

泰州市 2011 年中考数学试题

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

请注意: 1、本试卷分选择题和非选择题两部分。

2、所有试题的答案均填写在答题卡上, 答案写在试卷上无效。

3、作图必须用 2B 铅笔作图, 并请加黑加粗描写清楚。

第一部分 选择题 (共 24 分)

一、**选择题** (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应的位置上)

1. $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

2. 计算 $2a^2 \cdot a^3$ 的结果是 ()

- A. $2a^5$ B. $2a^6$ C. $4a^5$ D. $4a^6$

3. 一元二次方程 $x^2 = 2x$ 的根是 ()

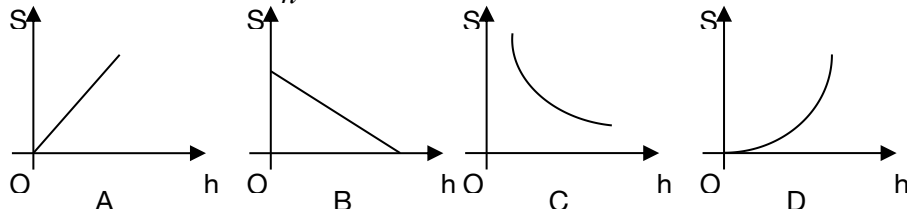
- A. $x = 2$ B. $x = 0$ C. $x_1 = 0, x_2 = 2$ D. $x_1 = 0, x_2 = -2$

4. 右图是一个几何体的三视图, 则这个几何体是 ()

- A. 圆锥 B. 圆柱 C. 长方体 D. 球体

5. 某公司计划新建一个容积 $V(\text{m}^3)$ 一定的长方体污水处理池, 池的底面积 $S(\text{m}^2)$ 与其深度 $h(\text{m})$

之间的函数关系式为 $S = \frac{V}{h} (h \neq 0)$, 这个函数的图象大致是 ()



6. 为了了解某市八年级学生的肺活量, 从中抽样调查了 500 名学生的肺活量, 这项调查中的样本是 ()

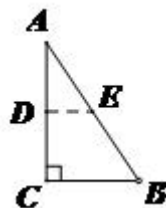
- A. 某市八年级学生的肺活量 B. 从中抽取的 500 名学生的肺活量
C. 从中抽取的 500 名学生 D. 500

7. 四边形 ABCD 中, 对角线 AC、BD 相交于点 O, 给出下列四组条件: ① $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$; ② $AB = CD$, $AD = BC$; ③ $AO = CO$, $BO = DO$; ④ $AB \parallel CD$, $AD = BC$ 。其中一定能判断这个四边形是平行四边形的条件共有 ()

- A. 1 组 B. 2 组 C. 3 组 D. 4 组

8. 如图, 直角三角形纸片 ABC 的 $\angle C$ 为 90° , 将三角形纸片沿着图示的中位线 DE 剪开, 然后把剪开的两部分重新拼接成不重叠的图形, 下列选项中不能拼出的图形是 ()

- A. 平行四边形 B. 矩形 C. 等腰梯形 D. 直角梯形



第二部分 非选择题 (共 126 分)

二、**填空题** (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 请把答案直接写在答题卡相应的位置)

上)

9. 16 的算术平方根是_____。

10. 分解因式: $2a^2 - 4a =$ _____。

11. 不等式 $2x + 1 > -5$ 的解集是_____。

12. 多项式_____与 $m^2 + m - 2$ 的和是 $m^2 - 2m$ 。

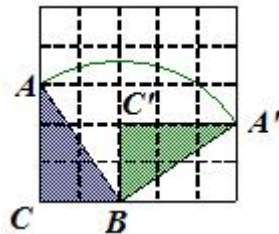
13. 点 $P(-3, 2)$ 关于 x 轴对称的点 P' 的坐标是_____。

14. 甲、乙两位同学参加跳远训练, 在相同条件下各跳了 6 次, 统计平均数 $\bar{x}_{\text{甲}} = \bar{x}_{\text{乙}}$, 方差

$S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$, 则成绩较稳定的同学是_____ (填“甲”或“乙”)。

15. 如图, 直线 a 、 b 被直线 l 所截, $a \parallel b$, $\angle 1 = 70^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____。

16. 如图, $\triangle ABC$ 的 3 个顶点都在 5×5 的网格 (每个小正方形的边长均为 1 个单位长度) 的格点上, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转到 $\triangle A'BC'$ 的位置, 且点 A' 、 C' 仍落在格点上, 则线段 AB 扫过的图形面积是_____平方单位 (结果保留 π)。



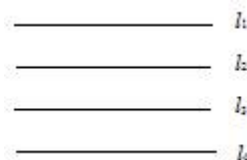
17. “一根弹簧原长 10cm, 在弹性限度内最多可挂质量为 5kg 的物体, 挂上物体后弹簧伸长的长度与所挂物体的质量成正比,

_____ , 则弹簧的总长度 y (cm) 与所挂物体质量 x (kg)

之间的函数关系式为 $y = 10 + 0.5x$ ($0 \leq x \leq 5$).”

王刚同学在阅读上面材料时发现部分内容被墨迹污染, 被污染的部分是确定函数关系式的一个条件, 你认为该条件可以是: _____ (只需写出 1 个)。

18. 如图, 平面内 4 条直线 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 是一组平行线, 相邻 2 条平行线的距离都是 1 个单位长度, 正方形 $ABCD$ 的 4 个顶点 A 、 B 、 C 、 D 都在这些平行线上, 其中点 A 、 C 分别在直线 l_1 、 l_4 上, 该正方形的面积是_____平方单位。



三、解答题 (本大题共有 10 小题, 共 96 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本题满分 8 分) 计算或化简:

(1) $(-1)^0 + |2 - \sqrt{3}| + 2 \sin 60^\circ$,

(2) $(a - b + \frac{b^2}{a+b}) \cdot \frac{a+b}{a}$.

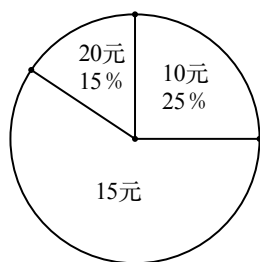
20. (本题满分 8 分) 解方程组 $\begin{cases} 3x + 6y = 10 \\ 6x + 3y = 8 \end{cases}$, 并求 $\sqrt{xy}$ 的值。

21. (本题满分 8 分) 一只不透明的袋子中装有 2 个白球和 1 个红球, 这些球除颜色外其余都相同, 搅匀后从中任意摸出 1 个球, 记录下颜色后放回袋中并搅匀, 再从中任意摸出 1 个球。请用画树状图的方法列出所有可能的结果, 并写出两次摸出的球颜色相同的概率。

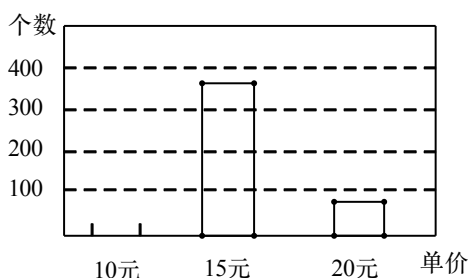
22. (本题满分 8 分) 某文具商店共有单价分别为 10 元、15 元和 20 元的 3 种文具盒出售, 该商

店统计了 2011 年 3 月份这 3 种文具盒的销售情况，并绘制统计图如下：

文具商店2011年3月份3种文具盒销售情况扇形统计图



文具商店2011年3月份3种文具盒销售情况条形统计图



(1) 请在图②中把条形统计图补充完整。

(2) 小亮认为：该商店 3 月份这 3 种文具盒总的平均销售价格为 $\frac{1}{3}(10+15+20)=15$ (元)，你认为

小亮的计算方法正确吗？如不正确，请计算出总的平均销售价格。

23. (本题满分 10 分) 一幢房屋的侧面外墙壁的形状如图所示，它由等腰三角形 OCD 和矩形 ABCD 组成， $\angle OCD=25^\circ$ ，外墙壁上用涂料涂成颜色相同的条纹，其中一块的形状是四边形 EFGH，测得 $FG \parallel EH$ ， $GH=2.6\text{m}$ ， $\angle FGB=65^\circ$ 。

(1) 求证： $GF \perp OC$ ；

(2) 求 EF 的长 (结果精确到 0.1m)。

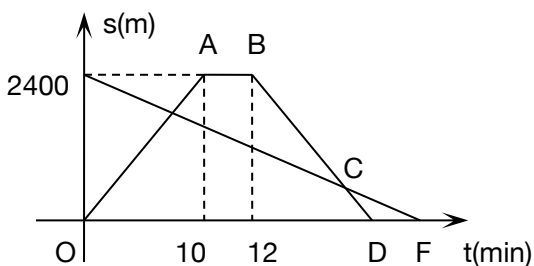
(参考数据： $\sin 25^\circ = \cos 65^\circ \approx 0.42$ ， $\cos 25^\circ = \sin 65^\circ \approx 0.91$)

24. (本题满分 10 分) 如图，四边形 ABCD 是矩形，直线 l 垂直平分线段 AC，垂足为 O，直线 l 分别与线段 AD、CB 的延长线交于点 E、F。

(1) $\triangle ABC$ 与 $\triangle FOA$ 相似吗？为什么？

(2) 试判定四边形 AFCE 的形状，并说明理由。

25. (本题满分 10 分) 小明从家骑自行车出发，沿一条直路到相距 2400m 的邮局办事，小明出发的同时，他的爸爸以 96m/min 速度从邮局同一条道路步行回家，小明在邮局停留 2min 后沿原路以原速返回，设他们出发后经过 t min 时，小明与家之间的距离为 s_1 m，小明爸爸与家之间的距离为 s_2 m，图中折线 OABD、线段 EF 分别表示 s_1 、 s_2 与 t 之间的函数关系的图象。



(1) 求 s_2 与 t 之间的函数关系式；

(2) 小明从家出发，经过多长时间在返回途中追上爸爸？这时他们距离家还有多远？

26. (本题满分 10 分) 如图，以点 O 为圆心的两个同心圆中，矩形 ABCD 的边 BC 为大圆的弦，边 AD 与小圆相切于点 M，OM 的延长线与 BC 相交于点 N。

(1) 点 N 是线段 BC 的中点吗？为什么？

(2) 若圆环的宽度 (两圆半径之差) 为 6cm， $AB=5\text{cm}$ ， $BC=10\text{cm}$ ，求小圆的半径。

27. (本题满分 12 分) 已知二次函数 $y = x^2 + bx - 3$ 的图象经过点 P (-2, 5)

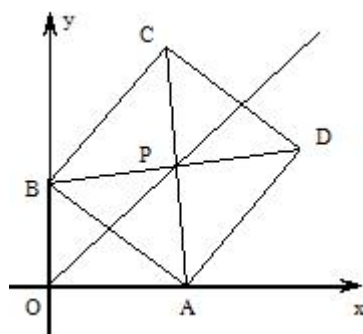
(1) 求 b 的值并写出当 $1 < x \leq 3$ 时 y 的取值范围；

(2) 设 $P_1(m, y_1)$ 、 $P_2(m+1, y_2)$ 、 $P_3(m+2, y_3)$ 在这个二次函数的图象上，

①当 $m=4$ 时, y_1 、 y_2 、 y_3 能否作为同一个三角形三边的长? 请说明理由;

②当 m 取不小于 5 的任意实数时, y_1 、 y_2 、 y_3 一定能作为同一个三角形三边的长, 请说明理由。

28. (本题满分 12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 边长为 a (a 为大于 0 的常数) 的正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 P , 顶点 A 在 x 轴正半轴上运动, 顶点 B 在 y 轴正半轴上运动 (x 轴的正半轴、 y 轴的正半轴都不包含原点 O), 顶点 C 、 D 都在第一象限。



- (1) 当 $\angle BAO=45^\circ$ 时, 求点 P 的坐标;
- (2) 求证: 无论点 A 在 x 轴正半轴上、点 B 在 y 轴正半轴上怎样运动, 点 P 都在 $\angle AOB$ 的平分线上;
- (3) 设点 P 到 x 轴的距离为 h , 试确定 h 的取值范围, 并说明理由。

查看答案:

第一部分 选择题 (共 24 分)

二、**选择题** (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应的位置上)

1.

【答案】 B.

【考点】 相反数。

【分析】 利用相反数的定义, 直接得出结果。

2.

【答案】 A.

【考点】 指数运算法则。

【分析】 $2a^2 \cdot a^3 = 2a^{2+3} = 2a^5$

3.

【考点】 一元二次方程。

【分析】 利用一元二次方程求解方法, 直接得出结果 $x^2 = 2x \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2$ 。

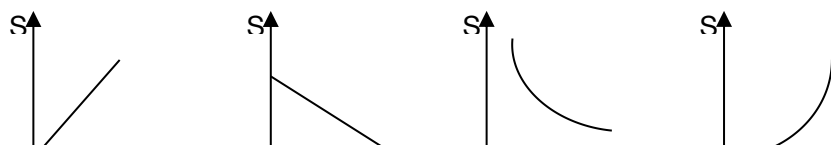
4.

【答案】 A.

【考点】 图形的三视图。

【分析】 从基本图形的三视图可得。

5.



【答案】C

【考点】反比例函数的图像。

【分析】利用反比例函数的图像特征，直接得出结果。

6.

【答案】B.

【考点】样本的概念。

【分析】某市八年级学生的肺活量是总体，从中抽取的500名学生的肺活量是样本,500是样本的容量。

7.

【答案】C.

【考点】平行四边形的判定。

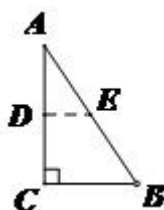
【分析】根据平行四边形的定义和判定定理，①②③是平行四边形的条件,④不一定。

8.

【答案】D.

【考点】图形的拼接。

【分析】把DA拼接DC可得平行四边形，把AE拼接EB可得矩形，把AD拼接DC可得等腰梯形。



第二部分 非选择题 (共 126 分)

二、填空题 (本大题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，请把答案直接写在答题卡相应的位置上)

9. 【答案】4.

【考点】算术平方根。

【分析】利用算术平方根的定义，直接得出结果。

10. 【答案】 $2a(a-2)$

【考点】因式分解。

【分析】利用提取公因式，直接得出结果。

11. 【答案】 $x > -3$.

【考点】不等式。

【分析】 $2x+1 > -5 \Rightarrow 2x > -6 \Rightarrow x > -3$ 。

12. 【答案】 $-3m+2$

【考点】代数式运算。

【分析】 $m^2 - 2m - (m^2 + m - 2) = -3m + 2$ 。

13. 【答案】 $(-3, -2)$

【考点】轴对称。

【分析】利用轴对称，直接得出结果。

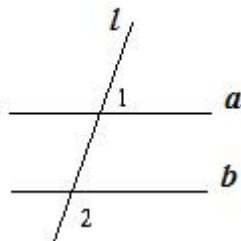
14.

【答案】甲.

【考点】方差。

【分析】利用方差概念，直接得出结论。

15. 【答案】 110°



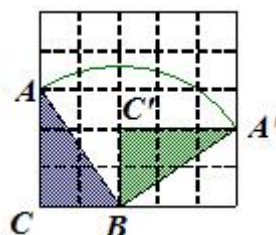
【考点】平行线的性质。

【分析】 $\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 110^\circ$

16 【答案】 $\frac{13}{4}\pi$.

【考点】勾股定理,扇形面积,图形的旋转。

【分析】 $AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$, $S_{AA'B} = \frac{90\pi(\sqrt{13})^2}{360} = \frac{13}{4}\pi$



17.

【答案】 物体的质量每增加 1kg 弹簧伸长 2cm。

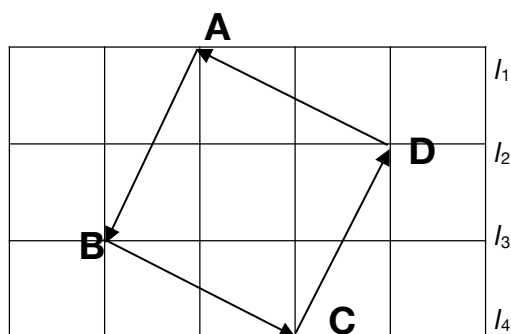
【考点】函数关系式。

【分析】 根据函数关系式为 $y = 10 + 0.5x$ 进行解读得出结果。

18. 【答案】 5.

【考点】勾股定理, 正方形面积。

【分析】 A 点在 l_1 定下后, B 点由 A 点向下平移 2 个单位到 l_2 后向左平移 1 个单位得到; C 点由 B 点向下平移 1 个单位到 l_4 后向右平移 2 个单位得到; D 点由 C 点向上平移 1 个单位到 l_3 后向左平移 2 个单位得到。这时得到的四边形 ABCD 是边长为 $\sqrt{5}$ 个单位长度的正方形, 该正方形的边长是 $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, 面积是 5 平方单位。(如图)



三、解答题 (本大题共有 10 小题, 共 96 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本题满分 8 分) 计算或化简:

【答案】 解: $(-1)^0 + |2 - \sqrt{3}| + 2 \sin 60^\circ = 1 + 2 - \sqrt{3} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$

【考点】绝对值, 零次幂, 特殊角的三角函数。

【分析】 利用绝对值, 零次幂的定义和特殊角的三角函数, 直接得出结果。

【答案】 解: $\left(a - b + \frac{b^2}{a+b}\right) \cdot \frac{a+b}{a} = \frac{a^2}{a+b} \cdot \frac{a+b}{a} = a$

【考点】分式运算法则, 平方差公式。

【分析】 利用分式运算法则, 平方差公式, 直接得出结果。

20. 【答案】 解: $3x + 6y = 10$ ①

$6x + 3y = 8$ ②

① $\times$ 2-②得: $9y=12$, $y=\frac{4}{3}$, 代入① 得: $3x+8=10$, $x=\frac{2}{3}$

$$\therefore \sqrt{xy} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$$

【考点】二元一次方程组，二次根式。

【分析】利用二元一次方程组求解方法，直接得出方程组的解，再代入 $\sqrt{xy}$ 化简二次根式。

21.

【答案】解:画树状图

两次摸出的球颜色相同的概率为 $\frac{5}{9}$ 。

【考点】概率。

【分析】列举出所有情况，求出概率。

22.

【答案】解: (1) $90 \div 15\% \times 25\% = 150$

如图:

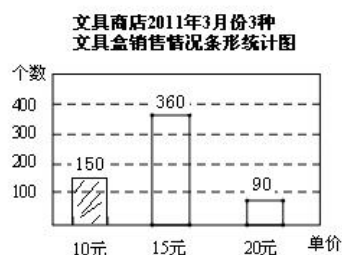
(2) 小亮的计算方法不正确

正确计算为:

$$20 \times 15\% + 10 \times 25\% + 15 \times 60\% = 14.5$$

【考点】统计图表分析。

【分析】统计图表的分析。



23.

【答案】解: (1) 在四边形 BCFG 中,

$$\angle GFC = 360^\circ - 90^\circ - 65^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 90^\circ$$

则 $GF \perp OC$

(2) 如图, 作 $FM \parallel GH$ 交 EH 与 M , 则有平行四边形 FGHM,

$$\therefore FM = GH = 2.6\text{m}, \angle EFM = 25^\circ$$

$$\therefore FG \parallel EH, GF \perp OC$$

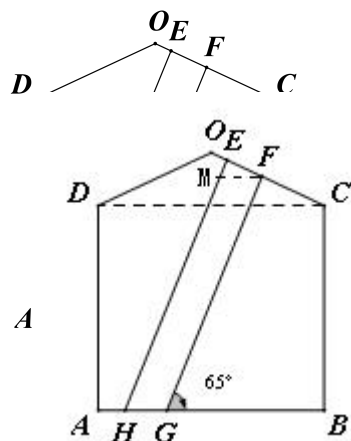
$$\therefore EH \perp OC$$

在 $\text{Rt}\triangle EFM$ 中:

$$EF = FM \cdot \cos 25^\circ \approx 2.6 \times 0.91 = 2.4\text{m}$$

【考点】多边形内角和定理，平行四边形，解直角三角形。

【分析】(1) 欲证 $GF \perp OC$, 只要证 90° , 在四边形 BCFG 中应用四边形内角和是 360° , 即可证得。



(2) 欲求 EF 的长 就要把它放到一个三角形中 作 $FM \parallel GH$ 交 EH 与 M 易证 $EH \perp OC$, 解 $Rt\triangle EFM$ 可得.

24.

【答案】 解: (1) $\triangle ABC \sim \triangle FOA$, 理由如下:

在矩形 ABCD 中: $\angle BAC + \angle BCA = 90^\circ$

$\because$ 直线 l 垂直平分线段 AC, $\therefore \angle OFC + \angle BCA = 90^\circ$

$\therefore \angle BAC = \angle OFC = \angle OFA$

又 $\because \angle ABC = \angle FOC = 90^\circ$, $\therefore \triangle ABC \sim \triangle FOA$

(2) 四边形 AFCE 为菱形, 理由如下:

$\because AE \parallel FC$, $\therefore \triangle AOE \sim \triangle COF$

则 $OE:OF = OA:OC = 1:1$, $\therefore OE = OF$

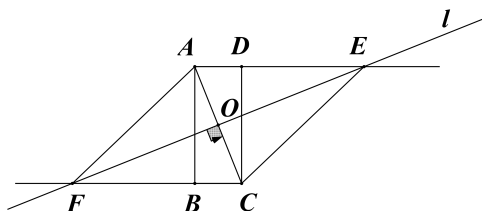
$\therefore AC$ 与 EF 互相垂直平分

则四边形 AFCE 为菱形.

【考点】 矩形, 相似三角形, 平行线, 菱形.

【分析】 (1) $\triangle ABC$ 和 $\triangle FOA$ 易证都是直角三角形, 只要再证其一组对角相等, 而 $\angle BAC$ 和 $\angle OFC = \angle OFA$ 都与 $\angle BCA$ 互余, 从而得证.

(2) 要证四边形 AFCE 为菱形, 已知直线 l 垂直平分线段 AC, 只要再证其互相平分, 由 $\triangle AOE \sim \triangle COF$ 可证 $OE = OF$, 从而得证.



25.

【答案】 解: (1) $t = 2400 \div 96 = 25$

设 $s_2 = kt + b$, 将 $(0, 2400)$ 和 $(25, 0)$ 代入得:

$$\begin{cases} b = 2400 \\ 25k + b = 0 \end{cases} \quad \text{解得:} \quad \begin{cases} k = -96 \\ b = 2400 \end{cases}$$

$$\therefore s_2 = -96t + 2400$$

(2) 由题意得 D 为 $(22, 0)$

设直线 BD 的函数关系式为: $s = mt + n$

$$\text{得:} \quad \begin{cases} 12m + n = 2400 \\ 22m + n = 0 \end{cases} \quad \text{解得:} \quad \begin{cases} m = -240 \\ n = 5280 \end{cases}$$

$$\therefore s = -240t + 5280$$

$$\text{由 } -96t + 2400 = -240t + 5280 \text{ 解得: } t = 20$$

$$\text{当 } t = 20 \text{ 时, } s = 480$$

答: 小明从家出发, 经过 20min 在返回途中追上爸爸, 这时他们距离家还有 480m.

【考点】 待定系数法, 二元一次方程组.

【分析】 根据题意, 利用待定系数法求解二元一次方程组即可.

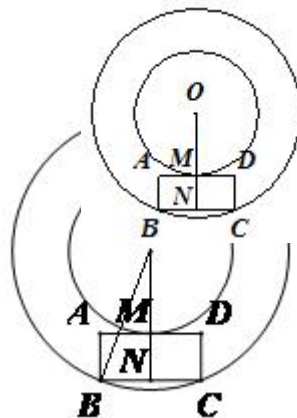
26.

【答案】 解: (1) 点 N 是线段 BC 的中点, 理由如下:

$\because AD$ 与小圆相切于点 M $\therefore ON \perp AD$

又 $\because AD \parallel BC$ $\therefore ON \perp BC$

$\therefore$ 点 N 是线段 BC 的中点



(2) 连接 OB, 设小圆的半径为 r ,

则 $ON=r+5, OB=r+6$, 且 $BN=5$

在 $Rt\triangle OBN$ 中: $5^2+(r+5)^2=(r+6)^2$

解得: $r=7\text{ cm}$ 答: 小圆的半径 7 cm 。

【考点】 垂直于弦的直径平分弦, 矩形性质, 勾股定理.

【分析】(1) 要证点 N 是线段 BC 的中点, 只要证 $ON \perp BC$, 由已知边 AD 与小圆相切于点 M 知 $ON \perp AD$, 而 $ABCD$ 是矩形对边平行, 从而有 $ON \perp BC$, 根据垂直于弦的直径平分弦得证.

(2) 根据已知条件, 利用勾股定理求解.

27.

【答案】 解: (1) 由题意得: $4-2b-3=5 \quad \therefore b=-2$

则 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$

$\therefore$ 当 $1 < x \leq 3$ 时, $-4 < y \leq 0$

(2) $y_1=m^2-2m-3$

$y_2=(m+1)^2-2(m+1)-3=m^2-4$

$y_3=(m+2)^2-2(m+2)-3=m^2+2m-3$

① 当 $m=4$ 时, $y_1=5, y_2=12, y_3=21$

$\therefore 5+12 < 21$

$\therefore y_1, y_2, y_3$ 不能作为同一个三角形三边的长

② 当 $m \geq 5$ 时, $\therefore m < m+1 < m+2$, 而函数当 $x \geq 1$ 时 y 随 x 增大而增大

$\therefore y_1 < y_2 < y_3$

$y_1+y_2-y_3 = (m^2-2m-3) + (m^2-4) - (m^2+2m-3)$

$= m^2-4m-4 = (m-2)^2-8 \geq 1 > 0$

$\therefore y_1, y_2, y_3$ 一定能作为同一个三角形三边的长

【考点】 二次函数的增减性, 三角形构成的条件.

【分析】(1) 把点 P 的坐标代入 $y=x^2+bx-3$ 即可得到 b 的值. 根据二次函数的增减性知当 $x \geq 1$ 时 y 随 x 增大而增大, 所以只要求 $x=1.3$ 时 y 的值即可得解.

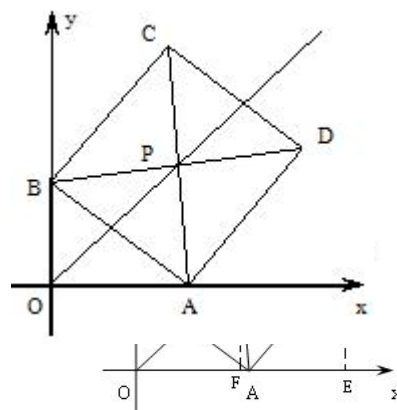
(2) 根据根据两边之和大于第三边的三角形构成的条件可得证.

28.

【答案】 解: (1) 当 $\angle BAO=45^\circ$ 时, 四边形 $OAPB$ 为正方形

$OA=OB=a \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}a \quad \therefore P$ 点坐标为 $(\frac{\sqrt{2}}{2}a,$

$\frac{\sqrt{2}}{2}a)$



(2) 作 $DE \perp x$ 轴于 $E, PF \perp x$ 轴于 F ,

设 A 点坐标为 $(m,0)$, B 点坐标为 $(0,n)$

$\therefore \angle BAO + \angle DAE = \angle BAO + \angle ABO = 90^\circ \quad \therefore \angle DAE = \angle ABO$

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DEA$ 中:

$$\begin{cases} \angle AOB = \angle DEA = 90^\circ \\ \angle ABO = \angle DAE \\ AB = AD \end{cases} \therefore \triangle AOB \cong \triangle DEA \text{ (AAS)}$$

$$\therefore AE = OB = n, DE = OA = m,$$

则 D 点坐标为 $(m+n, m)$

$\therefore$ 点 P 为 BD 的中点, 且 B 点坐标为 $(0, n)$

$$\therefore P \text{ 点坐标为 } \left(\frac{m+n}{2}, \frac{m+n}{2} \right) \therefore PF = OF = \frac{m+n}{2} \therefore \angle POF = 45^\circ,$$

$\therefore OP$ 平分 $\angle AOB$ 。即无论点 A 在 x 轴正半轴上、点 B 在 y 轴正半轴上怎样运动, 点 P 都在 $\angle AOB$ 的平分线上;

(3) 当 A, B 分别在 x 轴正半轴和 y 轴正半轴上运动时, 设 PF 与 PA 的夹角为 α ,

$$\text{则 } 0^\circ \leq \alpha < 45^\circ \quad h = PF = PA \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} a \cdot \cos \alpha$$

$$\therefore 0^\circ \leq \alpha < 45^\circ \therefore \frac{\sqrt{2}}{2} < \cos \alpha \leq 1 \therefore \frac{1}{2} a < h \leq \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

【考点】正方形性质, 特殊角三角函数, 全等三角形, 直角梯形.

【分析】(1) 根据已知条件, 用特殊角三角函数可求.

(2) 根据已知条件, 假设 A 点坐标为 $(m, 0)$, B 点坐标为 $(0, n)$ 并作 $DE \perp x$ 轴于 E, $PF \perp x$ 轴于 F, 用全等三角形等知识求出点 D, P, E, F 坐标(用 m, n 表示), 从而证出 $PF = OF$, 进而 $\angle POF = 45^\circ$. 因此得证.

(3) 由 (2) 知 $\angle OPF = 45^\circ$, 故 $0^\circ \leq \angle OPA < 45^\circ$, $\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos \angle OPA \leq 1$, 在 $Rt\triangle APF$

中 $PF = PA \cdot \cos \angle OPA$, 从而得求.