

# 常州市二〇一〇年初中毕业、升学统一考试

## 数学试卷

说明：1.本试卷共 5 页，全卷满分 120 分，考试时间为 120 分钟。考生应将答案全部填写在答题卡相应位置上，写在本试卷上无效，考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回，考试时不允许使用计算器。

2.答题前，考生务必将自己的姓名，考试证号填写在试卷上，并填写好答题卡上的考生信息。

3.作图必须用 2B 铅笔，并请加黑加粗，描写清楚。

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。在每小题所给的四个选项中，只有一个正确的）

1.用激光测距仪测得之间的距离为 14000000 米，将 14000000 用科学记数法表示为

- A.  $14 \times 10^7$       B.  $14 \times 10^6$       C.  $1.4 \times 10^7$       D.  $0.14 \times 10^8$

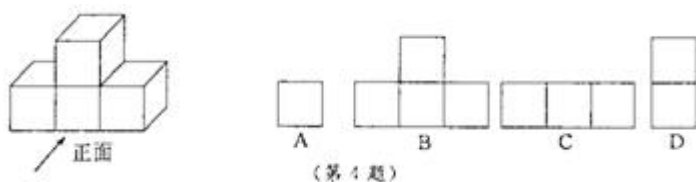
2.函数  $y = \frac{2}{x}$  的图像经过的点是

- A. (2,1)      B. (2,-1)      C. (2,4)      D.  $(-\frac{1}{2}, 2)$

3.函数  $y = \frac{1}{x-3}$  的自变量  $x$  的取值范围是

- A.  $x \neq 0$       B.  $x > 3$       C.  $x \neq -3$       D.  $x \neq 3$

4.如图所示几何体的主视图是



(第 4 题)

5.下列运算错误的是

- A.  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$       B.  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$       C.  $\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \sqrt{3}$       D.  $(-\sqrt{2})^2 = 2$

6.若两圆的半径分别为 2 和 3，圆心距为 5，则两圆的位置关系为

- A. 外离      B. 外切      C. 相交      D. 内切

7.某一公司共有 51 名员工（包括经理），经理的工资高于其他员工的工资。今年经理的工资从去年的 200000 元增加到 225000 元，而其他员工的工资同去年一样，这样，这家公司所有员工今年工资的平均数和中位数与去年相比将会

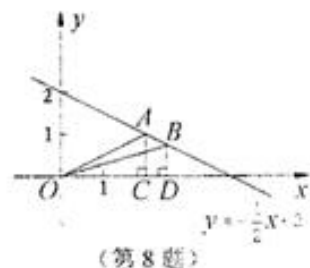
- A. 平均数和中位数不变      B. 平均数增加，中位数不变  
C. 平均数不变，中位数增加      D. 平均数和中位数都增加

8.如图，一次函数  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  的图像上有两点 A、B，A 点的横坐标为 2，B

点的横坐标为  $a$  ( $0 < a < 4$  且  $a \neq 2$ )，过点 A、B 分别作  $x$  的垂线，垂足为 C、D，

$\triangle AOC$ 、 $\triangle BOD$  的面积分别为  $S_1$ 、 $S_2$ ，则  $S_1$ 、 $S_2$  的大小关系是

- A.  $S_1 > S_2$       B.  $S_1 = S_2$       C.  $S_1 < S_2$       D. 无法确定



(第 8 题)

二、填空题 (本大题共有 9 小题, 第 9 小题 4 分, 其余 8 小题每小题 2 分, 共 20 分。不需写出解答过程。)

9. 计算:  $-1+2=$ \_\_\_\_\_,  $|-2|=$ \_\_\_\_\_,  $-(-2)=$ \_\_\_\_\_,  $(a^3)^4=$ \_\_\_\_\_。

10. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=2$ ,  $BC=1$ , 则  $\tan B=$ \_\_\_\_\_,  $\sin A=$ \_\_\_\_\_。

11. 点  $P(1,2)$  关于  $x$  轴的对称点  $P_1$  的坐标是\_\_\_\_\_, 点  $P(1,2)$  关于原点  $O$  的对称点  $P_2$  的坐标是\_\_\_\_\_。

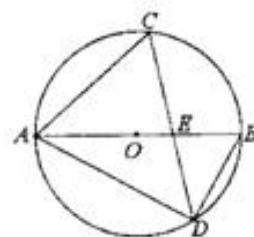
12. 已知扇形的半径为  $3\text{cm}$ , 面积为  $3\pi\text{cm}^2$ , 则扇形的圆心角是\_\_\_\_\_, 扇形的弧长是\_\_\_\_\_cm (结果保留  $\pi$ )

13. 一次考试中 7 名学生的成绩 (单位: 分) 如下: 61, 62, 71, 78, 85, 85, 92, 这 7 名学生的极差是\_\_\_\_\_分, 众数是\_\_\_\_\_分。

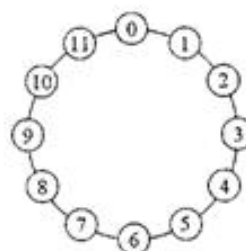
14. 分解因式:  $a^2-4b^2=$ \_\_\_\_\_。

15. 若实数  $a$  满足  $a^2-2a+1=0$ , 则  $2a^2-4a+5=$ \_\_\_\_\_。

16. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 弦  $DC$  与  $AB$  相交于点  $E$ , 若  $\angle ACD=60^\circ$ ,  $\angle ADC=50^\circ$ , 则  $\angle ABD=$ \_\_\_\_\_,  $\angle CEB=$ \_\_\_\_\_。



17. 如图, 圆圈内分别标有 0, 1, 2, 3, 4, ..., 11 这 12 个数字。电子跳蚤每跳一次, 可以从一个圆圈跳到相邻的圆圈, 现在, 一只电子跳蚤从标有数字“0”的圆圈开始, 按逆时针方向跳了 2010 次后, 落在一个圆圈中, 该圆圈所标的数字是\_\_\_\_\_。



(第 17 题)

三、解答题 (本大题共 2 小题, 共 18 分。解答应写出演算步骤)

18. (本小题满分 8 分) 化简:

(1)  $\sqrt{4}-3^{-2}-3^0$

(2)  $\frac{a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a-b}$

19. (本小题满分 10 分) 解方程:

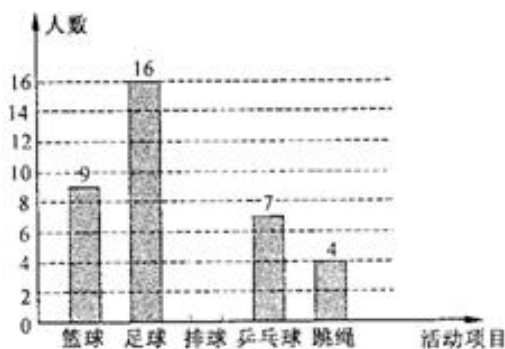
(1)  $\frac{2}{x-1}=\frac{3}{x+1}$

(2)  $x^2-6x-6=0$

四、解答题 (本大题共 2 小题, 共 15 分, 解答应写出文字说明或演算步骤)

20. (本小题满分 7 分)

某中学七年级 (8) 班同学全部参加课外体育活动情况统计如图:



(第 20 题)

(1) 请你根据以上统计图中的信息，填写下表：

| 该班人数 | 这五个活动项目人数的中位数 | 这五个活动项目人数的平均数 |
|------|---------------|---------------|
|      |               |               |

(2) 请你将该条形统计图补充完整。

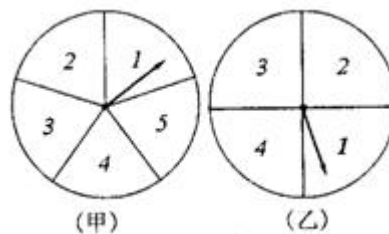
点评：考察学生对三数概念的理解及计算能力和从图形获取信息的能力。

21. (本小题满分 8 分)

如图所示，小吴和小黄在玩转盘游戏时，准备了两个可以自由转动的转盘甲、乙，内圈转盘被分成面积相等的几个扇形区域，并在每个扇形区域内标上数字，游戏规则：同时转动两个转盘，当转盘停止转动后，指针所指扇形区域内的数字之和为 4, 5 或 6 时，则小吴胜否则小黄胜。(如果指针恰好在分割线上，那么重转一次，直到指针指向某一扇形区域为止)

(1) 这个游戏规则对双方公平吗？说说你的理由；

(2) 请你设计一个对双方都公平的游戏规则。

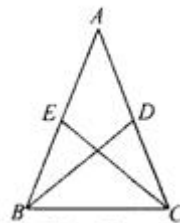


(第 21 题)

五、解答题 (本大题共 2 小题，共 12 分，解答应写出证明过程)

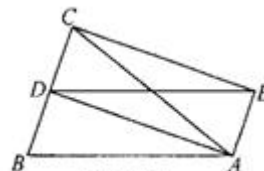
22. (本小题满分 5 分)

如图，在  $\triangle ABC$  中，点 D、E 分别在边 AC、AB 上， $BD=CE$ ， $\angle DBC=\angle ECB$ 。  
求证： $AB=AC$ 。



23. (本小题满分 7 分)

如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ，D 为 BC 中点，四边形 ABDE 是平行四边形。求证：四边形 ADCE 是矩形。



(第 23 题)

六、探究与画图（本大题共 2 小题，共 13 分。）

24.如图在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 中， $AB=AC=CE$ ， $BC=DC=DE$ ， $AB>BC$ ， $\angle BAC=\angle DCE=\angle \alpha$ ，点  $B$ 、 $C$ 、 $D$  在直线  $l$  上，按下列要求画图（保留画图痕迹）：

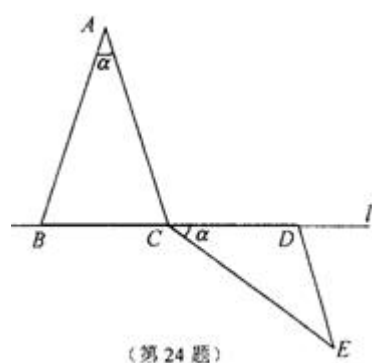
(1) 画出点  $E$  关于直线  $l$  的对称点  $E'$ ，连接  $CE'$ 、 $DE'$ ；

(2) 以点  $C$  为旋转中心，将 (1) 中所得 $\triangle CDE'$ 按逆时针方向旋转，使得  $CE'$ 与  $CA$  重合，得到 $\triangle CD'E''$  (A)。画出 $\triangle CD'E''$  (A)。解决下面问题：

①线段  $AB$  和线段  $CD'$  的位置关系是\_\_\_\_\_。

理由是：

②求  $\angle \alpha$  的度数。



(第 24 题)

25. (本小题满分 6 分)

小明在研究苏教版《有趣的坐标系》后，得到启发，针对正六边形  $OABCDE$ ，自己设计了一个坐标系如图，该坐标系以  $O$  为原点，直线  $OA$  为  $x$  轴，直线  $OE$  为  $y$  轴，以正六边形  $OABCDE$  的边长为一个单位长。坐标系中的任意一点  $P$  用一有序实数对  $(a, b)$  来表示，

我们称这个有序实数对  $(a, b)$  为点  $P$  的坐标。坐标系中点的坐标的确定方法如下：

(i)  $x$  轴上点  $M$  的坐标为  $(m, 0)$ ，其中  $m$  为  $M$  点在  $x$  轴上表示的实数；

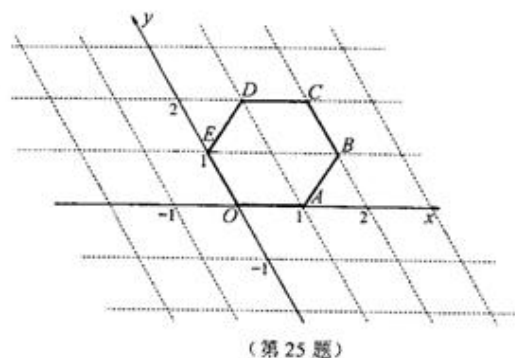
(ii)  $y$  轴上点  $N$  的坐标为  $(0, n)$ ，其中  $n$  为  $N$  点在  $y$  轴上表示的实数；

(iii) 不在  $x$ 、 $y$  轴上的点  $Q$  的坐标为  $(a, b)$ ，其中  $a$  为过点  $Q$  且与  $y$  轴平行的直线与  $x$  轴的交点在  $x$  轴上表示的实数， $b$  为过点  $Q$  且与  $x$  轴平行的直线与  $y$  轴的交点在  $y$  轴上表示的实数。

则：(1) 分别写出点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的坐标

(2) 标出点  $M(2, 3)$  的位置；

(3) 若点  $K(x, y)$  为射线  $OD$  上任一点，求  $x$  与  $y$  所满足的关系式。



七、解答题（本大题共 3 小题，共 26 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

26. (本小题满分 7 分)

向阳花卉基地出售两种花卉——百合和玫瑰，其单价为：玫瑰 4 元/株，百合 5 元/株。如果同一客户所购的玫瑰数量大于 1200 株，那么每株玫瑰可以降价 1 元，先某鲜花店向向阳花卉基地采购玫瑰 1000 株 ~ 1500 株，百合若干株，此鲜花店本次用于采购玫瑰和百合恰好花去了 9000 元。然后再以玫瑰 5 元，百合 6.3 元的价格卖出。问：此鲜花店应如何采购这两种鲜花才能使获得毛利润最大？

(注：1000 株 ~ 1500 株，表示大于或等于 1000 株，且小于或等于 1500 株，毛利润=鲜花店卖出百合和玫瑰所获的总金额-购进百合和玫瑰的所需的总金额。)

27. (本小题满分 9 分)

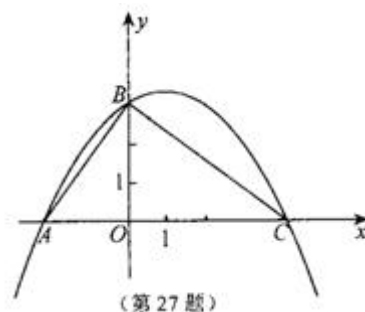
如图，已知二次函数  $y = ax^2 + bx + 3$  的图像与  $x$  轴相交于点 A、C，与  $y$  轴相较于点 B，A

$(-\frac{9}{4}, 0)$ ，且  $\triangle AOB \sim \triangle BOC$ 。

(1) 求 C 点坐标、 $\angle ABC$  的度数及二次函数  $y = ax^2 + bx + 3$  的关系是；

(2) 在线段 AC 上是否存在点 M  $(m, 0)$ 。使得以线段 BM 为直径的圆与边 BC 交于 P 点

(与点 B 不同)，且以点 P、C、O 为顶点的三角形是等腰三角形？若存在，求出  $m$  的值；若不存在，请说明理由。



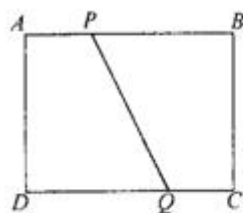
28. (本小题满分 10 分)

如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=8$ ,  $AD=6$ , 点  $P$ 、 $Q$  分别是  $AB$  边和  $CD$  边上的动点, 点  $P$  从点  $A$  向点  $B$  运动, 点  $Q$  从点  $C$  向点  $D$  运动, 且保持  $AP=CQ$ . 设  $AP=x$

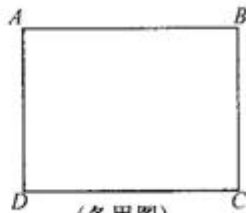
(1) 当  $PQ \parallel AD$  时, 求  $x$  的值;

(2) 当线段  $PQ$  的垂直平分线与  $BC$  边相交时, 求  $x$  的取值范围;

(3) 当线段  $PQ$  的垂直平分线与  $BC$  相交时, 设交点为  $E$ , 连接  $EP$ 、 $EQ$ , 设  $\triangle EPQ$  的面积为  $S$ , 求  $S$  关于  $x$  的函数关系式, 并写出  $S$  的取值范围。



(第 28 题)



(备用图)

## 常州市二〇一〇年初中毕业、升学统一考试

### 数学试卷参考答案

一、选择题 (本大题共有 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分。)

1. C 2. A 3. D 4. B 5. A 6. B 7. B 8. A

二、填空题 (本大题共有 9 小题, 第 9 小题 4 分, 其余 8 小题每小题 2 分, 共 20 分。)

9. 1, 2,  $2a^{12}$  10.  $2\frac{\sqrt{5}}{5}$  11. (1, -2), (-1, -2) 12.  $120^\circ$ ,  $2\pi$

13. 31, 85 14.  $(a+2b)(a-2b)$  15. 3 16.  $60^\circ$ ,  $100^\circ$  17. 6

三、解答题 (本大题共 2 小题, 共 18 分。解答应写出演算步骤)

18. (1) 原式  $= 2 + \frac{1}{9} - 1 = \frac{10}{9}$

(2) 原式  $= \frac{a}{(a+b)(a-b)} - \frac{a-b}{(a+b)(a-b)}$

$$= \frac{a-a+b}{(a+b)(a-b)} = \frac{b}{a^2-b^2}$$

19. (1) 去分母, 得  $2(x+1) = 3(x-1)$

解得,  $x=5$

经检验,  $x=5$  是原方程的根.

所以原方程的根是  $x=5$

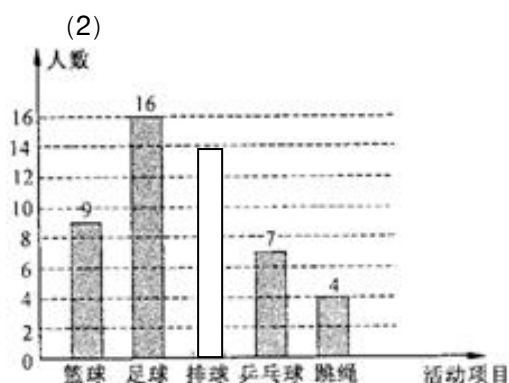
$$(2) (x-3)^2 = 15.$$

$$x-3 = \pm\sqrt{15}$$

$$\therefore x_1 = 3 + \sqrt{15}, x_2 = 3 - \sqrt{15}$$

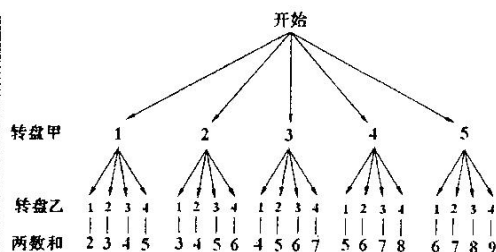
四、解答题（本大题共 2 小题，共 15 分，解答应写出文字说明或演算步骤）

20. (1) 观察扇形图和条形图得：  $16 \div 32\% = 50$ 。可知该班人数为 50；由  $50 - (9+16+7+4) = 14$ ，从小到大排列 4、7、9、14、16，可知中位数是 9；平均数为  $\frac{4+7+9+14+16}{5} = 10$



21. 解析：列表或画树状图得：

| 转盘甲 \ 转盘乙 | 1             | 2             | 3             | 4             | 5             |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1         | (1,1)<br>和为 2 | (2,1)<br>和为 3 | (3,1)<br>和为 4 | (4,1)<br>和为 5 | (5,1)<br>和为 6 |
| 2         | (1,2)<br>和为 3 | (2,2)<br>和为 4 | (3,2)<br>和为 5 | (4,2)<br>和为 6 | (5,2)<br>和为 7 |
| 3         | (1,3)<br>和为 4 | (2,3)<br>和为 5 | (3,3)<br>和为 6 | (4,3)<br>和为 7 | (5,3)<br>和为 8 |
| 4         | (1,4)<br>和为 5 | (2,4)<br>和为 6 | (3,4)<br>和为 7 | (4,4)<br>和为 8 | (5,4)<br>和为 9 |



(1) 数字之和一共有 20 种情况，和为 4、5 或 6 的共 11 种情况，

$$\therefore P(\text{小吴胜}) = \frac{11}{20} > P(\text{小黄胜}) = \frac{9}{20}$$

$\therefore$  这个游戏不公平；

(2) 新的游戏规则：和为奇数小吴胜，和为偶数小黄胜。

理由数字和一共有 20 中，和为奇数、偶数的各有 10 中情况，

$$\therefore P(\text{小吴胜}) = P(\text{小黄胜}) = \frac{1}{2}$$

五、解答题（本大题共 2 小题，共 12 分，解答应写出证明过程）

22. 证明：  $\because BD=CE, \angle DBC=\angle ECB, BC=CB$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CBD$$

$$\therefore AB=AC$$

23. 证明：  $\because$  四边形 ABDE 是平行四边形，

∴ AE//BC, AB=DE, AE=BD.

∵ D 为 BC 的中点,

∴ CD=BD

CD//AE, CD=AE

∴ 四边形 ADCE 是平行四边形。

∴ AB=AC

∴ AC=DE

∴ 平行四边形 ADCE 是矩形。

六、探究与画图 (本大题共 2 小题, 共 13 分。)

24. (1) 画图略; (2) 画图略: ①平行. 理由: ∵  $\angle DCE = \angle DCE' = \angle D'CA = \angle \alpha$ ,

∴  $\angle BAC = \angle D'CA = \angle \alpha$  ∴ AB//CD'.

②四边形 ABCD' 是等腰梯形,

∴  $\angle ABC = \angle DAB = 2\angle BAC = 2\angle \alpha$

在  $\triangle ABC$  中  $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

解之得  $\angle \alpha = 35^\circ$

25. (1) A(1,0), B(2,1), C(2,2)

(2) 略

(3)  $y=2x$

七、解答题 (本大题共 3 小题, 共 26 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

26. 解: 设采购玫瑰  $x$  株, 百合  $y$  株, 毛利润为  $W$  元.

①当  $1000 \leq x \leq 2000$  时

得  $4x+5y=9000$ ,  $y = \frac{9000-4x}{5}$

$w = x + 1.5y = 2700 - \frac{x}{5}$

当  $x$  取 1000 时  $W$  有最大值 2500 元.

②当  $1200 < x \leq 1500$  时

得  $3x+5y=9000$ ,  $y = \frac{9000-3x}{5}$

$w = 2x + 1.5y = 2x + 1.5 \times \frac{9000-3x}{5} = 2700 + \frac{11x}{10}$

当  $x$  取 1500 时  $W$  有最大值 4350 元.

综上所述, 采购玫瑰 1500 株, 采购百合 900 株, 毛利润最大为 4350 元

答: 略

27. 由题意得 B (0, 3)

∵  $\triangle AOB \sim \triangle BOC$

∴  $\angle OAB = \angle OBC$ ,  $\frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OC}$

∴  $\frac{2.25}{3} = \frac{3}{OC}$

∴  $OC=4$ , C(4,0)

$$\begin{aligned}\because \angle OAB = \angle OBA = 90^\circ \\ \therefore \angle OBC = \angle OBA = 90^\circ \\ \angle ABC = 90^\circ\end{aligned}$$

$$\because y = ax^2 + bx + 3 \text{ 的图象经过点 } A\left(-\frac{9}{4}, 0\right), C(4, 0),$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{81}{16}a - \frac{9}{4}b + 3 = 0 \\ 16a + 4b + 3 = 0 \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{12}x + 3$$

(2) ①如图 1, 当  $CP=CO$  时, 点  $P$  在以  $BM$  为直径的圆上. 因为为圆的直径.

$$\therefore \angle BPM = 90^\circ \therefore PM \parallel AB$$

$$\therefore \triangle CPM \sim \triangle CBA$$

$$\therefore \frac{CP}{CB} = \frac{CM}{CA}, \text{ 得 } CM = 5$$

$$\therefore m = 1$$

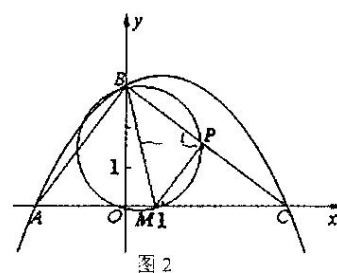
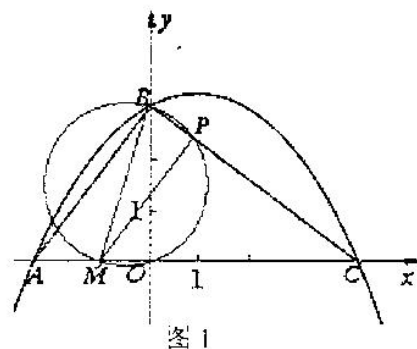
②如图 2, 当  $PC=PO$  时, 点  $P$  在  $OC$  垂直平分线上, 得  $PC = 2.5$

$$\text{由 } \triangle CPM \sim \triangle CBA, \text{ 得 } CM = \frac{25}{8}$$

$$\therefore M = 4 - \frac{25}{8} = \frac{7}{8}$$

③当  $OC=OP$  时,  $M$  点不在线段  $AC$  上.

综上所述,  $m$  的值为  $\frac{7}{8}$  或  $-1$



28.解: (1) 当  $PQAD$  时,  $x=4$

(2) 如图, 连接  $EP$ 、 $EQ$ , 则  $EP=EQ$ , 设  $BE=y$ ,

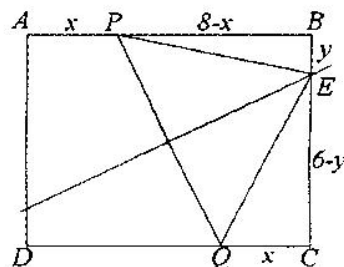
$$\therefore (8-x)^2 + y^2 = (6-y)^2 + x^2$$

$$\text{得 } y = \frac{4x-7}{3}$$

$$\because 0 \leq y \leq 6$$

$$\therefore 0 \leq \frac{4x-7}{3} \leq 6$$

$$\therefore \frac{7}{4} \leq x \leq \frac{25}{4}$$



$$(3) S_{\triangle BPE} = \frac{1}{2} BE \cdot BP = \frac{1}{2} \cdot \frac{4x-7}{3} \cdot (8-x) = \frac{-4x^2 + 39x - 56}{6}$$

$$S_{\triangle ECQ} = \frac{1}{2} CE \cdot CQ = \frac{1}{2} \cdot \left( 6 - \frac{4x-7}{3} \right) \cdot x = \frac{-4x^2 + 25x}{6}$$

$$\text{由题意} \because AP = CQ, \therefore S_{\text{梯形 BPQC}} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 ABCD}} = 24$$

$$\therefore S = S_{\text{梯形 BPQC}} - S_{\triangle BPE} - S_{\triangle ECQ} = 24 - \frac{-4x^2 + 39x - 56}{6} - \frac{-4x^2 + 25x}{6}$$

$$\text{整理得: } S = \frac{4x^2 + 32x + 100}{3} = \frac{4}{3}(x-4)^2 + 12. \quad \left( \frac{7}{4} \leq x \leq \frac{25}{4} \right)$$

$$\text{当 } x = \frac{7}{4} \text{ 或 } x = \frac{25}{4} \text{ 时, } S \text{ 有最大值 } \frac{75}{4}$$

$$\therefore 12 \leq S \leq \frac{75}{4}$$