

盐城二〇〇八年高中阶段教育招生统一考试

数学试题

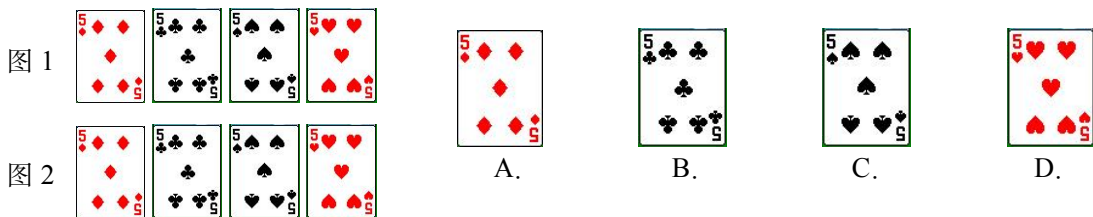
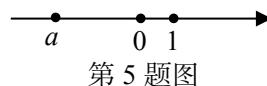
注 意 事 项:

考生在答题前请认真阅读注意事项及各题答题要求

1. 本试卷共 8 页, 包含选择题 (第 1 题~第 10 题, 共 10 题, 计 30 分), 非选择题 (第 11 题~第 28 题, 共 18 题, 计 120 分) 两部分. 本次考试时间为 120 分钟, 满分为 150 分. 考试形式为闭卷. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前, 请你务必将自己的姓名、准考证号用书写黑色字迹的 0.5 毫米签字笔填写在试卷及答题卡.
3. 请认真核对监考老师所粘贴的条形码上的姓名、准考证号是否与你本人的相符.
4. 作答非选择题必须用书写黑色字迹的 0.5 毫米签字笔写在答题卡上的指定位置, 在其它位置作答一律无效. 作答选择题必须用 2B 铅笔把答题卡上对应选项的方框涂满涂黑. 如需改动, 请用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案.
5. 如有作图需要, 可用 2B 铅笔作答, 并用签字笔加黑描写清楚.

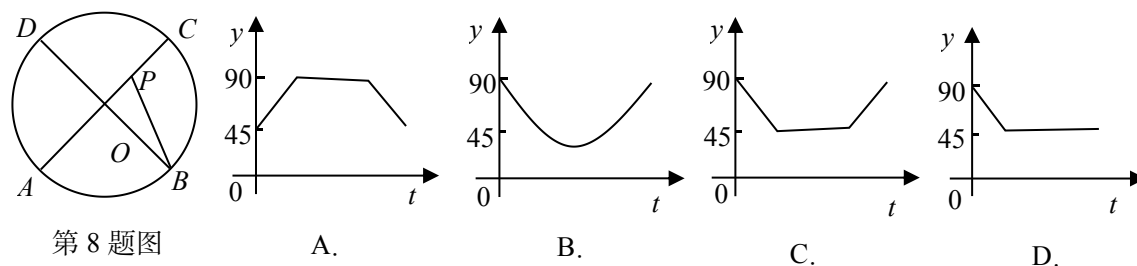
一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 计 30 分.

1. -3 的立方是 ()
A. -27 B. -9 C. 9 D. 27
2. 下列运算正确的是 ()
A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a^2)^3 = a^6$ C. $a^2 + a^3 = a^6$ D. $a^2 - a^3 = a$
3. 2008 年北京奥运会圣火在全球传递的里程约为 137000km, 用科学记数法表示为 ()
A. $1.37 \times 10^3 \text{ km}$ B. $137 \times 10^3 \text{ km}$ C. $1.37 \times 10^5 \text{ km}$ D. $137 \times 10^5 \text{ km}$
4. 下列四个几何体中, 主视图、左视图、俯视图完全相同的是 ()
A. 圆锥 B. 球 C. 圆柱 D. 三棱柱
5. 实数 a 在数轴上对应的点如图所示, 则 a , $-a$, 1 的大小关系正确的是 ()
A. $-a < a < 1$ B. $a < -a < 1$ C. $1 < -a < a$ D. $a < 1 < -a$
6. 用计算器求 2008 的算术平方根时, 下列四个键中, 必须按的键是 ()
A. $\sin$ B. $\cos$ C. $\sqrt{\quad}$ D. $\wedge$
7. 已知如图 1 所示的四张牌, 若将其中一张牌旋转 180° 后得到图 2, 则旋转的牌是 ()



8. 如图, A , B , C , D 为 $\odot O$ 的四等分点, 动点 P 从圆心 O 出发, 沿 $O-C-D-O$ 路

线作匀速运动，设运动时间为 t (s). $\angle APB = y(^{\circ})$ ，则下列图象中表示 y 与 t 之间函数关系最恰当的是 ()



9. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^{\circ}$ ， $AC = 12$ ， $BC = 5$ ，将 $\triangle ABC$ 绕边 AC 所在直线旋转一周得到圆锥，则该圆锥的侧面积是 ()

- A. 25π B. 65π C. 90π D. 130π

10. 甲、乙、丙三名射击运动员在某场测试中各射击 20 次，3 人的测试成绩如下表：

甲的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	4	6	6	4

乙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	6	4	4	6

丙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	5	5	5	5

则甲、乙、丙 3 名运动员测试成绩最稳定的是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 3 人成绩稳定情况相同

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，计 24 分.

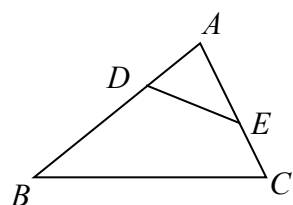
11. 方程 $\frac{2}{x-3} = 1$ 的根为_____.

12. 梯形的中位线长为 3，高为 2，则该梯形的面积为_____.

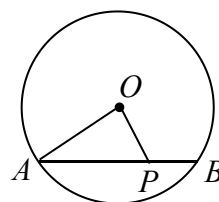
13. 将一张等边三角形纸片沿着一边上的高剪开，可以拼成不同形状的四边形，试写出其中一种四边形的名称_____.

14. 抛掷一枚均匀的硬币 2 次，2 次抛掷的结果都是正面朝上的概率为_____.

15. 如图， D ， E 两点分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB ， AC 上， DE 与 BC 不平行，当满足_____条件 (写出一个即可) 时， $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.



第 15 题图

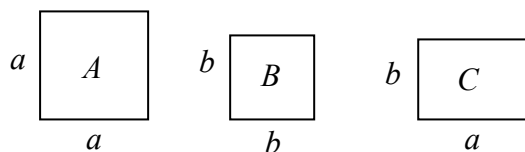


第 16 题图

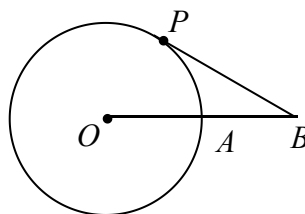
16. 如图， $\odot O$ 的半径 $OA = 10\text{cm}$ ，设 $AB = 16\text{cm}$ ， P 为 AB 上一动点，则点 P 到圆心 O 的最短距离为_____cm.

17. 如图，正方形卡片 A 类， B 类和长方形卡片 C 类若干张，如果要拼一个长为 $(a + 2b)$ ，

宽为 $(a+b)$ 的大长方形，则需要 C 类卡片_____张.



第 17 题图



第 18 题图

18. 如图， $\odot O$ 的半径为 3cm， B 为 $\odot O$ 外一点， OB 交 $\odot O$ 于点 A ， $AB = OA$ ，动点 P 从点 A 出发，以 π cm/s 的速度在 $\odot O$ 上按逆时针方向运动一周回到点 A 立即停止. 当点 P 运动的时间为_____s 时， BP 与 $\odot O$ 相切.

三、解答题：本大题共 6 小题，计 48 分.

19. (本题满分 6 分)

计算： $|-2| - \sqrt{\frac{1}{16}} + (-2)^{-2} - (\sqrt{3} - 2)^0$.

20. (本题满分 8 分)

先化简，再求值： $\frac{x-3}{x-2} \div \left(x+2 - \frac{5}{x-2} \right)$ ，其中 $x = -4$.

21. (本题满分 8 分)

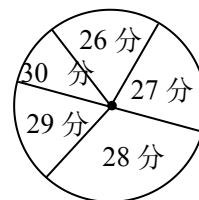
为了解某校九年级学生体育测试成绩情况，现从中随机抽取部分学生的体育成绩统计如下，

其中右侧扇形统计图中的圆心角 α (在 30 分上) 为 36° .

体育成绩统计表

体育成绩 (分)	人数 (人)	百分比 (%)
26	8	16
27		24
28	15	
29	m	
30		

体育成绩统计图



根据上面提供的信息，回答下列问题：

(1) 写出样本容量， m 的值及抽取部分学生体育成绩的中位数；

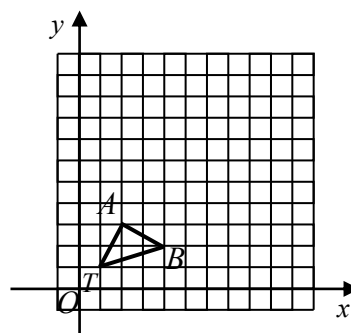
(2) 已知该校九年级共有 500 名学生，如果体育成绩达 28 分以上 (含 28 分) 为优秀，请估计该校九年级学生体育成绩达到优秀的总人数.

22. (本题满分 8 分)

如图, 在 12×12 的正方形网格中, $\triangle TAB$ 的顶点分别为 $T(1,1)$, $A(2,3)$, $B(4,2)$.

(1) 以点 $T(1,1)$ 为位似中心, 按比例尺 $(TA':TA)3:1$ 的位似中心的同侧将 TAB 放大为 $\triangle TA'B'$, 放大后点 A , B 的对应点分别为 A' , B' , 画出 $\triangle TA'B'$, 并写出点 A' , B' 的坐标;

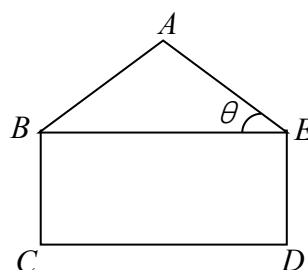
(2) 在 (1) 中, 若 $C(a, b)$ 为线段 AB 上任一点, 写出变化后点 C 的对应点 C' 的坐标.



第 22 题图

23. (本题满分 8 分)

某工厂接受一批支援四川省汶川灾区抗震救灾帐篷的生产任务. 根据要求, 帐篷的一个横截面框架由等腰三角形和矩形组成 (如图所示). 已知等腰 $\triangle ABE$ 的底角 $\angle AEB = \theta$, 且 $\tan \theta = \frac{3}{4}$, 矩形 $BCDE$ 的边 $CD = 2BC$, 这个横截面框架 (包括 BE) 所用的钢管总长为 15m, 求帐篷的篷顶 A 到底部 CD 的距离. (结果精确到 0.1m)



第 23 题图

24. (本题满分 10 分)

一只不透明的袋子中装有 4 个小球, 分别标有数字 2, 3, 4, x , 这些球除数字外都相同. 甲、乙两人每次同时从袋中各随机摸出 1 个球, 并计算摸出的这 2 个小球上数字之和. 记录后都将小球放回袋中搅匀, 进行重复实验. 实验数据如下表:

摸球总次数	10	20	30	60	90	120	180	240	330	450
“和为 7”出现的频数	1	9	14	24	26	37	58	82	109	150
“和为 7”出现的频率	0.10	0.45	0.47	0.40	0.29	0.31	0.32	0.34	0.33	0.33

解答下列问题:

(1) 如果实验继续进行下去, 根据上表数据, 出现“和为 7”的概率将稳定在它的概率附近,

试估计出现“和为 7”的概率;

(2) 根据 (1), 若 x 是不等于 2, 3, 4 的自然数, 试求 x 的值.

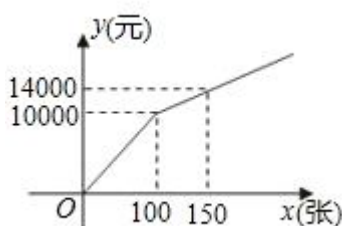
四、解答题: 本大题共 4 小题, 计 48 分.

25. (本题满分 12 分)

在购买某场足球赛门票时, 设购买门票数为 x (张), 总费用为 y (元). 现有两种购买方案:

方案一: 若单位赞助广告费 10000 元, 则该单位所购门票的价格为每张 60 元;

(总费用=广告赞助费+门票费)



方案二: 购买门票方式如图所示.

解答下列问题:

(1) 方案一中, y 与 x 的函数关系式为_____;

方案二中, 当 $0 \leq x \leq 160$ 时, y 与 x 的函数关系式为_____;

当 $x > 100$ 时, y 与 x 的函数关系式为_____;

(2) 如果购买本场足球赛超过 100 张, 你将选择哪一种方案, 使总费用最省? 请说明理由;

(3) 甲、乙两单位分别采用方案一、方案二购买本场足球赛门票共 700 张, 花去总费用计 58000 元, 求甲、乙两单位各购买门票多少张.

26. (本题满分 12 分)

阅读理解: 对于任意正实数 a, b , $\because (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$, $\therefore a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$,

$\therefore a + b \geq 2\sqrt{ab}$, 只有当 $a = b$ 时, 等号成立.

结论: 在 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (a, b 均为正实数) 中, 若 ab 为定值 p , 则 $a + b \geq 2\sqrt{p}$,

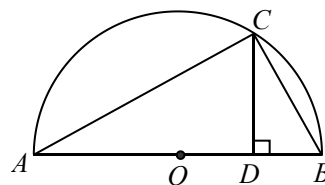
只有当 $a = b$ 时, $a + b$ 有最小值 $2\sqrt{p}$.

根据上述内容，回答下列问题：

若 $m > 0$ ，只有当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， $m + \frac{1}{m}$ 有最小值 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

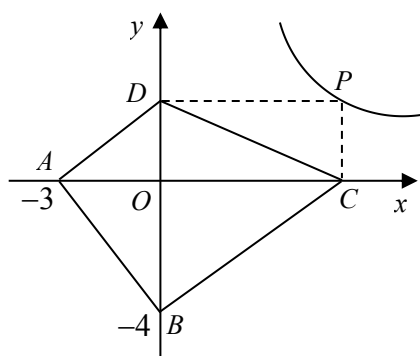
思考验证：如图 1， AB 为半圆 O 的直径， C 为半圆上任意一点，（与点 A ， B 不重合），过点 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为 D ， $AD = a$ ， $DB = b$ 。

试根据图形验证 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ ，并指出等号成立时的条件。



第 26 题图 1

探索应用：如图 2，已知 $A(-3, 0)$ ， $B(0, -4)$ 为双曲线 $y = \frac{12}{x} (x > 0)$ 上的任意一点，过点 P 作 $PC \perp x$ 轴于点 C ， $PO \perp y$ 轴于点 D 。求四边形 $ABCD$ 面积的最小值，并说明此时四边形 $ABCD$ 的形状。



第 26 题图 2

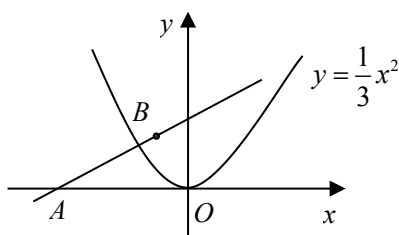
27. (本小题满分 12 分)

如图，直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ 经过点 $B(-\sqrt{3}, 2)$ ，且与 x 轴交于点 A ，将抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 沿 x 轴作左右平移，记平移后的抛物线为 C ，其顶点为 P 。

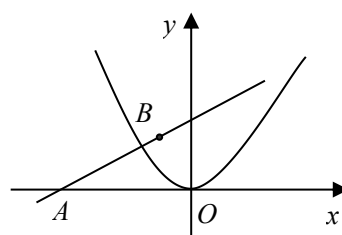
(1) 求 $\angle BAO$ 的度数；

(2) 抛物线 C 与 y 轴交于点 E ，与直线 AB 交于两点，其中一个交点为 F ，当线段 $EF \parallel x$ 轴时，求平移后的抛物线 C 对应的函数关系式；

(3) 在抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 平移过程中，将 $\triangle PAB$ 沿直线 AB 翻折得到 $\triangle DAB$ ，点 D 能否落在抛物线 C 上？如能，求出此时抛物线 C 顶点 P 的坐标；如不能，说明理由。



第 27 题图



备用图

28. (本题满分 12 分)

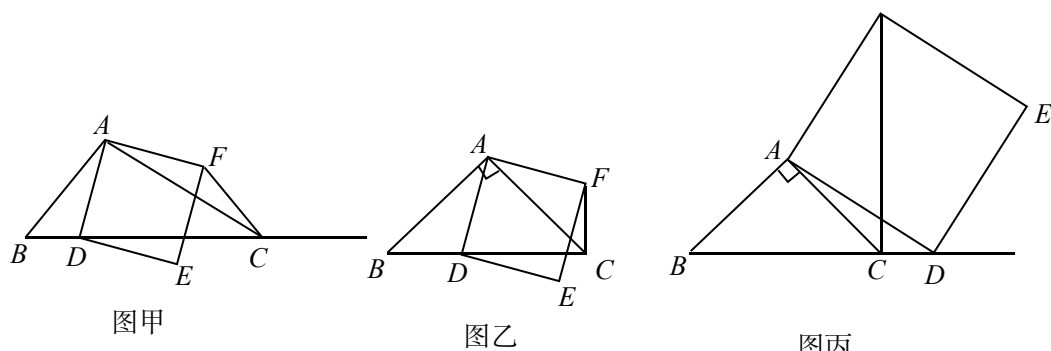
如图甲, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB$ 为锐角, 点 D 为射线 BC 上一点, 连接 AD , 以 AD 为一边且在 AD 的右侧作正方形 $ADEF$.

解答下列问题:

(1) 如果 $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$,

①当点 D 在线段 BC 上时 (与点 B 不重合), 如图乙, 线段 CF , BD 之间的位置关系为____, 数量关系为_____.

②当点 D 在线段 BC 的延长线时, 如图丙, ①中的结论是否仍然成立, 为什么?



第 28 题图

(2) 如果 $AB \neq AC$, $\angle BAC \neq 90^\circ$, 点 D 在线段 BC 上运动.

试探究: 当 $\triangle ABC$ 满足一个什么条件时, $CF \perp BC$ (点 C , F 重合除外)? 画出相应图形, 并说明理由. (画图不写作法)

(3) 若 $AC = 4\sqrt{2}$, $BC = 3$, 在 (2) 的条件下, 设正方形 $ADEF$ 的边 DE 与线段 CF 相交于点 P , 求线段 CP 长的最大值.

盐城市二〇〇八年高中阶段教育招生统一考试

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	C	B	D	C	A	C	B	A

二、填空题

11. $x=5$ (或5) 12. 6 13. 平行四边形 (或矩形或筝形) 14. $\frac{1}{4}$ (或0.25)

15. $\angle ADE = \angle ACB$ (或 $\angle AED = \angle ABC$ 或 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$) 16. 6 17. 3 18. 1或5

三、解答题

19. 解: 原式 $= 2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 1$
 $= 1.$

20. 解: 原式 $= \frac{x-3}{x-2} \div \left(\frac{x^2-4}{x-2} - \frac{5}{x-2} \right) = \frac{x-3}{x-2} \cdot \frac{x-2}{(x-3)(x+3)} = \frac{1}{x+3}.$

当 $x = -4$ 时, 原式 $= \frac{1}{-4+3} = -1$

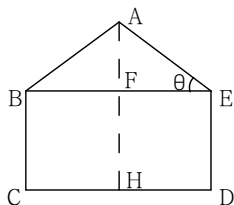
21. (1) 样本容量为 50, $m =$ 10, 中位数是 28分;

(2) 样本的体育成绩优秀率为60%, $500 \times 60\% = 300$ (人)

$\therefore$ 估计该校九年级体育成绩达到优秀的总人数为300人.

22. (1) 画图略

点A' 的坐标为(4, 7), 点B' 的坐标为(10, 4);



第23题图

(2) 点C' 的坐标为 $(3a-2, 3b-2)$.

23. 解: 作 $AH \perp CD$, 垂足为H, 交EB于点F

由矩形BCDE, 得 $AH \perp BE$,

$\therefore \triangle ABE$ 是等腰三角形, $CD = 2BC$

$\therefore$ 点F为EB中点, $EF = BF = BC = DE$

$$\therefore \tan \theta = \frac{3}{4}, \quad \therefore \frac{AF}{EF} = \frac{3}{4}$$

设 $AF = 3x$, 则 $EF = 4x$, $\therefore AE = 5x$, $BE = 8x$, $\therefore BC = 4x$.

$$\therefore AB + BC + CD + DE + AE + BE = 5x + 4x + 8x + 4x + 5x + 8x = 34x = 15, \quad x = \frac{15}{34}.$$

$$\therefore AH=7x=7 \times \frac{15}{34} = \frac{105}{34} \approx 3.1(\text{m}).$$

答：篷顶A到底部CD的距离约为3.1m.

24. (1) 出现和为7的概率是：0.33(或0.31, 0.32, 0.34均正确)

(2) 列表格（见右边）或树状图，一共有12种可能的结果，

由（1）知，出现和为7的概率约为0.33

$\therefore$ 和为7出现的次数为 $0.33 \times 12 = 3.96 \approx 4$ (用另外三个概率估计值说明亦可)

若 $2+x=7$, 则 $x=5$, 此时 $P(\text{和为}7) = \frac{1}{3} \approx 0.33$, 符合题意.

若 $3+x=7$, 则 $x=4$, 不符合题意.

若 $4+x=7$, 则 $x=3$, 不符合题意.

所以 $x=5$.

(说理方法多种，只要说理、结果正确均可)

四、解答题

25. 解：(1) 方案一： $y=60x+10000$ ；

当 $0 \leq x \leq 100$ 时， $y=100x$ ；

当 $x > 100$ 时， $y=80x+2000$ ；

(2) 因为方案一 y 与 x 的函数关系式为 $y=60x+10000$,

$\therefore x > 100$, 方案二的 y 与 x 的函数关系式为 $y=80x+2000$;

当 $60x+10000 > 80x+2000$ 时，即 $x < 400$ 时，选方案二进行购买，

当 $60x+10000=80x+2000$ 时，即 $x=400$ 时，两种方案都可以，

当 $60x+10000 < 80x+2000$ 时，即 $x > 400$ 时，选方案一进行购买；

(3) 设甲、乙单位购买本次足球赛门票数分别为 a 张、 b 张；

$\therefore$ 甲、乙单位分别采用方案一和方案二购买本次足球比赛门票，

$\therefore$ 乙公司购买本次足球赛门票有两种情况： $b \leq 100$ 或 $b > 100$.

当 $b \leq 100$ 时，乙公司购买本次足球赛门票费为 $100b$,

$$\begin{cases} a+b=700, \\ 60a+10000+100b=58000, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=550, \\ b=150, \end{cases} \text{ 不符合题意, 舍去;}$$

当 $b > 100$ 时，乙公司购买本次足球赛门票费为 $80b+2000$,

$$\begin{cases} a+b=700, \\ 60a+10000+80b+2000=58000, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a=500, \\ b=200, \end{cases} \quad \text{符合题意}$$

答：甲、乙单位购买本次足球赛门票分别为500张、200张.

26. 解：阅读理解： $m = \frac{1}{2}$ (填 m 不扣分)，最小值为 $\frac{1}{2}$ ；

思考验证： $\because AB$ 是直径， $\therefore AC \perp BC$ ，又 $\because CD \perp AB$ ， $\therefore \angle CAD = \angle BCD = 90^\circ - \angle B$ ，

$$\therefore \text{Rt} \triangle CAD \sim \text{Rt} \triangle BCD, \quad CD^2 = AD \cdot DB, \quad \therefore CD = \sqrt{ab}$$

若点 D 与 O 不重合，连 OC ，在 $\text{Rt} \triangle OCD$ 中， $\because OC > CD$ ， $\therefore \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$ ，

若点 D 与 O 重合时， $OC = CD$ ， $\therefore \frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ ，

综上所述， $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ，即 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ ，当 CD 等于半径时，等号成立.

探索应用：设 $P(x, \frac{12}{x})$ ，则 $C(x, 0)$ ， $D(0, \frac{12}{x})$ ， $\therefore CA = x+3$ ， $DB = \frac{12}{x} + 4$ ，

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{2} CA \times DB = \frac{1}{2} (x+3) \times (\frac{12}{x} + 4)$$
，化简得：
$$S = 2(x + \frac{9}{x}) + 12,$$

$\because x > 0$ ， $\frac{9}{x} > 0$ ， $\therefore x + \frac{9}{x} \geq 2\sqrt{x \times \frac{9}{x}} = 6$ ，只有当 $x = \frac{9}{x}$ ，即 $x = 3$ 时，等号成立.

$$\therefore S \geq 2 \times 6 + 12 = 24,$$

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD}$ 有最小值 24.

此时， $P(3, 4)$ ， $C(3, 0)$ ， $D(0, 4)$ ， $AB = BC = CD = DA = 5$ ， $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

27. 解：(1) $\because$ 点 B 在直线 AB 上，求得 $b = 3$ ，

$$\therefore \text{直线} AB: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3,$$

$$\therefore A(-3\sqrt{3}, 0), \text{ 即 } OA = 3\sqrt{3}.$$

作 $BH \perp x$ 轴，垂足为 H ，则 $BH = 2$ ， $OH = \sqrt{3}$ ， $AH = 2\sqrt{3}$.

$$\therefore \tan \angle BAO = \frac{BH}{AH} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore \angle BAO = 30^\circ.$$

(2) 设抛物线 C 顶点 $P(t, 0)$ ，则抛物线 $C: y = \frac{1}{3}(x-t)^2$ ，

$$\therefore E \left(0, \frac{1}{3}t^2 \right)$$

$$\because EF \parallel x \text{轴}, \therefore \text{点E、F关于抛物线C的对称轴对称}, \therefore F \left(2t, \frac{1}{3}t^2 \right).$$

$$\because \text{点F在直线AB上}, \therefore \frac{1}{3}t^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 2t + 3, \therefore t_1 = -\sqrt{3}, t_2 = 3\sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{抛物线C为 } y = \frac{1}{3}(x + \sqrt{3})^2 \text{ 或 } y = \frac{1}{3}(x - 3\sqrt{3})^2.$$

(3)假设点D落在抛物线C上,

不妨设此时抛物线顶点P(t, 0), 则抛物线C: $y = \frac{1}{3}(x - t)^2$, $AP = 3\sqrt{3} + t$,
连接DP, 作DM $\perp$ x轴, 垂足为M. 由已知, 得 $\triangle PAB \cong \triangle DAB$,

$$\text{又 } \angle BAO = 30^\circ, \therefore \triangle PAD \text{ 为等边三角形. } PM = AM = \frac{1}{2}(3\sqrt{3} + t),$$

$$\therefore \tan \angle DAM = \frac{DM}{AM} = \sqrt{3}, \therefore DM = \frac{1}{2}(9 + \sqrt{3}t).$$

$$OM = OP + PM = -t + \frac{1}{2}(3\sqrt{3} + t) = \frac{1}{2}(3\sqrt{3} - t),$$

$$\therefore M \left[-\frac{1}{2}(3\sqrt{3} - t), 0 \right], \therefore D \left[-\frac{1}{2}(3\sqrt{3} - t), \frac{1}{2}(9 + \sqrt{3}t) \right].$$

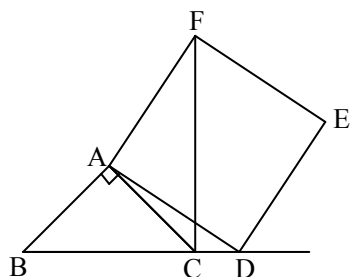
$\because$ 点D落在抛物线C上,

$$\therefore \frac{1}{2}(9 + \sqrt{3}t) = \frac{1}{3} \left[-\frac{1}{2}(3\sqrt{3} - t) - t \right]^2, \text{ 即 } t^2 = 27, \therefore t = \pm 3\sqrt{3}.$$

当 $t = -3\sqrt{3}$ 时, 此时点P(-3\sqrt{3}, 0), 点P与点A重合, 不能构成三角形, 不符合题意,

舍去. 所以点P为 $(3\sqrt{3}, 0)$

$\therefore$ 当点D落在抛物线C上顶点P为 $(3\sqrt{3}, 0)$.



28. (1) ①CF与BD位置关系是 垂直、数量关系是相等;

②当点D在BC的延长线上时①的结论仍成立.

由正方形ADEF得 $AD=AF$, $\angle DAF=90^\circ$.

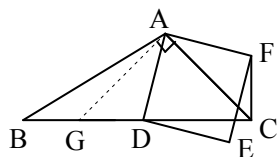
$\because \angle BAC=90^\circ$, $\therefore \angle DAF=\angle BAC$, $\therefore \angle DAB=\angle FAC$,

又 $AB=AC$, $\therefore \triangle DAB \cong \triangle FAC$, $\therefore CF=BD$

$\angle ACF=\angle ABD$.

$\because \angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, $\therefore \angle ABC=45^\circ$, $\therefore \angle ACF=45^\circ$,

$\therefore \angle BCF=\angle ACB+\angle ACF=90^\circ$. 即 $CF \perp BD$



(2) 画图正确

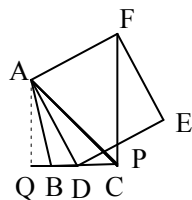
当 $\angle BCA=45^\circ$ 时, $CF \perp BD$ (如图丁).

理由是: 过点A作 $AG \perp AC$ 交BC于点G, $\therefore AC=AG$

可证: $\triangle GAD \cong \triangle CAF$ $\therefore \angle ACF=\angle AGD=45^\circ$

$\angle BCF=\angle ACB+\angle ACF=90^\circ$. 即 $CF \perp BD$

(3) 当具备 $\angle BCA=45^\circ$ 时,



过点A作 $AQ \perp BC$ 交BC的延长线于点Q, (如图戊)

$\because DE$ 与 CF 交于点P时, $\therefore$ 此时点D位于线段CQ上,

$\because \angle BCA=45^\circ$, 可求出 $AQ=CQ=4$. 设 $CD=x$, $\therefore DQ=4-x$,

容易说明 $\triangle AQD \sim \triangle DCP$, $\therefore \frac{CP}{DQ} = \frac{CD}{AQ}$, $\therefore \frac{CP}{4-x} = \frac{x}{4}$,

$$\therefore CP = -\frac{x^2}{4} + x = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 1$$

$\because 0 < x \leq 3$ $\therefore$ 当 $x=2$ 时, CP有最大值1.