

2021 年新疆生产建设兵团中考数学试卷

一、单项选择题（本大题共 9 小题，每小题 5 分，共 45 分，请按答题卷中的要求作答）

1. 下列实数是无理数的是（ ）

- A. -2 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

2. 下列图形中，不是轴对称图形的是（ ）



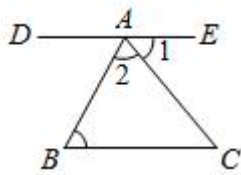
3. 不透明的袋子中有 3 个白球和 2 个红球，这些球除颜色外无其他差别，从袋子中随机摸出 1 个球，恰好是白球的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

4. 下列运算正确的是（ ）

- A. $2x^2+3x^2=5x^2$ B. $x^2 \cdot x^4 = x^8$
C. $x^6 \div x^2 = x^3$ D. $(xy^2)^2 = xy^4$

5. 如图，直线 DE 过点 A ，且 $DE \parallel BC$ 。若 $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）

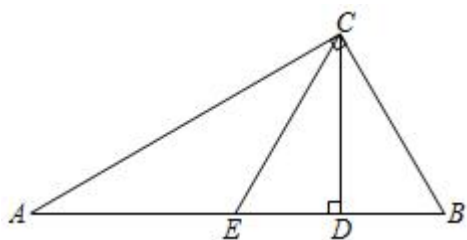


- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

6. 一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的解为（ ）

- A. $x_1 = -1$, $x_2 = 3$ B. $x_1 = 1$, $x_2 = 3$
C. $x_1 = 1$, $x_2 = -3$ D. $x_1 = -1$, $x_2 = -3$

7. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $AB = 4$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ， E 是 AB 的中点，则 DE 的长为（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 某校举行篮球赛，每场比赛都要分出胜负，每队胜一场得 2 分，负一场得 1 分．八年级一班在 16 场比赛中得 26 分．设该班胜 x 场，负 y 场，则根据题意，下列方程组中正确的是（ ）

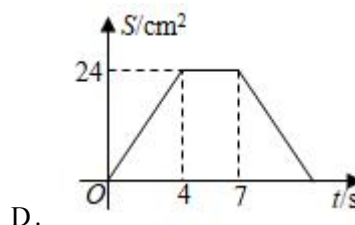
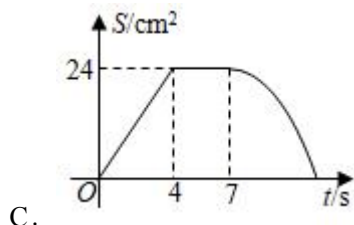
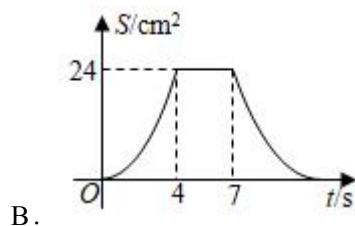
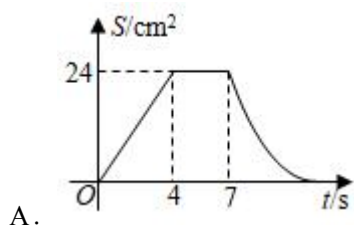
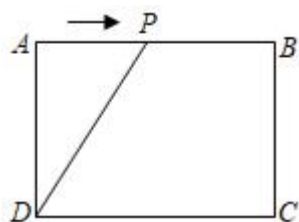
A.
$$\begin{cases} x+y=26 \\ x+2y=16 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x+y=26 \\ 2x+y=16 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x+y=16 \\ x+2y=26 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x+y=16 \\ 2x+y=26 \end{cases}$$

9. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=8\text{cm}$ ， $AD=6\text{cm}$ ．点 P 从点 A 出发，以 2cm/s 的速度在矩形的边上沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 运动，点 P 与点 D 重合时停止运动．设运动的时间为 t （单位： s ）， $\triangle APD$ 的面积为 S （单位： cm^2 ），则 S 随 t 变化的函数图象大致为（ ）



二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

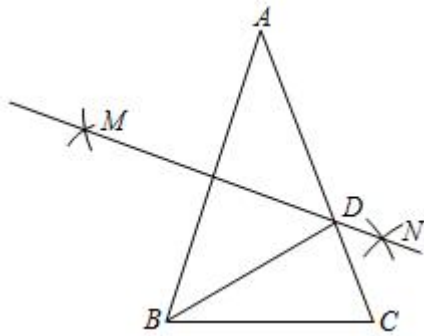
10. 今年“五一”假期，新疆铁路累计发送旅客 795900 人次．用科学记数法表示 795900 为 _____．

11. 不等式 $2x - 1 > 3$ 的解集是_____．

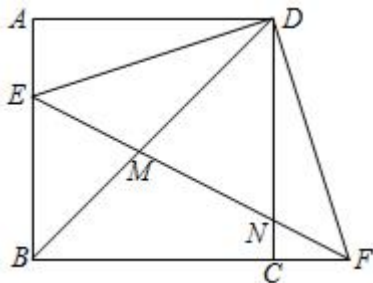
12. 四边形的外角和等于 _____° .

13. 若点 $A(1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上, 则 y_1 _____ y_2 (填 “>” “<” 或 “=”).

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle C = 70^\circ$, 分别以点 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧, 两弧相交于 M, N 两点, 作直线 MN 交 AC 于点 D , 连接 BD , 则 $\angle BDC =$ _____° .



15. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 边长为 1, E 为 AB 边上一点, 以点 D 为中心, 将 $\triangle DAE$ 按逆时针方向旋转得 $\triangle DCF$, 连接 EF , 分别交 BD, CD 于点 M, N . 若 $\frac{AE}{DN} = \frac{2}{5}$, 则 $\sin \angle EDM =$ _____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 75 分)

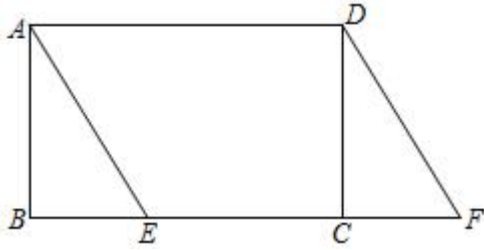
16. (6 分) 计算: $(\sqrt{2}-1)^0 + |-3| - \sqrt[3]{27} + (-1)^{2021}$.

17. (7 分) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2-4}{x^2+4x+4} + \frac{x}{x+2}) \cdot \frac{1}{x-1}$, 其中 $x=3$.

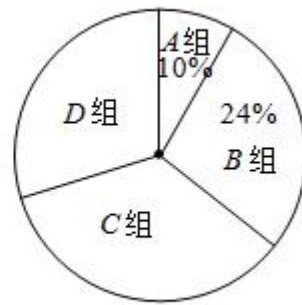
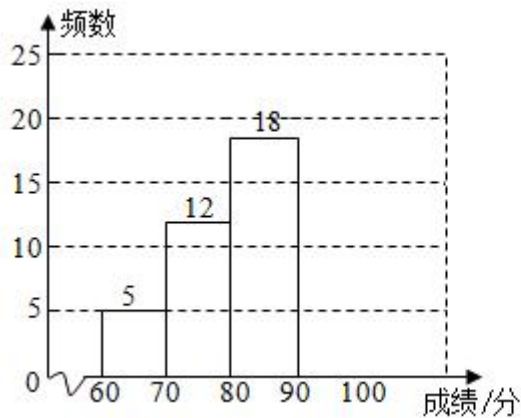
18. (10 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 BC 上, 点 F 在 BC 的延长线上, 且 $BE = CF$.

求证: (1) $\triangle ABE \cong \triangle DCF$;

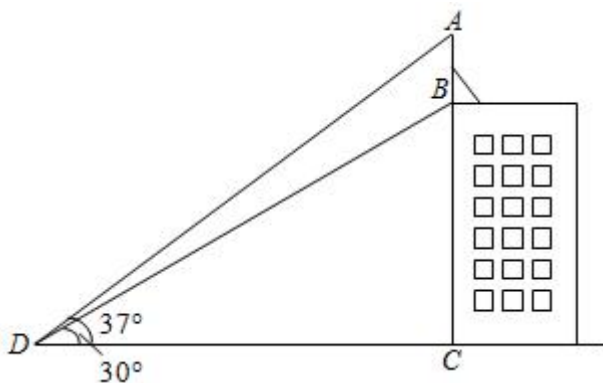
(2) 四边形 $AEFD$ 是平行四边形.



19. (10分) 某校为了增强学生的疫情防控意识, 组织全校 2000 名学生进行了疫情防控知识竞赛. 从中随机抽取了 n 名学生的竞赛成绩 (满分 100 分), 分成四组: $A: 60 \leq x < 70$; $B: 70 \leq x < 80$; $C: 80 \leq x < 90$; $D: 90 \leq x \leq 100$, 并绘制出不完整的统计图:

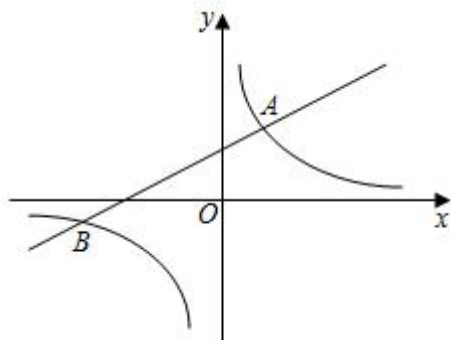


- (1) 填空: $n =$ _____;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 抽取的这 n 名学生成绩的中位数落在 _____ 组;
- (4) 若规定学生成绩 $x \geq 90$ 为优秀, 估算全校成绩达到优秀的人数.
20. (10分) 如图, 楼顶有一个广告牌 AB , 从与楼 BC 相距 $15m$ 的 D 处观测广告牌顶部 A 的仰角为 37° , 观测广告牌底部 B 的仰角为 30° , 求广告牌 AB 的高度. (结果保留小数点后一位, 参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



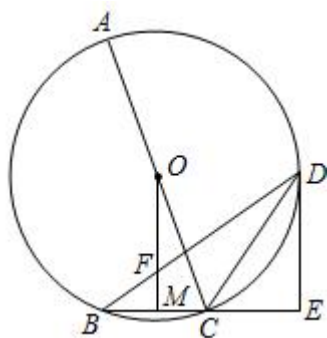
21. (9分) 如图, 一次函数 $y = k_1x + b$ ($k_1 \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$) 的图象交于点 $A(2, 3)$, $B(n, -1)$.

- (1) 求反比例函数和一次函数的解析式;
- (2) 判断点 $P(-2, 1)$ 是否在一次函数 $y = k_1x + b$ 的图象上, 并说明理由;
- (3) 直接写出不等式 $k_1x + b \geq \frac{k_2}{x}$ 的解集.



22. (11分) 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, BC, BD 是 $\odot O$ 的弦, M 为 BC 的中点, OM 与 BD 交于点 F , 过点 D 作 $DE \perp BC$, 交 BC 的延长线于点 E , 且 CD 平分 $\angle ACE$.

- (1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 求证: $\angle CDE = \angle DBE$;
- (3) 若 $DE = 6$, $\tan \angle CDE = \frac{2}{3}$, 求 BF 的长.



23. (12分) 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 3$ ($a \neq 0$).

- (1) 求抛物线的对称轴;
- (2) 把抛物线沿 y 轴向下平移 $3|a|$ 个单位, 若抛物线的顶点落在 x 轴上, 求 a 的值;
- (3) 设点 $P(a, y_1)$, $Q(2, y_2)$ 在抛物线上, 若 $y_1 > y_2$, 求 a 的取值范围.

2021 年新疆生产建设兵团中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题（本大题共 9 小题，每小题 5 分，共 45 分，请按答题卷中的要求作答）

1. 下列实数是无理数的是（ ）

- A. -2 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

【分析】根据无理数的定义逐个判断即可．

【解答】解：A. -2 是有理数，不是无理数，故本选项不符合题意；

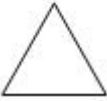
B. 1 是有理数，不是无理数，故本选项不符合题意；

C. $\sqrt{2}$ 是无理数，故本选项符合题意；

D. 2 是有理数，不是无理数，故本选项不符合题意；

故选：C．

2. 下列图形中，不是轴对称图形的是（ ）

- A.  B. 
- C.  D. 

【分析】利用轴对称图形的定义进行解答即可．

【解答】解：A. 是轴对称图形，故此选项不合题意；

B. 不是轴对称图形，故此选项符合题意；

C. 是轴对称图形，故此选项不合题意；

D. 是轴对称图形，故此选项不合题意；

故选：B．

3. 不透明的袋子中有 3 个白球和 2 个红球，这些球除颜色外无其他差别，从袋子中随机摸出 1 个球，恰好是白球的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【分析】直接利用概率公式计算可得．

【解答】解：从袋子中随机摸出 1 个球，恰好是白球的概率为 $\frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$ ，

故选：C.

4. 下列运算正确的是 ()

A. $2x^2+3x^2=5x^2$

B. $x^2 \cdot x^4 = x^8$

C. $x^6 \div x^2 = x^3$

D. $(xy^2)^2 = xy^4$

【分析】直接利用同底数幂的乘除运算法则以及合并同类项法则、幂的乘方运算法则分别判断得出答案.

【解答】解：A. $2x^2+3x^2=5x^2$,故此选项符合题意;

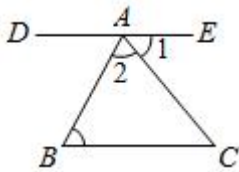
B. $x^2 \cdot x^4 = x^6$,故此选项不合题意;

C. $x^6 \div x^2 = x^4$,故此选项不合题意;

D. $(xy^2)^2 = x^2y^4$,故此选项不合题意;

故选：A.

5. 如图，直线DE过点A，且 $DE \parallel BC$. 若 $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 50°

B. 60°

C. 70°

D. 80°

【分析】先根据平行线的性质，得出 $\angle DAB$ 的度数，再根据平角的定义，即可得出 $\angle 2$ 的度数.

【解答】解： $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAB = \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle DAB - \angle 1 = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ.$$

故选：C.

6. 一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的解为 ()

A. $x_1 = -1, x_2 = 3$

B. $x_1 = 1, x_2 = 3$

C. $x_1 = 1, x_2 = -3$

D. $x_1 = -1, x_2 = -3$

【分析】利用因式分解法求解即可.

【解答】解： $\because x^2 - 4x + 3 = 0$,

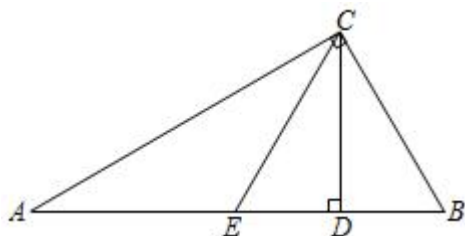
$$\therefore (x - 1)(x - 3) = 0,$$

则 $x - 1 = 0$ 或 $x - 3 = 0$,

解得 $x_1 = 1$, $x_2 = 3$,

故选: B.

7. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AB = 4$, $CD \perp AB$ 于点 D , E 是 AB 的中点, 则 DE 的长为 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【分析】 利用三角形的内角和定理可得 $\angle B = 60^\circ$, 由直角三角形斜边的中线性质的定理可得 $CE = BE = 2$, 利用等边三角形的性质可得结果.

【解答】 解: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$,

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$\because E$ 是 AB 的中点, $AB = 4$,

$$\therefore CE = BE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

$\therefore \triangle BCE$ 为等边三角形,

$\because CD \perp AB$,

$$\therefore DE = BD = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

故选: A.

8. 某校举行篮球赛, 每场比赛都要分出胜负, 每队胜一场得 2 分, 负一场得 1 分. 八年级一班在 16 场比赛中得 26 分. 设该班胜 x 场, 负 y 场, 则根据题意, 下列方程组中正确的是 ()

A.
$$\begin{cases} x+y=26 \\ x+2y=16 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x+y=26 \\ 2x+y=16 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x+y=16 \\ x+2y=26 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x+y=16 \\ 2x+y=26 \end{cases}$$

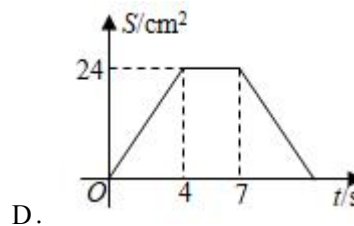
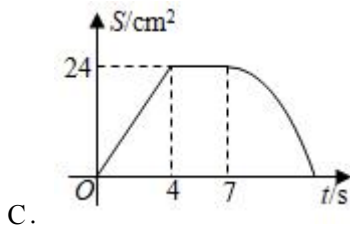
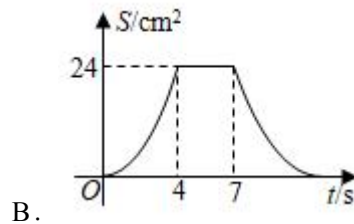
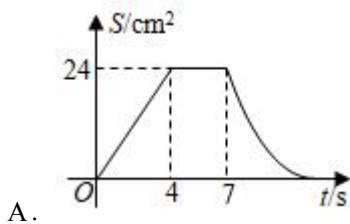
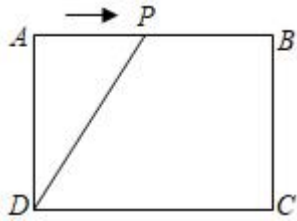
【分析】 设该班胜 x 场, 负 y 场, 根据八年级一班在 16 场比赛中得 26 分, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程组, 此题得解.

【解答】 解: 设该班胜 x 场, 负 y 场,

依题意得:
$$\begin{cases} x+y=16 \\ 2x+y=26 \end{cases}.$$

故选：D.

9. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 8\text{cm}$ ， $AD = 6\text{cm}$. 点 P 从点 A 出发，以 2cm/s 的速度在矩形的边上沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 运动，点 P 与点 D 重合时停止运动. 设运动的时间为 t (单位： s)， $\triangle APD$ 的面积为 S (单位： cm^2)，则 S 随 t 变化的函数图象大致为 ()



【分析】分三段，即点 P 在线段 AB ， BC ， CD 上运动，分别计算 $\triangle APD$ 的面积 S 的函数表达式，即可作出判断.

【解答】解：当点 P 在线段 AB 上运动时， $AP = 2t$ ， $S = \frac{1}{2} \times 6 \times 2t = 6t$ ，是正比例函数，排除 B 选项；

当点 P 在线段 BC 上运动时， $S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ ；

当点 P 在线段 CD 上运动时， $DP = 8 + 6 + 8 - 2t = 22 - 2t$ ， $S = \frac{1}{2} \times AD \times DP = \frac{1}{2} \times 6 \times (22 - 2t) = 66 - 6t$ ，是一次函数的图象，排除 A ， C 选项， D 选项符合题意；

故选：D.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

10. 今年“五一”假期，新疆铁路累计发送旅客 795900 人次. 用科学记数法表示 795900 为 7.959×10^5 .

【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，据此判断即可.

【解答】解： $795900 = 7.959 \times 10^5$.

故答案为： 7.959×10^5 .

11. 不等式 $2x - 1 > 3$ 的解集是 $x > 2$.

【分析】移项后合并同类项得出 $2x > 4$, 不等式的两边都除以 2 即可求出答案 .

【解答】解： $2x - 1 > 3$,

移项得： $2x > 3 + 1$,

合并同类项得： $2x > 4$,

不等式的两边都除以 2 得： $x > 2$,

故答案为： $x > 2$.

12. 四边形的外角和等于 360 $^{\circ}$.

【分析】根据多边形的内角和定理和邻补角的关系即可求出四边形的外角和 .

【解答】解： $\because$ 四边形的内角和为 $(4 - 2) \cdot 180^{\circ} = 360^{\circ}$,

而每一组内角和相邻的外角是一组邻补角 ,

$\therefore$ 四边形的外角和等于 $4 \times 180^{\circ} - 360^{\circ} = 360^{\circ}$.

故填空答案： 360 .

13. 若点 $A(1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上 , 则 y_1 $>$ y_2 (填 “ $>$ ” “ $<$ ”

或 “ $=$ ”).

【分析】根据反比例函数的性质即可判断 .

【解答】解： $\because k = 3$,

$\therefore$ 在同一象限内 y 随 x 的增大而减小 ,

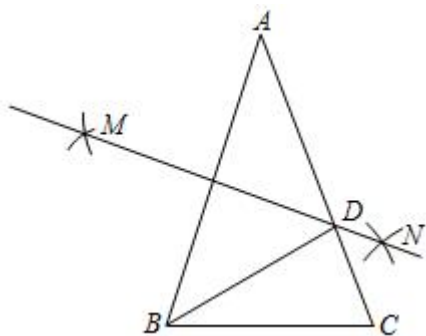
$\because 0 < 1 < 2$,

$\therefore$ 两点在同一象限内 ,

$\therefore y_1 > y_2$.

故答案为： $>$.

14. 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , $AB = AC$, $\angle C = 70^{\circ}$, 分别以点 A , B 为圆心 , 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧 , 两弧相交于 M , N 两点 , 作直线 MN 交 AC 于点 D , 连接 BD , 则 $\angle BDC =$ 80 $^{\circ}$.



【分析】由等腰三角形的性质与三角形内角和定理求出 $\angle A$ ，由作图过程可得 DM 是 AB 的垂直平分线，得到 $AD = BD$ ，再根据等腰三角形的性质求出 $\angle ABD$ ，由三角形外角的性质即可求得 $\angle BDC$ 。

【解答】解： $\because AB = AC$ ， $\angle C = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 70^\circ，$$

$$\because \angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ，$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle C = 40^\circ，$$

由作图过程可知： DM 是 AB 的垂直平分线，

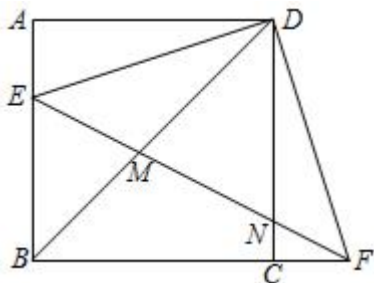
$$\therefore AD = BD，$$

$$\therefore \angle ABD = \angle A = 40^\circ，$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ，$$

故答案为： 80。

15. 如图，已知正方形 $ABCD$ 边长为 1， E 为 AB 边上一点，以点 D 为中心，将 $\triangle DAE$ 按逆时针方向旋转得 $\triangle DCF$ ，连接 EF ，分别交 BD ， CD 于点 M ， N 。若 $\frac{AE}{DN} = \frac{2}{5}$ ，则 $\sin \angle EDM = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 。



【分析】过点 E 作 $EG \perp BD$ 于点 G ，设 $AE = 2x$ ，则 $DN = 5x$ ，易证 $\triangle FNC \sim \triangle FEB$ ，得

$\frac{NC}{EB} = \frac{CF}{BF}$ ，求出 x 的值，进而得到 AE ， EB 的值，根据勾股定理求出 ED ，在 $\text{Rt} \triangle EBG$ 中

求出 EG ，根据正弦的定义即可求解。

【解答】解：如图，过点 E 作 $EG \perp BD$ 于点 G ，

设 $AE = 2x$ ，则 $DN = 5x$ ，

由旋转性质得： $CF = AE = 2x$ ， $\angle DCF = \angle A = 90^\circ$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle DCB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ABD = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle DCB + \angle DCF = 180^\circ$ ， $\angle DCB = \angle ABC$ ，

$\therefore$ 点 B, C, F 在同一条直线上，

$\because \angle DCB = \angle ABC$ ， $\angle NFC = \angle EFB$ ，

$\therefore \triangle FNC \sim \triangle FEB$ ，

$$\therefore \frac{NC}{EB} = \frac{CF}{BF}$$

$$\therefore \frac{1-5x}{1-2x} = \frac{2x}{1+2x}$$

解得： $x_1 = -1$ （舍去）， $x_2 = \frac{1}{6}$ ，

$$\therefore AE = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

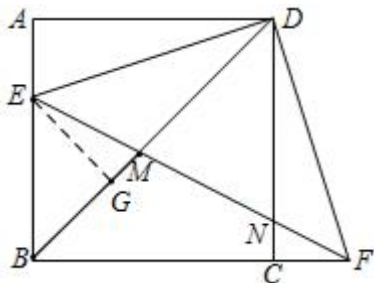
$$\therefore ED = \sqrt{AE^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$EB = AB - AE = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{在 Rt}\triangle EBG \text{ 中, } EG = BE \cdot \sin 45^\circ = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\therefore \sin \angle EDM = \frac{EG}{ED} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3}}{\frac{\sqrt{10}}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

故答案为： $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 。



三、解答题（本大题共 8 小题，共 75 分）

16.（6 分）计算： $(\sqrt{2}-1)^0 + |-3| - \sqrt[3]{27} + (-1)^{2021}$ 。

【分析】直接利用零指数幂的性质以及立方根的性质、有理数的乘方、绝对值的性质分别化简得出答案.

【解答】解：原式 $= 1 + 3 - 3 - 1$
 $= 0$.

17. (7分) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2-4}{x^2+4x+4} + \frac{x}{x+2}) \cdot \frac{1}{x-1}$, 其中 $x=3$.

【分析】直接化简分式, 将括号里面进行加减运算, 再利用分式的混合运算法则化简得出答案.

【解答】解：原式 $= [\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)^2} + \frac{x}{x+2}] \cdot \frac{1}{x-1}$
 $= (\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x+2}) \cdot \frac{1}{x-1}$
 $= \frac{x-2+x}{x+2} \cdot \frac{1}{x-1}$
 $= \frac{2(x-1)}{x+2} \cdot \frac{1}{x-1}$
 $= \frac{2}{x+2},$

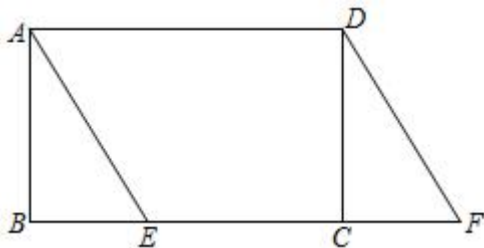
当 $x=3$ 时,

$$\text{原式} = \frac{2}{x+2} = \frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}.$$

18. (10分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 BC 上, 点 F 在 BC 的延长线上, 且 $BE = CF$.

求证: (1) $\triangle ABE \cong \triangle DCF$;

(2) 四边形 $AEFD$ 是平行四边形.



【分析】(1) 由矩形的性质可得 $AB = CD$, $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $AD = BC$, $AD \parallel BC$, 由“SAS”可证 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$;

(2) 由一组对边平行且相等的四边形是平行四边形可证四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

【解答】证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB = CD, \angle ABC = \angle DCB = 90^\circ, AD = BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DCF = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} AB=DC \\ \angle ABE=\angle DCF, \\ BE=CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF (SAS),$$

$$(2) \because BE = CF,$$

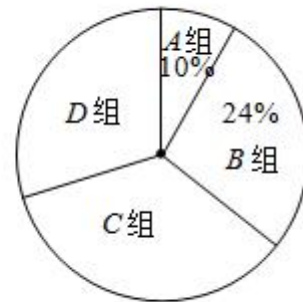
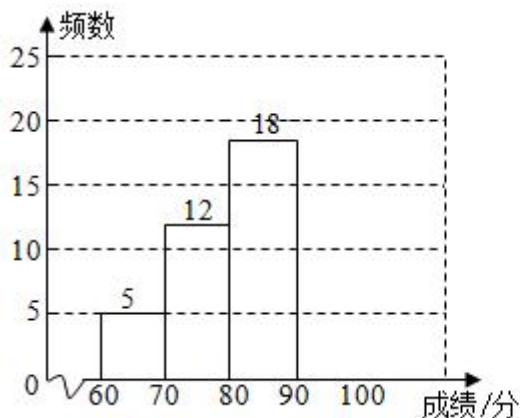
$$\therefore BE + EC = CF + EC,$$

$$\therefore BC = EF = AD,$$

$$\text{又} \because AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

19. (10分) 某校为了增强学生的疫情防控意识, 组织全校 2000 名学生进行了疫情防控知识竞赛. 从中随机抽取了 n 名学生的竞赛成绩 (满分 100 分), 分成四组: $A: 60 \leq x < 70$; $B: 70 \leq x < 80$; $C: 80 \leq x < 90$; $D: 90 \leq x \leq 100$, 并绘制出不完整的统计图:



(1) 填空: $n = \underline{50}$;

(2) 补全频数分布直方图;

(3) 抽取的这 n 名学生成绩的中位数落在 C 组;

(4) 若规定学生成绩 $x \geq 90$ 为优秀, 估算全校成绩达到优秀的人数.

【分析】 (1) 根据 B 组的频数和所占的百分比, 可以求得 n 的值;

(2) 根据 (1) 中 n 的值和频数分布直方图中的数据, 可以计算出 D 组的频数, 从而可以将频数分布直方图补充完整;

(3) 根据频数分布直方图可以得到中位数落在哪一组;

(4) 根据直方图中的数据, 可以计算出全校成绩达到优秀的人数.

【解答】解: (1) $n = 12 \div 24\% = 50$,

故答案为: 50;

(2) D 组学生有: $50 - 5 - 12 - 18 = 15$ (人),

补全的频数分布直方图如右图所示;

(3) 由频数分布直方图可知,

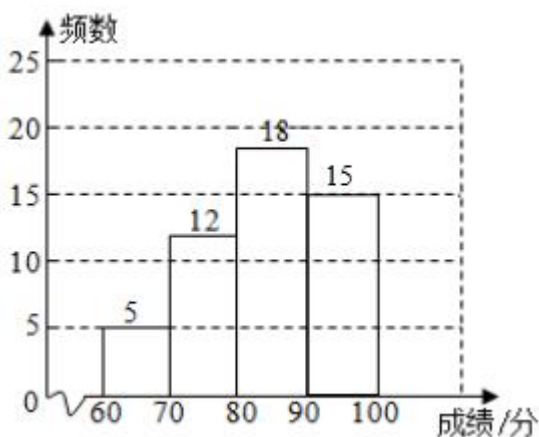
第 25 和 26 个数据均落在 C 组,

故抽取的这 n 名学生成绩的中位数落在 C 组,

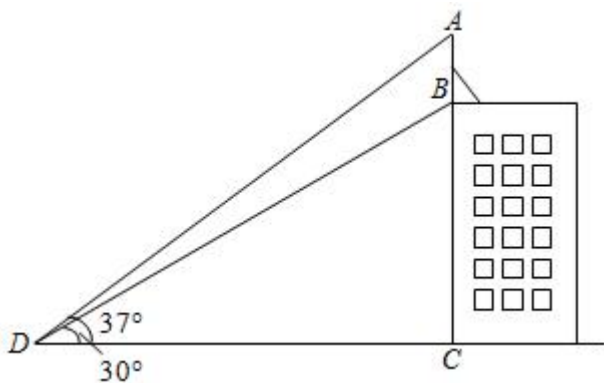
故答案为: C ;

(4) $2000 \times \frac{15}{50} = 600$ (人),

答: 估算全校成绩达到优秀的有 600 人.



20. (10 分) 如图, 楼顶上有一个广告牌 AB , 从与楼 BC 相距 $15m$ 的 D 处观测广告牌顶部 A 的仰角为 37° , 观测广告牌底部 B 的仰角为 30° , 求广告牌 AB 的高度. (结果保留小数点后一位, 参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【分析】利用 CD 及正切函数的定义求得 BC , AC 长, 把这两条线段相减即为 AB 长.

【解答】解: 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $BC = DC \cdot \tan 30^\circ = 15 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 5 \times 1.73 = 8.65 \text{ (m)}$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AC = DC \cdot \tan 37^\circ = 15 \times 0.75 = 11.25 \text{ (m)}$,

$$\therefore AB = AC - BC = 11.25 - 8.65 = 2.6 \text{ (m)}.$$

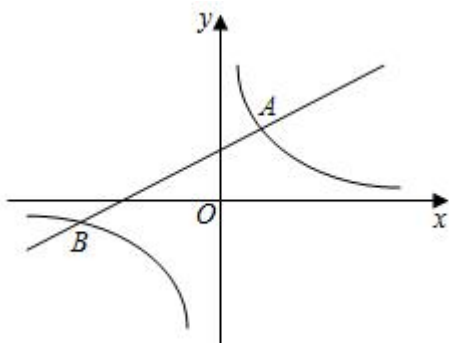
答: 广告牌 AB 的高度为 2.6m .

21. (9分) 如图, 一次函数 $y = k_1x + b$ ($k_1 \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$) 的图象交于点 $A(2, 3)$, $B(n, -1)$.

(1) 求反比例函数和一次函数的解析式;

(2) 判断点 $P(-2, 1)$ 是否在一次函数 $y = k_1x + b$ 的图象上, 并说明理由;

(3) 直接写出不等式 $k_1x + b \geq \frac{k_2}{x}$ 的解集.



【分析】(1) 待定系数法求解.

(2) 将 $x = -2$ 代入一次函数解析式求解.

(3) 通过观察图像求解.

【解答】解: (1) 将 $A(2, 3)$ 代入 $y = \frac{k_2}{x}$ 得 $3 = \frac{k_2}{2}$,

解得 $k_2 = 6$,

$$\therefore y = \frac{6}{x},$$

把 $B(n, -1)$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 得 $-1 = \frac{6}{n}$,

解得 $n = -6$,

$\therefore$ 点 B 坐标为 $(-6, -1)$.

把 $A(2, 3)$, $B(-6, -1)$ 代入 $y = k_1x + b$ 得:

$$\begin{cases} 3 = 2k_1 + b \\ -1 = -6k_1 + b \end{cases}$$

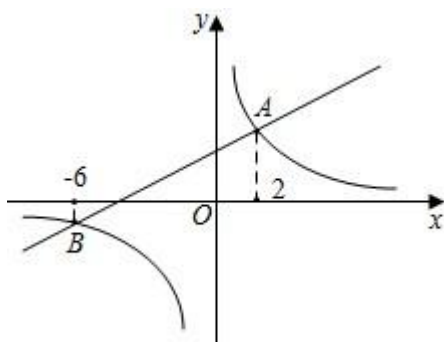
$$\text{解得} \begin{cases} k_1 = \frac{1}{2}, \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 2.$$

$$(2) \text{ 把 } x = -2 \text{ 代入 } y = \frac{1}{2}x + 2 \text{ 得 } y = -2 \times \frac{1}{2} + 2 = 1,$$

$\therefore$ 点 $P(-2, 1)$ 在一次函数 $y = k_1x + b$ 的图象上.

$$(3) \text{ 由图象得 } x \geq 2 \text{ 或 } -6 \leq x < 0 \text{ 时 } k_1x + b \geq \frac{k_2}{x},$$



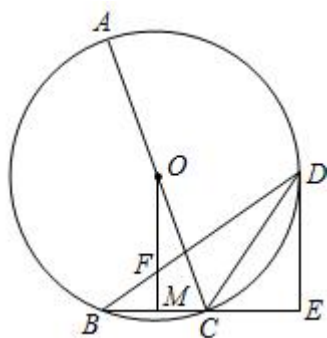
$$\therefore \text{不等式 } k_1x + b \geq \frac{k_2}{x} \text{ 的解集为 } x \geq 2 \text{ 或 } -6 \leq x < 0.$$

22. (11分) 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, BC, BD 是 $\odot O$ 的弦, M 为 BC 的中点, OM 与 BD 交于点 F , 过点 D 作 $DE \perp BC$, 交 BC 的延长线于点 E , 且 CD 平分 $\angle ACE$.

(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $\angle CDE = \angle DBE$;

(3) 若 $DE = 6$, $\tan \angle CDE = \frac{2}{3}$, 求 BF 的长.



【分析】(1) 连接 OD , 由 CD 平分 $\angle ACE$, $OC = OD$, 可得 $\angle DCE = \angle ODC$, $OD \parallel BC$, 从而可证 DE 是 $\odot O$ 的切线;

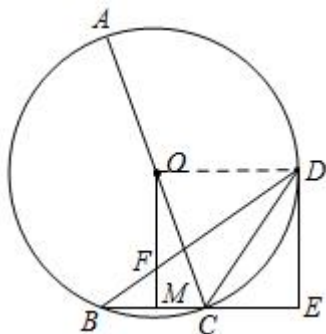
(2) 连接 AB , 由 AC 是 $\odot O$ 的直径, 得 $\angle ABD + \angle DBC = 90^\circ$, 又 $\angle ABD = \angle ACD$, $\angle ABD = \angle ODC$, 可得 $\angle ODC + \angle DBC = 90^\circ$, 结合 $\angle ODC + \angle CDE = 90^\circ$, 即可得 $\angle CDE$

$$= \angle DBE;$$

(3) 求出 $CE = 4$, $BE = 9$, 即可得 $BC = 5$, 由 M 为 BC 的中点, 可得 $OM \perp BC$, $BM = \frac{5}{2}$,

Rt $\triangle BFM$ 中, 求出 $FM = \frac{5}{3}$, 再用勾股定理即得答案, $BF = \sqrt{BM^2 + FM^2} = \frac{5\sqrt{13}}{6}$.

【解答】(1) 证明: 连接 OD , 如图:



$\because CD$ 平分 $\angle ACE$,

$\therefore \angle OCD = \angle DCE$,

$\because OC = OD$,

$\therefore \angle OCD = \angle ODC$,

$\therefore \angle DCE = \angle ODC$,

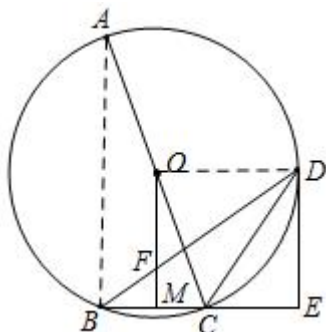
$\therefore OD \parallel BC$,

$\because DE \perp BC$,

$\therefore DE \perp OD$,

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 证明: 连接 AB , 如图:



$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$, 即 $\angle ABD + \angle DBC = 90^\circ$,

$\therefore \widehat{AD} = \widehat{AD}$,

$$\therefore \angle ABD = \angle ACD,$$

$$\because \angle ACD = \angle ODC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ODC,$$

$$\therefore \angle ODC + \angle DBC = 90^\circ,$$

$$\because \angle ODC + \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle DBC, \text{ 即 } \angle CDE = \angle DBE;$$

$$(3) \text{ 解: Rt}\triangle CDE \text{ 中, } DE = 6, \tan \angle CDE = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{CE}{6} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore CE = 4,$$

$$\text{由 (2) 知 } \angle CDE = \angle DBE,$$

$$\text{Rt}\triangle BDE \text{ 中, } DE = 6, \tan \angle DBE = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{6}{BE} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore BE = 9,$$

$$\therefore BC = BE - CE = 5,$$

$$\because M \text{ 为 } BC \text{ 的中点,}$$

$$\therefore OM \perp BC, BM = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2},$$

$$\text{Rt}\triangle BFM \text{ 中, } BM = \frac{5}{2}, \tan \angle DBE = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{FM}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore FM = \frac{5}{3},$$

$$\therefore BF = \sqrt{BM^2 + FM^2} = \frac{5\sqrt{13}}{6}.$$

23. (12 分) 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 3$ ($a \neq 0$).

(1) 求抛物线的对称轴;

(2) 把抛物线沿 y 轴向下平移 $3|a|$ 个单位, 若抛物线的顶点落在 x 轴上, 求 a 的值;

(3) 设点 $P(a, y_1)$, $Q(2, y_2)$ 在抛物线上, 若 $y_1 > y_2$, 求 a 的取值范围.

【分析】(1) 根据 $x = -\frac{b}{2a}$, 可得抛物线的对称轴为: 直线 $x = -\frac{-2a}{2a} = 1$;

(2) 由根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 建立等式可求出 a 的值;

(3) 当 $x=2$ 时, $y_2=3$, 由 $y_1>y_2$ 可列出不等式, 求解即可. '

【解答】 解: (1) 由题意可得, 抛物线的对称轴为: 直线 $x = -\frac{-2a}{2a} = 1$;

(2) 抛物线沿 y 轴向下平移 $3|a|$ 个单位, 可得 $y' = ax^2 - 2ax + 3 - 3|a|$,

$\therefore$ 抛物线的顶点落在 x 轴上,

$\therefore \Delta = (2a)^2 - 4a(3 - 3|a|) = 0$, 解得 $a = \frac{3}{4}$ 或 $a = -\frac{3}{2}$.

(3) 当 $x=2$ 时, $y_2=3$,

若 $y_1>y_2$, 则 $a^3 - 2a^2 + 3 > 3$, 解得 $a > 2$.