

新疆维吾尔自治区、新疆生产建设兵团 2018 年中考数学真题试题

一、选择题 (本大题共9 小题, 每小题 5 分, 共 45 分.在每题列出的四个选项中, 只有一项符合题目要求)

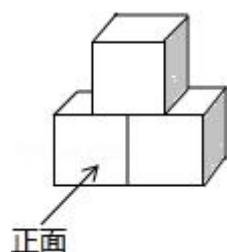
1. (5 分) $\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

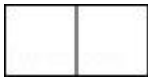
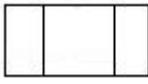
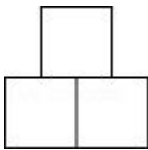
A. $-\frac{1}{2}$ B. 2 C. -2 D. 0.5

2. (5 分) 某市有一天的最高气温为 2°C , 最低气温为 -8°C , 则这天的最高气温比最低气温高 ()

A. 10°C B. 6°C C. -6°C D. -10°C

3. (5 分) 如图是由三个相同的小正方体组成的几何体, 则该几何体的左视图是 ()



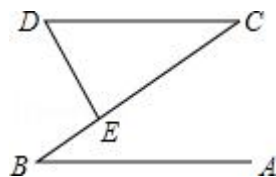
A.  B.  C.  D. 

4. (5 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a+b)(a-2b) = a^2 - 2b^2$

C. $(ab^3)^2 = a^2b^6$ D. $5a - 2a = 3$

5. (5 分) 如图, $AB \parallel CD$, 点 E 在线段 BC 上, $CD = CE$. 若 $\angle ABC = 30^{\circ}$, 则 $\angle D$ 为 ()



A. 85° B. 75° C. 60° D. 30°

6. (5 分) 甲、乙两班举行电脑汉字输入比赛, 参赛学生每分钟输入汉字个数的统计结果如下表:

班级	参加人数	平均数	中位数	方差
甲	55	135	149	191
乙	55	135	151	110

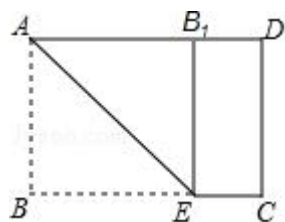
某同学分析上表后得出如下结论:

- (1) 甲、乙两班学生的成绩平均成绩相同;
- (2) 乙班优秀的人数多于甲班优秀的人数 (每分钟输入汉字 ≥ 150 个为优秀);
- (3) 甲班成绩的波动比乙班大.

上述结论中, 正确的是 ()

- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

7. (5分) 如图, 矩形纸片 ABCD 中, $AB=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$. 现将其沿 AE 对折, 使得点 B 落在边 AD 上的点 B_1 处, 折痕与边 BC 交于点 E, 则 CE 的长为 ()

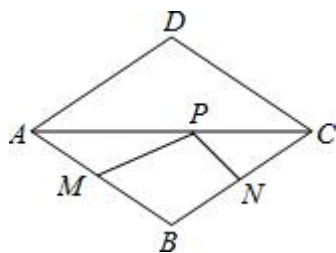


- A. 6cm B. 4cm C. 3cm D. 2cm

8. (5分) 某文具店一本练习本和一支水笔的单价合计为 3 元, 小妮在该店买了 20 本练习本和 10 支水笔, 共花了 36 元. 如果设练习本每本为 x 元, 水笔每支为 y 元, 那么根据题意, 下列方程组中, 正确的是 ()

- A. $\begin{cases} x-y=3 \\ 20x+10y=36 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=3 \\ 20x+10y=36 \end{cases}$
C. $\begin{cases} y-x=3 \\ 20x+10y=36 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=3 \\ 10x+20y=36 \end{cases}$

9. (5分) 如图, 点 P 是边长为 1 的菱形 ABCD 对角线 AC 上的一个动点, 点 M, N 分别是 AB, BC 边上的中点, 则 $MP+PN$ 的最小值是 ()



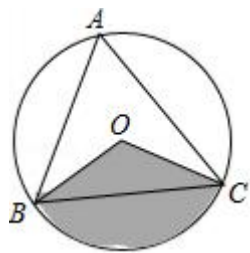
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

10. (5分) 点 $(-1, 2)$ 所在的象限是第_____象限.

11. (5分) 如果代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 那么实数 x 的取值范围是_____.

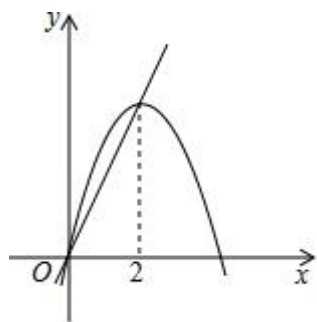
12. (5分) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接正三角形, $\odot O$ 的半径为 2, 则图中阴影部的面积是_____.



13. (5分) 一天晚上, 小伟帮助妈妈清洗两个只有颜色不同的有盖茶杯, 突然停电了, 小伟只好把杯盖和茶杯随机地搭配在一起, 则颜色搭配正确的概率是_____.

14. (5分) 某商店第一次用 600 元购进 2B 铅笔若干支, 第二次又用 600 元购进该款铅笔, 但这次每支的进价是第一次进价的 $\frac{5}{4}$ 倍, 购进数量比第一次少了 30 支. 则该商店第一次购进的铅笔, 每支的进价是_____元.

15. (5分) 如图, 已知抛物线 $y_1 = -x^2 + 4x$ 和直线 $y_2 = 2x$. 我们规定: 当 x 取任意一个值时, x 对应的函数值分别为 y_1 和 y_2 , 若 $y_1 \neq y_2$, 取 y_1 和 y_2 中较小值为 M ; 若 $y_1 = y_2$, 记 $M = y_1 = y_2$. ①当 $x > 2$ 时, $M = y_2$; ②当 $x < 0$ 时, M 随 x 的增大而增大; ③使得 M 大于 4 的 x 的值不存在; ④若 $M = 2$, 则 $x = 1$. 上述结论正确的是_____ (填写所有正确结论的序号).



三、解答题 (一) (本大题共 4 小题, 共 30 分)

16. (6分) 计算: $\sqrt{16} - 2\sin 45^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - |2 - \sqrt{2}|$.

17. (8分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{1}{x-1} + 1\right) \div \frac{x}{x^2 - 1}$, 其中 x 是方程 $x^2 + 3x = 0$ 的根.

18. (8分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = kx + m$ 的图象交于点 $(2, 1)$.

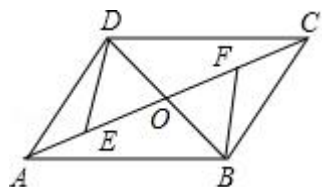
(1) 分别求出这两个函数的解析式;

(2) 判断 $P(-1, -5)$ 是否在一次函数 $y = kx + m$ 的图象上, 并说明原因.

19. (8分) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O . E, F 是 AC 上的两点, 并且 $AE=CF$, 连接 DE, BF .

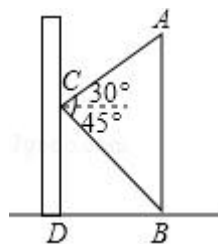
(1) 求证: $\triangle DOE \cong \triangle BOF$;

(2) 若 $BD=EF$, 连接 FB, DF . 判断四边形 $EBFD$ 的形状, 并说明理由.

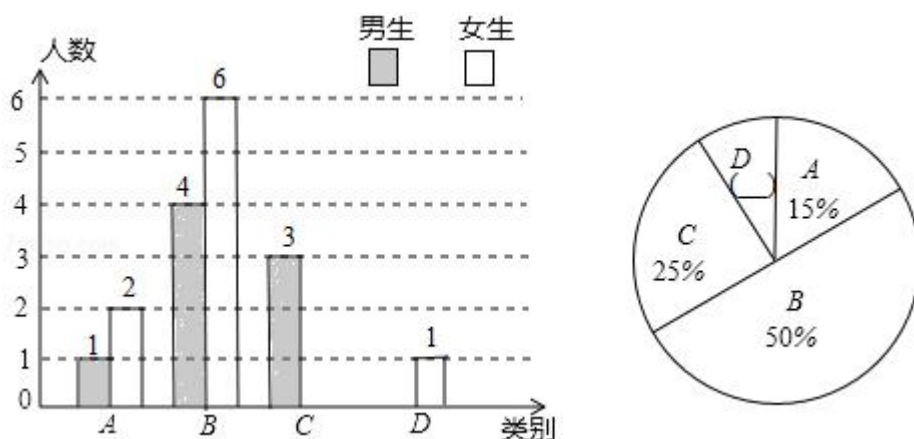


四、解答题 (二) (本大题共 4 小题, 共 45 分)

20. (10分) 如图, 在数学活动课上, 小丽为了测量校园内旗杆 AB 的高度, 站在教学楼的 C 处测得旗杆底端 B 的俯角为 45° , 测得旗杆顶端 A 的仰角为 30° . 已知旗杆与教学楼的距离 $BD=9m$, 请你帮她求出旗杆的高度 (结果保留根号).



21. (10分) 杨老师为了了解所教班级学生课后复习的具体情况, 对本班部分学生进行了一个月的跟踪调查, 然后将调查结果分成四类: A: 优秀; B: 良好; C: 一般; D: 较差. 并将调查结果绘制成以下两幅不完整的统计图.



请根据统计图解答下列问题:

(1) 本次调查中, 杨老师一共调查了_____名学生, 其中 C 类女生有_____名, D 类男生有_____名;

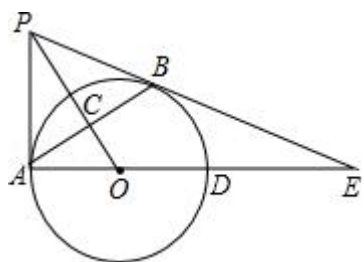
(2) 补全上面的条形统计图和扇形统计图;

(3) 在此次调查中, 小平属于 D 类. 为了进步, 她请杨老师从被调查的 A 类学生中随机选取一位同学, 和她进行“一帮一”的课后互助学习. 请求出所选的同学恰好是一位女同学的概率.

22. (12 分) 如图, PA 与 $\odot O$ 相切于点 A, 过点 A 作 $AB \perp OP$, 垂足为 C, 交 $\odot O$ 于点 B. 连接 PB, AO, 并延长 AO 交 $\odot O$ 于点 D, 与 PB 的延长线交于点 E.

(1) 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $OC=3$, $AC=4$, 求 $\sin E$ 的值.

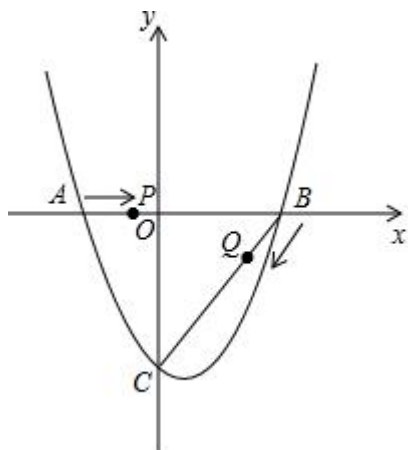


23. (13 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 4$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 C.

(1) 求点 A, B, C 的坐标;

(2) 点 P 从 A 点出发, 在线段 AB 上以每秒 2 个单位长度的速度向 B 点运动, 同时, 点 Q 从 B 点出发, 在线段 BC 上以每秒 1 个单位长度的速度向 C 点运动, 当其中一个点到达终点时, 另一个点也停止运动. 设运动时间为 t 秒, 求运动时间 t 为多少秒时, $\triangle PBQ$ 的面积 S 最大, 并求出其最大面积;

(3) 在 (2) 的条件下, 当 $\triangle PBQ$ 面积最大时, 在 BC 下方的抛物线上是否存在点 M, 使 $\triangle BMC$ 的面积是 $\triangle PBQ$ 面积的 1.6 倍? 若存在, 求点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 9 小题, 每小题 5 分, 共 45 分. 在每题列出的四个选项中, 只有一项符合题目要求)

1. (5 分) $\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. 2 C. -2 D. 0.5

【分析】只有符号不同的两个数互为相反数.

【解答】解: $\frac{1}{2}$ 的相反数是 $-\frac{1}{2}$.

故选: A.

【点评】本题主要考查的是相反数的定义, 掌握相反数的定义是解题的关键.

2. (5 分) 某市有一天的最高气温为 2°C , 最低气温为 -8°C , 则这天的最高气温比最低气温高 ()

A. 10°C B. 6°C C. -6°C D. -10°C

【分析】用最高温度减去最低温度, 然后根据减去一个数等于加上这个数的相反数进行计算即可得解.

【解答】解: $2 - (-8)$

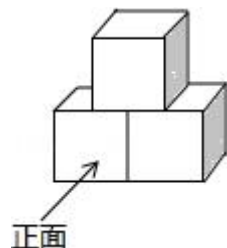
$= 2 + 8$

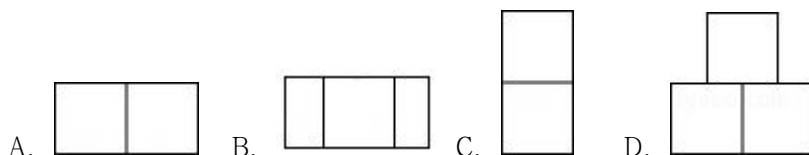
$= 10 (^{\circ}\text{C})$.

故选: A.

【点评】本题考查了有理数的减法, 是基础题, 熟记减去一个数等于加上这个数的相反数是解题的关键.

3. (5 分) 如图是由三个相同的小正方体组成的几何体, 则该几何体的左视图是 ()





【分析】细心观察图中几何体中正方体摆放的位置，根据左视图是从左面看到的图形判定则可.

【解答】解：从左边看竖直叠放 2 个正方形.

故选：C.

【点评】此题考查了几何体的三种视图和学生的空间想象能力，左视图是从物体左面看所得到的图形，解答时学生易将三种视图混淆而错误的选其它选项.

4. (5 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a+b)(a-2b) = a^2 - 2b^2$

C. $(ab^3)^2 = a^2b^6$ D. $5a - 2a = 3$

【分析】根据同底数幂的乘法法则：底数不变，指数相加；多项式乘以多项式的法则，可表示为 $(a+b)(m+n) = am+an+bm+bn$ ；积的乘方：等于把积的每一个因式分别乘方再把所得的幂相乘；合并同类项：只把系数相加，字母部分完全不变，一个个计算筛选，即可得到答案.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，故此选项错误；

B、 $(a+b)(a-2b) = a \cdot a - a \cdot 2b + b \cdot a - b \cdot 2b = a^2 - 2ab + ab - 2b^2 = a^2 - ab - 2b^2$. 故此选项错误；

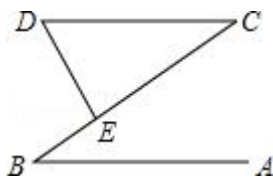
C、 $(ab^3)^2 = a^2 \cdot (b^3)^2 = a^2b^6$ ，故此选项正确；

D、 $5a - 2a = (5 - 2)a = 3a$ ，故此选项错误.

故选：C.

【点评】本题主要考查多项式乘以多项式，同底数幂的乘法，积的乘方，合并同类项的法则，注意正确把握每一种运算的法则，不要混淆.

5. (5 分) 如图， $AB \parallel CD$ ，点 E 在线段 BC 上， $CD = CE$. 若 $\angle ABC = 30^\circ$ ，则 $\angle D$ 为 ()



A. 85° B. 75° C. 60° D. 30°

【分析】先由 $AB \parallel CD$ ，得 $\angle C = \angle ABC = 30^\circ$ ， $CD = CE$ ，得 $\angle D = \angle CED$ ，再根据三角形内角和定理得， $\angle C + \angle D + \angle CED = 180^\circ$ ，即 $30^\circ + 2\angle D = 180^\circ$ ，从而求出 $\angle D$ 。

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ，
 $\therefore \angle C = \angle ABC = 30^\circ$ ，
又 $\because CD = CE$ ，
 $\therefore \angle D = \angle CED$ ，
 $\therefore \angle C + \angle D + \angle CED = 180^\circ$ ，即 $30^\circ + 2\angle D = 180^\circ$ ，
 $\therefore \angle D = 75^\circ$ 。

故选：B。

【点评】此题考查的是平行线的性质及三角形内角和定理，解题的关键是先根据平行线的性质求出 $\angle C$ ，再由 $CD = CE$ 得出 $\angle D = \angle CED$ ，由三角形内角和定理求出 $\angle D$ 。

6. (5分) 甲、乙两班举行电脑汉字输入比赛，参赛学生每分钟输入汉字个数的统计结果如下表：

班级	参加人数	平均数	中位数	方差
甲	55	135	149	191
乙	55	135	151	110

某同学分析上表后得出如下结论：

- (1) 甲、乙两班学生的成绩平均成绩相同；
- (2) 乙班优秀的人数多于甲班优秀的人数（每分钟输入汉字 ≥ 150 个为优秀）；
- (3) 甲班成绩的波动比乙班大。

上述结论中，正确的是（ ）

A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

【分析】两条平均数、中位数、方差的定义即可判断；

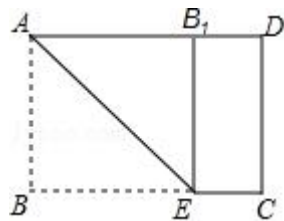
【解答】解：由表格可知，甲、乙两班学生的成绩平均成绩相同；
根据中位数可以确定，乙班优秀的人数多于甲班优秀的人数；
根据方差可知，甲班成绩的波动比乙班大。

故 (1) (2) (3) 正确，

故选：D。

【点评】本题考查平均数、中位数、方差等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

7. (5分) 如图，矩形纸片 ABCD 中，AB=6cm，BC=8cm. 现将其沿 AE 对折，使得点 B 落在边 AD 上的点 B₁ 处，折痕与边 BC 交于点 E，则 CE 的长为 ()



A. 6cm B. 4cm C. 3cm D. 2cm

【分析】根据翻折的性质可得 $\angle B = \angle AB_1E = 90^\circ$ ， $AB = AB_1$ ，然后求出四边形 ABEB₁ 是正方形，再根据正方形的性质可得 $BE = AB$ ，然后根据 $CE = BC - BE$ ，代入数据进行计算即可得解.

【解答】解：∵沿 AE 对折点 B 落在边 AD 上的点 B₁ 处，

∴ $\angle B = \angle AB_1E = 90^\circ$ ， $AB = AB_1$ ，

又∵ $\angle BAD = 90^\circ$ ，

∴ 四边形 ABEB₁ 是正方形，

∴ $BE = AB = 6\text{cm}$ ，

∴ $CE = BC - BE = 8 - 6 = 2\text{cm}$.

故选：D.

【点评】本题考查了矩形的性质，正方形的判定与性质，翻折变换的性质，判断出四边形 ABEB₁ 是正方形是解题的关键.

8. (5分) 某文具店一本练习本和一支水笔的单价合计为 3 元，小妮在该店买了 20 本练习本和 10 支水笔，共花了 36 元. 如果设练习本每本为 x 元，水笔每支为 y 元，那么根据题意，下列方程组中，正确的是 ()

A. $\begin{cases} x-y=3 \\ 20x+10y=36 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=3 \\ 20x+10y=36 \end{cases}$
C. $\begin{cases} y-x=3 \\ 20x+10y=36 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=3 \\ 10x+20y=36 \end{cases}$

【分析】等量关系为：一本练习本和一支水笔的单价合计为 3 元；20 本练习本的总价+10 支水笔的总价=36，把相关数值代入即可.

【解答】解：设练习本每本为 x 元，水笔每支为 y 元，

根据单价的等量关系可得方程为 $x+y=3$ ，

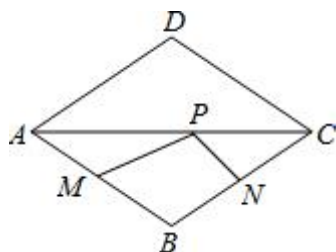
根据总价 36 得到的方程为 $20x+10y=36$ ，

所以可列方程为：
$$\begin{cases} x+y=3 \\ 20x+10y=36 \end{cases}$$

故选：B.

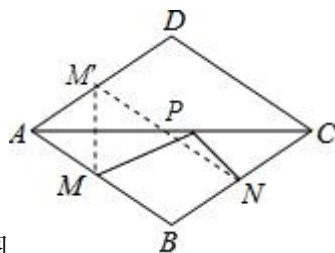
【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，得到单价和总价的 2 个等量关系是解决本题的关键.

9. (5 分) 如图，点 P 是边长为 1 的菱形 $ABCD$ 对角线 AC 上的一个动点，点 M ， N 分别是 AB ， BC 边上的中点，则 $MP+PN$ 的最小值是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

【分析】先作点 M 关于 AC 的对称点 M' ，连接 $M'N$ 交 AC 于 P ，此时 $MP+NP$ 有最小值. 然后证明四边形 $ABNM'$ 为平行四边形，即可求出 $MP+NP=M'N=AB=1$.



【解答】解：如图

作点 M 关于 AC 的对称点 M' ，连接 $M'N$ 交 AC 于 P ，此时 $MP+NP$ 有最小值，最小值为 $M'N$ 的长.

$\because$ 菱形 $ABCD$ 关于 AC 对称， M 是 AB 边上的中点，

$\therefore M'$ 是 AD 的中点，

又 $\because N$ 是 BC 边上的中点，

$\therefore AM' \parallel BN$ ， $AM' = BN$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABNM'$ 是平行四边形，

$\therefore M'N = AB = 1$,

$\therefore MP + NP = M'N = 1$, 即 $MP + NP$ 的最小值为 1,

故选: B.

【点评】 本题考查的是轴对称 - 最短路线问题及菱形的性质, 熟知两点之间线段最短的知识是解答此题的关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

10. (5 分) 点 $(-1, 2)$ 所在的象限是第 二 象限.

【分析】 根据各象限内点的坐标特征解答.

【解答】 解: 点 $(-1, 2)$ 所在的象限是第二象限.

故答案为: 二.

【点评】 本题考查了各象限内点的坐标的符号特征, 记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键, 四个象限的符号特点分别是: 第一象限 $(+, +)$; 第二象限 $(-, +)$; 第三象限 $(-, -)$; 第四象限 $(+, -)$.

11. (5 分) 如果代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 那么实数 x 的取值范围是 $x \geq 1$.

【分析】 直接利用二次根式的定义分析得出答案.

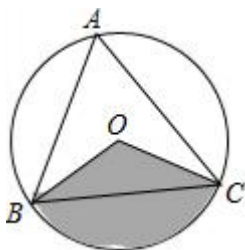
【解答】 解: $\because$ 代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义,

$\therefore$ 实数 x 的取值范围是: $x \geq 1$.

故答案为: $x \geq 1$.

【点评】 此题主要考查了二次根式的定义, 正确把握定义是解题关键.

12. (5 分) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接正三角形, $\odot O$ 的半径为 2, 则图中阴影部的面积是 $\frac{4\pi}{3}$.



【分析】 根据等边三角形性质及圆周角定理可得扇形对应的圆心角度数, 再根据扇形面积公

式计算即可.

【解答】解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle C = 60^\circ,$$

根据圆周角定理可得 $\angle AOB = 2\angle C = 120^\circ$,

$$\therefore \text{阴影部分的面积是 } \frac{120\pi \times 2^2}{360} = \frac{4}{3}\pi,$$

$$\text{故答案为: } \frac{4\pi}{3}$$

【点评】本题主要考查扇形面积的计算和圆周角定理, 根据等边三角形性质和圆周角定理求得圆心角度数是解题的关键.

13. (5分) 一天晚上, 小伟帮助妈妈清洗两个只有颜色不同的有盖茶杯, 突然停电了, 小伟只好把杯盖和茶杯随机地搭配在一起, 则颜色搭配正确的概率是 $\frac{1}{2}$.

【分析】根据概率的计算公式, 颜色搭配总共有 4 种可能, 分别列出搭配正确和搭配错误的可能, 进而求出各自的概率即可.

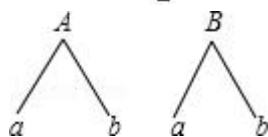
【解答】解: 用 A 和 a 分别表示第一个有盖茶杯的杯盖和茶杯;

用 B 和 b 分别表示第二个有盖茶杯的杯盖和茶杯、经过搭配所能产生的结果如下:

Aa、Ab、Ba、Bb.

所以颜色搭配正确的概率是 $\frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.



【点评】此题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

14. (5分) 某商店第一次用 600 元购进 2B 铅笔若干支, 第二次又用 600 元购进该款铅笔, 但这次每支的进价是第一次进价的 $\frac{5}{4}$ 倍, 购进数量比第一次少了 30 支. 则该商店第一次购进的铅笔, 每支的进价是 4 元.

【分析】设该商店第一次购进铅笔的单价为 x 元/支, 则第二次购进铅笔的单价为 $\frac{5}{4}x$ 元/支,

根据单价=总价÷数量结合第二次购进数量比第一次少了 30 支, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论.

【解答】 解: 设该商店第一次购进铅笔的单价为 x 元/支, 则第二次购进铅笔的单价为 $\frac{5}{4}x$ 元/支,

根据题意得: $\frac{600}{x} - \frac{600}{\frac{5}{4}x} = 30,$

解得: $x=4,$

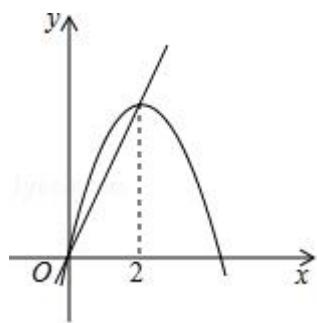
经检验, $x=4$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 该商店第一次购进铅笔的单价为 4 元/支.

故答案为: 4.

【点评】 本题考查了分式方程的应用, 找准等量关系, 正确列出分式方程是解题的关键.

15. (5 分) 如图, 已知抛物线 $y_1 = -x^2 + 4x$ 和直线 $y_2 = 2x$. 我们规定: 当 x 取任意一个值时, x 对应的函数值分别为 y_1 和 y_2 , 若 $y_1 \neq y_2$, 取 y_1 和 y_2 中较小值为 M ; 若 $y_1 = y_2$, 记 $M = y_1 = y_2$. ①当 $x > 2$ 时, $M = y_2$; ②当 $x < 0$ 时, M 随 x 的增大而增大; ③使得 M 大于 4 的 x 的值不存在; ④若 $M=2$, 则 $x=1$. 上述结论正确的是 ②③ (填写所有正确结论的序号).



【分析】 ①观察函数图象, 可知: 当 $x > 2$ 时, 抛物线 $y_1 = -x^2 + 4x$ 在直线 $y_2 = 2x$ 的下方, 进而可得出当 $x > 2$ 时, $M = y_1$, 结论①错误;

②观察函数图象, 可知: 当 $x < 0$ 时, 抛物线 $y_1 = -x^2 + 4x$ 在直线 $y_2 = 2x$ 的下方, 进而可得出当 $x < 0$ 时, $M = y_1$, 再利用二次函数的性质可得出 M 随 x 的增大而增大, 结论②正确;

③利用配方法可找出抛物线 $y_1 = -x^2 + 4x$ 的最大值, 由此可得出: 使得 M 大于 4 的 x 的值不存在, 结论③正确;

④利用一次函数图象上点的坐标特征及二次函数图象上点的坐标特征求出当 $M=2$ 时的 x 值,

由此可得出：若 $M=2$ ，则 $x=1$ 或 $2+\sqrt{2}$ ，结论④错误.

此题得解.

【解答】解：①当 $x > 2$ 时，抛物线 $y_1 = -x^2 + 4x$ 在直线 $y_2 = 2x$ 的下方，

∴ 当 $x > 2$ 时， $M=y_1$ ，结论①错误；

②当 $x < 0$ 时，抛物线 $y_1 = -x^2 + 4x$ 在直线 $y_2 = 2x$ 的下方，

∴ 当 $x < 0$ 时， $M=y_1$ ，

∴ M 随 x 的增大而增大，结论②正确；

③ ∵ $y_1 = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$ ，

∴ M 的最大值为 4，

∴ 使得 M 大于 4 的 x 的值不存在，结论③正确；

④当 $M=y_1=2$ 时，有 $-x^2 + 4x = 2$ ，

解得： $x_1 = 2 - \sqrt{2}$ (舍去)， $x_2 = 2 + \sqrt{2}$ ；

当 $M=y_2=2$ 时，有 $2x=2$ ，

解得： $x=1$ 。

∴ 若 $M=2$ ，则 $x=1$ 或 $2+\sqrt{2}$ ，结论④错误.

综上所述：正确的结论有②③.

故答案为：②③.

【点评】 本题考查了一次函数的性质、二次函数的性质、一次函数图象上点的坐标特征以及二次函数图象上点的坐标特征，逐一分析四条结论的正误是解题的关键.

三、解答题 (一) (本大题共 4 小题，共 30 分)

16. (6 分) 计算： $\sqrt{16} - 2\sin 45^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - |2 - \sqrt{2}|$.

【分析】 直接利用二次根式的性质以及特殊角的三角函数值、绝对值的性质、负指数幂的性质进而化简得出答案.

【解答】 解：原式 $= 4 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 - (2 - \sqrt{2})$
 $= 4 - \sqrt{2} + 3 - 2 + \sqrt{2}$
 $= 5$.

【点评】 此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

17. (8分) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x-1}+1) \div \frac{x}{x^2-1}$, 其中 x 是方程 $x^2+3x=0$ 的根.

【分析】根据分式的加法和除法可以化简题目中的式子, 然后根据 $x^2+3x=0$ 可以求得 x 的值, 注意代入的 x 的值必须使得原分式有意义.

【解答】解: $(\frac{1}{x-1}+1) \div \frac{x}{x^2-1}$
$$= \frac{1+x-1}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x}$$
$$= \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x}$$
$$= x+1,$$

由 $x^2+3x=0$ 可得, $x=0$ 或 $x=-3$,

当 $x=0$ 时, 原来的分式无意义,

$\therefore$ 当 $x=-3$ 时, 原式 $= -3+1 = -2$.

【点评】本题考查分式的化简求值、一元二次方程的解, 解答本题的关键是明确分式的化简求值的计算方法.

18. (8分) 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y=kx+m$ 的图象交于点 $(2, 1)$.

(1) 分别求出这两个函数的解析式;

(2) 判断 $P(-1, -5)$ 是否在一次函数 $y=kx+m$ 的图象上, 并说明原因.

【分析】(1) 将点 $(2, 1)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$, 求出 k 的值, 再将 k 的值和点 $(2, 1)$ 代入解析式 $y=kx+m$, 即可求出 m 的值, 从而得到两个函数的解析式;

(2) 将 $x=-1$ 代入 (1) 中所得解析式, 若 $y=-5$, 则点 $P(-1, -5)$ 在一次函数图象上, 否则不在函数图象上.

【解答】解: (1) $\because y=\frac{k}{x}$ 经过 $(2, 1)$,

$$\therefore 2=k.$$

$\because y=kx+m$ 经过 $(2, 1)$,

$$\therefore 1=2 \times 2+m,$$

$$\therefore m=-3.$$

$\therefore$ 反比例函数和一次函数的解析式分别是: $y=\frac{2}{x}$ 和 $y=2x-3$.

(2) 当 $x = -1$ 时, $y = 2x - 3 = 2 \times (-1) - 3 = -5$.

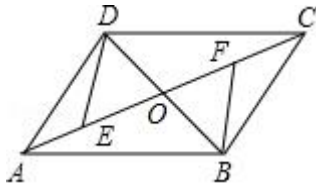
$\therefore$ 点 $P(-1, -5)$ 在一次函数图象上.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 解题的关键是知道函数图象的交点坐标符合两个函数的解析式.

19. (8 分) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O . E, F 是 AC 上的两点, 并且 $AE = CF$, 连接 DE, BF .

(1) 求证: $\triangle DOE \cong \triangle BOF$;

(2) 若 $BD = EF$, 连接 FB, DF . 判断四边形 $EBFD$ 的形状, 并说明理由.



【分析】 (1) 根据 SAS 即可证明;

(2) 首先证明四边形 $EBFD$ 是平行四边形, 再根据对角线相等的平行四边形是菱形即可证明;

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore OA = OC, OB = OD,$

$\because AE = CF,$

$\therefore OE = OF,$

在 $\triangle DEO$ 和 $\triangle BOF$ 中,

$$\begin{cases} OD = OE \\ \angle DOE = \angle BOF, \\ OE = OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle DOE \cong \triangle BOF.$

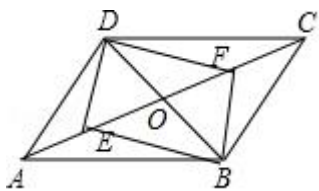
(2) 解: 结论: 四边形 $EBFD$ 是菱形.

理由: $\because OD = OB, OE = OF,$

$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是平行四边形,

$\because BD = EF,$

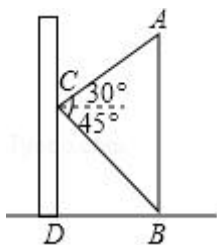
$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是菱形.



【点评】 本题考查平行四边形的性质，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

四、解答题（二）（本大题共 4 小题，共 45 分）

20. (10 分) 如图，在数学活动课上，小丽为了测量校园内旗杆 AB 的高度，站在教学楼的 C 处测得旗杆底端 B 的俯角为 45° ，测得旗杆顶端 A 的仰角为 30° 。已知旗杆与教学楼的距离 $BD=9\text{m}$ ，请你帮她求出旗杆的高度（结果保留根号）.



【分析】 根据在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中， $\tan \angle ACF = \frac{AF}{CF}$ ，求出 AD 的值，再根据在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\tan \angle BCD = \frac{BD}{CD}$ ，求出 BD 的值，最后根据 $AB=AD+BD$ ，即可求出答案.

【解答】 解：在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中，

$$\therefore \tan \angle ACF = \frac{AF}{CF},$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{AF}{9},$$

$$\therefore \frac{AF}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

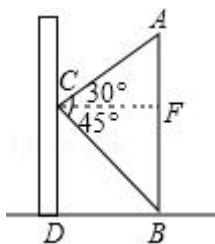
$$\therefore AF = 3\sqrt{3}\text{m},$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，

$$\therefore \angle BCD = 45^\circ,$$

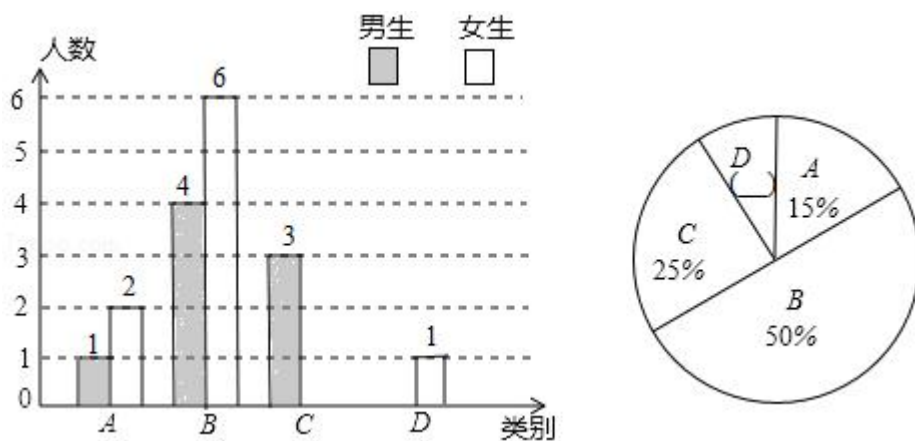
$$\therefore BD = CD = 9\text{m},$$

$$\therefore AB = AD + BD = 3\sqrt{3} + 9 \text{ (m)}.$$



【点评】此题考查了解直角三角形的应用－仰角俯角问题，本题要求学生借助俯角构造直角三角形，并结合图形利用三角函数解直角三角形.

21. (10 分) 杨老师为了了解所教班级学生课后复习的具体情况，对本班部分学生进行了一个月的跟踪调查，然后将调查结果分成四类：A：优秀；B：良好；C：一般；D：较差. 并将调查结果绘制成以下两幅不完整的统计图.



请根据统计图解答下列问题:

(1) 本次调查中，杨老师一共调查了 20 名学生，其中 C 类女生有 2 名，D 类男生有 1 名；

(2) 补全上面的条形统计图和扇形统计图；

(3) 在此次调查中，小平属于 D 类. 为了进步，她请杨老师从被调查的 A 类学生中随机选取一位同学，和她进行“一帮一”的课后互助学习. 请求出所选的同学恰好是一位女同学的概率.

【分析】(1) 由 A 类别人数及其所占百分比可得总人数，用总人数乘以 C 类别百分比，再减去其中男生人数可得女生人数，同理求得 D 类别男生人数；

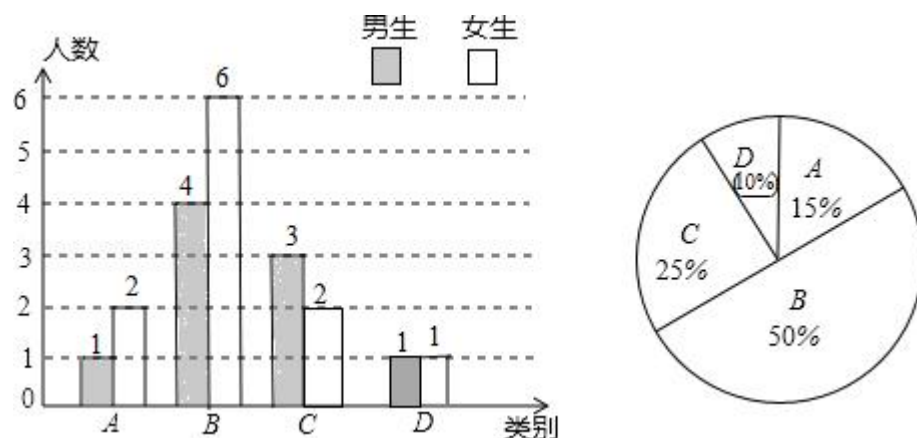
(2) 根据 (1) 中所求结果可补全图形；

(3) 根据概率公式计算可得.

【解答】解：(1) 杨老师调查的学生总人数为 $(1+2) \div 15\% = 20$ 人，

C 类女生人数为 $20 \times 25\% - 3 = 2$ 人, D 类男生人数为 $20 \times (1 - 15\% - 20\% - 25\%) - 1 = 1$ 人,
故答案为: 20、2、1;

(2) 补全图形如下:



(3) 因为 A 类的 3 人中, 女生有 2 人,

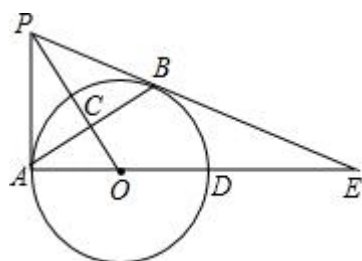
所以所选的同学恰好是一位女同学的概率为 $\frac{2}{3}$.

【点评】此题考查了概率公式的应用以及条形统计图与扇形统计图的知识. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (12 分) 如图, PA 与 $\odot O$ 相切于点 A, 过点 A 作 $AB \perp OP$, 垂足为 C, 交 $\odot O$ 于点 B. 连接 PB, AO, 并延长 AO 交 $\odot O$ 于点 D, 与 PB 的延长线交于点 E.

(1) 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $OC=3$, $AC=4$, 求 $\sin E$ 的值.



【分析】(1) 要证明是圆的切线, 须证明过切点的半径垂直, 所以连接 OB, 证明 $OB \perp PE$ 即可.

(2) 要求 $\sin E$, 首先应找出直角三角形, 然后利用直角三角函数求解即可. 而 $\sin E$ 既可放

在直角三角形 EAP 中，也可放在直角三角形 EBO 中，所以利用相似三角形的性质求出 EP 或 EO 的长即可解决问题

【解答】(1) 证明：连接 OB $\because$ PO $\perp$ AB,

$$\therefore AC=BC,$$

$$\therefore PA=PB$$

在 $\triangle PAO$ 和 $\triangle PBO$ 中

$$\begin{cases} PA=PB \\ AO=BO \\ PO=PO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PAO \cong \triangle PBO$$

$$\therefore \angle OBP = \angle OAP = 90^\circ$$

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 连接 BD, 则 BD $\parallel$ PO, 且 BD=2OC=6

在 $Rt\triangle ACO$ 中, OC=3, AC=4

$$\therefore AO=5$$

在 $Rt\triangle ACO$ 与 $Rt\triangle PAO$ 中,

$$\angle APO = \angle APO,$$

$$\angle PAO = \angle ACO = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ACO \sim \triangle PAO$$

$$\frac{AO}{CO} = \frac{PO}{AO}$$

$$\therefore PO = \frac{25}{3}, PA = \frac{20}{3}$$

$$\therefore PB = PA = \frac{20}{3}$$

在 $\triangle EPO$ 与 $\triangle EBD$ 中,

$$BD \parallel PO$$

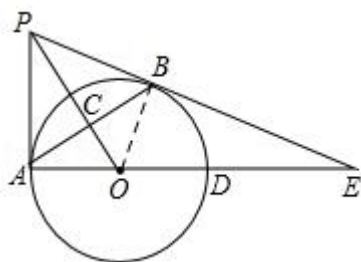
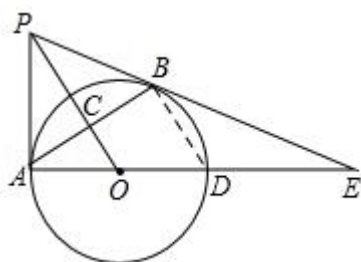
$$\therefore \triangle EPO \sim \triangle EBD$$

$$\therefore \frac{BD}{PO} = \frac{EB}{EP},$$

$$\text{解得 } EB = \frac{120}{7},$$

$$PE = \frac{500}{21},$$

$$\therefore \sin E = \frac{PA}{EP} = \frac{7}{25}$$



【点评】本题考查了切线的判定以及相似三角形的判定和性质，能够通过作辅助线将所求的角转移到相应的直角三角形中，是解答此题的关键。

23. (13 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 4$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 左侧)，与 y 轴交于点 C.

(1) 求点 A, B, C 的坐标；

(2) 点 P 从 A 点出发，在线段 AB 上以每秒 2 个单位长度的速度向 B 点运动，同时，点 Q 从 B 点出发，在线段 BC 上以每秒 1 个单位长度的速度向 C 点运动，当其中一个点到达终点时，另一个点也停止运动。设运动时间为 t 秒，求运动时间 t 为多少秒时， $\triangle PBQ$ 的面积 S 最大，并求出其最大面积；

(3) 在 (2) 的条件下，当 $\triangle PBQ$ 面积最大时，在 BC 下方的抛物线上是否存在点 M，使 $\triangle BMC$ 的面积是 $\triangle PBQ$ 面积的 1.6 倍？若存在，求点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。

当运动时间为 t 秒时，点 P 的坐标为 $(2t-2, 0)$ ，点 Q 的坐标为 $(3-\frac{3}{5}t, -\frac{4}{5}t)$ ，

$$\therefore PB=3-(2t-2)=5-2t, \quad QE=\frac{4}{5}t,$$

$$\therefore S_{\triangle PBQ}=\frac{1}{2}PB \cdot QE=-\frac{4}{5}t^2+2t=-\frac{4}{5}(t-\frac{5}{4})^2+\frac{5}{4}.$$

$$\because -\frac{4}{5}<0,$$

$\therefore$ 当 $t=\frac{5}{4}$ 时， $\triangle PBQ$ 的面积取最大值，最大值为 $\frac{5}{4}$ 。

(3) 当 $\triangle PBQ$ 面积最大时， $t=\frac{5}{4}$ ，

此时点 P 的坐标为 $(\frac{1}{2}, 0)$ ，点 Q 的坐标为 $(\frac{9}{4}, -1)$ 。

假设存在，设点 M 的坐标为 $(m, \frac{2}{3}m^2-\frac{2}{3}m-4)$ ，则点 F 的坐标为 $(m, \frac{4}{3}m-4)$ ，

$$\therefore MF=\frac{4}{3}m-4-(\frac{2}{3}m^2-\frac{2}{3}m-4)=-\frac{2}{3}m^2+2m,$$

$$\therefore S_{\triangle BMC}=\frac{1}{2}MF \cdot OB=-m^2+3m.$$

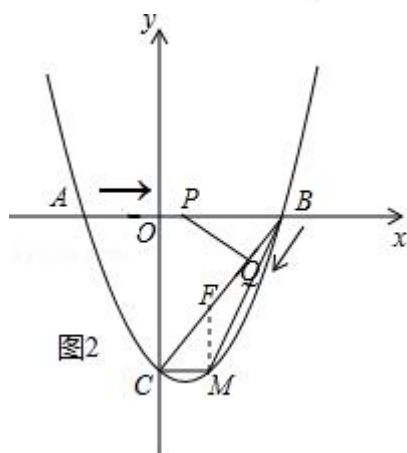
$\because \triangle BMC$ 的面积是 $\triangle PBQ$ 面积的 1.6 倍，

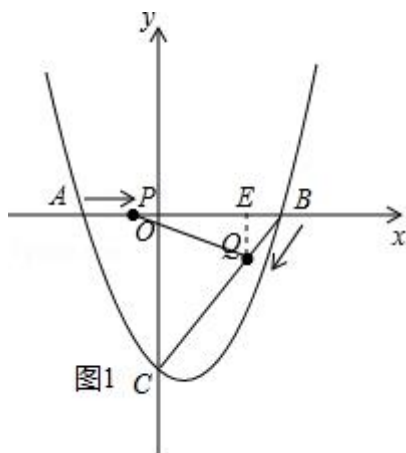
$$\therefore -m^2+3m=\frac{5}{4} \times 1.6, \quad \text{即 } m^2-3m+2=0,$$

解得： $m_1=1, m_2=2$ 。

$$\because 0 < m < 3,$$

$\therefore$ 在 BC 下方的抛物线上存在点 M ，使 $\triangle BMC$ 的面积是 $\triangle PBQ$ 面积的 1.6 倍，点 M 的坐标为 $(1, -4)$ 或 $(2, -\frac{8}{3})$ 。





【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质、二次（一次）函数图象上点的坐标特征、待定系数法求一次函数解析式以及三角形的面积，解题的关键是：（1）利用二次函数图象上点的坐标特征求出点 A、B、C 的坐标；（2）利用三角形的面积公式找出 $S_{\triangle PBQ}$ 关于 t 的函数关系式；（3）利用三角形的面积结合 $\triangle BMC$ 的面积是 $\triangle PBQ$ 面积的 1.6 倍，找出关于 m 的一元二次方程.