.

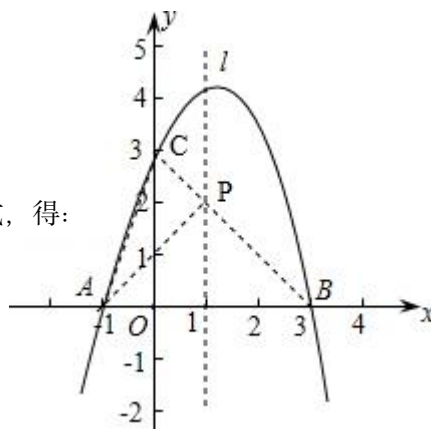
(2)连接 BC , 直线 BC 与直线 l 的交点为 P ;

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$, 将 $B(3, 0)$, $C(0, 3)$ 代入上式, 得:

$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 BC 的函数关系式 $y = -x + 3$;

当 $x = 1$ 时, $y = 2$, 即 P 的坐标 $(1, 2)$.



(3)抛物线的解析式为: $x = -\frac{b}{2a} = 1$, 设 $M(1, m)$, 已知 $A(-1, 0)$ 、 $C(0, 3)$, 则:

$$MA^2 = m^2 + 4, MC^2 = m^2 - 6m + 10, AC^2 = 10;$$

①若 $MA = MC$, 则 $MA^2 = MC^2$, 得:

$$m^2 + 4 = m^2 - 6m + 10, \text{ 得: } m = 1;$$

②若 $MA = AC$, 则 $MA^2 = AC^2$, 得:

$$m^2 + 4 = 10, \text{ 得: } m = \pm\sqrt{6};$$

③若 $MC = AC$, 则 $MC^2 = AC^2$, 得:

$$m^2 - 6m + 10 = 10, \text{ 得: } m = 0, m = 6;$$

当 $m = 6$ 时, M 、 A 、 C 三点共线, 构不成三角形, 不合题意, 故舍去;

综上可知, 符合条件的 M 点, 且坐标为 $M(1, \sqrt{6})$ 、 $(1, -\sqrt{6})$ 、 $(1, 1)$ 、 $(1, 0)$.

28. (1)①解: E 的坐标是: $(1, \frac{1}{2})$,

故答案为: $(1, \frac{1}{2})$;

②证明: $\because$ 矩形 $OABC$,

$$\therefore CE = AE, BC \parallel OA,$$

$$\therefore \angle HCE = \angle EAG,$$

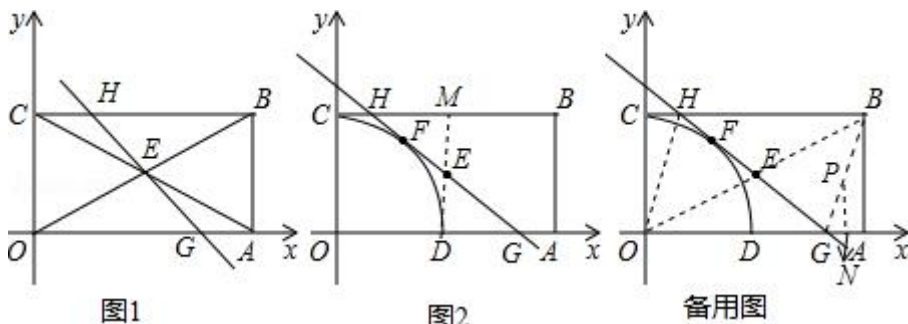
$\therefore$ 在 $\triangle CHE$ 和 $\triangle AGE$ 中

$$\begin{cases} \angle HCE = \angle EAG \\ CE = AE \\ \angle HEC = \angle GEA, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CHE \cong \triangle AGE,$$

$$\therefore AG = CH.$$

(2)解: 连接 DE 并延长 DE 交 CB 于 M ,



$\because DD = OC = 1 = \frac{1}{2} OA$,
 $\therefore D$ 是 OA 的中点,
 $\therefore$ 在 $\triangle CME$ 和 $\triangle ADE$ 中

$$\begin{cases} \angle MCE = \angle DAE \\ CE = AE \\ \angle MEC = \angle DEA \end{cases}$$

 $\therefore \triangle CME \cong \triangle ADE$,
 $\therefore CM = AD = 2 - 1 = 1$,
 $\because BC \parallel OA, \angle COD = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 $CMDO$ 是矩形,
 $\therefore MD \perp OD, MD \perp CB$,
 $\therefore MD$ 切 $\odot O$ 于 D ,
 $\therefore$ 得 HG 切 $\odot O$ 于 $F, E(1, \frac{1}{2})$,
 $\therefore$ 可设 $CH = HF = x, FE = ED = \frac{1}{2} = ME$,
 在 $Rt\triangle MHE$ 中, 有 $MH^2 + ME^2 = HE^2$
 即 $(1-x)^2 + (\frac{1}{2})^2 = (\frac{1}{2} + x)^2$,
 解得 $x = \frac{1}{3}$,
 $\therefore H(\frac{1}{3}, 1), OG = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$,
 又 $\therefore G(\frac{5}{3}, 0)$,
 设直线 GH 的解析式是: $y = kx + b$,
 把 $G、H$ 的坐标代入得: $0 = b$, 且 $1 = \frac{5}{3}k + b$,
 解得: $k = -\frac{3}{4}, b = \frac{5}{4}$,
 $\therefore$ 直线 GH 的函数关系式为 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$.

(3)解: 连接 BG ,
 $\therefore$ 在 $\triangle OCH$ 和 $\triangle BAG$ 中

$$\begin{cases} CH = AG \\ \angle HCO = \angle GAB \\ OC = AB \end{cases}$$
,
 $\therefore \triangle OCH \cong \triangle BAG$,
 $\therefore \angle CHO = \angle AGB$,
 $\therefore \angle HCO = 90^\circ$,

$\therefore HC$ 切 $\odot O$ 于 C , HG 切 $\odot O$ 于 F ,
 $\therefore OH$ 平分 $\angle CHF$,
 $\therefore \angle CHO = \angle FHO = \angle BGA$,
 $\therefore \triangle CHE \cong \triangle AGE$,
 $\therefore HE = GE$,

在 $\triangle HOE$ 和 $\triangle GBE$ 中

$$\begin{cases} EH=EG \\ \angle HEO=\angle GEB \\ OE=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle HOE \cong \triangle GBE$,
 $\therefore \angle OHE = \angle BGE$,
 $\therefore \angle CHO = \angle FHO = \angle BGA$,
 $\therefore \angle BGA = \angle BGE$,

即 BG 平分 $\angle FGA$,

$\therefore \odot P$ 与 HG 、 GA 、 AB 都相切,

$\therefore$ 圆心 P 必在 BG 上,

过 P 做 $PN \perp GA$, 垂足为 N ,

$\therefore \triangle GPN \sim \triangle GBA$,

$$\therefore \frac{PN}{BA} = \frac{GN}{GA}$$

设半径为 r ,

$$\frac{r}{1} = \frac{\frac{1}{3} - r}{\frac{1}{3}}$$

$$\text{解得: } r = \frac{1}{4}$$

答: $\odot P$ 的半径是 $\frac{1}{4}$.