

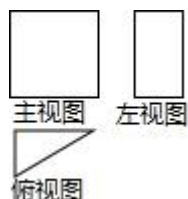
新疆乌鲁木齐市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分) 每题的选项中只有项符合题目要求, 请在答题卡的相应位置填涂正确选项.

1. (4.00 分) -2 的相反数是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. (4.00 分) 如图是某个几何体的三视图, 该几何体是 ()

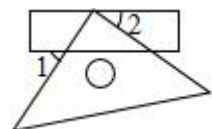


- A. 长方体 B. 正方体 C. 三棱柱 D. 圆柱

3. (4.00 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $x^3+x^3=2x^6$ B. $x^2 \cdot x^3=x^6$ C. $x^3 \div x=x^3$ D. $(-2x^2)^3=-8x^6$

4. (4.00 分) 如图把一个直角三角尺的直角顶点放在直尺的一边上, 若 $\angle 1=50^\circ$, 则 $\angle 2=$ ()



- A. 20° B. 30° C. 40° D. 50°

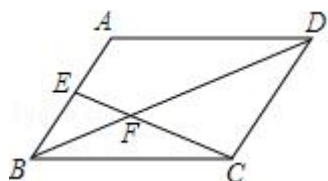
5. (4.00 分) 一个多边形的内角和是 720° , 这个多边形的边数是 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

6. (4.00 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 将点 $N(-1, -2)$ 绕点 O 旋转 180° , 得到的对应点的坐标是 ()

- A. $(1, 2)$ B. $(-1, 2)$ C. $(-1, -2)$ D. $(1, -2)$

7. (4.00 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是 AB 的中点, EC 交 BD 于点 F , 则 $\triangle BEF$ 与 $\triangle DCB$ 的面积比为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{6}$

8. (4.00 分) 甲、乙两名运动员参加射击预选赛. 他们的射击成绩 (单位: 环) 如表所示:

	第一 次	第二 次	第三 次	第四 次	第五 次
甲	7	9	8	6	10
乙	7	8	9	8	8

设甲、乙两人成绩的平均数分别为 $\overline{x}_{甲}$, $\overline{x}_{乙}$, 方差分别 $s_{甲}^2$, $s_{乙}^2$, 为下列关系正确的是

()

- A. $\overline{x}_{甲} = \overline{x}_{乙}$, $s_{甲}^2 > s_{乙}^2$
 B. $\overline{x}_{甲} = \overline{x}_{乙}$, $s_{甲}^2 < s_{乙}^2$
 C. $\overline{x}_{甲} > \overline{x}_{乙}$, $s_{甲}^2 > s_{乙}^2$
 D. $\overline{x}_{甲} < \overline{x}_{乙}$, $s_{甲}^2 < s_{乙}^2$

9. (4.00 分) 宾馆有 50 间房供游客居住, 当每间房每天定价为 180 元时, 宾馆会住满; 当每间房每天的定价每增加 10 元时, 就会空闲一间房. 如果有游客居住, 宾馆需对居住的每间房每天支出 20 元的费用. 当房价定为多少元时, 宾馆当天的利润为 10890 元? 设房价定为 x 元. 则有 ()

- A. $(180+x-20)(50-\frac{x}{10})=10890$ B. $(x-20)(50-\frac{x-180}{10})=10890$
 C. $x(50-\frac{x-180}{10})-50 \times 20=10890$ D. $(x+180)(50-\frac{x}{10})-50 \times 20=10890$

10. (4.00 分) 如图①, 在矩形 ABCD 中, E 是 AD 上一点, 点 P 从点 B 沿折线 BE-ED-DC 运动到点 C 时停止; 点 Q 从点 B 沿 BC 运动到点 C 时停止, 速度均为每秒 1 个单位长度. 如果点 P、Q 同时开始运动, 设运动时间为 t , $\triangle BPQ$ 的面积为 y , 已知 y 与 t 的函数图象如图②所示. 以下结论: ① $BC=10$; ② $\cos \angle ABE = \frac{3}{5}$; ③ 当 $0 \leq t \leq 10$ 时, $y = \frac{2}{5}t^2$; ④ 当 $t=12$ 时, $\triangle BPQ$ 是等腰三角形; ⑤ 当 $14 \leq t \leq 20$ 时, $y=110-5t$ 中正确的有 ()

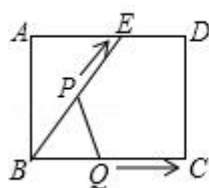


图1

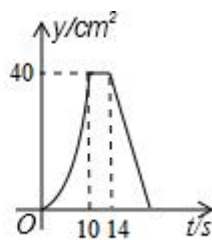


图2

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

二、填空题（本大题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分）把答案直接填在答题卡的相应位置处.

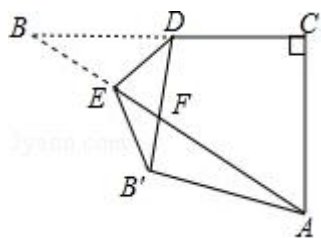
11. (4.00 分) 一个不透明的口袋中, 装有 5 个红球, 2 个黄球, 1 个白球, 这些球除颜色外完全相同, 从口袋中随机摸一个球, 则摸到红球的概率是_____.

12. (4.00 分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 3(1-x) \\ \frac{1+2x}{3} \leq x \end{cases}$ 的解集是_____.

13. (4.00 分) 把抛物线 $y=2x^2-4x+3$ 向左平移 1 个单位长度, 得到的抛物线的解析式为_____.

14. (4.00 分) 将半径为 12, 圆心角为 120° 的扇形围成一个圆锥的侧面, 则此圆锥的底面圆的半径为_____.

15. (4.00 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=2\sqrt{3}$, $AC=2$, 点 D 是 BC 的中点, 点 E 是边 AB 上一动点, 沿 DE 所在直线把 $\triangle BDE$ 翻折到 $\triangle B'DE$ 的位置, $B'D$ 交 AB 于点 F. 若 $\triangle AB'F$ 为直角三角形, 则 AE 的长为_____.



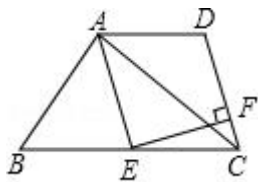
三、解答题（本大题共 9 小题,共 90 分）解答时应在答题卡的相应位置处写出文字说明、证明过程或演算过程.

16. (8.00 分) 计算: $(\frac{1}{2})^{-1} - \sqrt[3]{-8} + \sqrt{3} - 2 + 2\sin 60^\circ$.

17. (8.00 分) 先化简, 再求值: $(x+1)(x-1) + (2x-1)^2 - 2x(2x-1)$, 其中 $x=\sqrt{2}+1$.

18. (10.00 分) 如图, 在四边形 ABCD 中, $\angle BAC=90^\circ$, E 是 BC 的中点, $AD \parallel BC$, $AE \parallel DC$, $EF \perp CD$ 于点 F.

- (1) 求证：四边形 AECD 是菱形；
- (2) 若 $AB=6$, $BC=10$, 求 EF 的长.

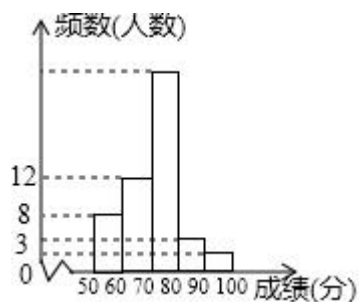


19. (10.00 分) 某校组织学生去 9km 外的郊区游玩，一部分学生骑自行车先走，半小时后，其他学生乘公共汽车出发，结果他们同时到达. 已知公共汽车的速度是自行车速度的 3 倍，求自行车的速度和公共汽车的速度分别是多少？

20. (12.00 分) 某中学 1000 名学生参加了“环保知识竞赛”，为了了解本次竞赛成绩情况，从中抽取了部分学生的成绩（得分取整数，满分为 100 分）作为样本进行统计，并制作了如图频数分布表和频数分布直方图（不完整且局部污损，其中“■”表示被污损的数据）. 请解答下列问题：

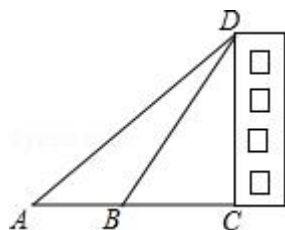
成绩分组	频数	频率
$50 \leq x < 60$	8	0.16
$60 \leq x < 70$	12	a
$70 \leq x < 80$	■	0.5
$80 \leq x < 90$	3	0.06
$90 \leq x < 100$	b	c
合计	■	1

- (1) 写出 a, b, c 的值；
- (2) 请估计这 1000 名学生中有多少人的竞赛成绩不低于 70 分；
- (3) 在选取的样本中，从竞赛成绩是 80 分以上（含 80 分）的同学中随机抽取两名同学参加环保知识宣传活动，求所抽取的 2 名同学来自同一组的概率.



21. (10.00 分) 如图，小强想测量楼 CD 的高度，楼在围墙内，小强只能在围墙外测量，他

无法测得观测点到楼底的距离，于是小强在 A 处仰望楼顶，测得仰角为 37° ，再往楼的方向前进 30 米至 B 处，测得楼顶的仰角为 53° (A, B, C 三点在一条直线上)，求楼 CD 的高度 (结果精确到 0.1 米，小强的身高忽略不计)。



22. (10.00 分) 小明根据学习函数的经验，对 $y=x+\frac{1}{x}$ 的图象与性质进行了探究.

下面是小明的探究过程，请补充完整：

(1) 函数 $y=x+\frac{1}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

(2) 下表列出 y 与 x 的几组对应值，请写出 m , n 的值: m =_____, n =_____;

x	...	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	...
y	...	$-\frac{10}{3}$	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{10}{3}$	m	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	n	$\frac{17}{4}$	...

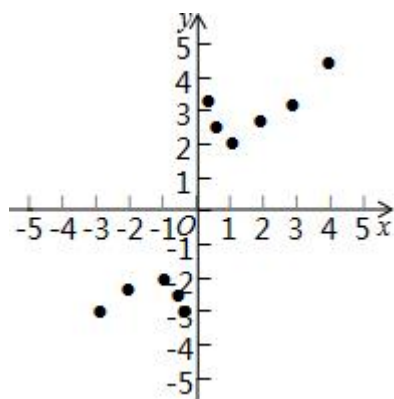
(3) 如图. 在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象；

(4) 结合函数的图象. 请完成：

①当 $y=-\frac{17}{4}$ 时， x =_____.

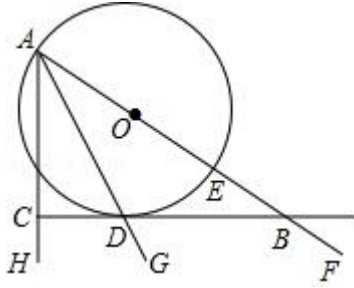
②写出该函数的一条性质_____.

③若方程 $x+\frac{1}{x}=t$ 有两个不相等的实数根，则 t 的取值范围是_____.



23. (10.00 分) 如图，AG 是 $\angle HAF$ 的平分线，点 E 在 AF 上，以 AE 为直径的 $\odot O$ 交 AG 于点 D，过点 D 作 AH 的垂线，垂足为点 C，交 AF 于点 B.

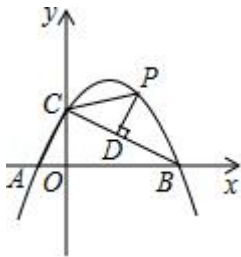
(2) 若 $AC=2CD$, 设 $\odot O$ 的半径为 r , 求 BD 的长度.



(1) 求抛物线的解析式;

①是否存在点 P，使线段 PD 的长度最大？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

②当 $\triangle PDC$ 与 $\triangle COA$ 相似时,求点P的坐标.



参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分) 每题的选项中只有项符合题目要求, 请在答题卡的相应位置填涂正确选项.

1. (4.00 分) -2 的相反数是 ()

A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

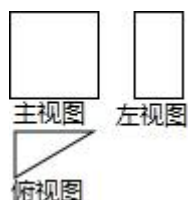
【分析】直接利用相反数的定义进而分析得出答案.

【解答】解: -2 的相反数是: 2 .

故选: D.

【点评】此题主要考查了相反数, 正确把握相反数的定义是解题关键.

2. (4.00 分) 如图是某个几何体的三视图, 该几何体是 ()



A. 长方体 B. 正方体 C. 三棱柱 D. 圆柱

【分析】根据常见几何体的三视图逐一判断即可得.

【解答】解: A、长方体的三视图均为矩形, 不符合题意;

B、正方体的三视图均为正方形, 不符合题意;

C、三棱柱的主视图和左视图均为矩形, 俯视图为三角形, 符合题意;

D、圆柱的主视图和左视图均为矩形, 俯视图为圆, 不符合题意;

故选: C.

【点评】本题主要考查由三视图判断几何体, 解题的关键是掌握常见几何体的三视图.

3. (4.00 分) 下列运算正确的是 ()

A. $x^3+x^3=2x^6$ B. $x^2 \cdot x^3=x^6$ C. $x^3 \div x=x^3$ D. $(-2x^2)^3=-8x^6$

【分析】根据合并同类项法则, 同底数幂相乘, 底数不变指数相加; 同底数幂相除, 底数不变指数相减; 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘; 对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解: A、 $x^3+x^3=2x^3$, 故 A 错误;

B、 $x^2 \cdot x^3 = x^5$ ，故 B 错误；

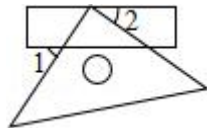
C、 $x^3 \div x = x^2$ ，故 C 错误；

D、 $(-2x^2)^3 = -8x^6$ ，故 D 正确.

故选：D.

【点评】 本题考查合并同类项、同底数幂的乘法、同底数幂的除法、积的乘方，熟练掌握运算性质和法则是解题的关键.

4. (4.00 分) 如图把一个直角三角尺的直角顶点放在直尺的一边上，若 $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ ()



A. 20° B. 30° C. 40° D. 50°

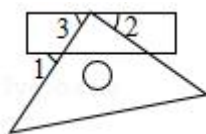
【分析】 根据两直线平行，同位角相等可得 $\angle 3 = \angle 1$ ，再根据平角等于 180° 列式计算即可得解.

【解答】 解： $\because$ 直尺对边互相平行，

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 50^\circ - 90^\circ = 40^\circ.$$

故选：C.



【点评】 本题考查了平行线的性质，平角的定义，熟记性质并准确识图是解题的关键.

5. (4.00 分) 一个多边形的内角和是 720° ，这个多边形的边数是 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【分析】 根据内角和定理 $180^\circ \cdot (n-2)$ 即可求得.

【解答】 解： $\because$ 多边形的内角和公式为 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，

$$\therefore (n-2) \times 180^\circ = 720^\circ,$$

解得 $n=6$,

∴这个多边形的边数是 6.

故选: C.

【点评】 本题主要考查了多边形的内角和定理即 $180^{\circ} \cdot (n-2)$, 难度适中.

6. (4.00 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 将点 $N(-1, -2)$ 绕点 O 旋转 180° , 得到的对应点的坐标是 ()

A. $(1, 2)$ B. $(-1, 2)$ C. $(-1, -2)$ D. $(1, -2)$

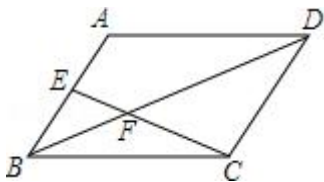
【分析】 根据题意可知点 N 旋转以后横纵坐标都互为相反数, 从而可以解答本题.

【解答】 解: 在平面直角坐标系 xOy 中, 将点 $N(-1, -2)$ 绕点 O 旋转 180° , 得到的对应点的坐标是 $(1, 2)$,

故选: A.

【点评】 本题考查坐标与图形变化 - 旋转, 解答本题的关键是明确题意, 利用旋转的知识解答.

7. (4.00 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是 AB 的中点, EC 交 BD 于点 F , 则 $\triangle BEF$ 与 $\triangle DCB$ 的面积比为 ()



A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{6}$

【分析】 根据平行四边形的性质得出 $AB=CD$, $AB \parallel CD$, 根据相似三角形的判定得出 $\triangle BEF \sim \triangle DCF$, 根据相似三角形的性质和三角形面积公式求出即可.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, E 为 AB 的中点,

$\therefore AB=DC=2BE$, $AB \parallel CD$,

$\therefore \triangle BEF \sim \triangle DCF$,

$\therefore \frac{AE}{DC} = \frac{BF}{DF} = \frac{1}{2}$,

$\therefore DF=2BF$, $\frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle DCF}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle DCF}}{S_{\triangle DCB}} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{4} S_{\triangle DCF}, \quad S_{\triangle DCB} = \frac{3}{2} S_{\triangle DCF},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle DCB}} = \frac{\frac{1}{4} S_{\triangle DCF}}{\frac{3}{2} S_{\triangle DCF}} = \frac{1}{6},$$

故选：D.

【点评】 本题考查了相似三角形的性质和判定和平行四边形的性质，能熟记相似三角形的性质是解此题的关键.

8. (4.00 分) 甲、乙两名运动员参加射击预选赛. 他们的射击成绩 (单位: 环) 如表所示:

	第一 次	第二 次	第三 次	第四 次	第五 次
甲	7	9	8	6	10
乙	7	8	9	8	8

设甲、乙两人成绩的平均数分别为 $\overline{x}_{\text{甲}}$, $\overline{x}_{\text{乙}}$, 方差分别 $s_{\text{甲}}^2$, $s_{\text{乙}}^2$, 为下列关系正确的是

()

A. $\overline{x}_{\text{甲}} = \overline{x}_{\text{乙}}$, $s_{\text{甲}}^2 > s_{\text{乙}}^2$

B. $\overline{x}_{\text{甲}} = \overline{x}_{\text{乙}}$, $s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$

C. $\overline{x}_{\text{甲}} > \overline{x}_{\text{乙}}$, $s_{\text{甲}}^2 > s_{\text{乙}}^2$

D. $\overline{x}_{\text{甲}} < \overline{x}_{\text{乙}}$, $s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$

【分析】 分别计算平均数和方差后比较即可得到答案.

【解答】 解: (1) $\overline{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{5} (7+8+9+6+10) = 8;$

$$\overline{x}_{\text{乙}} = \frac{1}{5} (7+8+9+8+8) = 8;$$

$$S_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{5} [(7-8)^2 + (8-9)^2 + (8-8)^2 + (6-8)^2 + (10-8)^2] = 2;$$

$$S_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{5} [(7-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2] = 0.2;$$

$$\therefore \overline{x_{\text{甲}}} = \overline{x_{\text{乙}}}, s_{\text{甲}}^2 > s_{\text{乙}}^2$$

故选：A.

【点评】 本题考查了方差，方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

9. (4.00 分) 宾馆有 50 间房供游客居住，当每间房每天定价为 180 元时，宾馆会住满；当每间房每天的定价每增加 10 元时，就会空闲一间房. 如果有游客居住，宾馆需对居住的每间房每天支出 20 元的费用. 当房价定为多少元时，宾馆当天的利润为 10890 元？设房价定为 x 元. 则有 ()

A. $(180+x-20)(50-\frac{x}{10})=10890$ B. $(x-20)(50-\frac{x-180}{10})=10890$
 C. $x(50-\frac{x-180}{10})-50 \times 20=10890$ D. $(x+180)(50-\frac{x}{10})-50 \times 20=10890$

【分析】 设房价定为 x 元，根据利润=房价的净利润 $\times$ 入住的房间数可得.

【解答】 解：设房价定为 x 元，

根据题意，得 $(x-20)(50-\frac{x-180}{10})=10890$.

故选：B.

【点评】 此题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，解题的关键是理解题意找到题目蕴含的相等关系.

10. (4.00 分) 如图①，在矩形 ABCD 中，E 是 AD 上一点，点 P 从点 B 沿折线 BE-ED-DC 运动到点 C 时停止；点 Q 从点 B 沿 BC 运动到点 C 时停止，速度均为每秒 1 个单位长度. 如果点 P、Q 同时开始运动，设运动时间为 t ， $\triangle BPQ$ 的面积为 y ，已知 y 与 t 的函数图象如图②所示. 以下结论：① $BC=10$ ；② $\cos \angle ABE=\frac{3}{5}$ ；③ 当 $0 \leq t \leq 10$ 时， $y=\frac{2}{5}t^2$ ；④ 当 $t=12$ 时， $\triangle BPQ$ 是等腰三角形；⑤ 当 $14 \leq t \leq 20$ 时， $y=110-5t$ 中正确的有 ()

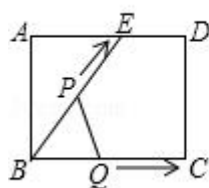


图1

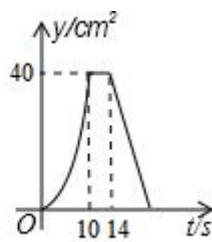


图2

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

【分析】 根据题意，确定 $10 \leq t \leq 14$ ，PQ 的运动状态，得到 BE、BC、ED 问题可解.

【解答】 解：由图象可知，当 $10 \leq t \leq 14$ 时，y 值不变，则此时，Q 点到 C，P 从 E 到 D.

$\therefore BE=BC=10$ ， $ED=4$ 故①正确.

$\therefore AE=6$

Rt $\triangle ABE$ 中， $AB=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\therefore \cos \angle ABE = \frac{AB}{BE} = \frac{4}{5}$ ；故②错误

当 $0 \leq t \leq 10$ 时， $\triangle BPQ$ 的面积为

$$\frac{1}{2} PB \cdot QB \cdot \sin \angle ABE = \frac{2}{5} t^2$$

$\therefore$ ③正确；

$t=12$ 时，P 在点 E 右侧 2 单位，此时 $BP > BE=BC$

$$PC = \sqrt{2^2 + 8^2} = 2\sqrt{17}$$

$\therefore \triangle BPQ$ 不是等腰三角形. ④错误；

当 $14 \leq t \leq 20$ 时，点 P 由 D 向 C 运动，Q 在 C 点，

$\triangle BPQ$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 10 \times (22-t) = 110 - 5t$ 则⑤正确

故选：B.

【点评】 本题为双动点问题，解答时既要注意两个动点相对位置变化又要注意函数图象的变化与动点位置变化之间的关联.

二、填空题（本大题共 5 小题.每小题 4 分.共 20 分）把答案直接填在答题卡的相应位置处.

11. (4.00 分) 一个不透明的口袋中，装有 5 个红球，2 个黄球，1 个白球，这些球除颜色外完全相同，从口袋中随机摸一个球，则摸到红球的概率是 $\frac{5}{8}$.

【分析】 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解：∵袋子中共有 $5+2+1=8$ 个球，其中红球有 5 个，

∴摸到红球的概率是 $\frac{5}{8}$ ，

故答案为： $\frac{5}{8}$ 。

【点评】此题考查了概率公式的应用。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

12. (4.00 分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 3(1-x) \\ \frac{1+2x}{3} \leq x \end{cases}$ 的解集是 $x \geq 1$ 。

【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集即可。

【解答】解： $\begin{cases} x+1 > 3(1-x) \textcircled{1} \\ \frac{1+2x}{3} \leq x \textcircled{2} \end{cases}$ ，

∴解不等式①得： $x > 0.5$ ，

解不等式②得： $x \geq 1$ ，

∴不等式组的解集为 $x \geq 1$ ，

故答案为： $x \geq 1$ 。

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，能根据不等式的解集得出不等式组的解集是解此题的关键。

13. (4.00 分) 把抛物线 $y=2x^2-4x+3$ 向左平移 1 个单位长度，得到的抛物线的解析式为 $y=2x^2+1$ 。

【分析】将原抛物线配方成顶点式，再根据“左加右减、上加下减”的规律求解可得。

【解答】解：∵ $y=2x^2-4x+3=2(x-1)^2+1$ ，

∴向左平移 1 个单位长度得到的抛物线的解析式为 $y=2(x+1-1)^2+1=2x^2+1$ ，

故答案为： $y=2x^2+1$ 。

【点评】本题主要考查二次函数图象与几何变换，解题的关键是掌握函数图象的平移规律“左加右减、上加下减”。

14. (4.00 分) 将半径为 12，圆心角为 120° 的扇形围成一个圆锥的侧面，则此圆锥的底面圆的半径为 4 。

【分析】设圆锥的底面圆的半径为 r ，利用圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等

于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长和弧长公式得到 $2\pi \cdot r = \frac{120 \cdot \pi \cdot 12}{180}$ ，然后解关于 r 的方程即可。

【解答】 解：设圆锥的底面圆的半径为 r ，

根据题意得 $2\pi \cdot r = \frac{120 \cdot \pi \cdot 12}{180}$ ，

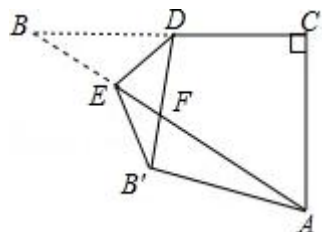
解得 $r=4$ ，

即这个圆锥的底面圆的半径为 4。

故答案为 4。

【点评】 本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长。

15. (4.00 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=2\sqrt{3}$ ， $AC=2$ ，点 D 是 BC 的中点，点 E 是边 AB 上一动点，沿 DE 所在直线把 $\triangle BDE$ 翻折到 $\triangle B'DE$ 的位置， $B'D$ 交 AB 于点 F 。若 $\triangle AB'F$ 为直角三角形，则 AE 的长为 3 或 $\frac{14}{5}$ 。



【分析】 利用三角函数的定义得到 $\angle B=30^\circ$ ， $AB=4$ ，再利用折叠的性质得 $DB=DC=\sqrt{3}$ ， $EB'=EB$ ， $\angle DB'E=\angle B=30^\circ$ ，设 $AE=x$ ，则 $BE=4-x$ ， $EB'=4-x$ ，讨论：当 $\angle AFB'=90^\circ$ 时，则 $\therefore BF=\sqrt{3}\cos 30^\circ=\frac{3}{2}$ ，则 $EF=\frac{3}{2}-(4-x)=x-\frac{5}{2}$ ，于是在 $\text{Rt}\triangle B'EF$ 中利用 $EB'=2EF$ 得到 $4-x=2(x-\frac{5}{2})$ ，解方程求出 x 得到此时 AE 的长；当 $\angle FB'A=90^\circ$ 时，作 $EH\perp AB'$ 于 H ，连接 AD ，如图，证明 $\text{Rt}\triangle ADB'\cong\text{Rt}\triangle ADC$ 得到 $AB'=AC=2$ ，再计算出 $\angle EB'H=60^\circ$ ，则 $B'H=\frac{1}{2}(4-x)$ ， $EH=\frac{\sqrt{3}}{2}(4-x)$ ，接着利用勾股定理得到 $\frac{3}{4}(4-x)^2+[\frac{1}{2}(4-x)+2]^2=x^2$ ，方程求出 x 得到此时 AE 的长。

【解答】 解： $\because \angle C=90^\circ$ ， $BC=2\sqrt{3}$ ， $AC=2$ ，

$$\therefore \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore \angle B=30^\circ$ ，

$$\therefore AB=2AC=4,$$

$\because$ 点 D 是 BC 的中点, 沿 DE 所在直线把 $\triangle BDE$ 翻折到 $\triangle B'DE$ 的位置, $B'D$ 交 AB 于点 F

$$\therefore DB=DC=\sqrt{3}, EB'=EB, \angle DB'E=\angle B=30^\circ,$$

设 $AE=x$, 则 $BE=4-x$, $EB'=4-x$,

当 $\angle AFB'=90^\circ$ 时,

$$\text{在 Rt}\triangle BDF \text{ 中, } \cos B = \frac{BF}{BD},$$

$$\therefore BF = \sqrt{3} \cos 30^\circ = \frac{3}{2},$$

$$\therefore EF = \frac{3}{2} - (4-x) = x - \frac{5}{2},$$

在 $\text{Rt}\triangle B'EF$ 中, $\because \angle EB'F=30^\circ$,

$$\therefore EB'=2EF,$$

即 $4-x=2(x-\frac{5}{2})$, 解得 $x=3$, 此时 AE 为 3;

当 $\angle FB'A=90^\circ$ 时, 作 $EH \perp AB'$ 于 H, 连接 AD, 如图,

$$\because DC=DB', AD=AD,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADB' \cong \text{Rt}\triangle ADC,$$

$$\therefore AB'=AC=2,$$

$$\because \angle AB'E = \angle AB'F + \angle EB'F = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle EB'H = 60^\circ,$$

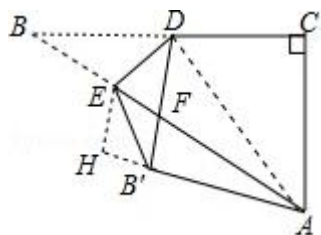
$$\text{在 Rt}\triangle EHB' \text{ 中, } B'H = \frac{1}{2}B'E = \frac{1}{2}(4-x), EH = \sqrt{3}B'H = \frac{\sqrt{3}}{2}(4-x),$$

在 $\text{Rt}\triangle AEH$ 中, $\therefore EH^2 + AH^2 = AE^2$,

$$\therefore \frac{3}{4}(4-x)^2 + [\frac{1}{2}(4-x) + 2]^2 = x^2, \text{ 解得 } x = \frac{14}{5}, \text{ 此时 AE 为 } \frac{14}{5}.$$

综上所述, AE 的长为 3 或 $\frac{14}{5}$.

故答案为 3 或 $\frac{14}{5}$.



【点评】 本题考查了折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形

状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．也考查了含 30 度的直角三角形三边的关系和勾股定理．

三、解答题（本大题共 9 小题，共 90 分）解答时应在答题卡的相应位置处写出文字说明、证明过程或演算过程．

16. (8.00 分) 计算： $(\frac{1}{2})^{-1} - \sqrt[3]{-8} + \sqrt{3} - 2 + 2\sin 60^\circ$ ．

【分析】 接利用负指数幂的性质以及绝对值的性质以及特殊角的三角函数值、立方根的性质分别化简得出答案．

【解答】 解：原式 $= 2 + 2 + 2 - \sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 6 - \sqrt{3} + \sqrt{3}$
 $= 6$ ．

【点评】 此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键．

17. (8.00 分) 先化简，再求值： $(x+1)(x-1) + (2x-1)^2 - 2x(2x-1)$ ，其中 $x = \sqrt{2} + 1$ ．

【分析】 先去括号，再合并同类项；最后把 x 的值代入即可．

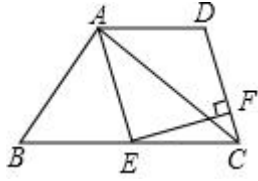
【解答】 解：原式 $= x^2 - 1 + 4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 + 2x$
 $= x^2 - 2x$ ，
把 $x = \sqrt{2} + 1$ 代入，得：
原式 $= (\sqrt{2} + 1)^2 - 2(\sqrt{2} + 1)$
 $= 3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2$
 $= 1$ ．

【点评】 本题考查了整式的混合运算及化简求值，做好本题要熟练掌握多项式乘以多项式的法则和整式乘法公式，此类题的思路为：先按运算顺序把整式化简，再把对应字母的值代入求整式的值．

18. (10.00 分) 如图，在四边形 ABCD 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，E 是 BC 的中点，AD // BC，AE // DC，EF $\perp$ CD 于点 F．

(1) 求证：四边形 AECD 是菱形；

(2) 若 AB=6，BC=10，求 EF 的长．



【分析】(1) 根据平行四边形和菱形的判定证明即可；

(2) 根据菱形的性质和三角形的面积公式解答即可．

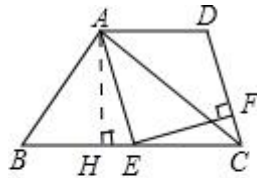
【解答】证明：(1) $\because AD \parallel BC, AE \parallel DC,$

$\therefore$ 四边形 AECD 是平行四边形，

$\because \angle BAC = 90^\circ$ ，E 是 BC 的中点，

$$\therefore AE = CE = \frac{1}{2}BC,$$

$\therefore$ 四边形 AECD 是菱形；



(2) 过 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H，

$\because \angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 6$ ， $BC = 10$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}AB \cdot AC,$$

$$\therefore AH = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5},$$

$\because$ 点 E 是 BC 的中点， $BC = 10$ ，四边形 AECD 是菱形，

$$\therefore CD = CE = 5,$$

$$\because S_{\square AECD} = CE \cdot AH = CD \cdot EF,$$

$$\therefore EF = AH = \frac{24}{5}.$$

【点评】此题考查菱形的判定和性质，关键是根据平行四边形和菱形的判定和性质解答．

19. (10.00 分) 某校组织学生去 9km 外的郊区游玩，一部分学生骑自行车先走，半小时后，

其他学生乘公共汽车出发，结果他们同时到达．已知公共汽车的速度是自行车速度的 3 倍，求自行车的速度和公共汽车的速度分别是多少？

【分析】 设自行车的速度为 $x\text{km/h}$ ，则公共汽车的速度为 $3x\text{km/h}$ ，根据时间=路程÷速度结合乘公共汽车比骑自行车少用 $\frac{1}{2}$ 小时，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验即可得出结论．

【解答】 解：设自行车的速度为 $x\text{km/h}$ ，则公共汽车的速度为 $3x\text{km/h}$ ，

根据题意得： $\frac{9}{x} - \frac{9}{3x} = \frac{1}{2}$ ，

解得： $x=12$ ，

经检验， $x=12$ 是原分式方程的解，

$\therefore 3x=36$ ．

答：自行车的速度是 12km/h ，公共汽车的速度是 36km/h ．

【点评】 本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键．

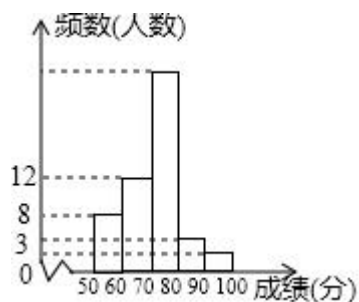
20. (12.00 分) 某中学 1000 名学生参加了“环保知识竞赛”，为了了解本次竞赛成绩情况，从中抽取了部分学生的成绩（得分取整数，满分为 100 分）作为样本进行统计，并制作了如图频数分布表和频数分布直方图（不完整且局部污损，其中“■”表示被污损的数据）．请解答下列问题：

成绩分组	频数	频率
$50 \leq x < 60$	8	0.16
$60 \leq x < 70$	12	a
$70 \leq x < 80$	■	0.5
$80 \leq x < 90$	3	0.06
$90 \leq x < 90$	b	c
合计	■	1

(1) 写出 a, b, c 的值；

(2) 请估计这 1000 名学生中有多少人的竞赛成绩不低于 70 分；

(3) 在选取的样本中，从竞赛成绩是 80 分以上（含 80 分）的同学中随机抽取两名同学参加环保知识宣传活动，求所抽取的 2 名同学来自同一组的概率．



【分析】(1) 利用 $50 \leq x < 60$ 的频数和频率，根据公式：频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总数}}$ 先计算出样本总人数，

再分别计算出 a , b , c 的值；

(2) 先计算出竞赛分数不低于 70 分的频率，根据样本估计总体的思想，计算出 1000 名学生中竞赛成绩不低于 70 分的人数；

(3) 列树形图或列出表格，得到要求的所有情况和 2 名同学来自一组的情况，利用求概率公式计算出概率

【解答】解：(1) 样本人数为： $8 \div 0.16 = 50$ (名)

$$a = 12 \div 50 = 0.24$$

$$70 \leq x < 80 \text{ 的人数为: } 50 \times 0.5 = 25 \text{ (名)}$$

$$b = 50 - 8 - 12 - 25 - 3 = 2 \text{ (名)}$$

$$c = 2 \div 50 = 0.04$$

所以 $a = 0.24$, $b = 2$, $c = 0.04$;

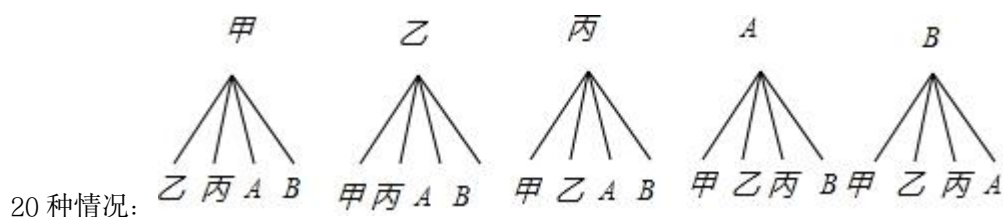
(2) 在选取的样本中，竞赛分数不低于 70 分的频率是 $0.5 + 0.06 + 0.04 = 0.6$ ，根据样本估计总体的思想，有：

$$1000 \times 0.6 = 600 \text{ (人)}$$

$\therefore$ 这 1000 名学生中有 600 人的竞赛成绩不低于 70 分；

(3) 成绩是 80 分以上的同学共有 5 人，其中第 4 组有 3 人，不妨记为甲，乙，丙，第 5 组有 2 人，不妨记作 A, B

从竞赛成绩是 80 分以上 (含 80 分) 的同学中随机抽取两名同学，情形如树形图所示，共有

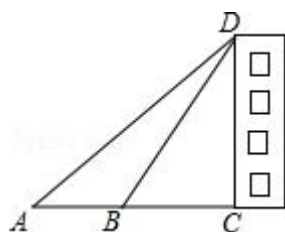


抽取两名同学在同一组的有：甲乙，甲丙，乙甲，乙丙，丙甲，丙乙，AB，BA 共 8 种情况，

∴ 抽取的 2 名同学来自同一组的概率 $P = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

【点评】 本题考查了频数、频率、总数间关系及用列表法或树形图法求概率. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件; 树形图法适合两步或两步以上完成的事件; 概率=所求情况数与总情况数之比.

21. (10.00 分) 如图, 小强想测量楼 CD 的高度, 楼在围墙内, 小强只能在围墙外测量, 他无法测得观测点到楼底的距离, 于是小强在 A 处仰望楼顶, 测得仰角为 37° , 再往楼的方向前进 30 米至 B 处, 测得楼顶的仰角为 53° (A, B, C 三点在一条直线上), 求楼 CD 的高度 (结果精确到 0.1 米, 小强的身高忽略不计).



【分析】 设 $CD = x$ 米, 根据 $AC = BC - AB$, 构建方程即可解决问题;

【解答】 解: 设 $CD = x$ 米,

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\tan \angle A = \frac{DC}{AC}$,

$$\therefore AC = \frac{x}{\tan 37^\circ},$$

同法可得: $BC = \frac{x}{\tan 53^\circ}$,

$$\therefore AC = BC - AB,$$

$$\therefore \frac{x}{\tan 37^\circ} - \frac{x}{\tan 53^\circ} = 30,$$

解得 $x = 52.3$,

答: 楼 CD 的高度为 52.3 米.

【点评】 本题考查解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题. 注意能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形是解此题的关键.

22. (10.00 分) 小明根据学习函数的经验, 对 $y = x + \frac{1}{x}$ 的图象与性质进行了探究.

下面是小明的探究过程, 请补充完整:

(1) 函数 $y=x+\frac{1}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$.

(2) 下表列出 y 与 x 的几组对应值, 请写出 m, n 的值: $m=\frac{10}{3}$, $n=\frac{10}{3}$;

x	$\cdots$	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	$-\frac{10}{3}$	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{10}{3}$	m	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	n	$\frac{17}{4}$	$\cdots$

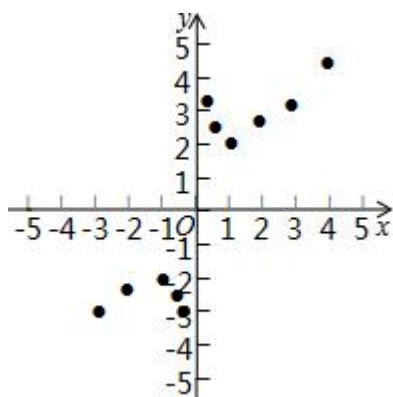
(3) 如图. 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出了以上表中各对对应值为坐标的点, 根据描出的点, 画出该函数的图象;

(4) 结合函数的图象. 请完成:

①当 $y=-\frac{17}{4}$ 时, $x=-4$ 或 $-\frac{1}{4}$.

②写出该函数的一条性质 函数图象在第一、三象限且关于原点对称.

③若方程 $x+\frac{1}{x}=t$ 有两个不相等的实数根, 则 t 的取值范围是 $t < -2$ 或 $t > 2$.



【分析】 (1) 由 x 在分母上, 可得出 $x \neq 0$;

(2) 代入 $x=\frac{1}{3}$ 、 3 求出 m, n 的值;

(3) 连点成线, 画出函数图象;

(4) ①代入 $y=-\frac{17}{4}$, 求出 x 值;

②观察函数图象, 写出一条函数性质;

③观察函数图象, 找出当 $x+\frac{1}{x}=t$ 有两个不相等的实数根时 t 的取值范围 (亦可用根的判别式去求解).

【解答】 解: (1) $\because x$ 在分母上,

$\therefore x \neq 0$.

故答案为: $x \neq 0$.

(2) 当 $x=\frac{1}{3}$ 时, $y=x+\frac{1}{x}=\frac{10}{3}$;

当 $x=3$ 时, $y=x+\frac{1}{x}=\frac{10}{3}$.

故答案为: $\frac{10}{3}$; $\frac{10}{3}$.

(3) 连点成线, 画出函数图象.

(4) ①当 $y=-\frac{17}{4}$ 时, 有 $x+\frac{1}{x}=-\frac{17}{4}$,

解得: $x_1=-4$, $x_2=-\frac{1}{4}$.

故答案为: -4 或 $-\frac{1}{4}$.

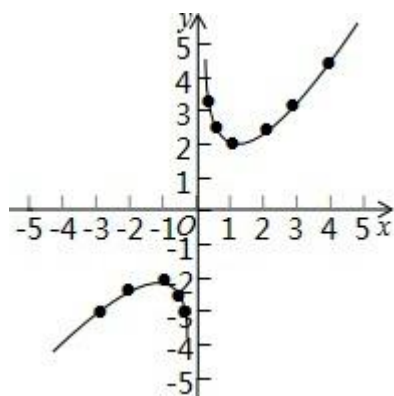
②观察函数图象, 可知: 函数图象在第一、三象限且关于原点对称.

故答案为: 函数图象在第一、三象限且关于原点对称.

③ $\because x+\frac{1}{x}=t$ 有两个不相等的实数根,

$\therefore t < -2$ 或 $t > 2$.

故答案为: $t < -2$ 或 $t > 2$.



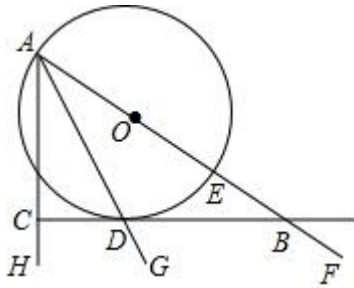
【点评】 本题考查了反比例函数的性质、反比例函数的图象、正比例函数的性质以及正比例函数图象, 解题的关键是: (1) 由 x 在分母上找出 $x \neq 0$; (2) 代入 $x=\frac{1}{3}$ 、 3 求出 m 、 n 的值;

(3) 连点成线, 画出函数图象; (4) ①将 $-\frac{17}{4}$ 化成 $-4-\frac{1}{4}$; ②观察函数图象找出函数性质; ③观察函数图象找出 t 的取值范围.

23. (10.00 分) 如图, AG 是 $\angle HAF$ 的平分线, 点 E 在 AF 上, 以 AE 为直径的 $\odot O$ 交 AG 于点 D , 过点 D 作 AH 的垂线, 垂足为点 C , 交 AF 于点 B .

(1) 求证: 直线 BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AC=2CD$, 设 $\odot O$ 的半径为 r , 求 BD 的长度.



【分析】(1) 根据角平分线的定义和同圆的半径相等可得 $OD \parallel AC$, 证明 $OD \perp CB$, 可得结论;

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 设 $CD=a$, 则 $AC=2a$, $AD=\sqrt{5}a$, 证明 $\triangle ACD \sim \triangle ADE$, 表示 $a=\frac{4r}{5}$,

由平行线分线段成比例定理得: $\frac{BD}{BC} = \frac{OD}{AD}$, 代入可得结论.

【解答】(1) 证明: 连接 OD ,

$\because AG$ 是 $\angle HAF$ 的平分线,

$\therefore \angle CAD = \angle BAD$,

$\because OA = OD$,

$\therefore \angle OAD = \angle ODA$,

$\therefore \angle CAD = \angle ODA$,

$\therefore OD \parallel AC$,

$\because \angle ACD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ODB = \angle ACD = 90^\circ$, 即 $OD \perp CB$,

$\therefore D$ 在 $\odot O$ 上,

$\therefore$ 直线 BC 是 $\odot O$ 的切线; (4 分)

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 设 $CD=a$, 则 $AC=2a$, $AD=\sqrt{5}a$,
连接 DE ,

$\because AE$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADE = 90^\circ$,

由 $\angle CAD = \angle BAD$, $\angle ACD = \angle ADE = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ADE$,

$$\therefore \frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AD},$$

(2) 先得直线 BC 的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x + 4$,

①如图 1, 作辅助线, 先说明 Rt△PDE 中, $PD = PE \cdot \sin \angle PED = PE \cdot \sin \angle OCB = \frac{2\sqrt{5}}{5}PE$, 则当线段 PE 最长时, PD 的长最大, 设 P $(t, \frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t + 4)$, 则 E $(t, -\frac{1}{2}t + 4)$, 表示 PE 的长, 配方后可得 PE 的最大值, 从而得 PD 的最大值;

②先根据勾股定理的逆定理可得 $\angle ACB = 90^\circ$, 则 $\triangle COA \sim \triangle BOC$,

所以当△PDC 与△COA 相似时, 就有△PDC 与△BOC 相似, 分两种情况:

(I) 若 $\angle PCD = \angle CBO$ 时, 即 $\text{Rt}\triangle PDC \sim \text{Rt}\triangle COB$,

(II) 若 $\angle PCD = \angle BCO$ 时, 即 $\text{Rt}\triangle PDC \sim \text{Rt}\triangle BOC$,

分别求得 P 的坐标即可.

【解答】解: (1) 把 A $(-2, 0)$, B $(8, 0)$ 代入抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$,

$$\text{得: } \begin{cases} -1 - 2b + c = 0 \\ -16 + 8b + c = 0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ c = 4 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$; (3 分)

(2) 由 (1) 知 C $(0, 4)$, $\therefore$ B $(8, 0)$,

易得直线 BC 的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x + 4$,

①如图 1, 过 P 作 $PG \perp x$ 轴于 G, PG 交 BC 于 E,

Rt△BOC 中, OC=4, OB=8,

$$\therefore BC = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}.$$

在 Rt△PDE 中, $PD = PE \cdot \sin \angle PED = PE \cdot \sin \angle OCB = \frac{2\sqrt{5}}{5}PE$,

$\therefore$ 当线段 PE 最长时, PD 的长最大,

设 P $(t, \frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t + 4)$, 则 E $(t, -\frac{1}{2}t + 4)$,

$$\therefore PG = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t + 4, \quad EG = -\frac{1}{2}t + 4,$$

$$\therefore PE = PG - EG = (-\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t + 4) - (-\frac{1}{2}t + 4) = -\frac{1}{4}t^2 + 2t = -\frac{1}{4}(t - 4)^2 + 4, \quad (0 < t < 8),$$

当 $t=4$ 时, PE 有最大值是 4, 此时 P $(4, 6)$,

$$\therefore PD = \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 4 = \frac{8\sqrt{5}}{5}.$$

即当 P (4, 6) 时, PD 的长度最大, 最大值是 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$; (7 分)

② $\because A(-2, 0), B(8, 0), C(0, 4),$

$$\therefore OA=2, OB=8, OC=4,$$

$$\therefore AC^2=2^2+4^2=20, AB^2=(2+8)^2=100, BC^2=4^2+8^2=80,$$

$$\therefore AC^2+BC^2=AB^2,$$

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle COA \sim \triangle BOC,$$

当 $\triangle PDC$ 与 $\triangle COA$ 相似时, 就有 $\triangle PDC$ 与 $\triangle BOC$ 相似,

$\therefore$ 相似三角形的对应角相等,

$$\therefore \angle PCD = \angle CBO \text{ 或 } \angle PCD = \angle BCO,$$

(I) 若 $\angle PCD = \angle CBO$ 时, 即 $\text{Rt} \triangle PDC \sim \text{Rt} \triangle COB$,

此时 $CP \parallel OB$,

$$\therefore C(0, 4),$$

$$\therefore y_P=4,$$

$$\therefore \frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t + 4 = 4,$$

解得: $x_1=6, x_2=0$ (舍),

即 $\text{Rt} \triangle PDC \sim \text{Rt} \triangle COB$ 时, $P(6, 4)$;

(II) 若 $\angle PCD = \angle BCO$ 时, 即 $\text{Rt} \triangle PDC \sim \text{Rt} \triangle BOC$,

如图 2, 过 P 作 x 轴的垂线 PG, 交直线 BC 于 F,

$$\therefore PF \parallel OC,$$

$$\therefore \angle PFC = \angle BCO,$$

$$\therefore \angle PCD = \angle PFC,$$

$$\therefore PC = PF,$$

设 $P(n, \frac{1}{4}n^2 + \frac{3}{2}n + 4)$, 则 $PF = -\frac{1}{4}n^2 + 2n$,

过 P 作 $PN \perp y$ 轴于 N,

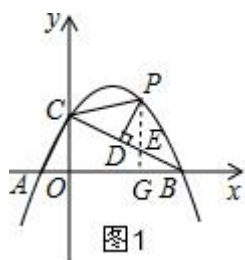
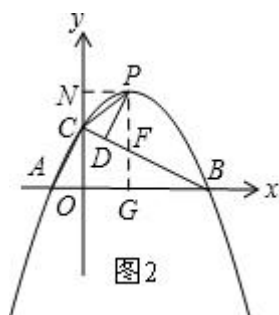
$\text{Rt} \triangle PNC$ 中, $PC^2 = PN^2 + CN^2 = PF^2$,

$$\therefore n^2 + (\frac{1}{4}n^2 + \frac{3}{2}n + 4 - 4)^2 = (-\frac{1}{4}n^2 + 2n)^2,$$

解得: $n=3$,

即 $Rt\triangle PDC \sim Rt\triangle BOC$ 时, $P(3, \frac{25}{4})$;

综上所述，当 $\triangle PDC$ 与 $\triangle COA$ 相似时，点P的坐标为 $(6, 4)$ 或 $(3, \frac{25}{4})$. (12分)



【点评】 本题考查二次函数综合题、一次函数的应用、勾股定理的逆定理、锐角三角函数、相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会根据方程解决问题，属于中考压轴题.