

# 2012 年江苏省常州市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分,)

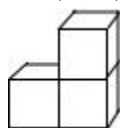
1. (2 分) (2012•常州)  $-3$  的相反数是 ( )

- A.  $-3$       B.  $-\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $3$

2. (2 分) (2009•台州) 下列运算正确的是 ( )

- A.  $3a+2a=a^5$       B.  $a^2 \cdot a^3=a^6$       C.  $(a+b)(a-b)$       D.  $(a+b)^2=a^2+b^2$   
 $=a^2-b^2$

3. (2 分) (2012•常州) 如图所示, 由三个相同的小正方体组成的立体图形的主视图是 ( )



- A.      B.      C.      D.

4. (2 分) (2012•常州) 为了参加市中学生篮球运动后, 某校篮球队准备购买 10 双运动鞋, 经统计 10 双运动鞋的号码 (cm) 如表所示:

|         |    |      |    |      |    |
|---------|----|------|----|------|----|
| 尺码      | 25 | 25.5 | 26 | 26.5 | 27 |
| 购买量 (双) | 2  | 4    | 2  | 1    | 1  |

则这 10 双运动鞋尺码的众数和中位数分别是 ( )

- A. 25.5cm    26cm    B. 26cm    25.5cm    C. 26cm    26cm    D. 25.5cm    25.5cm

5. (2 分) (2012•常州) 已知两圆半径分别为 7、3, 圆心距为 4, 则这两圆的位置关系为 ( )

- A. 外离      B. 内切      C. 相交      D. 内含

6. (2 分) (2012•常州) 已知等腰三角形三边中有两边的长分别为 4、9, 则这个等腰三角形的周长为 ( )

- A. 13      B. 17      C. 22      D. 17 或 22

7. (2 分) (2012•常州) 已知二次函数  $y=a(x-2)^2+c$  ( $a>0$ ), 当自变量  $x$  分别取  $\sqrt{2}$ 、3、0 时, 对应的函数值分别为:  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ , 则  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  的大小关系正确的是 ( )

- A.  $y_3 < y_2 < y_1$       B.  $y_1 < y_2 < y_3$       C.  $y_2 < y_1 < y_3$       D.  $y_3 < y_1 < y_2$

8. (2 分) (2012•常州) 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  都是正实数, 且  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ , 给出下列四个不等式:

- ①  $\frac{a}{a+b} < \frac{c}{c+d}$ ; ②  $\frac{c}{c+d} < \frac{a}{a+b}$ ; ③  $\frac{d}{c+d} < \frac{b}{a+b}$ ; ④  $\frac{b}{a+b} < \frac{d}{c+d}$

其中不等式正确的是 ( )

- A. ①③      B. ①④      C. ②④      D. ②③

二、填空题 (第 9 小题 4 分, 其余 8 小题每小题 2 分, 共 20 分, 不需写出解答过程)

9. (2 分) (2012•常州) 计算:  $|-2| =$  \_\_\_\_\_,  $(-2)^{-1} =$  \_\_\_\_\_,  $(-2)^2 =$  \_\_\_\_\_,  $\sqrt[3]{27} =$  \_\_\_\_\_.

10. (2分) (2012•常州) 已知点 P ( - 3, 1), 则点 P 关于 y 轴的对称点的坐标是\_\_\_\_\_, 点 P 关于原点 O 的对称点的坐标是\_\_\_\_\_.

11. (2分) (2012•常州) 若  $\angle a=60^\circ$ , 则  $\angle a$  的余角为\_\_\_\_\_,  $\cos a$  的值为\_\_\_\_\_.

12. (2分) (2012•常州) 已知扇形的半径为 3cm, 圆心角为  $120^\circ$ , 则此扇形的弧长为\_\_\_\_\_cm, 扇形的面积是\_\_\_\_\_cm<sup>2</sup>. (结果保留 $\pi$ )

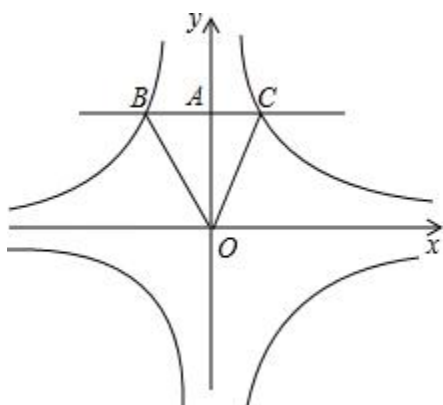
13. (2分) (2012•常州) 已知函数  $y=\sqrt{x-2}$ , 则自变量 x 的取值范围是\_\_\_\_\_; 若分式  $\frac{x-3}{x+1}$  的值为 0, 则  $x=$ \_\_\_\_\_.

14. (2分) (2012•常州) 已知关于 x 的方程  $2x^2 - mx - 6=0$  的一个根 2, 则  $m=$ \_\_\_\_\_, 另一个根为\_\_\_\_\_.

15. (2分) (2012•常州) 已知  $x=y+4$ , 则代数式  $x^2 - 2xy+y^2 - 25$  的值为\_\_\_\_\_.

16. (2分) (2012•常州) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 P (3, 0),  $\odot P$  是以点 P 为圆心, 2 为半径的圆, 若一次函数  $y=kx+b$  的图象过点 A ( - 1, 0) 且与  $\odot P$  相切, 则  $k+b$  的值为\_\_\_\_\_.

17. (4分) (2012•常州) 如图, 已知反比例函数  $y=\frac{k_1}{x}$  ( $k_1>0$ ),  $y=\frac{k_2}{x}$  ( $k_2<0$ ). 点 A 在 y 轴的正半轴上, 过点 A 作直线  $BC \parallel x$  轴, 且分别与两个反比例函数的图象交于点 B 和 C, 连接 OC、OB. 若  $\triangle BOC$  的面积为  $\frac{5}{2}$ ,  $AC: AB=2: 3$ , 则  $k_1=$ \_\_\_\_\_,  $k_2=$ \_\_\_\_\_.



### 三、解答题 (本题共 2 各小题, 共 18 分, 解答应写出演算步骤)

18. (8分) (2012•常州) 化简:

(1)  $\sqrt{9} - (\frac{1}{2})^0 + 2\sin 30^\circ$

(2)  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x+1}$

19. (10分) (2012•常州) 解方程组和不等式组:

(1) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - 7 < 4x + 2 \\ 5 - 2x < 15 - 4x \end{cases}$$

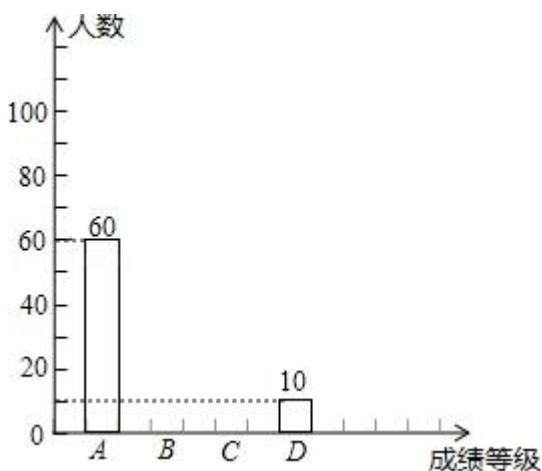
#### 四、解答题（本大题共 2 小题，共 15 分，解答应写出文字说明或演算步骤）

20. (7 分) (2012•常州) 为了迎接党的十八大的召开，某校组织了以“党在我心中”为主题的征文比赛，每位学生只能参加一次比赛，比赛成绩只分 A、B、C、D 四个阶段. 随机抽取该校部分学生的征文比赛成绩进行统计分析，并绘制了如下的统计图表：

根据表中的信息，解决下列问题：

| 成绩等级        | A   | B   | C   | D  |
|-------------|-----|-----|-----|----|
| 人数          | 60  | x   | y   | 10 |
| 占抽查学生总数的百分比 | 30% | 50% | 15% | m  |

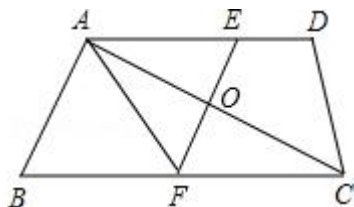
- (1) 本次抽查的学生共有\_\_\_\_\_名；
- (2) 表中 x、y 和 m 所表示的数分别为：X=\_\_\_\_\_，y=\_\_\_\_\_，m=\_\_\_\_\_；
- (3) 请补全条形统计图.



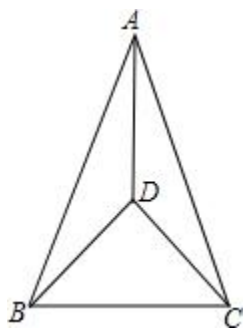
21. (8 分) (2012•常州) 在一个不透明的口袋里装有白、红、黑三种颜色的小球，其中白球 2 只，红球 1 只，黑球 1 只，它们除了颜色之外没有其它区别，从袋中随机地摸出 1 只球，记录下颜色后放回搅匀，再摸出第二只球并记录颜色，求两次都摸出白球的概率.

#### 五、解答题（本大题共 2 小题，共 12 分，解答应写出证明过程）

22. (7 分) (2012•常州) 如图，在四边形 ABCD 中，AD // BC，对角线 AC 的中点为 O，过点 O 作 AC 的垂线分别与 AD、BC 相交于点 E、F，连接 AF. 求证：AE=AF.



23. (5 分) (2012•常州) 如图，在△ABC 中，AB=AC，AD 平分∠BAC. 求证：∠DBC=∠DCB.

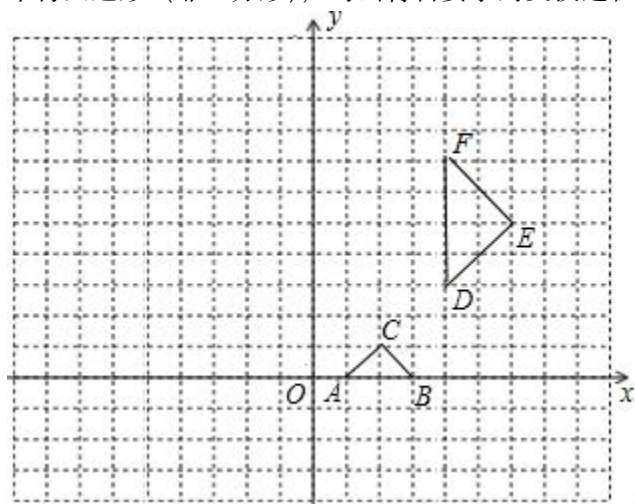


## 六、画图与应用 (本大题共 2 小题, 共 13 分)

24. (6 分) (2012•常州) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  的顶点坐标分别为  $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(2, 1)$ 、 $D(4, 3)$ 、 $E(6, 5)$ 、 $F(4, 7)$ .

按下列要求画图: 以  $O$  为位似中心, 将  $\triangle ABC$  向  $y$  轴左侧按比例尺 2: 1 放大得  $\triangle A_1B_1C_1$ , 并解决下列问题:

- (1) 顶点  $A_1$  的坐标为 \_\_\_\_\_,  $B_1$  的坐标为 \_\_\_\_\_,  $C_1$  的坐标为 \_\_\_\_\_;
- (2) 请你利用旋转、平移两种变换, 使  $\triangle A_1B_1C_1$  通过变换后得到  $\triangle A_2B_2C_2$ , 且  $\triangle A_2B_2C_2$  恰与  $\triangle DEF$  拼接成一个平行四边形 (非正方形), 写出符合要求的变换过程.



25. (7 分) (2012•常州) 某商场购进一批 L 型服装 (数量足够多), 进价为 40 元/件, 以 60 元/件销售, 每天销售 20 件, 根据市场调研, 若每件降价 1 元, 则每天销售数量比原来多 3 件. 现商场决定对 L 型服装开展降价促销活动, 每件降价  $x$  元 ( $x$  为正整数). 在促销期间, 商场要想每天获得最大销售毛利润, 每件应降价多少元? 每天最大销售毛利润为多少? (注: 每件服装销售毛利润是指每件服装的销售价与进货价的差)

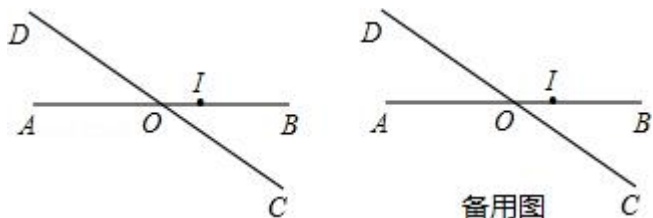
## 七、解答题 (本大题共 3 小题, 共 26 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

26. (7 分) (2012•常州) 平面上有两条直线  $AB$ 、 $CD$  相交于点  $O$ , 且  $\angle BOD = 150^\circ$  (如图), 现按如下要求规定此平面上点的“距离坐标”:

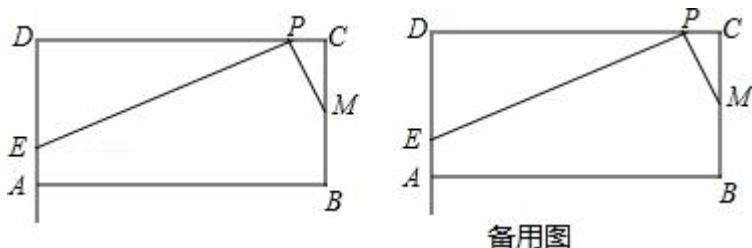
- (1) 点  $O$  的“距离坐标”为  $(0, 0)$ ;
- (2) 在直线  $CD$  上, 且到直线  $AB$  的距离为  $p$  ( $p > 0$ ) 的点的“距离坐标”为  $(p, 0)$ ; 在直线  $AB$  上, 且到直线  $CD$  的距离为  $q$  ( $q > 0$ ) 的点的“距离坐标”为  $(0, q)$ ;
- (3) 到直线  $AB$ 、 $CD$  的距离分别为  $p, q$  ( $p > 0, q > 0$ ) 的点的“距离坐标”为  $(p, q)$ .

设  $M$  为此平面上的点, 其“距离坐标”为  $(m, n)$ , 根据上述对点的“距离坐标”的规定, 解决下列问题:

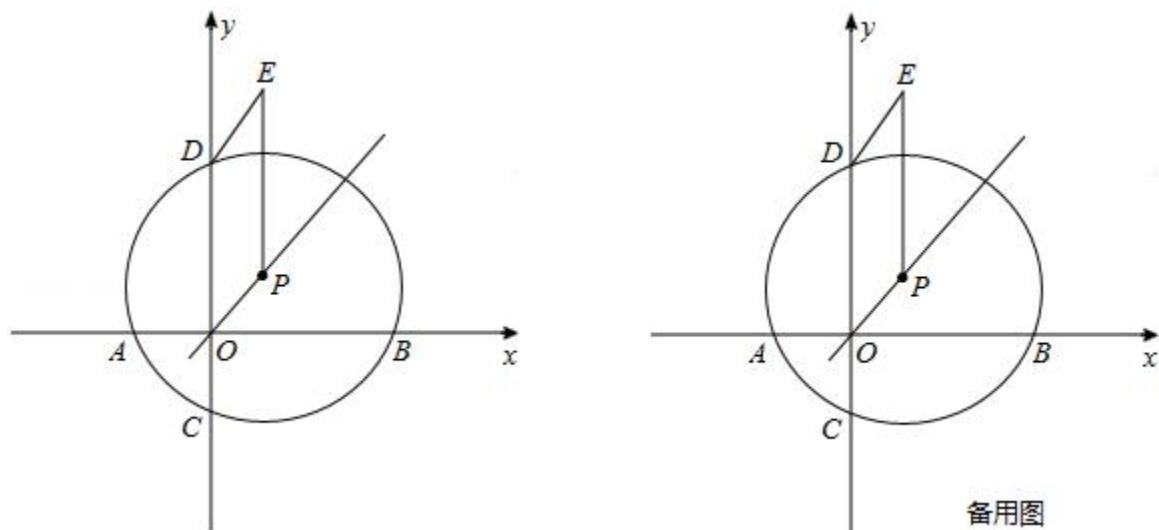
- (1) 画出图形 (保留画图痕迹):
  - ①满足  $m=1$ , 且  $n=0$  的点  $M$  的集合;
  - ②满足  $m=n$  的点  $M$  的集合;
- (2) 若点  $M$  在过点  $O$  且与直线  $CD$  垂直的直线  $l$  上, 求  $m$  与  $n$  所满足的关系式. (说明: 图中  $OI$  长为一个单位长)



27. (9分) (2012•常州) 已知, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=4$ ,  $BC=2$ , 点  $M$  为边  $BC$  的中点, 点  $P$  为边  $CD$  上的动点 (点  $P$  异于  $C$ ,  $D$  两点). 连接  $PM$ , 过点  $P$  作  $PM$  的垂线与射线  $DA$  相交于点  $E$  (如图), 设  $CP=x$ ,  $DE=y$ .
- (1) 写出  $y$  与  $x$  之间的关系式\_\_\_\_\_;
  - (2) 若点  $E$  与点  $A$  重合, 则  $x$  的值为\_\_\_\_\_;
  - (3) 是否存在点  $P$ , 使得点  $D$  关于直线  $PE$  的对称点  $D'$  落在边  $AB$  上? 若存在, 求  $x$  的值; 若不存在, 请说明理由.



28. (10分) (2012•常州) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知动点  $P$  在正比例函数  $y=x$  的图象上, 点  $P$  的横坐标为  $m$  ( $m>0$ ), 以点  $P$  为圆心,  $\sqrt{5}m$  为半径的圆交  $x$  轴于  $A$ ,  $B$  两点 (点  $A$  在点  $B$  的左侧), 交  $y$  轴于  $C$ ,  $D$  两点 (点  $D$  在点  $C$  的上方). 点  $E$  为平行四边形  $DOPE$  的顶点 (如图).
- (1) 写出点  $B$ ,  $E$  的坐标 (用含  $m$  的代数式表示);
  - (2) 连接  $DB$ ,  $BE$ , 设  $\triangle BDE$  的外接圆交  $y$  轴于点  $Q$  (点  $Q$  异于点  $D$ ), 连接  $EQ$ ,  $BQ$ , 试问线段  $BQ$  与线段  $EQ$  的长是否相等? 为什么?
  - (3) 连接  $BC$ , 求  $\angle DBC - \angle DBE$  的度数.



# 2012 年中考数学卷精析版——常州卷

(本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

1. (2012 江苏常州 2 分)  $-3$  的相反数是【     】

- A.  $-3$      B.  $-\frac{1}{3}$      C.  $\frac{1}{3}$      D.  $3$

【答案】D。

【考点】相反数。

【分析】相反数的定义是: 如果两个数只有符号不同, 我们称其中一个数为另一个数的相反数, 特别地,  $0$  的相反数还是  $0$ 。因此  $-3$  的相反数是  $3$ 。故选 D。

2. (2012 江苏常州 2 分) 下列运算正确的是【     】

- A.  $3a+2a=a^5$      B.  $a^2 \cdot a^3=a^6$      C.  $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$      D.  $(a+b)^2=a^2+b^2$

【答案】C。

【考点】合并同类项, 同底幂乘法, 平方差公式, 完全平方公式。

【分析】根据合并同类项, 同底幂乘法法则和平方差公式, 完全平方公式逐一计算作出判断:

A.  $3a+2a=5a$ , 选项错误;

B.  $a^2 \cdot a^3=a^{2+3}=a^5$ , 选项错误;

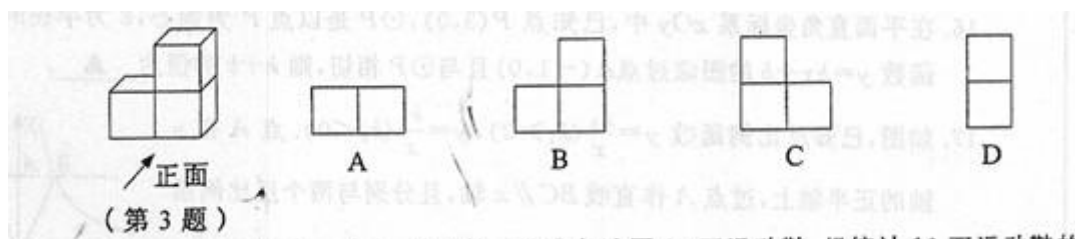
C.  $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ , 选项正确;

D.  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ , 选项错误。

故选 C。

3. (2012 江苏

常州 2 分) 如图所示, 由三个相同的小正方体组成的立体图形的主视图是【     】



【答案】B。

【考点】简单组合体的三视图。

【分析】找到从正面看所得到的图形即可: 从正面看易得上层右边有 1 个正方形, 下层有 2 个正方形。故选 B。

4. (2012 江苏常州 2 分) 为了参加中学生篮球运动会, 某校篮球队准备购买 10 双运动鞋, 经统计 10 双运动鞋的尺码 (cm) 如下表所示:

|    |    |      |    |      |    |
|----|----|------|----|------|----|
| 尺码 | 25 | 25.5 | 26 | 26.5 | 27 |
|----|----|------|----|------|----|

|         |   |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|---|
| 购买量 (双) | 2 | 4 | 2 | 1 | 1 |
|---------|---|---|---|---|---|

则这 10 双运动鞋的众数和中位数分别为【     】

- A. 25.5 cm    26 cm      B. 26 cm    25.5 cm      C. 26 cm    26 cm      D. 25.5 cm    25.5 cm

**【答案】** B。

**【考点】** 众数，中位数。

**【分析】** 众数是在一组数据中，出现次数最多的数据，这组数据中，出现次数最多的是 25.5 cm，故这组数据的众数为 25.5 cm。

中位数是一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数）。由此这组 10 个数据的中位数是第 5, 6 个数据的平均数，而第 5, 6 个数据都是 25.5 cm，故这组数据的中位数为 25.5 cm。

故选 B。

5. (2012 江苏常州 2 分) 已知两圆半径分别为 7, 3, 圆心距为 4, 则这两圆的位置关系为【     】

- A. 外离      B. 内切      C. 相交      D. 内含

**【答案】** B。

**【考点】** 两圆的位置关系。

**【分析】** 根据两圆的位置关系的判定：外切（两圆圆心距离等于两圆半径之和），内切（两圆圆心距离等于两圆半径之差），相离（两圆圆心距离大于两圆半径之和），相交（两圆圆心距离小于两圆半径之和大于两圆半径之差），内含（两圆圆心距离小于两圆半径之差）。因此，

$\because$  两半径之差  $7 - 3$  等于两圆圆心距 4,  $\therefore$  两圆内切。故选 B。

6. (2012 江苏常州 2 分) 已知三角形三边的长分别为 4, 9, 则这个等腰三角形的周长为【     】

- A. 13      B. 17      C. 22      D. 17 或 22

**【答案】** C。

**【考点】** 等腰三角形的性质，三角形三边关系。

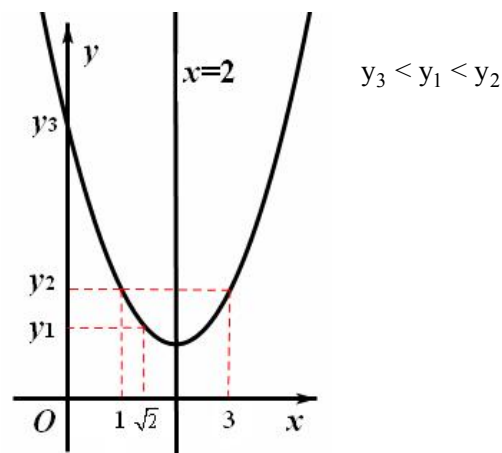
**【分析】** 由三角形三边的长分别为 4, 9, 知三角形三边的长分别为 4, 4, 9 或 4, 9, 9, 但由于 4, 4, 9 与三角形的构成条件“两边之和大于第三边，两边之差小于第三边”不符，因此，三角形三边的长只能分别为 4, 9, 9, 周长为 22。故选 C。

7. (2012 江苏常州 2 分) 已知二次函数  $y = a(x - 2)^2 + c$  ( $a > 0$ )，当自变量  $x$  分别取  $\sqrt{2}$ , 3, 0 时，对应的值分别为

$y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ , 则  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  的大小关系正确的是【     】

- A.  $y_3 < y_2 < y_1$       B.  $y_1 < y_2 < y_3$       C.  $y_2 < y_1 < y_3$

D.



**【答案】** B。

**【考点】** 二次函数的图象和性质。

**【分析】** 由二次函数  $y = a(x - 2)^2 + c$  ( $a > 0$ ) 知，

它的图象开口向上，对称轴为  $x=2$ ，如图所示。

根据二次函数的对称性， $x=3$  和  $x=1$  时， $y$  值相等。

由于二次函数  $y=a(x-2)^2+c$  ( $a>0$ ) 在对称轴  $x=2$  左侧， $y$  随  $x$  的增大而减小，而  $0<1<\sqrt{2}$ ，因此，

$y_1 < y_2 < y_3$ 。故选 B。

8. (2012 江苏常州 2 分) 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  都是正实数，且  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ，给出下列四个不等式：

①  $\frac{a}{a+b} < \frac{c}{c+d}$ ；②  $\frac{c}{c+d} < \frac{a}{a+b}$ ；③  $\frac{d}{c+d} < \frac{b}{a+b}$ ；④  $\frac{b}{a+b} < \frac{d}{c+d}$ 。

其中不等式正确的是【     】

- A. ①③      B. ①④      C. ②④      D. ②③

【答案】A。

【考点】不等式的性质。

【分析】根据不等式的性质，计算后作出判断：

$\because a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  都是正实数，且  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ， $\therefore \frac{a}{b} + 1 < \frac{c}{d} + 1$ ，即  $\frac{a+b}{b} < \frac{c+d}{d}$ 。

$\therefore \frac{b}{a+b} > \frac{d}{c+d}$ ，即  $\frac{d}{c+d} < \frac{b}{a+b}$ ， $\therefore$  ③正确，④不正确。

$\because a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  都是正实数，且  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ， $\therefore \frac{b}{a} > \frac{d}{c}$ 。 $\therefore \frac{b}{a} + 1 > \frac{d}{c} + 1$ ，即  $\frac{a+b}{a} > \frac{c+d}{c}$ 。

$\therefore \frac{a}{a+b} < \frac{c}{c+d}$ 。 $\therefore$  ①正确，②不正确。

$\therefore$  不等式正确的是①③。故选 A。

二、填空题 (本大题共 9 小题，第 9 小题 4 分，其余 8 小题每小题 2 分，共 20 分)

9. (2012 江苏常州 4 分) 计算:  $|-2| = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $(-2)^{-1} = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $(-2)^2 = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $\sqrt[3]{27} = \underline{\hspace{1cm}}$ .

【答案】2,  $-\frac{1}{2}$ , 4, 3。

【考点】绝对值, 负整数指数幂, 有理数的乘方, 立方根化简。

【分析】根据乘法分配律, 同底幂乘法, 合并同类项, 幂的乘方运算法则逐一计算即可。

10. (2012 江苏常州 2 分) 已知点  $P(-3, 1)$ , 则点  $P$  关于  $y$  轴的对称点的坐标是  $\underline{\hspace{1cm}}$ , 点  $P$  关于原点  $O$  的对称点的坐标是  $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

【答案】(3, 1), (3, -1)。

【考点】关于  $y$  轴对称的点的坐标特征, 关于原点对称的点的坐标特征。

【分析】关于  $y$  轴对称的点的坐标特征是纵坐标不变, 横坐标互为相反数, 从而点  $P(-3, 1)$  关于  $y$  轴对称的点的坐标是 (3, 1)。

关于原点对称的点的坐标是横、纵坐标都互为相反数, 从而点  $P(-3, 1)$  关于原点对称的点的坐标是 (3, -1)。

11. (2012 江苏常州

2 分) 若  $\angle \alpha = 60^\circ$ , 则  $\angle \alpha$  的余角为  $\underline{\hspace{1cm}}$ ,  $\cos \alpha$  的值为  $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

【答案】 $30^\circ$ ,  $\frac{1}{2}$ 。

【考点】余角定义, 特殊角的三角函数值。

【分析】根据余角定义,  $\angle \alpha$  的余角为  $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ; 由特殊角的三角函数值, 得  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ 。

12. (2012 江苏常州 2 分) 已知扇形的半径为 3 cm, 圆心角为  $120^\circ$ , 则此扇形的弧长是  $\underline{\hspace{1cm}}$  cm, 扇形的面积是  $\underline{\hspace{1cm}}$   $\text{cm}^2$  (结果保留  $\pi$ )。

【答案】 $2\pi$ ,  $3\pi$ 。

【考点】扇形的弧长和面积。

【分析】直接根据扇形的弧长和面积公式计算即可:

$$\text{扇形的弧长} = \frac{120 \cdot \pi \cdot 3}{180} = 2\pi \text{ (cm)}, \text{扇形的面积} = \frac{120 \cdot \pi \cdot 3^2}{360} = 3\pi \text{ (cm}^2\text{)}。$$

13. (2012 江苏常州 2 分) 已知函数  $y = \sqrt{x-2}$ , 则自变量  $x$  的取值范围是  $\underline{\hspace{1cm}}$ ; 若分式  $\frac{x-3}{x+1}$  的值为 0, 则  $x = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

【答案】 $x \geq 2$ ;  $x \neq -1$ 。

【考点】函数自变量的取值范围, 二次根式和分式有意义的条件。

【分析】求函数自变量的取值范围, 就是求函数解析式有意义的条件, 因此,

根据二次根式被开方数必须是非负数的条件, 要使  $\sqrt{x-2}$  在实数范围内有意义, 必须  $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ 。

根据分式分母不为 0 的条件，要使  $\frac{x-3}{x+1}$  在实数范围内有意义，必须  $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$ 。

14. (2012 江苏常州 2 分) 已知关于  $x$  的方程  $2x^2 - mx - 6 = 0$  的一个根是 2，则  $m = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$ ，另一根为  $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$ 。

【答案】1,  $-\frac{3}{2}$ 。

【考点】方程根的意义，解一元二次方程。

【分析】 $\because$  关于  $x$  的方程  $2x^2 - mx - 6 = 0$  的一个根是 2， $\therefore 2 \cdot 2^2 - 2m - 6 = 0$ ，解得  $m = 1$ 。

$\therefore$  方程为  $2x^2 - x - 6 = 0$ ，解得另一根为  $x = -\frac{3}{2}$ 。

【本题或用根与系数的关系求角】

15. (2012 江苏常州 2 分) 已知  $x = y + 4$ ，则代数式  $x^2 - 2xy + y^2 - 25$  的值为  $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$ 。

【答案】-9。

【考点】代数式化简求值。

【分析】由  $x = y + 4$  得  $x - y = 4$ ， $\therefore x^2 - 2xy + y^2 - 25 = (x - y)^2 - 25 = 4^2 - 25 = -9$ 。

16. (2012 江苏常州 2 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知点  $P(3, 0)$ ， $\odot P$  是以点  $P$  为圆心，2 为半径的圆。若一次函数  $y = kx + b$  的图象过点  $A(-1, 0)$  且与  $\odot P$  相切，则  $k + b$  的值为  $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$ 。

【答案】 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  或  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。

【考点】一次函数综合题，直线与圆相切的性质，勾股定理，相似三角形的判定和性质，一次函数的性质。

【分析】如图，设一次函数  $y = kx + b$  与  $y$  轴交于点  $C$ ，与  $\odot P$  相切于点  $B$ 。

则  $OA = 1$ ， $OC = |b|$ ， $OP = 3$ ， $BP = 2$ ， $AP = 4$ 。

$\therefore AB = \sqrt{AP^2 - BP^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ 。

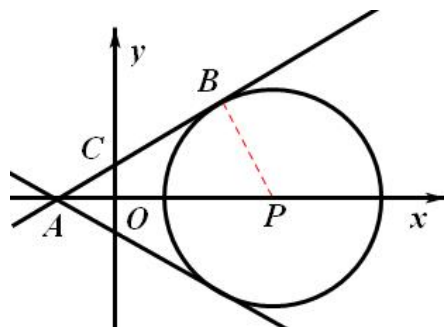
由  $\triangle AOC \sim \triangle ABP$ ，得  $\frac{OC}{BP} = \frac{AO}{AB}$ ，即  $\frac{|b|}{2} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ ，

解得  $|b| = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

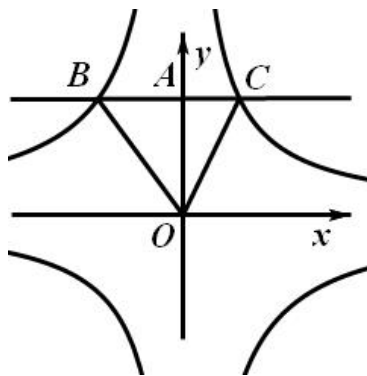
$\therefore |k| = \frac{OC}{AO} = \frac{|b|}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

由图和一次函数的性质可知， $k, b$  同号，

$\therefore k + b = \frac{2\sqrt{3}}{3}$  或  $k + b = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。



17. (2012 江苏常州 2 分) 如图，已知反比例函数  $y = \frac{k_1}{x}$  ( $k_1 > 0$ ) 和  $y = \frac{k_2}{x}$  ( $k_2 < 0$ )。点  $A$  在  $y$  轴的正半轴上，过点  $A$  作直线  $BC \parallel x$  轴，且分别与两个反比例函数的图象交于点  $B$  和  $C$ ，连接  $OC$ 、 $OB$ 。若  $\triangle BOC$  的面积为  $\frac{5}{2}$ ， $AC: AB = 2: 3$ ，则  $k_1 = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$ ， $k_2 = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$ 。



【答案】2， -3。

【考点】反比例函数综合题，反比例函数的性质，曲线上点的坐标与方程的关系。

【分析】设点 A (0, a) ( $\because$  点 A 在 y 轴的正半轴上,  $\therefore a > 0$ ), 则点 B ( $\frac{k_2}{a}$ , a), 点 C ( $\frac{k_1}{a}$ , a)。

$$\therefore OA = a, AB = -\frac{k_2}{a} \quad (\because k_2 < 0), AC = \frac{k_1}{a} \quad (\because k_1 > 0), AB = \frac{k_1}{a} - \frac{k_2}{a}。$$

$$\because \triangle BOC \text{ 的面积为 } \frac{5}{2}, \therefore \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{k_1}{a} - \frac{k_2}{a} \right) \cdot a = \frac{5}{2}, \text{ 即 } k_1 - k_2 = 5 \text{ ①}。$$

$$\text{又 } \because AC: AB = 2: 3, \therefore \frac{k_1}{a} : \left( -\frac{k_2}{a} \right) = 2: 3, \text{ 即 } 3k_1 + 2k_2 = 0 \text{ ②}。$$

联立①②, 解得  $k_1 = 2, k_2 = -3$ 。

三、解答题 (本大题共 2 小题, 共 18 分)

18. (2012 江苏常州 8 分) 化简

$$(1) \text{ (2012 江苏常州 4 分) } \sqrt{9} - \left( \frac{1}{2} \right)^0 + 2 \sin 30^\circ;$$

【答案】解: 原式  $= 3 - 1 + 2 \times \frac{1}{2} = 3$ 。

【考点】实数的运算, 算术平方根, 零指数幂, 特殊角的三角函数值。

【分析】针对算术平方根, 零指数幂, 特殊角的三角函数值 3 个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果。

$$(2) \text{ (2012 江苏常州 4 分) } \frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x+1}。$$

$$\text{【答案】解: 原式} = \frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} - \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2+2x+1-x^2+x}{(x+1)(x-1)} = \frac{3x+1}{x^2-1}。$$

【考点】分式的加减法。

【分析】分式的加减法通分, 后化简。

19. (2012 江苏常州 10 分) 解方程组和不等式组:

$$(1) \text{ (2012 江苏常州 5 分) 解方程组: } \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = 9 \end{cases};$$

【答案】解： 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \text{ ①} \\ x + 3y = 9 \text{ ②} \end{cases},$$

② $\times$ 3 - ①，得  $11y = 22$ ， $y = 2$ ；

将  $y = 2$  代入②，得  $x + 6 = 9$ ， $x = 3$ 。

$\therefore$  方程组的解为 
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

【考点】解二元一次方程组。

【分析】解二元一次方程组的解题思想是消元，方法有加减消元法和代入消元法。本题可用加减消元法，也可将②化为  $x = 9 - 3y$  代入①，消元求解。

(2) (2012 江苏常州 5 分) 解不等式组： 
$$\begin{cases} x - 7 < 4x + 2 \\ 5 - 2x < 15 - 4x \end{cases}.$$

【答案】解： 
$$\begin{cases} x - 7 < 4x + 2 \text{ ①} \\ 5 - 2x < 15 - 4x \text{ ②} \end{cases},$$

解①，得  $x > -3$ ，

解②，得  $x < 5$ 。

$\therefore$  不等式组的解为  $-3 < x < 5$ 。

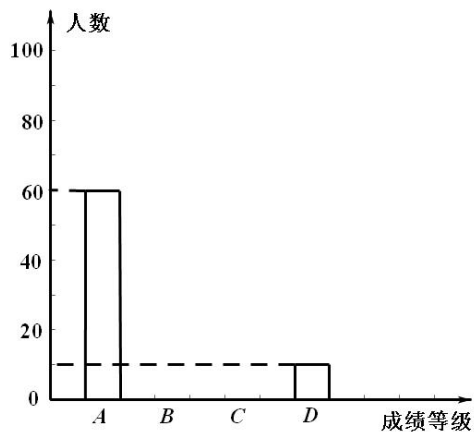
【考点】解一元一次不等式组。

【分析】解一元一次不等式组，先求出不等式组中每一个不等式的解集，再利用口诀求出这些解集的公共部分：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小解不了（无解）。

四、解答题（本大题共 2 小题，共 15 分）

20. (2012 江苏常州 7 分) 为了迎接党的十八大的召开，某校组织了以“党在我心中”为主题的征文比赛，每位学生只能参加一次比赛，比赛成绩分 A、B、C、D 四个等级，随机抽取该校部分学生的征文比赛成绩进行分析，并绘制了如下的统计图表：

| 成绩等级        | A   | B   | C   | D  |
|-------------|-----|-----|-----|----|
| 人数          | 60  | x   | y   | 10 |
| 占抽查学生总数的百分比 | 30% | 50% | 15% | m  |



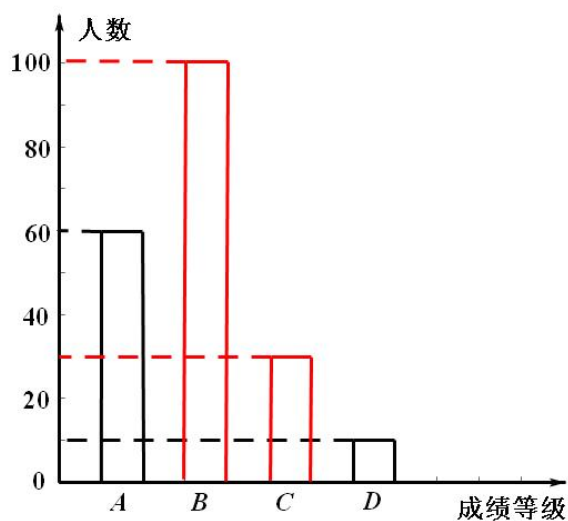
根据表中的信息，解决下列问题：

- (1) 本次抽查的学生共有 200 名；
- (2) 表中  $x$ 、 $y$  和  $m$  所表示的数分别为  $x=100$ ， $y=30$ ， $m=5\%$ ；
- (3) 补全条形统计图。

**【答案】**解：(1) 200。

(2) 100；30；5%。

(3) 补全条形统计图如下：



**【考点】**统计表，条形统计图，频数、频率和总量的关系。

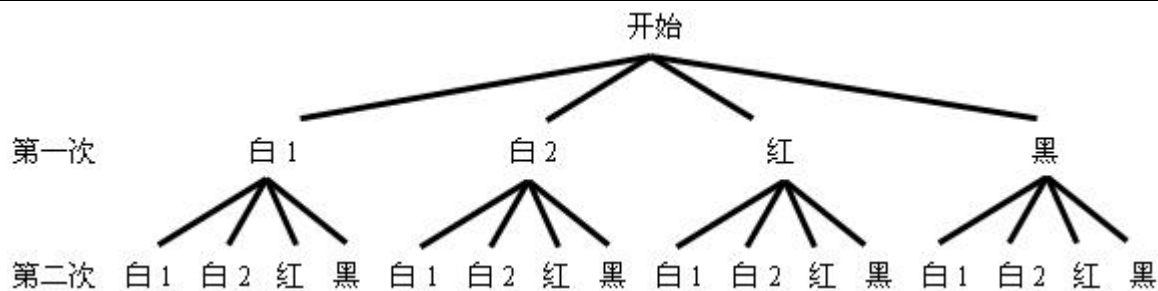
**【分析】**(1) 由 A 等级人数 60，占 30% 得本次抽查的学生共有  $60 \div 30\% = 200$  (名)。

(2)  $x = 200 \times 50\% = 100$ ； $y = 200 \times 15\% = 30$ ； $m = 1 - 30\% - 50\% - 15\% = 5\%$ 。

(3) 由 (2) 的数据可补全条形统计图。

21. (2012 江苏常州 8 分) 在一个不透明的口袋里装有白、红、黑三种颜色的小球，其中白球 2 只，红球 1 只，黑球 1 只，它们除了颜色之外没有其它区别。从袋中随机地摸出 1 只球，记录下颜色后放回搅匀，再摸第二个球并记录颜色。求两次都摸出白球的概率。

**【答案】**解：画树状图如下：



∴ 共有 16 种等可能情况，两次都摸出白球的情况有 4 种，

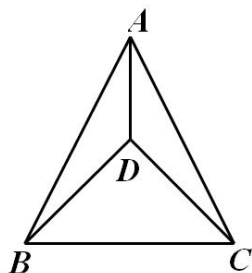
∴ 两次都摸出白球的概率为  $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 。

**【考点】**画树状图法或列表法，概率。

**【分析】**根据概率的求法，用画树状图法或列表法等找准两点：①全部等可能情况的总数；②符合条件的情況数目；二者的比值就是其发生的概率。

五、解答题（本大题共 2 小题，共 12 分）

22. **（2012 江苏常州 5 分）**如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $AD$  平分  $\angle BAC$ ，  
求证： $\angle DBC = \angle DCB$ 。



**【答案】**证明：∵  $AD$  平分  $\angle BAC$ ，∴  $\angle BAD = \angle CAD$ 。

又 ∵  $AB=AC$ ， $AD=AD$ ，∴  $\triangle BAD \cong \triangle CAD$  (SAS)。

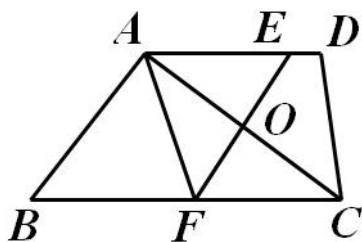
∴  $BD=CD$ 。∴  $\angle DBC = \angle DCB$ 。

**【考点】**全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质。

**【分析】**由已知，根据 SAS 可证  $\triangle BAD \cong \triangle CAD$ ，从而根据全等三角形对应边相等的性质可得  $BD=CD$ ，根据等腰三角形等边对等角的性质可得  $\angle DBC = \angle DCB$ 。

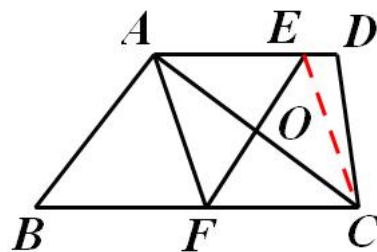
23. **（2012 江苏常州 7 分）**如图，在四边形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ，对角线  $AC$  的中点为  $O$ ，过点  $O$  作  $AC$  的垂直平分线分别与  $AD$ 、 $BC$  相交于点  $E$ 、 $F$ ，连接  $AF$ 。

求证： $AE=AF$ 。



**【答案】**证明：连接  $CE$ 。

∵  $AD \parallel BC$ ，∴  $\angle AEO = \angle CFO$ ， $\angle EAO = \angle FCO$ ，。



又  $\because AO=CO$ ,  $\therefore \triangle AEO \cong \triangle CFO$  (AAS)。

$\therefore AE=CF$ 。 $\therefore$  四边形 AECF 是平行四边形。

又  $\because EF \perp AC$ ,  $\therefore$  平行四边形 AECF 是菱形。

$\therefore AE=AF$ 。

**【考点】**菱形的判定和性质，平行的性质，全等三角形的判定和性质。

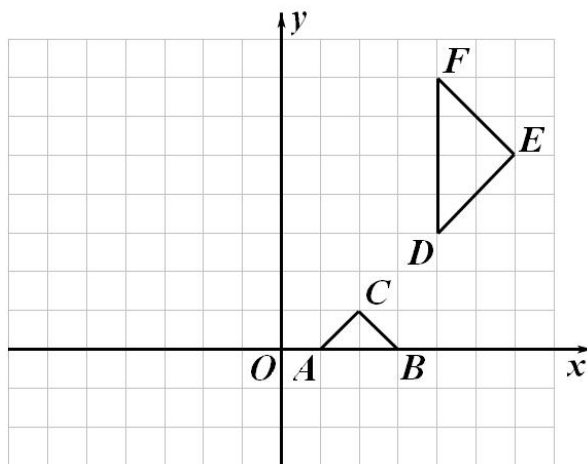
**【分析】**由已知，根据 AAS 可证得  $\triangle AEO \cong \triangle CFO$ ，从而得  $AE=CF$ 。根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形的判定可得四边形 AECF 是平行四边形。由  $EF \perp AC$ ，根据对角线互相垂直的平行四边形是菱形的判定得平行四边形 AECF 是菱形。根据菱形四边相等的性质和  $AE=AF$ 。

六、解答题 (本大题共 2 小题，共 12 分)

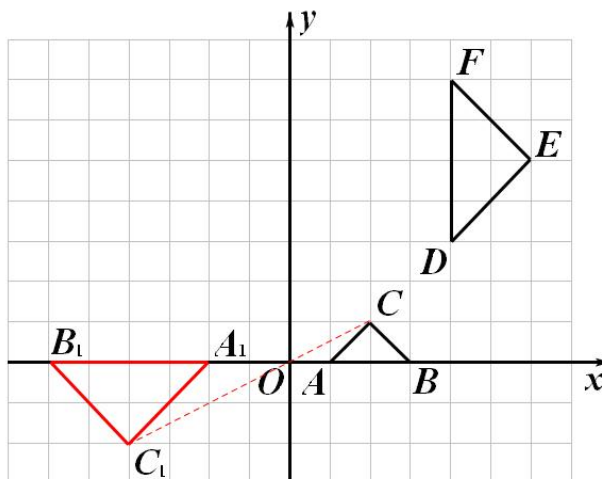
24. **(2012 江苏常州 6 分)** 在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  的顶点坐标分别为  $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(2, 1)$ 、 $D(4, 3)$ 、 $E(6, 5)$ 、 $F(4, 7)$ 。按下列要求画图：以点  $O$  为位似中心，将  $\triangle ABC$  向  $y$  轴左侧按比例尺 2: 1 放大得  $\triangle ABC$  的位似图形  $\triangle A_1B_1C_1$ ，并解决下列问题：

(1) 顶点  $A_1$  的坐标为     ▲    ， $B_1$  的坐标为     ▲    ， $C_1$  的坐标为     ▲    ；

(2) 请你利用旋转、平移两种变换，使  $\triangle A_1B_1C_1$  通过变换后得到  $\triangle A_2B_2C_2$ ，且  $\triangle A_2B_2C_2$  恰与  $\triangle DEF$  拼接成一个平行四边形 (非正方形)。写出符合要求的变换过程。



**【答案】**解：作图如下：



(1)  $(-2, 0)$ ， $(-6, 0)$ ， $(-4, -2)$ 。

(2) 符合要求的变换有两种情况:

情况 1: 如图 1, 变换过程如下:

将  $\triangle A_2B_2C_2$  向右平移 12 个单位, 再向上平移 5 个单位; 再以  $B_1$  为中心顺时针旋转  $90^\circ$ 。

情况 2: 如图 2, 变换过程如下:

将  $\triangle A_2B_2C_2$  向右平移 8 个单位, 再向上平移 5 个单位; 再以  $A_1$  为中心顺时针旋转  $90^\circ$ 。

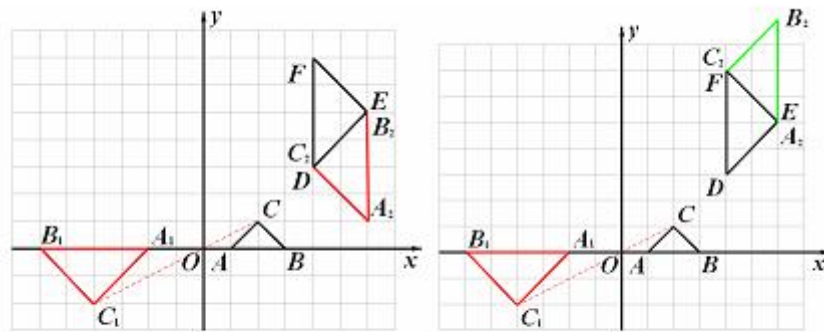


图 1

图 2

**【考点】** 作图 (位似、平移和旋转) 网格问题, 位似的性质, 平移的性质, 旋转的性质。

**【分析】** (1) 作位似变换的图形的依据是相似的性质, 基本作法是: ①先确定图形的位似中心; ②利用相似图形的比例关系作出关键点的对应点; ③按原图形中的方式顺次连接对应点. 要注意有两种情况, 图形在位似中心的同侧或在位似中心的两侧。

(2) 作平移变换时, 找关键点的对应点也是关键的一步. 平移作图的一般步骤为: ①确定平移的方向和距离, 先确定一组对应点; ②确定图形中的关键点; ③利用第一组对应点和平移的性质确定图中所有关键点的对应点; ④按原图形顺序依次连接对应点, 所得到的图形即为平移后的图形。

作旋转变换时, 找准旋转中心和旋转角度。

25. **(2012 江苏常州 7 分)** 某商场购进一批 L 型服装 (数量足够多), 进价为 40 元/件, 以 60 元/件销售, 每天销售 20 件. 根据市场调研, 若每件每降 1 元, 则每天销售数量比原来多 3 件. 现商场决定对 L 型服装开展降价促销活动, 每件降价  $x$  元 ( $x$  为正整数). 在促销期间, 商场要想每天获得最大销售利润, 每件降价多少元? 每天最大销售毛利润为多少? (注: 每件服装销售毛利润指每件服装的销售价与进货价的差)

**【答案】** 解: 根据题意, 商场每天的销售毛利润  $Z = (60 - 40 - x)(20 + 3x) = -3x^2 + 40x + 400$

$\therefore$  当  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{40}{-3} = 6\frac{2}{3}$  时, 函数  $Z$  取得最大值。

$\therefore x$  为正整数, 且  $7 - 6\frac{2}{3} < 6\frac{2}{3} - 6$ ,

$\therefore$  当  $x = 7$  时, 商场每天的销售毛利润最大, 最大销售毛利润为  $-3 \cdot 7^2 + 40 \cdot 7 + 400 = 533$ 。

答: 商场要想每天获得最大销售利润, 每件降价 7 元, 每天最大销售毛利润为 533 元。

**【考点】** 二次函数的应用, 二次函数的最值。

**【分析】** 求出二次函数的最值, 找出  $x$  最接近最值点的整数值即可。

七、解答题 (本大题共 3 小题, 共 26 分)

26. (2012 江苏常州 7 分) 平面上两条直线 AB、CD 相交于点 O，且  $\angle BOD=150^\circ$  (如图)，现按如下要求规定此平面上点的“距离坐标”：

(1) 点 O 的“距离坐标”为  $(0, 0)$ ；

(2) 在直线 CD 上，且到直线 AB 的距离为  $p$  ( $p>0$ ) 的点的“距离坐标”为  $(p, 0)$ ；在直线 AB 上，且到直线 CD 的距离为  $q$  ( $q>0$ ) 的点的“距离坐标”为  $(0, q)$ ；

(3) 到直线 AB、CD 的距离分别为  $p$ 、 $q$  ( $p>0, q>0$ ) 的点的“距离坐标”为  $(p, q)$ 。

设 M 为此平面上的点，其“距离坐标”为  $(m, n)$ ，根据上述对点的“距离坐标”的规定，解决下列问题：

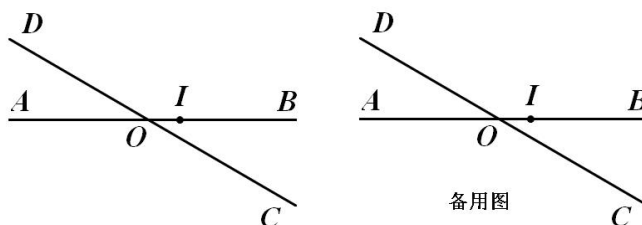
(1) 画出图形 (保留画图痕迹)：

①满足  $m=1$  且  $n=0$  的点的集合；

②满足  $m=n$  的点的集合；

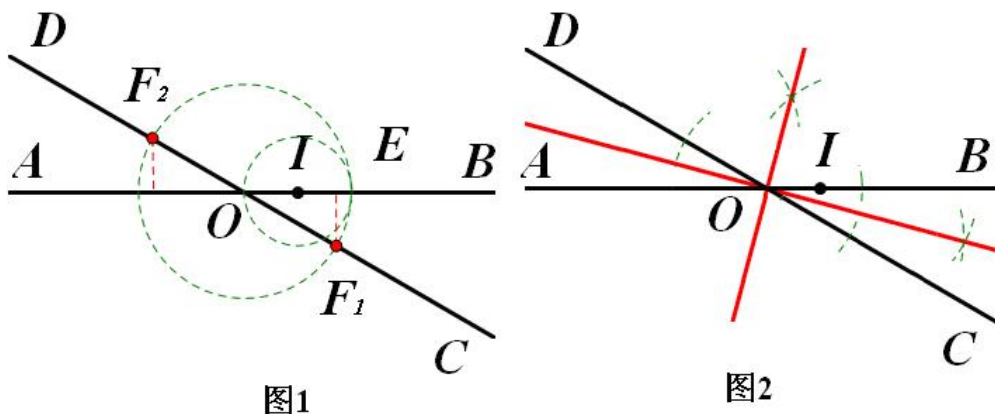
(2) 若点 M 在过点 O 且与直线 CD 垂直的直线 l 上，求 m 与 n 所满足的关系式。

(说明：图中 OI 长为一个单位长)



【答案】解：(1) ①如图 1 中， $F_1, F_2$  即为所求；

②如图 2 中，两条角平分线即为所求。



(2) 如图 3，过点 M 作  $MH \perp AB$  于点 H。则

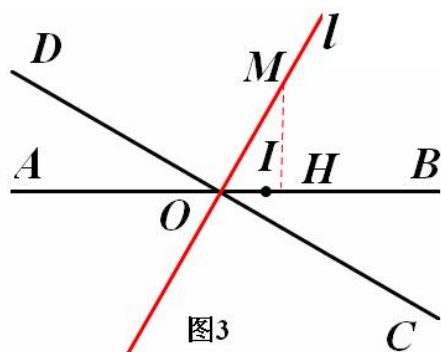
根据定义， $MH=m, MO=n$ 。

$\because \angle BOD=150^\circ, \angle DOM=90^\circ (\because l \perp CD),$

$\therefore \angle HOM=60^\circ$ 。

在  $Rt\triangle MHO$  中， $\sin \angle HOM = \frac{MH}{MO}$ ，

$\therefore \sin 60^\circ = \frac{m}{n}$ ，即  $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{m}{n}$ ，即  $2m = \sqrt{3}n$ 。



$\therefore m$  与  $n$  所满足的关系式为  $2m = \sqrt{3}n$ 。

**【考点】**新定义，作图（复杂作图），含  $30^\circ$  角直角三角形的性质，角平分线的性质，锐角三角函数定义，特殊角的三角函数值。

**【分析】** (1) ①以点  $I$  为圆心， $OI$  为半径画圆交  $AB$  于点  $E$ ；以点  $O$  为圆心， $OE$  为半径画圆交  $CD$  于点  $F_1, F_2$ ，则  $F_1, F_2$  即为所求。

由作法知， $OF_1 = 2OI = 2$ ，由  $\angle BOD = 150^\circ$  知  $\angle EOF_1 = 30^\circ$ ，根据含  $30^\circ$  角直角三角形中  $30^\circ$  角所对边是斜边一半的性质，得点  $F_1$  到  $AB$  的距离  $m = 1$ ，同时点  $F_1$  在  $CD$  上，即  $n = 0$ 。同理， $F_2$  的证明。

②分别作  $\angle BOD$  和  $\angle BOC$  的平分线，根据角平分线上的点到角的两边距离相等的性质，两角平分线上的点满足  $m = n$ ，故两条角平分线即为所求。

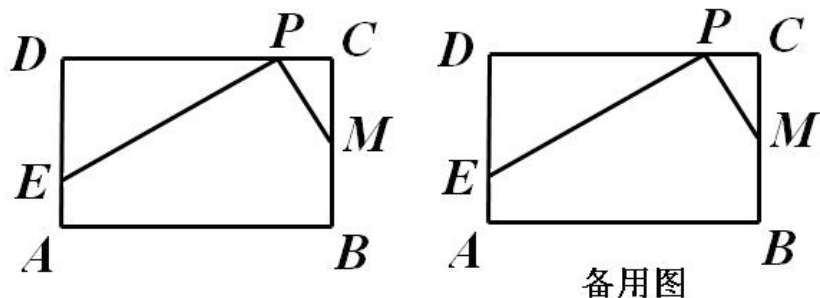
(2) 由已知和锐角三角函数定义即可得出  $m$  与  $n$  所满足的关系式。

27. **(2012 江苏常州 9 分)** 已知，在矩形  $ABCD$  中， $AB = 4$ ， $BC = 2$ ，点  $M$  为边  $BC$  的中点，点  $P$  为边  $CD$  上的动点（点  $P$  异于  $C, D$  两点）。连接  $PM$ ，过点  $P$  作  $PM$  的垂线与射线  $DA$  相交于点  $E$ （如图）。设  $CP = x$ ， $DE = y$ 。

(1) 写出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式     ▲    ；

(2) 若点  $E$  与点  $A$  重合，则  $x$  的值为     ▲    ；

(3) 是否存在点  $P$ ，使得点  $D$  关于直线  $PE$  的对称点  $D'$  落在边  $AB$  上？若存在，求  $x$  的值；若不存在，请说明理由。



**【答案】** 解：(1)  $y = -x^2 + 4x$ 。

(2)  $2 + \sqrt{2}$  或  $2 - \sqrt{2}$ 。

(3) 存在。

过点  $P$  作  $PH \perp AB$  于点  $H$ 。则

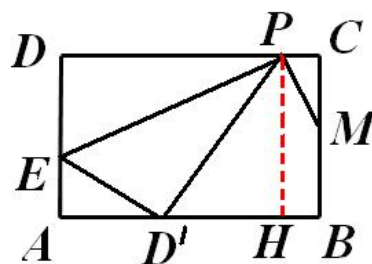
$\therefore$  点  $D$  关于直线  $PE$  的对称点  $D'$  落在边  $AB$  上，

$\therefore PD' = PD = 4 - x$ ， $ED' = ED = y = -x^2 + 4x$ ， $EA = AD - ED = x^2 - 4x + 2$ ， $\angle PD'E = \angle D = 90^\circ$ 。

在  $Rt\triangle D'PH$  中， $PH = 2$ ， $D'P = DP = 4 - x$ ， $D'H = \sqrt{(4-x)^2 - 2^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 12}$ 。

$\therefore \angle ED'A = 180^\circ - 90^\circ - \angle PD'H = 90^\circ - \angle PD'H = \angle D'PH$ ， $\angle PD'E = \angle PHD' = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ED'A \sim \triangle D'PH$ 。  $\therefore \frac{ED'}{D'P} = \frac{EA}{D'H}$ ，即  $\frac{-x^2 + 4x}{4 - x} = \frac{x^2 - 4x + 2}{\sqrt{x^2 - 8x + 12}}$ ，



即  $x = \frac{x^2 - 4x + 2}{\sqrt{x^2 - 8x + 12}}$ ，两边平方并整理得， $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 。解得  $x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$ 。

$\therefore$  当  $x = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$  时， $y = -\left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{2 + \sqrt{2}}{2} = \frac{5 + 2\sqrt{2}}{2} > 2$ ，

$\therefore$  此时，点 E 已在边 DA 延长线上，不合题意，舍去（实际上是无理方程的增根）。

$\therefore$  当  $x = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$  时， $y = -\left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = \frac{5 - 2\sqrt{2}}{2} < 2$ ，

$\therefore$  此时，点 E 在边 AD 上，符合题意。

$\therefore$  当  $x = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$  时，点 D 关于直线 PE 的对称点 D' 落在边 AB 上。

**【考点】**矩形的性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理，折叠对称的性质，解无理方程。

**【分析】**(1)  $\because CM=1$ ， $CP=x$ ， $DE=y$ ， $DP=4-x$ ，且  $\triangle MCP \sim \triangle PDE$ ，

$$\therefore \frac{DE}{CP} = \frac{DP}{CM}, \text{ 即 } \frac{y}{x} = \frac{4-x}{1}. \therefore y = -x^2 + 4x.$$

(2) 当点 E 与点 A 重合时， $y=2$ ，即  $2 = -x^2 + 4x$ ， $x^2 - 4x + 2 = 0$ 。

$$\text{解得 } x = 2 \pm \sqrt{2}.$$

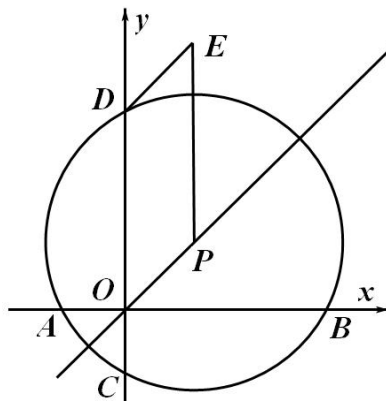
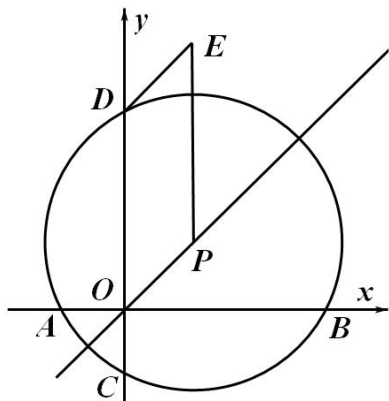
(3) 过点 P 作  $PH \perp AB$  于点 H，则由点 D 关于直线 PE 的对称点 D' 落在边 AB 上，可得  $\triangle ED'A$  与  $\triangle D'PH$  相似，由对应边成比例得关于 x 的方程即可求解。注意检验。

28. **(2012 江苏常州 10 分)** 在平面直角坐标系 xOy 中，已知动点 P 在正比例函数  $y=x$  的图象上，点 P 的横坐标为 m ( $m > 0$ )。以点 P 为圆心， $\sqrt{5}m$  为半径的圆交 x 轴于 A、B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，交 y 轴于 C、D 两点 (D 点在点 C 的上方)。点 E 为平行四边形 DOPE 的顶点 (如图)。

(1) 写出点 B、E 的坐标 (用含 m 的代数式表示)；

(2) 连接 DB、BE，设  $\triangle BDE$  的外接圆交 y 轴于点 Q (点 Q 异于点 D)，连接 EQ、BQ。试问线段 BQ 与线段 EQ 的长是否相等？为什么？

(3) 连接 BC，求  $\angle DBC - \angle DBE$  的度数。



备用图

**【答案】**解：(1) B (3m, 0)，E (m, 4m)。

(2) 线段 BQ 与线段 EQ 的长相等。理由如下：

由 (1) 知 B (3m, 0), E (m, 4m),

∴ 根据圆的对称性, 点 D 点 B 关于 y=x 对称,

∴ D (0, 3m)。

$$\therefore BD^2 = (3m)^2 + (3m)^2 = 18m^2, \quad DE^2 = 2m^2,$$

$$BE^2 = (3m - m)^2 + (4m)^2 = 20m^2.$$

∴  $BD^2 + DE^2 = BE^2$ 。∴  $\triangle BDE$  是直角三角形。

∴ BE 是  $\triangle BDE$  的外接圆的直径。

设  $\triangle BDE$  的外接圆的圆心为点 G, 则由 B (3m, 0), E (m, 4m) 得 G (2m, 2m)。

过点 G 作  $GI \perp DG$  于点 I, 则 I (0, 2m)。

根据垂径定理, 得  $DI = IQ$ , ∴ Q (0, m)。

$$\therefore BQ = \sqrt{(3m)^2 + m^2} = 10m, \quad EQ = \sqrt{m^2 + (4m - m)^2} = 10m.$$

∴ BQ = EQ。

(3) 延长 EP 交 x 轴于点 H, 则  $EP \perp AB$ , BH = 2m。

根据垂径定理, 得 AH = BH = 2m, AO = m。

根据圆的对称性, OC = OA = m。

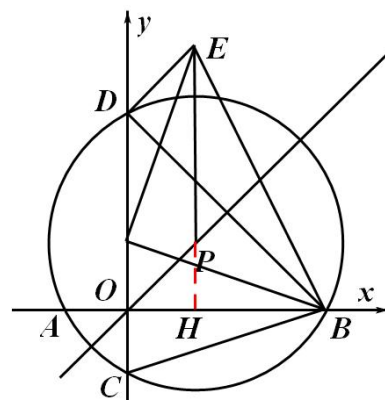
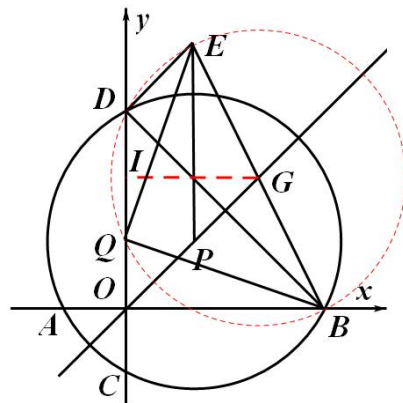
$$\text{又} \because OB = 3m, \quad DE = \sqrt{2}m, \quad DB = 3\sqrt{2}m,$$

$$\therefore \frac{OC}{DE} = \frac{m}{\sqrt{2}m} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \frac{OB}{DB} = \frac{3m}{3\sqrt{2}m} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad \frac{OC}{DE} = \frac{OB}{DB}.$$

又  $\because \angle COB = \angle EDB = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle COB \sim \triangle EDB$ 。∴  $\angle OBC = \angle DBE$ 。

$$\therefore \angle DBC - \angle DBE = \angle DBC - \angle OBC = \angle DBO.$$

又  $\because OB = OC$ ,  $\therefore \angle DBO = 45^\circ$ 。∴  $\angle DBC - \angle DBE = 45^\circ$ 。



**【考点】**直线上点的坐标与方程的关系, 勾股定理和逆定理, 圆的对称性, 平行四边形的性质, 中点坐标, 圆周角定理, 垂径定理, 等腰三角形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质。

**【分析】**(1) 过点 P 作  $PH \perp x$  轴于点 H,  $PF \perp y$  轴于点 F, 连接 OE, BP。

∵ 点 P 在正比例函数  $y=x$  的图象上, 点 P 的横坐标为 m ( $m > 0$ ),

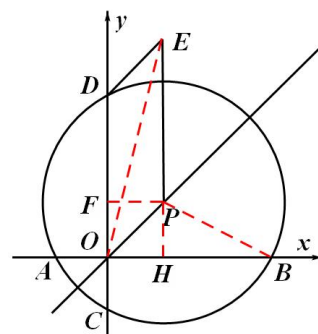
∴ P (m, m), H (m, 0), F (0, m), OH = OF = HP = m。

$$\therefore PB = \sqrt{5}m, \quad \therefore HB = \sqrt{PB^2 - HP^2} = \sqrt{(\sqrt{5}m)^2 - m^2} = 2m.$$

∴ OB = 3m。∴ B (3m, 0)。

∴ 根据圆的对称性, 点 D 点 B 关于  $y=x$  对称,  $\therefore D (0, 3m)$ 。

∴ 四边形 DOPE 是平行四边形,  $\therefore PE = OD = 3m$ ,  $HE = 4m$ 。∴ E (m, 4



m)。

(2) 由勾股定理和逆定理，易知 $\triangle BDE$  是直角三角形，从而根据圆周角定理和垂径定理可得点  $Q$  的坐标，从而根据勾股定理可求出  $BQ$  和  $EQ$  的长比较即得。

(3) 求出有关线段的长，可得  $\frac{OC}{DE} = \frac{OB}{DB}$ ，从而证得  $\triangle COB \sim \triangle EDB$ ，得到  $\angle OBC = \angle DBE$ 。因此  $\angle DBC - \angle DBE = \angle DBC - \angle OBC = \angle DBO = 45^\circ$ 。