

2010 年泰州中考数学试题及答案

一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

1. -3 的倒数为 () A.B.C.D.

A. -3 B. $\frac{1}{3}$ C. 3 D. $-\frac{1}{3}$

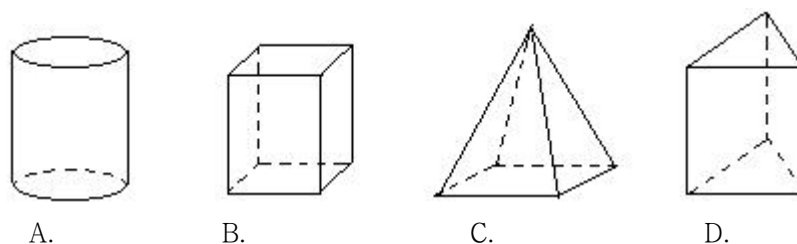
2. 下列运算正确的是 ()

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $(-a^2)^3 = -a^6$ C. $(ab)^3 = ab^3$ D. $a^8 \div a^2 = a^4$

3. 据新华社 2010 年 2 月报到: 受特大干旱天气影响, 我国西南地区林地受灾面积达到 43050000 亩. 用科学计数法可表示为 ()

A. 4.305×10^8 亩 B. 4.305×10^6 亩 C. 43.05×10^7 亩 D. 4.305×10^7 亩

4. 下面四个几何体中, 主视图与其它几何体的主视图不同的是 ()



5. 下列函数中, y 随 x 增大而增大的是 ()

A. $y = -\frac{3}{x}$ B. $y = -x + 5$ C. $y = -\frac{1}{2}x$ D. $y = \frac{1}{2}x^2 (x < 0)$

6. 下列命题: ①正多边形都是轴对称图形; ②通过对足球迷健康状况的调查可以了解我国公民的健康状况; ③方程 $\frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{3}{x-1}$ 的解是 $x = 0$; ④如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 那么这两个角相等. 其中真命题的个数有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

7. 一个铝质三角形框架三条边长分别为 24cm、30cm、36cm, 要估做一个与它相似的铝质三角形框架, 现有长为 27cm、45cm 的两根铝材, 要求以其中的一根为一边, 从另一根上截下两段 (允许有余料) 作为另外两边. 截法有 ()

A. 0 种 B. 1 种 C. 2 种 D. 3 种

8. 已知 $P = \frac{7}{15}m - 1$, $Q = m^2 - \frac{8}{15}m$ (m 为任意实数), 则 P 、 Q 的大小关系为 ()

A. $P > Q$ B. $P = Q$ C. $P < Q$ D. 不能确定

二、填空题 (每小题 3 分, 共 30 分)

9. 数据 $-1, 0, 2, -1, 3$ 的众数为_____.

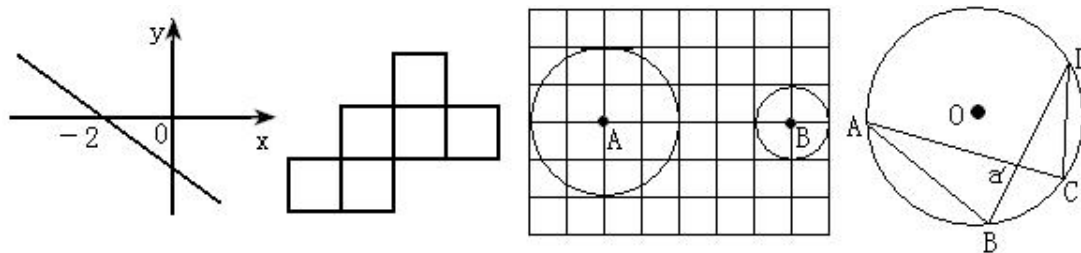
10. 不等式 $2x < 4x - 6$ 的解集为_____.

11. 等腰 $\triangle ABC$ 的两边长为 2 和 5, 则第三边长为_____.

12. 已知扇形的圆心角为 120° , 半径为 15cm, 则扇形的弧长为_____cm (结果保留 π)

13. 一次函数 $y = kx + b$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 的图象如图所示, 则使 $y > 0$ 成立的 x 取值范围为_____.

14. 已知点 A、B 的坐标分别为 (2, 0), (2, 4), 以 A、B、P 为顶点有三角形与 $\triangle ABO$ 全等, 写出一个符合条件的点 P 的坐标: _____.



15. 一个均匀的正方体各面上分别标有数字 1、2、3、4、5、6, 这个正方体的表面展开图如图所示. 抛掷这个正方体, 则朝上一面所标数字恰好等于朝下一面所标数字的 3 倍的概率是_____.

16. 如图在 8×6 的网格图 (每个小正方形的边长均为 1 个单位长度) 中, $\odot A$ 的半径为 2 个单位长度, $\odot B$ 的半径为 1 个单位长度, 要使运动的 $\odot B$ 与静止的 $\odot A$ 内切, 应将 $\odot B$ 由图示位置向左平移_____个单位长度.

17. 观察等式: ① $9 - 1 = 2 \times 4$, ② $25 - 1 = 4 \times 6$, ③ $49 - 1 = 6 \times 8 \cdots$ 按照这种规律写出第 n 个等式: _____.

18. 如图 $\odot O$ 的半径为 1cm, 弦 AB、CD 的长度分别为 $\sqrt{2}cm, 1cm$, 则弦 AB、CD 所夹的锐角 α = _____.

三、解答题:

19. (8 分) 计算 (1) $(-\frac{1}{2})^{-1} - 3 \tan 30^\circ + (1 - \sqrt{2})^0 + \sqrt{12}$;

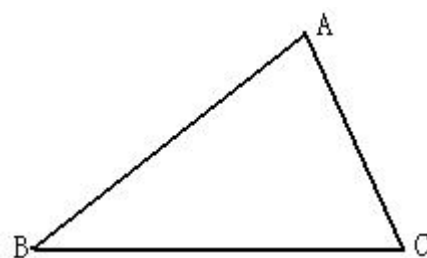
(2) $1 - \frac{a-1}{a} \div (\frac{a}{a+2} - \frac{1}{a^2+2a})$

20. (8 分) 已知 $\triangle ABC$, 利用直尺各圆规, 根据下列要求作图 (保留作图痕迹, 不要求写作法), 并根据要求填空:

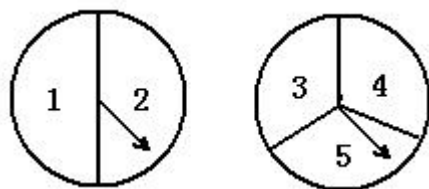
(1) 作 $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D;

(2) 作线段 BD 的垂直平分线交 AB 于点 E, 交 BC 于点 F.

由 (1)、(2) 可得: 线段 EF 与线段 BD 的关系为_____



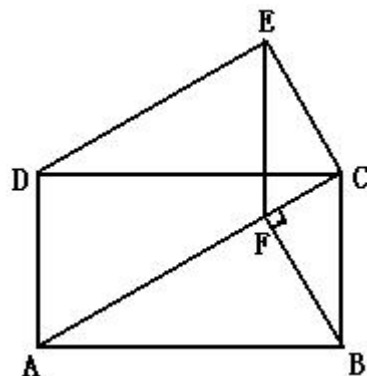
21. (8 分) 学校奖励给王伟和李丽上海世博园门票共两张, 其中一张为指定日门票, 另一张为普通日门票. 班长由王伟和李丽分别转动下图的甲、乙两个转盘 (转盘甲被二等分、转盘乙被三等分) 确定指定日门票的归属, 在两个转盘都停止转动后, 若指针所指的两个数字之和为偶数, 则王伟获得指定日门票; 若指针所指的两个数字之和为奇数, 则李丽获得指定日门票; 若指针指向分隔线, 则重新转动. 你认为这个方法公平吗? 请画树状图或列表, 并说明理由.



22. (8 分) 如图，四边形 ABCD 是矩形， $\angle EDC = \angle CAB$ ， $\angle DEC = 90^\circ$ 。

(1) 求证：AC//DE;

(2) 过点 B 作 $BF \perp AC$ 于点 F，连结 EF，试判别四边形 BCEF 的形状，并说明理由。



23. (10 分) 近期以来，大蒜和绿豆的市场价格离奇攀升，网民戏称为“蒜你狠”，“豆你玩”。以绿豆为例，5 月份上旬的市场价格已达 16 元/千克。市政府决定采取价格临时干预措施，调进绿豆以平抑市场价格。经市场调研预测，该市每调进 100 吨绿豆，市场价格就下降 1 元/千克。为了即能平抑市场价格，又要保护豆农的生产积极性，绿豆的市场价格控制在 8 元/千克到 10 元/千克之间(含 8 元/千克和 10 元/千克)。问调进绿豆的吨数应在什么范围内为宜?

24. (10 分) 玉树地震后，全国人民慷慨解囊，积极支援玉树人民的抗震救灾，他们有的直接捐款，有的捐物，国家民政部、中国红十字会、中华慈善总会及其他基金会分别接收了捐赠，青海省也直接接收了部分捐赠。截至 5 月 14 日 12 时，他们分别接收捐赠(含直接捐款数和捐赠物折款数)的比例见扇形统计图(图①)，其中，中华慈善总会和中国红十字会共接收捐赠约合人民币 15.6 亿元。

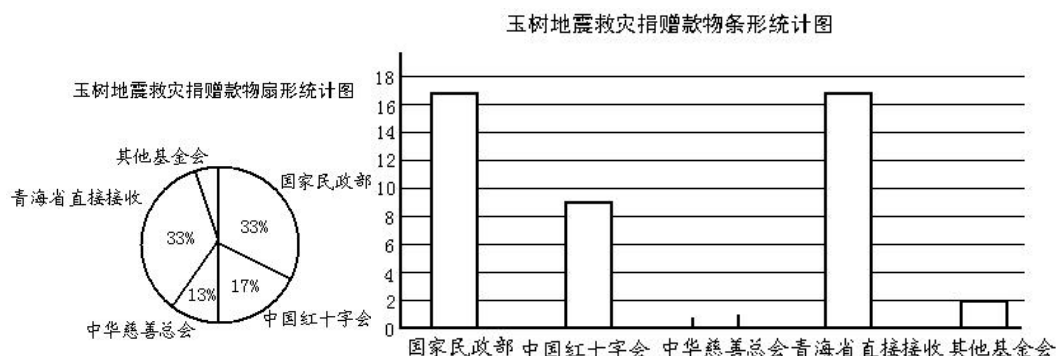
请你根据相关信息解决下列问题:

(1) 其他基金会接收捐赠约占捐赠总数的百分比是_____;

(2) 全国接收直接捐款数和捐物折款数共计约_____亿元;

(3) 请你补全图②中的条形统计图;

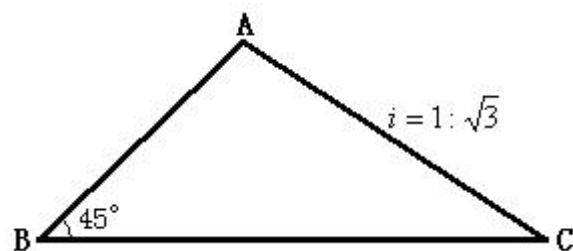
(4) 据统计，直接捐款数比捐赠物折款数的 6 倍还多 3 亿元，那么直接捐款数比捐赠物折款数各多少亿元?



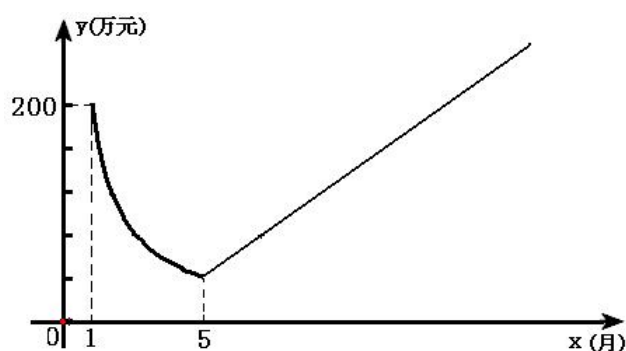
25. (10 分) 庞亮和李强相约周六去登山，庞亮从北坡山脚 C 处出发，以 24 米/分钟的速度攀登，

同时李强从南坡山脚 B 处出发。如图，已知小山北坡的坡度 $i = 1:\sqrt{3}$ ，山坡重工业 240 米，南坡

的坡角是 45° 。问李强以什么速度攀登才能和庞亮同时到达山顶 A？（将山路 AB、AC 看成线段，结果保留根号）



26. (10 分) 保护生态环境，建设绿色社会已经从理念变为人们的行动。某化工厂 2009 年 1 月的利润为 200 万元。设 2009 年 1 月为第 1 个月，第 x 个月的利润为 y 万元。由于排污超标，该从 2009 年 1 月底起适当限产，并投入资金进行治污改造，导致月利润明显下降，从 1 月到 5 月， y 与 x 成反比例。到 5 月底，治污改造工程顺利完工，从这时起，该厂每月的利润比前一个月增加 20 万元（如图）



(1) 分别求该化工厂治污期间及改造工程顺利完工后 y 与 x 之间对应的函数关系式。

(2) 治污改造工程顺利完工后经过几个月，该厂利润才能达到 200 万元？

(3) 当月利润少于 100 万元时为该厂资金紧张期，问该厂资金紧张期共有几个月？

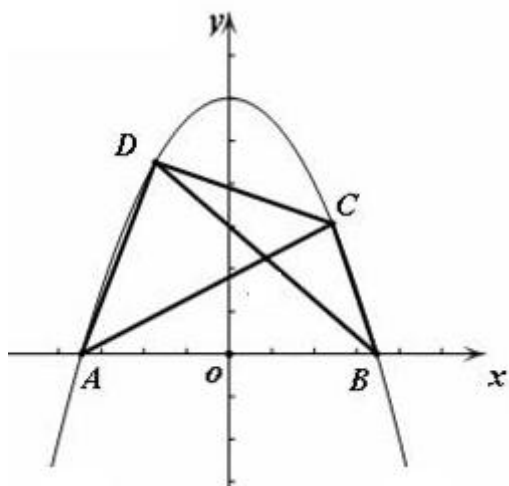
27. (12 分)

27. 如图，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + c$ 与 x 轴交于点 A、B，且经过点 $D(-\sqrt{3}, \frac{9}{2})$

(1) 求 c

(2) 若点 C 为抛物线上一点，且直线 AC 把四边形 ABCD 分成面积相等的两部分，试说明 AC 平分 BD，且求出直线 AC 的解析式

(3) x 轴上方的抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + c$ 上是否存在两点 P、Q，满足 $\triangle AQP$ 全等于 $\triangle ABP$ ，若存在求出 P、Q 两点，若不存在，说明理由。



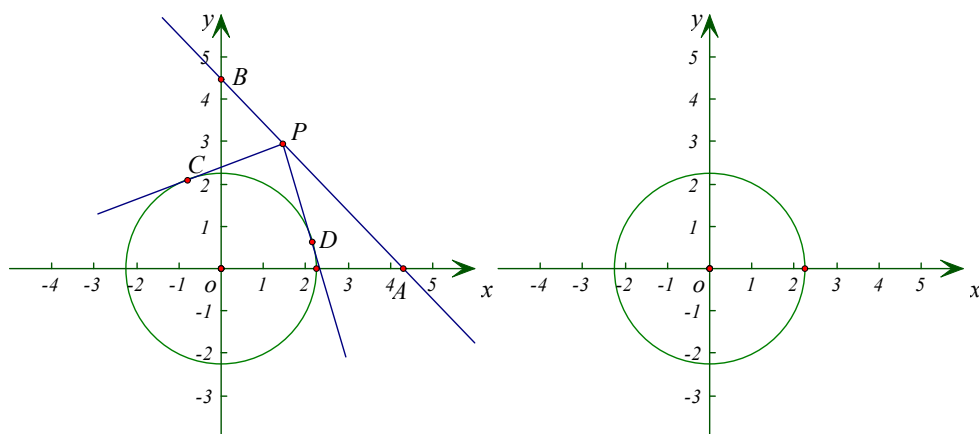
28. (14 分) 如图, $\odot O$ 是 O 为圆心, 半径为 $\sqrt{5}$ 的圆, 直线 $y = kx + b$ 交坐标轴于 A 、 B 两点。

(1) 若 $OA = OB$

① 求 k

② 若 $b = 4$, 点 P 为直线 AB 上一点, 过 P 点作 $\odot O$ 的两条切线, 切点分别为 C 、 D , 若 $\angle CPD = 90^\circ$, 求点 P 的坐标;

(2) 若 $k = -\frac{1}{2}$, 且直线 $y = kx + b$ 分 $\odot O$ 的圆周为 1: 2 两部分, 求 b .



泰州市二〇一〇年初中毕业、升学统一考试

数学试题

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

请注意: 1. 本试卷分选择题和非选择题两部分.

2. 所有试题的答案均填写在答题卡上, 答案写在试卷上无效.

3. 作图必须用 2B 铅笔作答, 并请加黑加粗, 描写清楚.

第一部分 选择题 (共 24 分)

一、选择题 (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. (2010 江苏泰州, 1, 3 分) -3 的倒数为 ()

- A. -3 B. $\frac{1}{3}$ C. 3 D. $-\frac{1}{3}$

【分析】如果两个数的积为 1, 那么这两个数互为倒数. 所以 -3 的倒数为 $-\frac{1}{3}$.

【答案】D

【涉及知识点】有理数的有关概念

【点评】涉及与有理数有关的概念题型, 关键是对概念的理解, “回到定义中去” 直接运用概念解题.

【推荐指数】★★★★

2. (2010 江苏泰州, 2, 3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $(-a^2)^3 = -a^6$ C. $(ab)^3 = ab^3$ D. $a^8 \div a^2 = a^4$

【分析】根据幂的运算性质, “同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加”, 选项 A 不正确; “积的乘方, 等于积中各因式乘方的积”, 选项 C 不正确; “同底数幂相除, 底数不变, 指数相减”, 选项 D 也不正确.

【答案】B

【涉及知识点】幂的运算性质

【点评】用幂的运算性质解答问题, 只要熟练掌握根据幂的运算性质即可.

【推荐指数】★★★

3. (2010 江苏泰州, 3, 3 分) 据新华社 2010 年 2 月 9 日报道: 受特大干旱天气影响, 我国西南

地区林地受灾面积达到 43050000 亩. 用科学计数法可表示为 ()

- A. 4.305×10^8 亩 B. 4.305×10^6 亩 C. 43.05×10^7 亩 D. 4.305×10^7 亩

【分析】43050000 可表示为 4.305×10000000 , $100000 = 10^7$, 因此 $43050000 = 4.305 \times 10^7$.

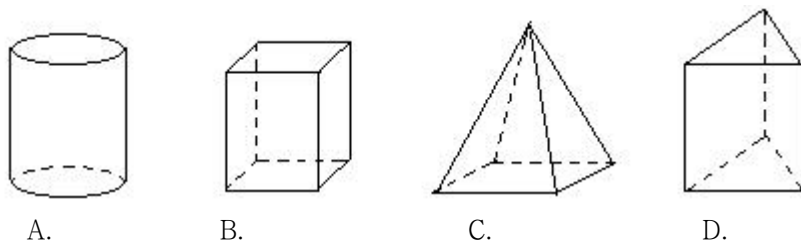
【答案】D

【涉及知识点】科学记数法

【点评】把一个数写成 $a \times 10^n$ 的形式 (其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 这种计数法称为科学记数法. 科学记数法是每年中考试卷中的必考问题, 应掌握: (1) 表达形式为: $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$, n 表示小数点移动的位数). 科学记数法可以表示绝对值大于 10 的数, 也可以表示绝对值小于 1 的数. (2) 当表示绝对值大于 10 的数时应注意: 小数点向左移到第一位数字后, 看小数点移动了几位, n 的值就是几, 表达式中的 n 是应为正整数. (3) 当表示绝对值小于 1 的数时应注意: 小数点向右移到第一位不为零的数后, 看小数点移动了几位, n 的值就是几, 表达式中的 n 应为负整数.

【推荐指数】★★★★★

4. (2010 江苏泰州, 4, 3 分) 下面四个几何体中, 主视图与其它几何体的主视图不同的是 ()



【分析】选项 A、B、D 的主视图都是矩形, 只有选项 C 的主视图是三角形与其它三个几何体的主视图不同.

【答案】C

【涉及知识点】三视图

【点评】由立体图形到视图的过程, 通常称为读图. 要注意两点: 一是长、宽、高的关系; 二是上下、左右、前后的关系. 当然, 平时学习中知识的积累也很重要.

【推荐指数】★★★★★

5. (2010 江苏泰州, 5, 3 分) 下列函数中, y 随 x 增大而增大的是 ()

- A. $y = -\frac{3}{x}$ B. $y = -x + 5$ C. $y = \frac{1}{2}x$ D. $y = \frac{1}{2}x^2 (x < 0)$

【分析】选项 A 反比例函数, 其增减性要有前提条件, 即在“各个象限内”, 不能笼统地进行描述, 应舍去; B 是一次函数, 系数小于零, 所以 y 随 x 增大而减小, 舍去, 选项 D 中的二次函数开口向上, 在对称轴的左侧 ($x < 0$), y 随 x 增大而减小, 舍去. 故选 C.

【答案】C

【涉及知识点】一次函数、反比例函数、二次函数的增减性

【点评】关于函数的增减性, 对于一次函数而言, 由系数 k 即可确定, 二次函数要由开口方向与对称轴来确定, 而反比例函数, 特别要注意“在每一个象限”这一限制条件.

【推荐指数】★★★★★

6. (2010 江苏泰州, 6, 3 分) 下列命题: ①正多边形都是轴对称图形; ②通过对足球迷健康状况的调查可以了解我国公民的健康状况; ③方程 $\frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{3}{x-1}$ 的解是 $x = 0$; ④如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 那么这两个角相等. 其中真命题的个数有 ()

A.1个 B.2个 C.3个 D.4个

【分析】正多边形都是轴对称图形，对于正偶数边形，即是轴对称图形又是中心对称图形，①正确；对足球迷健康状况调查样本不具有代表性，②不正确；通过解答，③也是正确的；如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补，④不正确。

【答案】B

【涉及知识点】轴对称与中心对称 随机抽样 分式方程的解法 简单的推理

【点评】选择题中的判断正误题，往往是多个数学知识点组合在一起，在判断时，一是注意其表达的语言方式，二是注意漏解的情况。

【推荐指数】★★★

7. (2010 江苏泰州, 7, 3 分) 一个铝质三角形框架三条边长分别为 24cm 、 30cm 、 36cm ，要做一个与它相似的铝质三角形框架，现有长为 27cm 、 45cm 的两根铝材，要求以其中的一根为一边，从另一根上截下两段（允许有余料）作为另外两边，截法有（ ）

A.0 种 B.1 种 C.2 种 D.3 种

【分析】(1)假设以 27cm 为一边，把 45cm 截成两段，设这两段分别为 $x\text{cm}$ 、 $y\text{cm}$ ($x < y$)。则

可得： $\frac{24}{x} = \frac{30}{y} = \frac{36}{27}$ ①或 $\frac{24}{x} = \frac{30}{27} = \frac{36}{y}$ ② (注： 27cm 不可能是最小边)，由①解得 $x=18$, $y=22.5$,

符合题意；由②解得 $x=\frac{108}{5}$, $y=\frac{162}{5}$, $x+y=\frac{108}{5}+\frac{162}{5}=\frac{270}{5}=54 > 45$ ，不合题意，舍去。

(2)假设以 45cm 为一边，把 27cm 截成两段，设这两段分别为 $x\text{cm}$ 、 $y\text{cm}$ ($x < y$)。则可得：

$\frac{24}{x} = \frac{30}{y} = \frac{36}{45}$ (注：只能是 45 是最大边)，解得 $x=30$, $y=\frac{75}{2}$, $x+y=30+37.5=67.5 > 27$ ，不合题

意，舍去。

综合以上可知，截法只有一种。

【答案】B

【涉及知识点】相似三角形的判定

【点评】在判定三角形相似，未明确对应关系时，特别注意不要忘了分类，再根据不同的对应关系分别计算要求的线段。

【推荐指数】★★★★

8. (2010 江苏泰州, 8, 3 分) 已知 $P = \frac{7}{15}m - 1$, $Q = m^2 - \frac{8}{15}m$ (m 为任意实数)，则 P 、 Q 的大小关系为（ ）

A. $P > Q$ B. $P = Q$ C. $P < Q$ D. 不能确定

【分析】可用特殊值法或差值法。特殊值法：取 $m=15$ ，分别代入得 $P=6$, $Q=217$ ，故 $P < Q$ ；

差值法： $P-Q = \left(\frac{7}{15}m - 1\right) - \left(m^2 - \frac{8}{15}m\right) = -m^2 + m - 1 = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} < 0$ ，故 $P < Q$ 。

【答案】C

【涉及知识点】代数式的大小比较

【点评】代数式的大小比较，最常用的方法就是特殊值法、差值法及商值法，在填空题及选择题中，用特殊值法是最简捷的，要注意字母所取值必满足条件。

【推荐指数】★★★

第二部分 非选择题 (共 126 分)

二、填空题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. (2010 江苏泰州, 9, 3 分) 数据 -1, 0, 2, -1, 3 的众数为_____.

【分析】众数是指一组数据中出现次数最多的那个数, 因为这组数据中 -1 出现的次数最多, 所以这组数据的众数为 -1.

【答案】-1

【涉及知识点】众数的概念

【点评】平均数、中位数、众数概念是中考试题中的基本题型, 只要掌握它们的概念, 对照概念即可求出结果. 要注意的是, 求中位数时要先按大小顺序排列, 另外, 一组数据的平均数、中位数只有一个, 而众数可能多于一个或者没有.

【推荐指数】★★

10. (2010 江苏泰州, 10, 3 分) 不等式 $2x < 4x - 6$ 的解集为_____.

【分析】移项得 $2x - 4x < -6$ 、合并同类项得 $-2x < -6$ 、系数化为 1, 得 $x > 3$.

【答案】 $x > 3$

【涉及知识点】一元一次不等式的解法

【点评】一元一次不等式的解法步骤与一元一次方程的解法相似, 只是在不等式两边乘或除以同一个负数时, 不等号的方向要改变.

【推荐指数】★★★★

11. (2010 江苏泰州, 11, 3 分) 等腰 $\triangle ABC$ 的两边长分别为 2 和 5, 则第三边长为_____.

【分析】等腰三角形有两条边相等, 所以这个等腰三角形的三边长可以是 2、2、5 或 2、5、5 这两种情况, 但 $2+2 < 5$, 不满足三角形三边关系定理, 故舍去, 其第三边长只能为 5.

【答案】5

【涉及知识点】等腰三角形 三角形三边关系

【点评】在计算等腰三角形的有关边长时, 往往只注意分情况求边长, 而忘了等腰三角形的三边长仍然需要满足三角形的三边关系定理, 在解决此类问题时, 千万不能顾此失彼.

【推荐指数】★★★★★

12. (2010 江苏泰州, 12, 3 分) 已知扇形的圆心角为 120° , 半径为 15cm , 则扇形的弧长为_____ cm (结果保留 π).

【分析】 n° 圆心角的弧长公式是: $l = \frac{n\pi R}{180}$. 所以只要将 $n=120$, $R=15$ 代入即可.

【答案】 10π

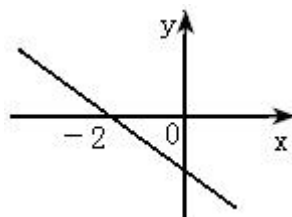
【涉及知识点】弧长计算公式

【点评】圆周长公式为: $C=2\pi R$; 所以 n° 圆心角的弧长公式即为: $l = \frac{n\pi R}{180}$. 在计算弧长时只需将 n 、 R 分别代入. 有时计算不规则图形时, 要把不规则图形的问题转化为规则图形的问题.

【推荐指数】★★★★★

13. (2010 江苏泰州, 13, 3 分) 一次函数 $y = kx + b$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 的图象如图所示, 则

使 $y > 0$ 成立的 x 的取值范围为_____.



【分析】观察图象可知，直线在 x 轴上方即 $y > 0$ 时， x 的取值在 -2 的左侧，所以 x 的取值范围是 $x < -2$.

【答案】 $x < -2$

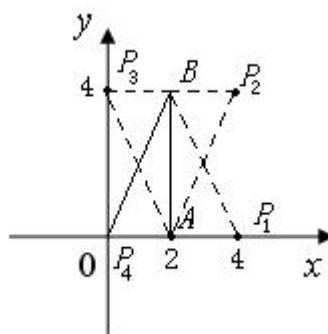
【涉及知识点】一次函数与二元一次方程的关系

【点评】二元一次方程转化为用含一个未知数的代数式表示另一个未知数，即得一次函数，在直角坐标系中画出其图象即可直观地看出当自变量取何值时，函数 y 的值是大于 0 、等于 0 、还是小于 0 ，这也是数形结合思想方法的简单运用.

【推荐指数】★★★★★

14. (2010 江苏泰州, 14, 3 分) 已知点 A 、 B 的坐标分别为 $(2, 0)$ 、 $(2, 4)$ ，以 A 、 B 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle ABO$ 全等，写出一个符合条件的点 P 的坐标: _____.

【分析】由题意在平面直角坐标系中标出点 A 、点 B ，要使以 A 、 B 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle ABO$ 全等，因 AB 是公共边，所以 $\angle PBA$ 或 $\angle PAB$ 为直角，且 PA 或 PB 等于 2 ，由此可标出 $P_1(4, 0)$ ，再由对称、翻折等图形的变化可求得满足条件的点 P 有 4 个.



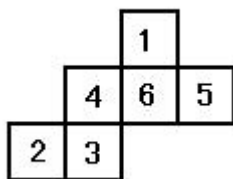
【答案】 $(4, 0)$ ； $(4, 4)$ ； $(0, 4)$ ； $(0, 0)$ (只要写出一个即可)

【涉及知识点】平面直角坐标系 全等三角形的判定

【点评】将全等三角形的判定置于平面直角坐标系中，只要画出图形，根据全等三角形的判定，确定其它的边的位置及大小，即可很方便地求出其坐标.

【推荐指数】★★★★★

15. (2010 江苏泰州, 15, 3 分) 一个均匀的正方体各面上分别标有数字 1 、 2 、 3 、 4 、 5 、 6 ，这个正方体的表面展开图如图所示. 抛掷这个正方体，则朝上一面所标数字恰好等于朝下一面所标数字的 3 倍的概率是_____.



【分析】由正方体的展开图可知： 1 与 3 相对； 2 与 6 相对； 4 与 5 相对. 这样抛掷这个正方体，点数朝上共有 6 种等可能的结果，其中朝上一面是 6 或 3 时恰好等于朝下一面所标数字的 3 倍，所以其概率是 $\frac{2}{6}$ 即 $\frac{1}{3}$.

【答案】 $\frac{1}{3}$

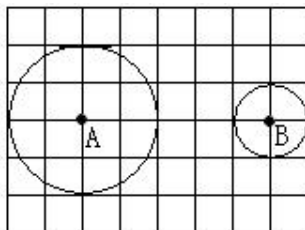
【涉及知识点】求简单事件发生的概率.

【点评】简单的一步试验事件发生的概率等于事件包含的结果数 k 除以所有等可能出现的结果

数 n , $P = \frac{k}{n}$. 本题就是用这个公式得出方程从而求出 n 的值. 概率是研究随机现象规律的学科, 是新课程增加的内容之一, 在中考中作为重要的考点. 近年来, 概率题不只以“投骰子”和“扑克牌”为背景, 更多的是以生活实际、游戏和新课程核心内容为背景, 成为中考试题中一道亮丽的风景.

【推荐指数】★★★★★

16. (2010 江苏泰州, 16, 3 分) 如图在 8×6 的网格图 (每个小正方形的边长均为 1 个单位长度) 中, $\odot A$ 的半径为 2 个单位长度, $\odot B$ 的半径为 1 个单位长度, 要使运动的 $\odot B$ 与静止的 $\odot A$ 内切, 应将 $\odot B$ 由图示位置向左平移 _____ 个单位长度.



【分析】由图形可直观地得到 $\odot B$ 应向左平移 4 个或 6 个单位长度, 即可与 $\odot A$ 内切.

【答案】4 或 6

【涉及知识点】两圆内切的概念

【点评】注意 $\odot B$ 向左移动与 $\odot A$ 慢慢靠近再渐渐远去的过程, 就不会出现漏解的情况.

【推荐指数】★★★

17. (2010 江苏泰州, 17, 3 分) 观察等式: ① $9 - 1 = 2 \times 4$, ② $25 - 1 = 4 \times 6$, ③ $49 - 1 = 6 \times 8 \dots$ 按照这种规律写出第 n 个等式: _____.

【分析】先看等式左边, ①式是 $3^2 - 1$, ②式是 $5^2 - 1$, ③式是 $7^2 - 1 \dots$ 所以第 n 个等式左边应是 $(2n+1)^2 - 1$; 再看等式右边, ①式是 2×4 , ②式是 4×6 , ③式是 6×8 , 所以第 n 个等式右边应是 $2n(2n+2)$.

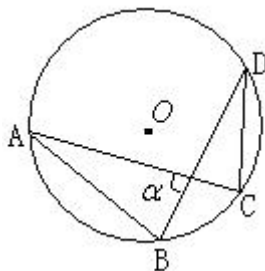
【答案】 $(2n+1)^2 - 1 = 2n(2n+2)$

【涉及知识点】规律归纳猜想

【点评】规律性猜想题, 提供的信息是一种规律, 但它隐含在题目中, 有待挖掘和开发, 一般只要注重观察数字 (式) 变化规律, 经归纳便可猜想出结论. 如果实在有困难, 还可在平面直角坐标系中描点, 根据图像猜测其蕴含的规律.

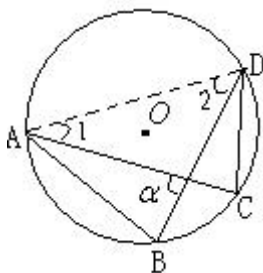
【推荐指数】★★★★★

18. (2010 江苏泰州, 18, 3 分) 如图 $\odot O$ 的半径为 1cm , 弦 AB 、 CD 的长度分别为 $\sqrt{2}\text{cm}$, 1cm , 则弦 AC 、 BD 所夹的锐角 $\alpha =$ _____.



【分析】由题意易得 $\widehat{AB}$ 所对的圆心角为 90° , $\widehat{CD}$ 所对的圆心角为 60° , 连结 AD , 则锐角

$\alpha = \angle 1 + \angle 2$, 而 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 分别是 $\widehat{CD}$ 和 $\widehat{AB}$ 所对的圆周角, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} (90^\circ + 60^\circ)$.



【答案】 75°

【涉及知识点】 圆周角的性质

【点评】 解决圆中角度计算问题关键是掌握圆心角和圆周角之间的关系, 利用同弧和等弧之间的关系进行转化. 另外, 往往添加能构成直径上的圆周角的辅助线, 以便利用直径所对的圆周角是直角这个条件进行计算和证明.

【推荐指数】 ★★★

三、解答题: (本大题共有 10 小题, 共 96 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (2010 江苏泰州, 19(1), 8 分) 计算:

$$(1) \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - 3 \tan 30^\circ + (1 - \sqrt{2})^0 + \sqrt{12};$$

【分析】 根据零指数幂与负整指数幂即: $a^0 = 1 (a \neq 0)$ 、 $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0)$ 可得

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^1} = -2, (1 - \sqrt{2})^0 = 1, \text{ 由特殊锐角三角函数值可知 } \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 再化简二次根式}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{【答案】 原式} = -2 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + 1 + 2\sqrt{3} = -2 - \sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} = -1 + \sqrt{3}.$$

【涉及知识点】 实数的混合运算 零指数幂与负整指数幂 特殊锐角三角函数值 二次根式的化简

【点评】 实数的混合运算首先注意运算顺序, 其次运算律的灵活运用, 最后是掌握幂的运算性质、特殊锐角三角函数值、二次根式的化简等知识点.

【推荐指数】 ★★★

$$(2010 \text{ 江苏泰州, } 19(2), 8 \text{ 分}) (2) 1 - \frac{a-1}{a} \div \left(\frac{a}{a+2} - \frac{1}{a^2+2a}\right).$$

【分析】 先对括号内的两个分式通分, 最简公分母是 $a(a+2)$, 再做除法, 最后做加减.

$$\begin{aligned} \text{【答案】 原式} &= 1 - \frac{a-1}{a} \div \frac{a^2-1}{a(a+2)} = 1 - \frac{a-1}{a} \cdot \frac{a(a+2)}{(a+1)(a-1)} = 1 - \frac{a+2}{a+1} \\ &= \frac{a+1-(a+2)}{a+1} = \frac{a+1-a-2}{a+1} = -\frac{1}{a+1}. \end{aligned}$$

【涉及知识点】分式的加减乘除混合运算

【点评】分式的混合运算，要牢记运算法则和运算顺序，并能灵活应用，分式的运算结果应是最简分式或整式. 这里要强调一下，在进行分式通分后，根据分式加减法法则进行分式的加减运算，是分母不变，把分子相加减，有些同学生容易受解分式方程去分母这一步的影响，同时把分母去掉了，要引起重视，不能相混淆.

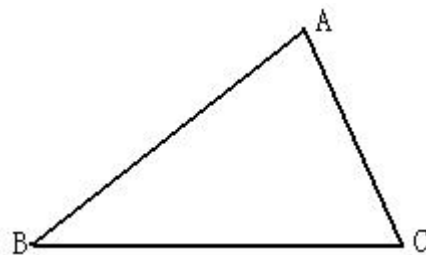
【推荐指数】★★★★

20. (2010 江苏泰州, 20, 8 分) 已知 $\triangle ABC$, 利用直尺和圆规, 根据下列要求作图 (保留作图痕迹, 不要求写作法), 并根据要求填空:

(1) 作 $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D ;

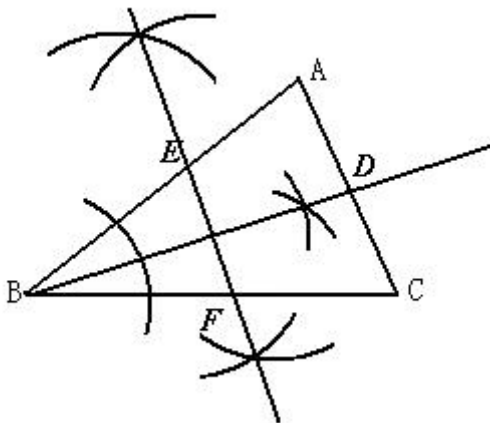
(2) 作线段 BD 的垂直平分线交 AB 于点 E , 交 BC 于点 F .

由(1)、(2)可得: 线段 EF 与线段 BD 的关系为_____



【分析】(1) 作 $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D : ①用圆规在 BA 、 BC 边上分别截取等长的两线段 BG 、 BH . ②分别以点 G 、点 H 为圆心, 以相同半径画弧, 两弧交点为 O . ③连结 BO 并延长交 AC 于点 D . (2) 作线段 BD 的垂直平分线交 AB 于点 E , 交 BC 于点 F : ①分别以点 A 和点 B 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 M 和点 N ; ②作直线 MN , 分别交 AB 于点 E , 交 BC 于点 F . 由作图可证得四边形 $EBFD$ 是菱形, 所以 EF 与 BD 互相垂直平分.

【答案】(1)、(2)题作图如下: 由作图可知线段 EF 与线段 BD 的关系为: 互相垂直平分.



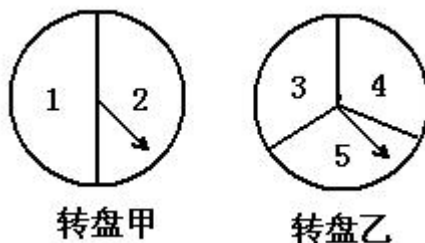
【涉及知识点】尺规作图 作角的平分线 作线段的垂直平分线

【点评】中考需要掌握的尺规作图部分有如下的要求: ①完成以下基本作图: 作一条线段等于已知线段, 作一个角等于已知角, 作角的平分线, 作线段的垂直平分线. ②利用基本作图作三角形: 已知三边作三角形; 已知两边及其夹角作三角形; 已知两角及其夹边作三角形; 已知底边及底边上的高作等腰三角形. ③探索如何过一点、两点和不在同一直线上的三点作圆. ④了解尺规作图的步骤, 对于尺规作图题, 会写已知、求作和作法 (不要求证明).

我们在掌握这些方法的基础上, 还应该会解一些新颖的作图题, 进一步培养形象思维能力.

【推荐指数】★★★★

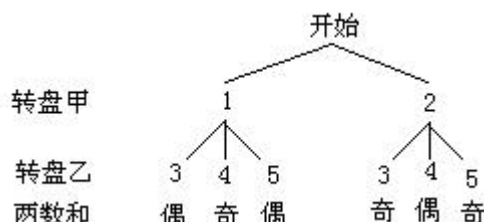
21. (2010 江苏泰州, 21, 8 分) 学校奖励给王伟和李丽上海世博园门票共两张, 其中一张为指定日门票, 另一张为普通日门票. 班长提出由王伟和李丽分别转动下图的甲、乙两个转盘 (转盘甲被二等分、转盘乙被三等分) 确定指定日门票的归属, 在两个转盘都停止转动后, 若指针所指的两个数字之和为偶数, 则王伟获得指定日门票; 若指针所指的两个数字之和为奇数, 则李丽获得指定日门票; 若指针指向分隔线, 则重新转动. 你认为这个方法公平吗? 请画树状图或列表, 并说明理由.



【分析】求两步(或超过两步)事件概率的题目是中考命题的重点, 其计算方法有两种, 一种列表法, 另一种是画树状图法. 用列表法或画树状图法计算两步试验的随机事件的概率时, 应把两步试验的所有可能的情况表示出来, 从而计算随机事件的概率.

【答案】根据题意列表(或画树状图)如下:

转盘甲 \ 转盘乙	3	4	5
1	$1+3=4$	$1+4=5$	$1+5=6$
2	$2+3=5$	$2+4=6$	$2+5=7$



由列表(或树状图)可知: $P_{(\text{和为偶数})} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $P_{(\text{和为奇数})} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

所以这个方法是公平的.

【涉及知识点】利用事件发生的概率判断游戏的公平性

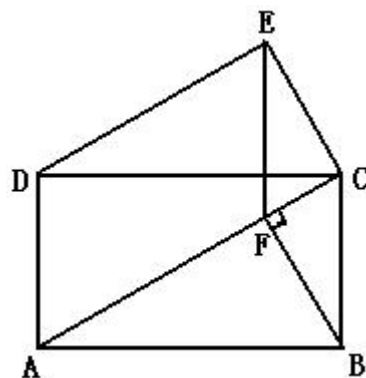
【点评】判断事件是否公平, 要先用树状图或列表法求出双方获胜的概率, 看游戏的规则使双方获胜的可能性是否相同, 即概率是否相等. 这种类型的题目, 如果游戏不公平, 有时还要求修改游戏规则使游戏变得公平, 修改的方法一是看所有可能的结果中, 哪些结果占一半

【推荐指数】★★★★★

22. (2010 江苏泰州, 22, 8 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\angle EDC = \angle CAB$, $\angle DEC = 90^\circ$.

(1) 求证: $AC \parallel DE$;

(2) 过点 B 作 $BF \perp AC$ 于点 F , 连结 EF , 试判断四边形 $BCEF$ 的形状, 并说明理由.



【分析】(1) 要证 $AC \parallel DE$, 设法证两个内错角相等, 由已知 $\angle EDC = \angle CAB$, 再由矩形利用两

边平行将 $\angle ACD$ 作为中间量进行转化；(2)可先猜想四边形 $BCEF$ 是平行四边形，设法证 EF 、 BC 与 AD 的关系运用 EF 、 BC 平行且相等可得证.

【答案】(1)在矩形 $ABCD$ 中， $AC \parallel DE$ ， $\therefore \angle DCA = \angle CAB$ ， $\therefore \angle EDC = \angle CAB$ ，
 $\therefore \angle DCA = \angle EDC$ ， $\therefore AC \parallel DE$ ；

(2)四边形 $BCEF$ 是平行四边形.

理由：由 $\angle DEC = 90^\circ$ ， $BF \perp AC$ ，可得 $\angle AFB = \angle DEC = 90^\circ$ ，

又 $\angle EDC = \angle CAB$ ， $AB = CD$ ，

$\therefore \triangle DEC \cong \triangle AFB$ ， $\therefore DE = AF$ ，由(1)得 $AC \parallel DE$ ，

$\therefore$ 四边形 $AFED$ 是平行四边形， $\therefore AD \parallel EF$ 且 $AD = EF$ ，

$\therefore$ 在矩形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ 且 $AD = BC$ ，

$\therefore EF \parallel BC$ 且 $EF = BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是平行四边形.

【涉及知识点】矩形的性质 平行四边形的判定 全等三角形的判定

【点评】从中考试卷来看，平行四边形这一节不会有很复杂的证明题，主要考查平行四边形的性质特征及判别方法综合运用. 掌握这部分内容，首先搞清平行四边形与矩形、菱形、正方形之间的包含关系. 注重把握特殊平行四边形与一般平行四边形的异、同点，才能准确地、灵活地运用.

【推荐指数】★★★★★

23. (2010 江苏泰州, 23, 10 分) 近期以来，大蒜和绿豆的市场价格离奇攀升，网民戏称为“蒜你狠”、“豆你玩”. 以绿豆为例，5月上旬某市绿豆的市场价已达16元/千克. 市政府决定采取价格临时干预措施，调进绿豆以平抑市场价格. 经市场调研预测，该市每调进100吨绿豆，市场价格就下降1元/千克. 为了即能平抑绿豆的市场价格，又要保护豆农的生产积极性，绿豆的市场价格控制在8元/千克到10元/千克之间（含8元/千克和10元/千克）. 问调进绿豆的吨数应在什么范围内为宜？

【分析】理解了“每调进100吨绿豆，市场价格就下降1元/千克”，即“每调进1吨绿豆，市场价格就下降 $\frac{1}{100}$ 元/千克”，并比较容易列不等式组了.

【答案】设调进绿豆 x 吨，根据题意，得

$$\begin{cases} 16 - \frac{x}{100} \geq 8, \\ 16 - \frac{x}{100} \leq 10. \end{cases} \quad \text{解得 } 600 \leq x \leq 800.$$

答：调进绿豆的吨数应不少于600吨，并且不超过800吨.

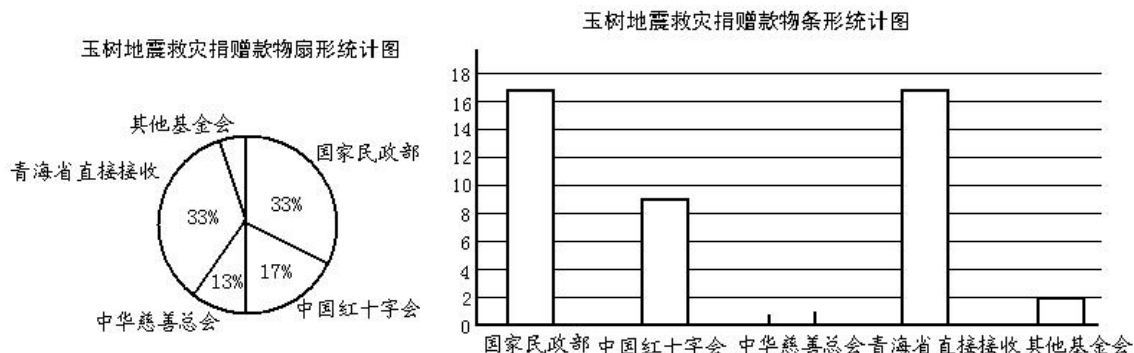
【涉及知识点】一元一次不等式组的应用

【点评】本例是不等式组在实际生活中的综合运用，侧重考查如何把生活问题转化为数学问题的能力，建立不等式模型，即“数学建模”. 从近两年的中考题来看，一元一次不等式(组)的实际应用题比以前要有所增加，其呈现的方式通常是与方程、一次函数等知识结合起来求解. 另外还常常辅以图表来说明有关信息，我们要抓住相等或不等的数量关系，结合图表观察、分析、猜想、归纳从而找到解题的最佳途径.

【推荐指数】★★★★★

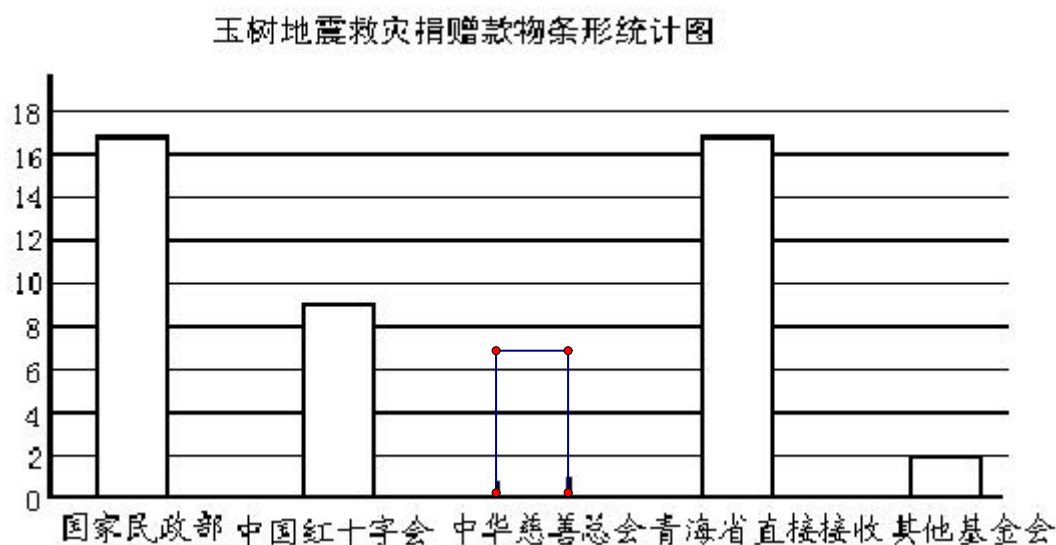
24. (2010 江苏泰州, 24, 10 分) 玉树地震后，全国人民慷慨解囊，积极支援玉树人民抗震救灾，他们有的直接捐款，有的捐物. 国家民政部、中国红十字会、中华慈善总会及其他基金会分别接收了捐赠，青海省也直接接收了部分捐赠. 截至5月14日12时，他们分别接收捐赠（含直接捐款数和捐赠物折款数）的比例见扇形统计图（图①），其中，中华慈善总会和中国红十字会共接收捐赠约合人民币15.6亿元. 请你根据相关信息解决下列问题：

- (1)其他基金会接收捐赠约占捐赠总数的百分比是_____；
 (2)全国接收直接捐款数和捐物折款数共计约_____亿元；
 (3)请你补全图②中的条形统计图；
 (4)据统计，直接捐款数比捐赠物折款数的6倍还多3亿元，那么直接捐款数和捐赠物折款数各多少亿元？



【分析】(1) $1-33\%-33\%-13\%-17\%=4\%$ ，故应填 4%；(2)因为中华慈善总会和中国红十字会共接收捐赠约合人民币 15.6 亿元，而这两家机构点捐赠的百分比为 $(13\%+17\%)=30\%$ ，所以全国接收的捐款数和捐物折款数为： $15.6\div30\%=52$ 亿，应填 52 亿. (3)由 $13\%\times52=6.76$ 亿，可知中华慈善总会所受赠款物的条形高度. (4)小题是一道简单的一元一次方程的应用题，只要抓住总接收的捐款数和和捐物折款数为 52 亿即可列出方程.

【答案】(1)4%；(2)52 亿；(3)补全图如下：



- (4)设直接捐款数为 x ，则捐赠物折款数为： $(52-x)$

$$\text{依题意得：} x = 6(52-x) + 3$$

$$\text{解得 } x = 45 \text{ (亿)}$$

$$(52-x) = 52 - 45 = 7 \text{ (亿)}$$

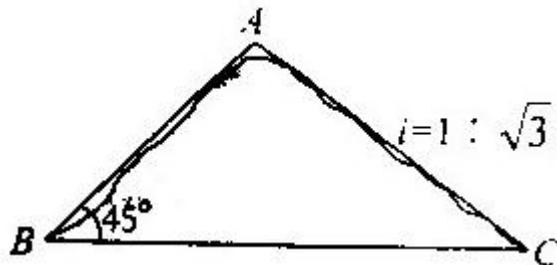
答：直接捐款数和捐赠物折款数分别为 45 亿，7 亿元..

【涉及知识点】扇形统计图 条形统计图

【点评】对数据进行整理和分析，要能从统计图中获取信息和数据，并作出合理的判断和预测，有些题目还要求对由数据得到的结论进行合理的质疑. 这类题型充分展现了数学的实效性. 解决这类题要以生活经验寻求基本的数量关系，要有针对性，要克服光靠图象，不加数学分析的主观臆断.

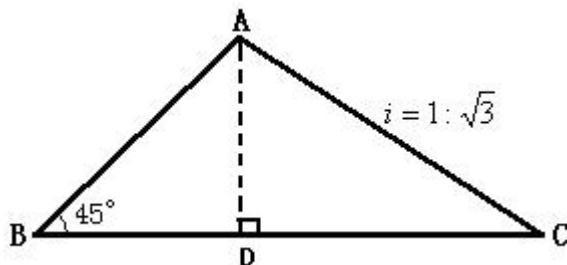
【推荐指数】★★★★★

25. (2010 江苏泰州, 25, 10 分) 庞亮和李强相约周六去登山, 庞亮从北坡山脚 C 处出发, 以 24 米/分钟的速度攀登, 同时, 李强从南坡山脚 B 处出发. 如图, 已知小山北坡的坡度 $i = 1 : \sqrt{3}$, 山坡长为 240 米, 南坡的坡角是 45° . 问李强以什么速度攀登才能和庞亮同时到达山顶 A ? (将山路 AB 、 AC 看成线段, 结果保留根号)



【分析】由题意通过作辅助线构造两个共边的直角三角形, 再由解直角三角形的知识可求得山坡 AB 的长, 要使得李强和庞亮同时到达山顶, 只要将庞亮登到山顶的时间算出即可得李强的速度.

【答案】过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ,



在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 由 $i = 1 : \sqrt{3}$ 得 $\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \therefore \angle C = 30^\circ \therefore AD = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 240 = 120$ (米)

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle B = 45^\circ \therefore AB = \sqrt{2} AD = 120\sqrt{2}$ (米)

$120\sqrt{2} \div (240 \div 24) = 120\sqrt{2} \div 10 = 12\sqrt{2}$ (米/分钟)

答: 李强以 $12\sqrt{2}$ 米/分钟的速度攀登才能和庞亮同时到达山顶 A .

【涉及知识点】解直角三角形

【点评】转化是解直角三解形的关键, 解斜三角形一般要通过辅助线把斜三角形转化为几个直角三角形, 再解直角三角形.

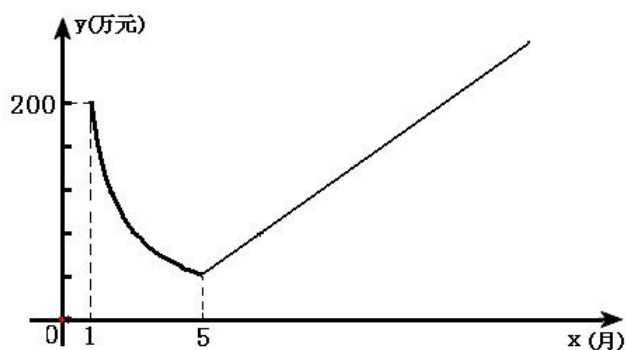
【推荐指数】★★★★★

26. (2010 江苏泰州, 26, 10 分) 保护生态环境, 建设绿色社会已经从理念变为人们的行动. 某化工厂 2009 年 1 月的利润为 200 万元. 设 2009 年 1 月为第 1 个月, 第 x 个月的利润为 y 万元. 由于排污超标, 该厂决定从 2009 年 1 月底起适当限产, 并投入资金进行治污改造, 导致月利润明显下降, 从 1 月到 5 月, y 与 x 成反比例. 到 5 月底, 治污改造工程顺利完工, 从这时起, 该厂每月的利润比前一个月增加 20 万元 (如图).

(1) 分别求该化工厂治污期间及治污改造工程完工后 y 与 x 之间对应的函数关系式.

(2) 治污改造工程完工后经过几个月, 该厂月利润才能达到 2009 年 1 月的水平?

(3) 当月利润少于 100 万元时为该厂资金紧张期, 问该厂资金紧张期共有几个月?



【分析】当 $1 \leq x \leq 5$ 时，图象是反比例函数的图象，设解析式将 $(1, 200)$ 代入即可求其解析式；当 $x > 5$ 时，是一次函数的图象，根据从这时起，该厂每月的利润比前一个月增加 20 万元，可得一次函数解析式．利润少于 100 万元要分别从反比例函数和一次函数中求对应的月份．

【答案】(1)①当 $1 \leq x \leq 5$ 时，设 $y = \frac{k}{x}$ ，把 $(1, 200)$ 代入，得 $k = 200$ ，即 $y = \frac{200}{x}$ ；②当

$x = 5$ 时， $y = 40$ ，所以当 $x > 5$ 时， $y = 40 + 20(x - 5) = 20x - 60$ ；

(2)当 $y = 200$ 时， $20x - 60 = 200$ ， $x = 13$ ，所以治污改造工程顺利完工后经过 $13 - 5 = 8$ 个月后，该厂利润达到 200 万元；

(3)对于 $y = \frac{200}{x}$ ，当 $y = 100$ 时， $x = 2$ ；对于 $y = 20x - 60$ ，当 $y = 100$ 时， $x = 8$ ，所以资金紧张的时间为 $8 - 2 = 6$ 个月．

【涉及知识点】反比例函数、一次函数的性质及应用

【点评】本题是一道反比例函数及一次函数有关的图象信息题，巧妙地这两个函数结合在一起，考查了同学们对数学知识的实际应用能力．图象信息题的主要特点是已知条件隐藏在给出的图象中，解决此类问题的关键是读懂图象，从图象中找出解题所需要的相关条件，然后正确求解．

【推荐指数】★★★★

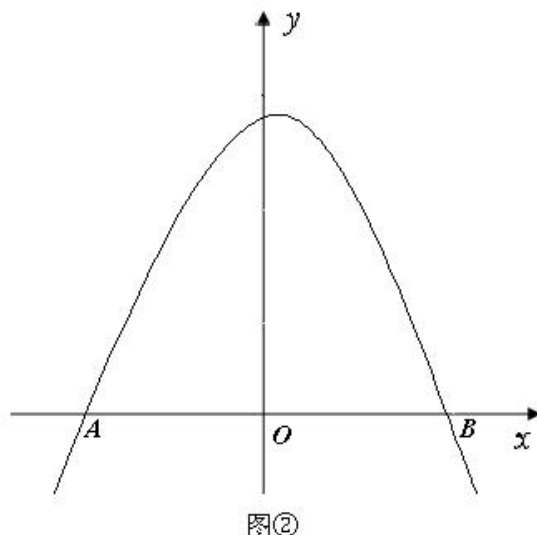
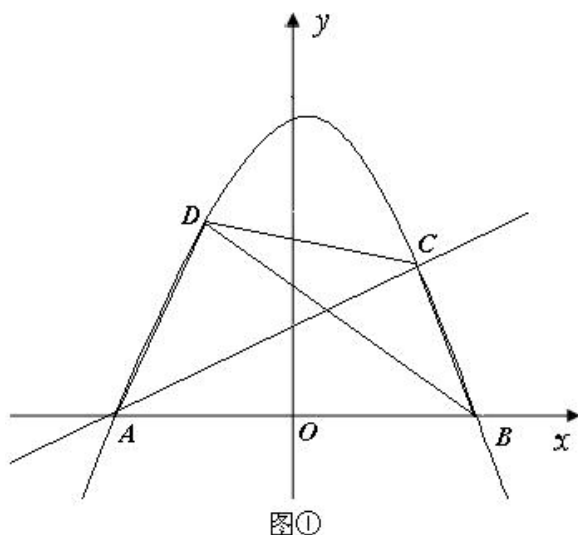
27. (2010 江苏泰州，27，12 分) 如图，二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + c$ 的图象经过点 $D\left(-\sqrt{3}, \frac{9}{2}\right)$ ，与

x 轴交于 A 、 B 两点．

(1)求 c 的值；

(2)如图①，设点 C 为该二次函数的图象在 x 轴上方的一点，直线 AC 将四边形 $ABCD$ 的面积二等分，试证明线段 BD 被直线 AC 平分，并求此时直线 AC 的函数解析式；

(3)设点 P 、 Q 为该二次函数的图象在 x 轴上方的两个动点，试猜想：是否存在这样的点 P 、 Q ，使 $\triangle AQP \cong \triangle ABP$ ？如果存在，请举例验证你的猜想；如果不存在，请说明理由．(图②供选用)



【分析】(1)将 D 点坐标代入二次函数解析式即可求出 c 的值；(2)要证明线段 BD 被直线 AC 平分，从“直线 AC 将四边形 $ABCD$ 的面积二等分”来寻求解题思路，不难发现 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ADC}$ 。通过面积法可得 AC 公共边上的两条高相等，再通过全等可得线段 BD 被直线 AC 平分；(3)通过逆向思考，假设存在这样的点 P 、 Q ，使 $\triangle AQP \cong \triangle ABP$ ，则可得 AP 平分 $\angle QAB$ ，通过画图可进一步确认其存在的可能性。

【答案】(1) $\because$ 抛物线经过点 $D(-\sqrt{3}, \frac{9}{2})$

$$\therefore -\frac{1}{2} \times (-\sqrt{3})^2 + c = \frac{9}{2}$$

$$\therefore c=6.$$

(2)过点 D 、 B 点分别作 AC 的垂线，垂足分别为 E 、 F ，设 AC 与 BD 交点为 M ，

$$\because AC \text{ 将四边形 } ABCD \text{ 的面积二等分，即：} S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ADC} \quad \therefore DE=BF$$

$$\text{又} \because \angle DME=\angle BMF, \quad \angle DEM=\angle BFE$$

$$\therefore \triangle DEM \cong \triangle BFM$$

$$\therefore DM=BM \quad \text{即 } AC \text{ 平分 } BD$$

$$\because c=6. \quad \therefore \text{抛物线为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + 6$$

$$\therefore A(-2\sqrt{3}, 0)、B(2\sqrt{3}, 0)$$

$$\because M \text{ 是 } BD \text{ 的中点} \quad \therefore M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{4}\right)$$

设 AC 的解析式为 $y=kx+b$ ，经过 A 、 M 点

$$\therefore \begin{cases} -2\sqrt{3}k + b = 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}k + b = \frac{9}{4} \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{3\sqrt{3}}{10} \\ b = \frac{9}{5} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的解析式为 } y = \frac{3\sqrt{3}}{10}x + \frac{9}{5}.$$

(3)存在. 设抛物线顶点为 $N(0, 6)$, 在 $\text{Rt}\triangle AQN$ 中, 易得 $AN=4\sqrt{3}$, 于是以 A 点为圆心, $AB=4\sqrt{3}$ 为半径作圆与抛物线在 x 上方一定有交点 Q , 连接 AQ , 再作 $\angle QAB$ 平分线 AP 交抛物线于 P , 连接 BP 、 PQ , 此时由“边角边”易得 $\triangle AQP \cong \triangle ABP$.

【涉及知识点】二次函数、一次函数、解直角三角形及其知识的综合运用

【点评】一道题能涉及众多重点知识, 既有代数的, 又有几何的, 又能考查到重要的数学思想、方法, 这正是代数几何综合题的“本色”, 综合性强, 能力要求高, 区分度大, 决定了代数几何综合题历来被命题者所看重. 从近几年的中考来看, 不少试卷把其作为压轴题把关. 在复习中要对这类问题引起足够重视, 掌握这类问题的几种典型类型, 加强这类问题的训练.

【推荐指数】★★★★

28. (2010 江苏泰州, 28, 12 分) 在平面直角坐标系中, 直线 $y = kx + b$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 分别

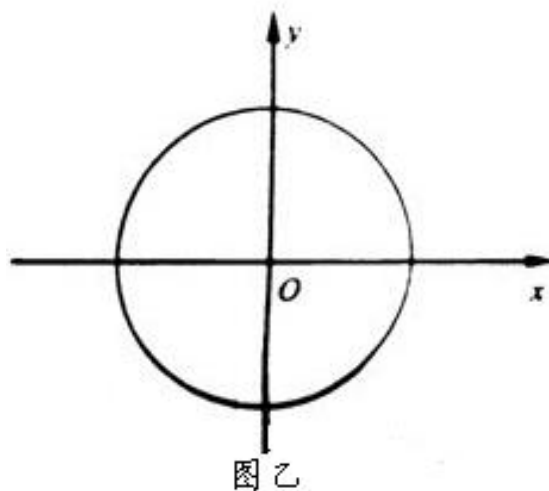
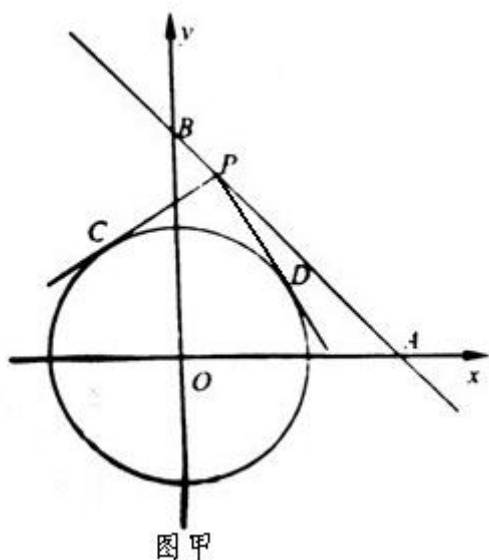
交 x 轴、 y 轴于点 A 、 B , $\odot O$ 半径为 $\sqrt{5}$ 个单位长度.

(1)如图甲, 若点 A 在 x 轴正半轴上, 点 B 在 y 轴正半轴上, 且 $OA=OB$.

①求 k 的值;

②若 $b=4$, 点 P 为直线 $y = kx + b$ 上的动点, 过点 P 作 $\odot O$ 的切线 PC 、 PD , 切点分别为 C 、 D , 当 $PC \perp PD$ 时, 求点 P 的坐标.

(2)若 $k = -\frac{1}{2}$, 直线 $y = kx + b$ 将圆周分成两段弧长之比为 $1:2$, 求 b 的值. (图乙供选用)



【分析】(1)①由 $OA=OB=b$, 不难求得 k 的值; ②过 P 作 x 轴的垂线, 设法求出点 P 到 x 轴与 y 轴的距离; (2)直线 $y = kx + b$ 将圆周分成两段弧长之比为 $1:2$, 可知其所对圆心角为 120° , 直线 $y = kx + b$ 中 $k = -\frac{1}{2} \therefore$ 直线与 x 轴交角的正切值为 $\frac{1}{2}$, 充分理解这两层意思, 再结合直角三角形将直线 $y = kx + b$ 所经过的某一点的坐标求出, 即得其解析式.

【答案】(1)①根据题意得: B 的坐标为 $(0, b)$, $\therefore OA=OB=b$, $\therefore A$ 的坐标为 $(b, 0)$, 代入 $y=kx+b$ 得 $k=-1$.

②过 P 作 x 轴的垂线, 垂足为 F , 连结 OD .

$\because PC, PD$ 是 $\odot O$ 的两条切线, $\angle CPD=90^\circ$,

$$\therefore \angle OPD = \angle OPC = \frac{1}{2} \angle CPD = 45^\circ,$$

$\because \angle PDO=90^\circ$, $\therefore \angle POD = \angle OPD = 45^\circ$,

$$\therefore OD = PD = \sqrt{5}, \quad OP = \sqrt{10}.$$

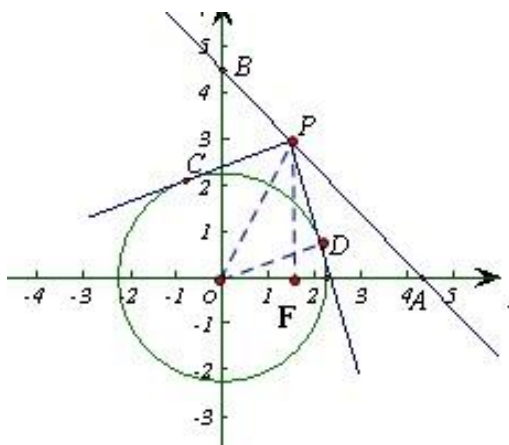
$\because P$ 在直线 $y = -x + 4$ 上, 设 $P(m, -m + 4)$, 则 $OF=m$, $PF=-m + 4$,

$\because \angle PFO=90^\circ$, $OF^2 + PF^2 = PO^2$,

$$\therefore m^2 + (-m + 4)^2 = (\sqrt{10})^2,$$

解得 $m=1$ 或 3 ,

$\therefore P$ 的坐标为 $(1, 3)$ 或 $(3, 1)$



(2)分两种情形, $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$, 或 $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{4}$.

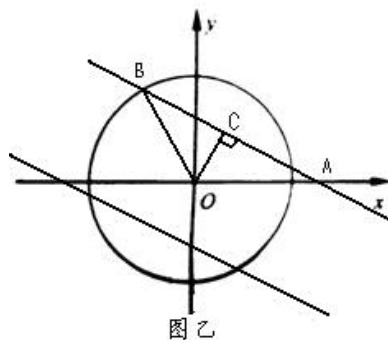
直线 $y = kx + b$ 将圆周分成两段弧长之比为 $1:2$, 可知其所对圆心角为 120° , 如图, 画出弦

心距 OC , 可得弦心距 $OC = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 又 $\because$ 直线 $y = kx + b$ 中 $k = -\frac{1}{2} \therefore$ 直线与 x 轴交角的正切值为 $\frac{1}{2}$,

即 $\frac{OC}{AC} = \frac{1}{2}$, $\therefore AC = \sqrt{5}$, 进而可得 $AO = \frac{5}{2}$, 即直线与 x 轴交于点 $(\frac{5}{2}, 0)$. 所以直线与 y 轴交于点 $(\frac{5}{4}, 0)$, 所以 b 的值为 $\frac{5}{4}$.

当直线与 x 轴、 y 轴的负半轴相交, 同理可求得 b 的值为 $-\frac{5}{4}$.

综合以上得: b 的值为 $\frac{5}{4}$ 或 $-\frac{5}{4}$.



图乙

【涉及知识点】一次函数、勾股定理、圆的切线等知识的综合运用

【点评】中考题的最后一两道题俗称压轴题，主要考查学生的综合运用能力，包括知识综合、方法综合以及数学思想的综合运用，能较好地地区分出不同数学水平的学生，保证区分结果的稳定性，从而确保试题具有良好的区分度，进而有利于高一级学校选拔新生。对我们学生而言要注意从简单的地方入手，将一些数学语言用自己熟悉的便于理解的即换一种语言表达出来，这些方法对解答综合题有一定的作用。

【推荐指数】★★★★