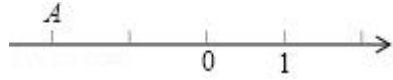


2017 年新疆乌鲁木齐市中考数学试卷

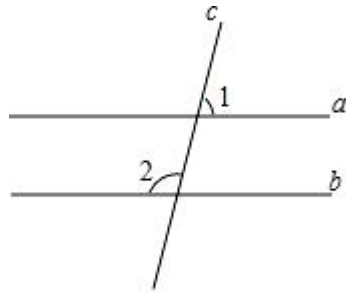
一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (4 分) 如图，数轴上点 A 表示数 a ，则 $|a|$ 是 ()



- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

2. (4 分) 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 72^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()



- A. 118° B. 108° C. 98° D. 72°

3. (4 分) 计算 $(ab^2)^3$ 的结果是 ()

- A. $3ab^2$ B. ab^6 C. a^3b^5 D. a^3b^6

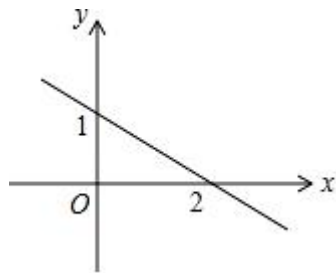
4. (4 分) 下列说法正确的是 ()

- A. “经过有交通信号的路口，遇到红灯，”是必然事件
B. 已知某篮球运动员投篮投中的概率为 0.6，则他投 10 次一定可投中 6 次
C. 处于中间位置的数一定是中位数
D. 方差越大数据的波动越大，方差越小数据的波动越小

5. (4 分) 如果 n 边形每一个内角等于与它相邻外角的 2 倍，则 n 的值是 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

6. (4 分) 一次函数 $y = kx + b$ (k, b 是常数， $k \neq 0$) 的图象，如图所示，则不等式 $kx + b > 0$ 的解集是 ()

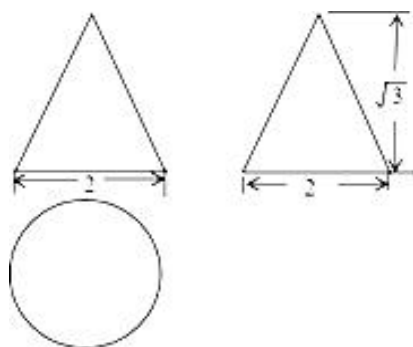


- A. $x < 2$ B. $x < 0$ C. $x > 0$ D. $x > 2$

7. (4分) 2017年,在创建文明城市的进程中,乌鲁木齐市为美化城市环境,计划种植树木30万棵,由于志愿者的加入,实际每天植树比原计划多20%,结果提前5天完成任务,设原计划每天植树 x 万棵,可列方程是()

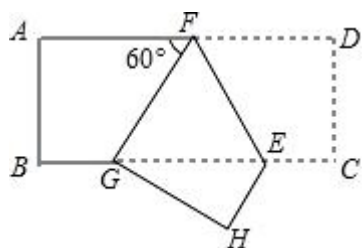
- A. $\frac{30}{x} - \frac{30}{(1+20\%)x} = 5$ B. $\frac{30}{x} - \frac{30}{20\%x} = 5$
C. $\frac{30}{20\%x} + 5 = \frac{30}{x}$ D. $\frac{30}{(1+20\%)x} - \frac{30}{x} = 5$

8. (4分) 如图,是一个几何体的三视图,根据图中所示数据计算这个几何体的侧面积是()



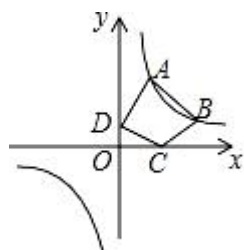
- A. π B. 2π C. 4π D. 5π

9. (4分) 如图,在矩形ABCD中,点F在AD上,点E在BC上,把这个矩形沿EF折叠后,使点D恰好落在BC边上的G点处,若矩形面积为 $4\sqrt{3}$ 且 $\angle AFG = 60^\circ$, $GE = 2BG$,则折痕EF的长为()



- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

10. (4分) 如图,点A($a, 3$), B($b, 1$)都在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上,点C, D,分别是 x 轴, y 轴上的动点,则四边形ABCD周长的最小值为()

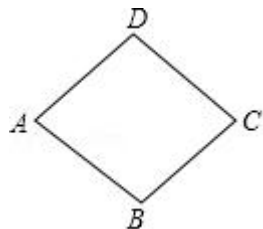


- A. $5\sqrt{2}$ B. $6\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{10} + 2\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{2}$

二、填空题 (本大题 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分, 将答案填在答题纸上)

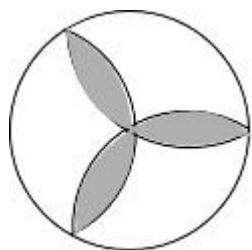
11. (4 分) 计算 $|1 - \sqrt{3}| + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^0 =$ _____.

12. (4 分) 如图, 在菱形 ABCD 中, $\angle DAB = 60^\circ$, $AB = 2$, 则菱形 ABCD 的面积为_____.



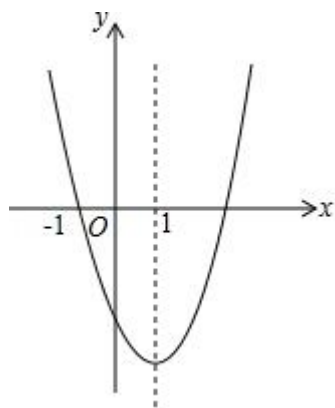
13. (4 分) 一件衣服售价为 200 元, 六折销售, 仍可获利 20%, 则这件衣服的进价是_____元.

14. (4 分) 用等分圆周的方法, 在半径为 1 的图中画出如图所示图形, 则图中阴影部分面积为_____.



15. (4 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $(-1, 0)$, 且对称轴为直线 $x = 1$, 有下列结论:

① $abc < 0$; ② $10a + 3b + c > 0$; ③ 抛物线经过点 $(4, y_1)$ 与点 $(-3, y_2)$, 则 $y_1 > y_2$; ④ 无论 a, b, c 取何值, 抛物线都经过同一个点 $(-\frac{c}{a}, 0)$; ⑤ $am^2 + bm + a \geq 0$, 其中所有正确的结论是_____.



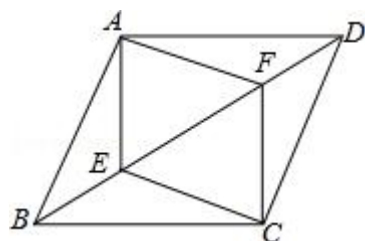
三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 90 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

16. (8 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x - (x - 2) > 4 \\ \frac{2x + 1}{3} > x - 1 \end{cases}$$

17. (8分) 先化简, 再求值: $(\frac{x+2}{x-2} - \frac{8x}{x^2-4}) \div \frac{x^2-2x}{x+2}$, 其中 $x=\sqrt{3}$.

18. (10分) 我国古代数学名著《孙子算经》中有“鸡兔同笼”问题: “今有鸡兔同笼, 上有三十五头, 下有九十四足, 问鸡兔各几何”, 意思是: 鸡和兔关在一个笼子里, 从上面看有 35 个头, 从下面看有 94 条腿, 问笼中鸡或兔各有多少只?

19. (10分) 如图, 四边形 ABCD 是平行四边形, E, F 是对角线 BD 上的两点, 且 $BF=ED$, 求证: $AE \parallel CF$.

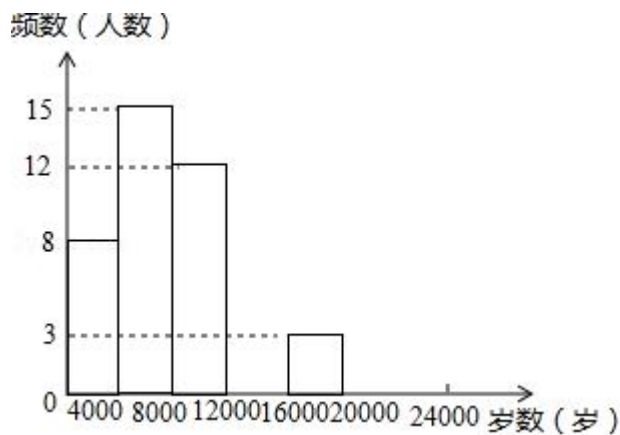


20. (12分) 现今“微信运动”被越来越多的人关注和喜爱, 某兴趣小组随机调查了本市 50 名教师某日“微信运动”中的步数情况进行统计整理, 绘制了如下的统计图表 (不完整):

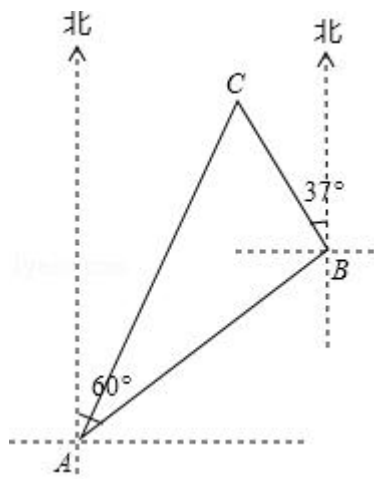
步数	频数	频率
$0 \leq x < 4000$	8	a
$4000 \leq x < 8000$	15	0.3
$8000 \leq x < 12000$	12	b
$12000 \leq x < 16000$	c	0.2
$16000 \leq x < 20000$	3	0.06
$20000 \leq x < 24000$	d	0.04

请根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 写出 a, b, c, d 的值并补全频数分布直方图;
- (2) 本市约有 37800 名教师, 用调查的样本数据估计日行走步数超过 12000 步 (包含 12000 步) 的教师有多少名?
- (3) 若在 50 名被调查的教师中, 选取日行走步数超过 16000 步 (包含 16000 步) 的两名教师与大家分享心得, 求被选取的两名教师恰好都在 20000 步 (包含 20000 步) 以上的概率.

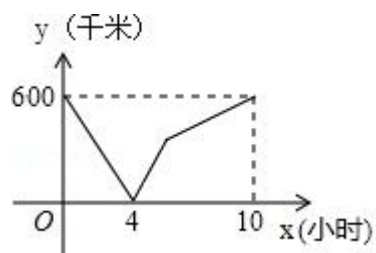


21. (10 分) 一艘渔船位于港口 A 的北偏东 60° 方向, 距离港口 20 海里 B 处, 它沿北偏西 37° 方向航行至 C 处突然出现故障, 在 C 处等待救援, B, C 之间的距离为 10 海里, 救援船从港口 A 出发 20 分钟到达 C 处, 求救援的艇的航行速度. ($\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, 结果取整数)



22. (10 分) 一辆慢车从甲地匀速行驶至乙地, 一辆快车同时从乙地出发匀速行驶至甲地, 两车之间的距离 y (千米) 与行驶时间 x (小时) 的对应关系如图所示:

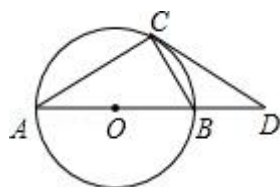
- (1) 甲乙两地相距多远?
- (2) 求快车和慢车的速度分别是多少?
- (3) 求出两车相遇后 y 与 x 之间的函数关系式;
- (4) 何时两车相距 300 千米.



23. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 与 $\odot O$ 相切于点 C, 与 AB 的延长线交于 D.

(1) 求证: $\triangle ADC \sim \triangle CDB$;

(2) 若 $AC=2$, $AB=\frac{3}{2}CD$, 求 $\odot O$ 半径.



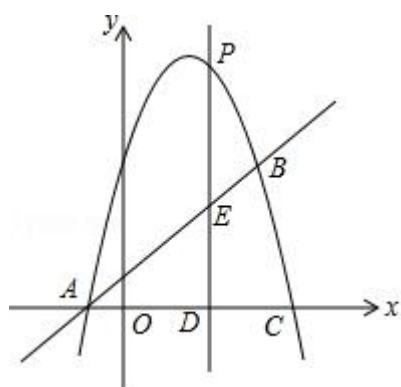
24. (12 分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与直线 $y=x+1$ 相交于 A $(-1, 0)$, B $(4, m)$ 两点, 且抛物线经过点 C $(5, 0)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 是抛物线上的一个动点 (不与点 A、点 B 重合), 过点 P 作直线 $PD \perp x$ 轴于点 D, 交直线 AB 于点 E.

①当 $PE=2ED$ 时, 求 P 点坐标;

②是否存在点 P 使 $\triangle BEC$ 为等腰三角形? 若存在请直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2017 年新疆乌鲁木齐市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 如图，数轴上点 A 表示数 a ，则 $|a|$ 是 ()



A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

【分析】直接根据数轴上 A 点的位置可求 a ，再根据绝对值的性质即可得出结论.

【解答】解：∵ A 点在 -2 处，

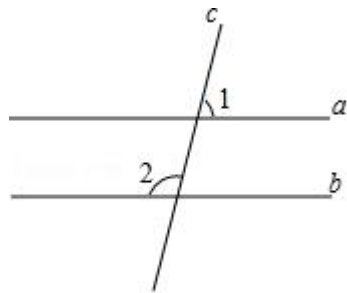
∴ 数轴上 A 点表示的数 $a = -2$ ，

$|a| = |-2| = 2$.

故选 A.

【点评】本题考查的是绝对值和数轴，熟知数轴上各点与实数是一一对应关系是解答此题的关键.

2. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 72^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 118° B. 108° C. 98° D. 72°

【分析】根据平行线的性质，以及邻补角的定义进行计算即可.

【解答】解：∵ 直线 $a \parallel b$ ，

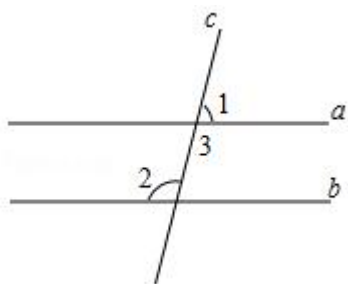
∴ $\angle 2 = \angle 3$ ，

∵ $\angle 1 = 72^\circ$ ，

∴ $\angle 3 = 108^\circ$ ，

∴ $\angle 2 = 108^\circ$ ，

故选：B.



【点评】 本题主要考查了平行线的性质的运用，解题时注意：两直线平行，内错角相等.

3. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 计算 $(ab^2)^3$ 的结果是 ()

A. $3ab^2$ B. ab^6 C. a^3b^5 D. a^3b^6

【分析】 根据整式的运算即可求出答案.

【解答】 解：原式= a^3b^6 ,

故选 (D)

【点评】 本题考查整式的运算法则，解题的关键是熟练运用整式的运算法则，本题属于基础题型.

4. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 下列说法正确的是 ()

- A. “经过有交通信号的路口，遇到红灯，”是必然事件
- B. 已知某篮球运动员投篮投中的概率为 0.6，则他投 10 次一定可投中 6 次
- C. 处于中间位置的数一定是中位数
- D. 方差越大数据的波动越大，方差越小数据的波动越小

【分析】 根据概率的意义以及中位数的定义、方差的意义分别分析得出答案.

【解答】 解：A、“经过有交通信号的路口，遇到红灯，”是随机事件，故原题说法错误；

B、已知某篮球运动员投篮投中的概率为 0.6，则他投 10 次一定可投中 6 次，说法错误；

C、处于中间位置的数一定是中位数，说法错误；

D、方差越大数据的波动越大，方差越小数据的波动越小，说法正确；

故选：D.

【点评】 此题主要考查了中位数、方差、随机事件以及概率，关键是掌握中位数、随机事件的定义，掌握概率和方差的意义.

5. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 如果 n 边形每一个内角等于与它相邻外角的 2 倍，则 n 的值是

()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【解答】解：设外角为 x ，则相邻的内角为 $2x$ ，

由题意得， $2x+x=180^\circ$ ，

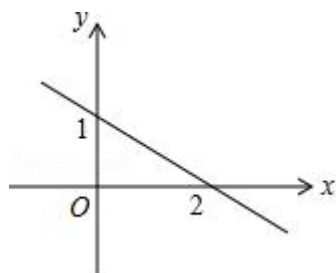
解得， $x=60^\circ$ ，

$360\div 60^\circ=6$ ，

故选：C.

【点评】本题考查的是多边形内、外角的知识，理解一个多边形的一个内角与它相邻外角互补是解题的关键.

6. (4分) (2017•乌鲁木齐) 一次函数 $y=kx+b$ (k, b 是常数, $k\neq 0$) 的图象, 如图所示, 则不等式 $kx+b>0$ 的解集是 ()



A. $x<2$ B. $x<0$ C. $x>0$ D. $x>2$

【解答】解：函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(2, 0)$ ，并且函数值 y 随 x 的增大而减小，

所以当 $x<2$ 时，函数值大于 0，即关于 x 的不等式 $kx+b>0$ 的解集是 $x<2$ 。

故选 A.

7. (4分) (2017•乌鲁木齐) 2017 年，在创建文明城市的进程中，乌鲁木齐市为美化城市环境，计划种植树木 30 万棵，由于志愿者的加入，实际每天植树比原计划多 20%，结果提前 5 天完成任务，设原计划每天植树 x 万棵，可列方程是 ()

A. $\frac{30}{x} - \frac{30}{(1+20\%)x} = 5$ B. $\frac{30}{x} - \frac{30}{20\%x} = 5$
C. $\frac{30}{20\%x} + 5 = \frac{30}{x}$ D. $\frac{30}{(1+20\%)x} - \frac{30}{x} = 5$

【分析】根据题意给出的等量关系即可列出方程.

【解答】解：设原计划每天植树 x 万棵，需要 $\frac{30}{x}$ 天完成，

∴实际每天植树 $(x+0.2x)$ 万棵，需要 $\frac{30}{(1+20\%)x}$ 天完成，

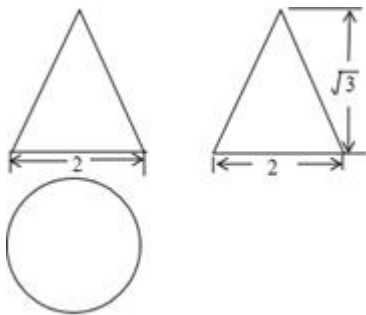
∴提前 5 天完成任务，

$$\therefore \frac{30}{x} - \frac{30}{(1+20\%)x} = 5,$$

故选 (A)

【点评】 本题考查分式方程的应用，解题的关键是利用题目中的等量关系，本题属于基础题型.

8. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 如图，是一个几何体的三视图，根据图中所示数据计算这个几何体的侧面积是 ()



A. π B. 2π C. 4π D. 5π

【分析】 由几何体的三视图可得出原几何体为圆锥，根据图中给定数据求出母线 l 的长度，再套用侧面积公式即可得出结论.

【解答】 解：由三视图可知，原几何体为圆锥，

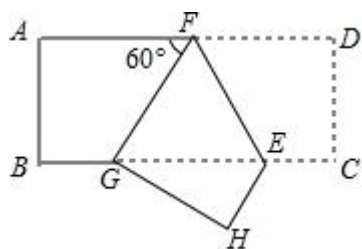
$$\therefore l = \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2,$$

$$\therefore S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{1}{2} \times 2\pi \times \frac{2}{2} \times 2 = 2\pi.$$

故选 B.

【点评】 本题考查了由三视图判断几何体、圆锥的计算以及勾股定理，由几何体的三视图可得出原几何体为圆锥是解题的关键.

9. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 如图，在矩形 ABCD 中，点 F 在 AD 上，点 E 在 BC 上，把这个矩形沿 EF 折叠后，使点 D 恰好落在 BC 边上的 G 点处，若矩形面积为 $4\sqrt{3}$ 且 $\angle AFG = 60^\circ$ ， $GE = 2BG$ ，则折痕 EF 的长为 ()



A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

【解答】解：由折叠的性质可知， $DF=GF$ ， $HE=CE$ ， $GH=DC$ ， $\angle DFE=\angle GFE$ 。

$$\therefore \angle GFE + \angle DFE = 180^\circ - \angle AFG = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle GFE = 60^\circ.$$

$$\therefore AF \parallel GE, \angle AFG = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FGE = \angle AFG = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle GEF$ 为等边三角形，

$$\therefore EF = GE.$$

$$\therefore \angle FGE = 60^\circ, \angle FGE + \angle HGE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HGE = 30^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle GHE$ 中， $\angle HGE = 30^\circ$ ，

$$\therefore GE = 2HE = CE,$$

$$\therefore GH = \sqrt{GE^2 - HE^2} = \sqrt{3}HE = \sqrt{3}CE.$$

$$\therefore GE = 2BG,$$

$$\therefore BC = BG + GE + EC = 4EC.$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积为 } 4\sqrt{3}.$$

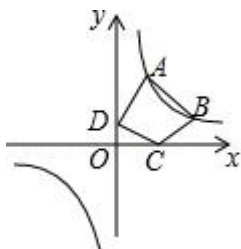
$$\therefore 4EC \cdot \sqrt{3}EC = 4\sqrt{3}.$$

$$\therefore EC = 1, EF = GE = 2.$$

故选 C.

【点评】本题考查了翻折变换、矩形的性质、等边三角形的判定及性质以及解含 30° 角的直角三角形，根据边角关系及解直角三角形找出 $BC=4EC$ 、 $DC=\sqrt{3}EC$ 是解题的关键。

10. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 如图，点 A (a, 3)，B (b, 1) 都在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上，点 C, D, 分别是 x 轴, y 轴上的动点，则四边形 ABCD 周长的最小值为 ()

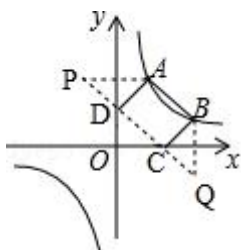


A. $5\sqrt{2}$ B. $6\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{10}+2\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{2}$

【解答】解：分别把点 A (a, 3)、B (b, 1) 代入双曲线 $y=\frac{3}{x}$ 得：a=1, b=3,

则点 A 的坐标为 (1, 3)、B 点坐标为 (3, 1),

作 A 点关于 y 轴的对称点 P, B 点关于 x 轴的对称点 Q,



所以点 P 坐标为 (-1, 3), Q 点坐标为 (3, -1),

连结 PQ 分别交 x 轴、y 轴于 C 点、D 点, 此时四边形 ABCD 的周长最小,

四边形 ABCD 周长=DA+DC+CB+AB

=DP+DC+CQ+AB

=PQ+AB

$$=\sqrt{(-1-3)^2+(3+1)^2}+\sqrt{(1-3)^2+(3-1)^2}$$

$$=4\sqrt{2}+2\sqrt{2}$$

$$=6\sqrt{2}.$$

故选：B.

【点评】 本题考查了反比例函数的综合题：掌握反比例函数图象上点的坐标特征、熟练运用两点之间线段最短解决有关几何图形周长最短的问题是解题的关键.

二、填空题 (本大题 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分, 将答案填在答题纸上)

11. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 计算 $|1-\sqrt{3}|+(\frac{\sqrt{5}}{2})^0=$ $\sqrt{3}$.

【分析】 先利用零指数幂的意义计算, 然后去绝对值后合并.

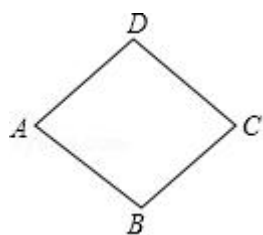
【解答】解：原式= $\sqrt{3}-1+1$

$$=\sqrt{3}.$$

故答案为 $\sqrt{3}$.

【点评】本题考查了实数的运算：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行.

12. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 如图，在菱形 ABCD 中， $\angle DAB=60^\circ$ ， $AB=2$ ，则菱形 ABCD 的面积为 $2\sqrt{3}$.



【解答】解： $\because$ 菱形 ABCD,

$\therefore AD=AB$, $OD=OB$, $OA=OC$,

$\because \angle DAB=60^\circ$,

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形,

$\therefore BD=AB=2$,

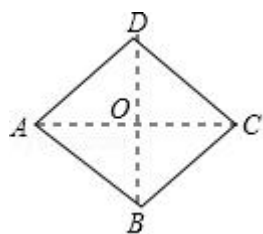
$\therefore OD=1$,

在 $Rt\triangle AOD$ 中，根据勾股定理得： $AO=\sqrt{AD^2-OD^2}=\sqrt{3}$.

$\therefore AC=2\sqrt{3}$,

则 $S_{\text{菱形}ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=2\sqrt{3}$.

故答案为： $2\sqrt{3}$



【点评】此题考查了菱形的性质，等边三角形的判定与性质，勾股定理，熟练掌握菱形的性质是解本题的关键.

13. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 一件衣服售价为 200 元，六折销售，仍可获利 20%，则这件

衣服的进价是 100 元.

【分析】此题的等量关系：实际售价=标价的六折=进价 $\times$ （1+获利率），设未知数，列方程求解即可.

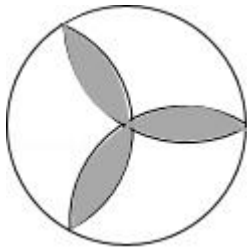
【解答】解：设进价是 x 元，则 $(1+20\%)x=200\times 0.6$ ，
解得： $x=100$.

则这件衬衣的进价是 100 元.

故答案为 100.

【点评】本题考查了一元一次方程应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程是解决问题的关键.

14. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 用等分圆周的方法，在半径为 1 的图中画出如图所示图形，
则图中阴影部分面积为 $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$.



【分析】连 OA ， OP ， AP ，求出 AP 直线和 AP 弧面积，即 $\frac{1}{6}$ 阴影部分面积，从而求解.

【解答】解：如图，设 $\widehat{AB}$ 的中点为 P ，连接 OA ， OP ， AP ，

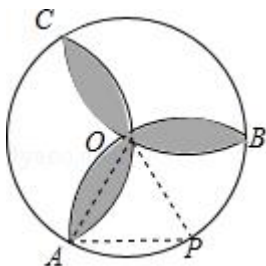
$\triangle OAP$ 的面积是： $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ，

扇形 OAP 的面积是： $S_{\text{扇形}} = \frac{\pi}{6}$ ，

AP 直线和 AP 弧面积： $S_{\text{弓形}} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ ，

阴影面积： $3 \times 2S_{\text{弓形}} = \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

故答案为： $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

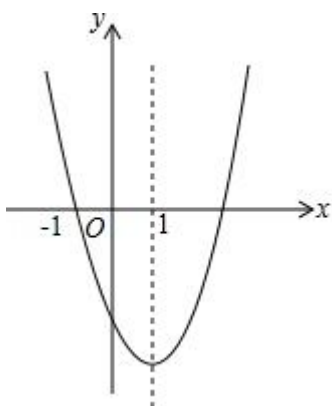


【点评】 本题考查了扇形面积的计算，解题的关键是得到阴影部分面积=6（扇形 OAP 的面积 - $\triangle OAP$ 的面积）.

15. (4 分) (2017•乌鲁木齐) 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 $(-1, 0)$ ，且对称轴为直线 $x=1$ ，有下列结论：

① $abc < 0$ ；② $10a+3b+c > 0$ ；③ 抛物线经过点 $(4, y_1)$ 与点 $(-3, y_2)$ ，则 $y_1 > y_2$ ；④ 无论 a, b, c 取何值，抛物线都经过同一个点 $(-\frac{c}{a}, 0)$ ；⑤ $am^2+bm+a \geq 0$ ，其中所有正确的结论是

②④⑤.



【解答】 解：由图象可知，抛物线开口向上，则 $a > 0$ ，

顶点在 y 轴右侧，则 $b < 0$ ，

抛物线与 y 轴交于负半轴，则 $c < 0$ ，

$\therefore abc > 0$ ，故①错误；

$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 $(-1, 0)$ ，且对称轴为直线 $x=1$ ，

$\therefore$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 $(3, 0)$ ，

$\therefore$ 当 $x=3$ 时， $y=9a+3b+c=0$ ，

$\because a > 0$ ，

$\therefore 10a+3b+c > 0$ ，故②正确；

∵ 对称轴为 $x=1$ ，且开口向上，

∴ 离对称轴水平距离越大，函数值越大，

∴ $y_1 < y_2$ ，故③错误；

$$\text{当 } x = -\frac{c}{a} \text{ 时, } y = a \cdot \left(-\frac{c}{a}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{c}{a}\right) + c = \frac{c^2 - bc + ac - c(a-b+c)}{a},$$

∴ 当 $x = -1$ 时， $y = a - b + c = 0$ ，

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{c}{a} \text{ 时, } y = a \cdot \left(-\frac{c}{a}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{c}{a}\right) + c = 0,$$

即无论 a, b, c 取何值，抛物线都经过同一个点 $\left(-\frac{c}{a}, 0\right)$ ，故④正确；

$x=m$ 对应的函数值为 $y=am^2+bm+c$ ，

$x=1$ 对应的函数值为 $y=a+b+c$ ，

又 ∵ $x=1$ 时函数取得最小值，

$$\therefore am^2+bm+c \geq a+b+c, \text{ 即 } am^2+bm \geq a+b,$$

$$\therefore b = -2a,$$

$$\therefore am^2+bm+a \geq 0, \text{ 故⑤正确；}$$

故答案为：②④⑤.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 系数符号由抛物线开口方向、对称轴、抛物线与 y 轴的交点、抛物线与 x 轴交点的个数确定.

三、解答题 (本大题共 9 小题，共 90 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

$$16. (8 \text{ 分}) (2017 \cdot \text{乌鲁木齐}) \text{ 解不等式组: } \begin{cases} 3x-(x-2) > 4 \\ \frac{2x+1}{3} > x-1 \end{cases}.$$

【分析】 分别求出两个不等式的解集，求其公共解.

$$\text{【解答】解: } \begin{cases} 3x-(x-2) > 4 \text{ ①} \\ \frac{2x+1}{3} > x-1 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得， $x > 1$ ，

由②得， $x < 4$ ，

所以，不等式组的解集为 $1 < x < 4$.

17. (8分) (2017•乌鲁木齐) 先化简, 再求值: $(\frac{x+2}{x-2} - \frac{8x}{x^2-4}) \div \frac{x^2-2x}{x+2}$, 其中 $x=\sqrt{3}$.

【分析】先把除法化为乘法, 再根据运算顺序与计算方法先化简, 再把 $x=\sqrt{3}$ 代入求解即可.

【解答】解: 原式 = $(\frac{x+2}{x-2} - \frac{8x}{(x+2)(x-2)}) \cdot \frac{x+2}{x(x-2)}$

$$= \frac{x^2+4x+4-8x}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x+2}{x(x-2)}$$
$$= \frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x+2}{x(x-2)}$$
$$= \frac{1}{x},$$

当 $x=\sqrt{3}$ 时, 原式 = $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

【点评】本题考查的是分式的化简求值及实数的运算, 熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

18. (10分) (2017•乌鲁木齐) 我国古代数学名著《孙子算经》中有“鸡兔同笼”问题: “今有鸡兔同笼, 上有三十五头, 下有九十四足, 问鸡兔各几何”, 意思是: 鸡和兔关在一个笼子里, 从上面看有 35 个头, 从下面看有 94 条腿, 问笼中鸡或兔各有多少只?

【分析】设笼中鸡有 x 只, 兔有 y 只, 本题中的等量关系有: 鸡头+兔头=35 头; 鸡足+兔足=94 足, 需要注意的是, 一只鸡有一头两足, 一只兔有一头四足.

【解答】解: 设笼中鸡有 x 只, 兔有 y 只, 由题意得:

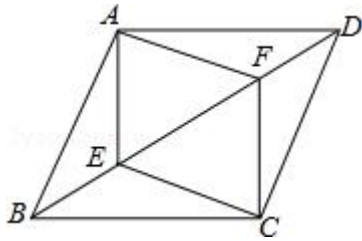
$$\begin{cases} x+y=35 \\ 2x+4y=94 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x=23 \\ y=12 \end{cases}$.

答: 笼中鸡有 23 只, 兔有 12 只.

【点评】本题考查二元一次方程组的应用, 解题关键是要读懂题目的意思, 根据题目给出的条件, 找出合适的等量关系, 列出方程组, 再求解. 需要注意的是, 一只鸡有一头两足, 一只兔有一头四足.

19. (10分) (2017•乌鲁木齐) 如图, 四边形 ABCD 是平行四边形, E, F 是对角线 BD 上的两点, 且 $BF=ED$, 求证: $AE \parallel CF$.



【分析】连接 AC，交 BD 于点 O，由“平行四边形 ABCD 的对角线互相平分”得到 $OA=OC$ ， $OB=OD$ ；然后结合已知条件证得 $OE=OF$ ，则“对角线互相平分的四边形是平行四边形”，即可得出结论.

【解答】证明：连接 AC，交 BD 于点 O，如图所示：

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore OA=OC$ ， $OB=OD$ ，

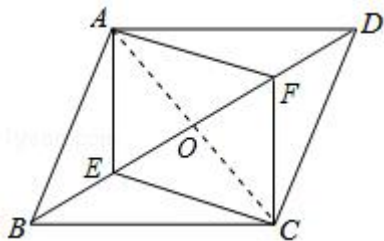
$\because BF=ED$ ，

$\therefore OE=OF$ ，

$\because OA=OC$ ，

$\therefore$ 四边形 AECF 是平行四边形，

$\therefore AE \parallel CF$.



【点评】本题考查了平行四边形的判定与性质，平行四边形的判定方法共有五种，应用时要认真领会它们之间的联系与区别，同时要根据条件合理、灵活地选择方法是解决问题的关键.

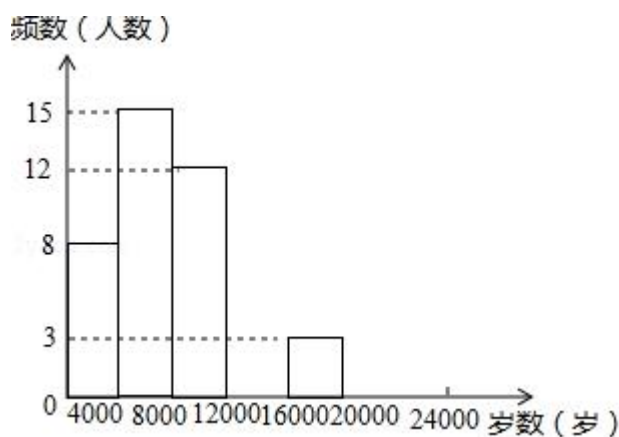
20. (12 分) (2017•乌鲁木齐) 现今“微信运动”被越来越多的人关注和喜爱，某兴趣小组随机调查了我市 50 名教师某日“微信运动”中的步数情况进行统计整理，绘制了如下的统计图表（不完整）：

步数	频数	频率
$0 \leq x < 4000$	8	a
$4000 \leq x < 8000$	15	0.3
$8000 \leq x < 12000$	12	b

$12000 \leq x < 16000$	c	0.2
$16000 \leq x < 20000$	3	0.06
$20000 \leq x < 24000$	d	0.04

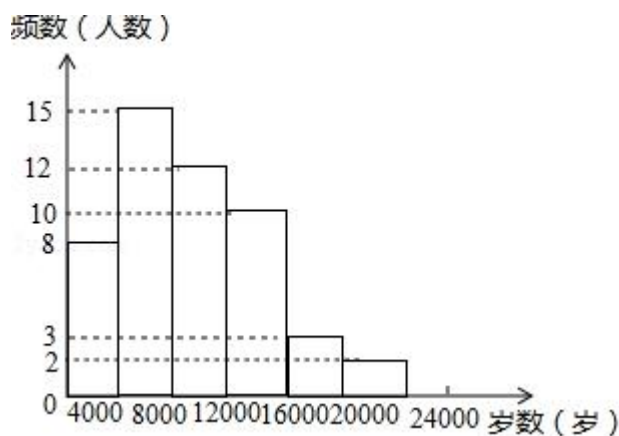
请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 写出 a, b, c, d 的值并补全频数分布直方图；
- (2) 本市约有 37800 名教师，用调查的样本数据估计日行走步数超过 12000 步（包含 12000 步）的教师有多少名？
- (3) 若在 50 名被调查的教师中，选取日行走步数超过 16000 步（包含 16000 步）的两名教师与大家分享心得，求被选取的两名教师恰好都在 20000 步（包含 20000 步）以上的概率。



【解答】解：(1) $a=8 \div 50=0.16$, $b=12 \div 50=0.24$, $c=50 \times 0.2=10$, $d=50 \times 0.04=2$,

补全频数分布直方图如下：



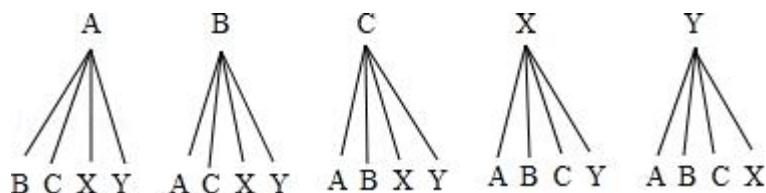
(2) $37800 \times (0.2+0.06+0.04) = 11340$,

答：估计日行走步数超过 12000 步（包含 12000 步）的教师有 11340 名；

(3) 设 $16000 \leq x < 20000$ 的 3 名教师分别为 A、B、C,

$20000 \leq x < 24000$ 的 2 名教师分别为 X、Y,

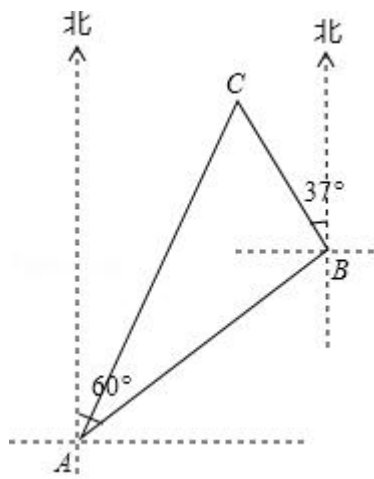
画树状图如下:



由树状图可知, 被选取的两名教师恰好都在 20000 步 (包含 20000 步) 以上的概率为 $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

【点评】 此题考查了频率分布直方图, 用到的知识点是频率=频数÷总数, 用样本估计整体让整体×样本的百分比, 读懂统计表, 运用数形结合思想来解决由统计图形式给出的数学实际问题是本题的关键.

21. (10 分) (2017•乌鲁木齐) 一艘渔船位于港口 A 的北偏东 60° 方向, 距离港口 20 海里 B 处, 它沿北偏西 37° 方向航行至 C 处突然出现故障, 在 C 处等待救援, B、C 之间的距离为 10 海里, 救援船从港口 A 出发 20 分钟到达 C 处, 求救援的艇的航行速度. ($\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, 结果取整数)



【解答】 解: 辅助线如图所示:

$BD \perp AD$, $BE \perp CE$, $CF \perp AF$,

有题意知, $\angle FAB = 60^\circ$, $\angle CBE = 37^\circ$,

$\therefore \angle BAD = 30^\circ$,

$\because AB = 20$ 海里,

$\therefore BD = 10$ 海里,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 10\sqrt{3} \approx 17.32$ 海里,

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $\sin 37^\circ = \frac{CE}{BC}$,

$\therefore CE = BC \cdot \sin 37^\circ \approx 0.6 \times 10 = 6$ 海里,

$\therefore \cos 37^\circ = \frac{EB}{BC}$,

$\therefore EB = BC \cdot \cos 37^\circ \approx 0.8 \times 10 = 8$ 海里,

$EF = AD = 17.32$ 海里,

$\therefore FC = EF - CE = 11.32$ 海里,

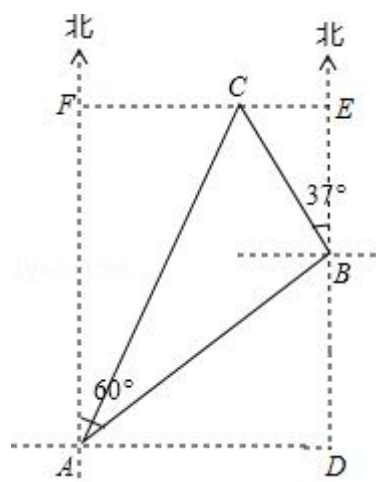
$AF = ED = EB + BD = 18$ 海里,

在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中,

$AC = \sqrt{AF^2 + FC^2} = \sqrt{18^2 + 11.32^2} \approx 21.26$ 海里,

$21.26 \times 3 \approx 64$ 海里/小时.

答: 救援的艇的航行速度大约是 64 海里/小时.

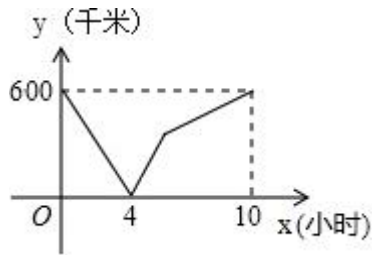


【点评】 考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题, 用到的知识点是方向角、勾股定理、解直角三角形、三角函数值, 关键是做出辅助线, 构造直角三角形.

22. (10 分) (2017•乌鲁木齐) 一辆慢车从甲地匀速行驶至乙地, 一辆快车同时从乙地出发匀速行驶至甲地, 两车之间的距离 y (千米) 与行驶时间 x (小时) 的对应关系如图所示:

- (1) 甲乙两地相距多远?
- (2) 求快车和慢车的速度分别是多少?
- (3) 求出两车相遇后 y 与 x 之间的函数关系式;

(4) 何时两车相距 300 千米.



【解答】解：(1) 由图象得：甲乙两地相距 600 千米；

(2) 由题意得：慢车总用时 10 小时，

∴ 慢车速度为 $\frac{600}{10}=60$ (千米/小时)；

设快车速度为 x 千米/小时，

由图象得： $60 \times 4 + 4x = 600$ ，解得： $x = 90$ ，

∴ 快车速度为 90 千米/小时，慢车速度为 60 千米/小时；

(3) 由图象得： $\frac{600-20}{90-\frac{20}{3}}$ (小时)， $60 \times \frac{20}{3} = 400$ (千米)，

时间为 $\frac{20}{3}$ 小时时快车已到达甲地，此时慢车走了 400 千米，

∴ 两车相遇后 y 与 x 的函数关系式为
$$\begin{cases} y = 150x - 600 (4 \leq x < \frac{20}{3}) \\ y = 60x (\frac{20}{3} \leq x \leq 10) \end{cases}$$
；

(4) 设出发 x 小时后，两车相距 300 千米.

① 当两车没有相遇时，

由题意得： $60x + 90x = 600 - 300$ ，解得： $x = 2$ ；

② 当两车相遇后，

由题意得： $60x + 90x = 600 + 300$ ，解得： $x = 6$ ；

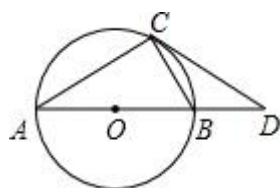
即两车 2 小时或 6 小时时，两车相距 300 千米.

【点评】此题主要考查了一次函数的应用，解题的关键是正确理解题意，求出两车的速度.

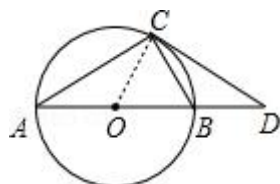
23. (10 分) (2017•乌鲁木齐) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，CD 与 $\odot O$ 相切于点 C，与 AB 的延长线交于 D.

(1) 求证： $\triangle ADC \sim \triangle CDB$ ；

(2) 若 $AC=2$ ， $AB=\frac{3}{2}CD$ ，求 $\odot O$ 半径.



【解答】(1) 证明：如图，连接 CO，



$\because$ CD 与 $\odot O$ 相切于点 C，

$\therefore \angle OCD = 90^\circ$ ，

$\because$ AB 是圆 O 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACO = \angle BCD$ ，

$\because \angle ACO = \angle CAD$ ，

$\therefore \angle CAD = \angle BCD$ ，

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle CDB$ 中，

$$\begin{cases} \angle CAD = \angle BCD \\ \angle ADC = \angle CDB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle CDB$.

(2) 解：设 CD 为 x，

则 $AB = \frac{3}{2}x$ ， $OC = OB = \frac{3}{4}x$ ，

$\because \angle OCD = 90^\circ$ ，

$$\therefore OD = \sqrt{OC^2 + CD^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}x\right)^2 + x^2} = \frac{5}{4}x,$$

$$\therefore BD = OD - OB = \frac{5}{4}x - \frac{3}{4}x = \frac{1}{2}x,$$

由 (1) 知， $\triangle ADC \sim \triangle CDB$ ，

$$\therefore \frac{AC}{CB} = \frac{CD}{BD},$$

$$\text{即 } \frac{2}{CB} = \frac{x}{\frac{1}{2}x},$$

解得 $CB=1$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore \odot O \text{ 半径是 } \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

【点评】此题主要考查了切线的性质和应用，以及勾股定理的应用，要熟练掌握.

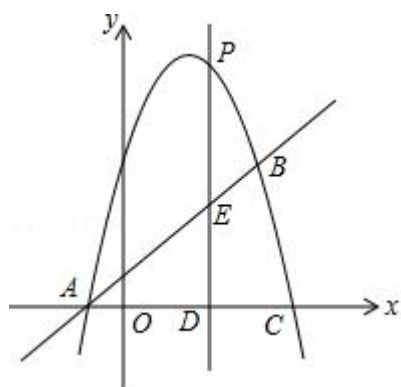
24. (12 分) (2017•乌鲁木齐) 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与直线 $y=x+1$ 相交于 $A(-1, 0)$, $B(4, m)$ 两点，且抛物线经过点 $C(5, 0)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 是抛物线上的一个动点 (不与点 A 、点 B 重合)，过点 P 作直线 $PD \perp x$ 轴于点 D ，交直线 AB 于点 E .

①当 $PE=2ED$ 时，求 P 点坐标;

②是否存在点 P 使 $\triangle BEC$ 为等腰三角形？若存在请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



【解答】解:

(1) $\because$ 点 $B(4, m)$ 在直线 $y=x+1$ 上,

$$\therefore m=4+1=5,$$

$$\therefore B(4, 5),$$

把 A 、 B 、 C 三点坐标代入抛物线解析式可得
$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ 16a+4b+c=5 \\ 25a+5b+c=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=5 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=-x^2+4x+5$;

(2) ①设 $P(x, -x^2+4x+5)$, 则 $E(x, x+1)$, $D(x, 0)$,

则 $PE = |-x^2+4x+5 - (x+1)| = |-x^2+3x+4|$, $DE = |x+1|$,

$\therefore PE = 2ED$,

$\therefore |-x^2+3x+4| = 2|x+1|$,

当 $-x^2+3x+4 = 2(x+1)$ 时, 解得 $x = -1$ 或 $x = 2$, 但当 $x = -1$ 时, P 与 A 重合不合题意, 舍去,

$\therefore P(2, 9)$;

当 $-x^2+3x+4 = -2(x+1)$ 时, 解得 $x = -1$ 或 $x = 6$, 但当 $x = -1$ 时, P 与 A 重合不合题意, 舍去,

$\therefore P(6, -7)$;

综上可知 P 点坐标为 $(2, 9)$ 或 $(6, -7)$;

②设 $P(x, -x^2+4x+5)$, 则 $E(x, x+1)$, 且 $B(4, 5)$, $C(5, 0)$,

$\therefore BE = \sqrt{(x-4)^2 + (x+1-5)^2} = \sqrt{2} |x-4|$, $CE = \sqrt{(x-5)^2 + (x+1)^2} = \sqrt{2x^2-8x+26}$,

$BC = \sqrt{(4-5)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{26}$,

当 $\triangle BEC$ 为等腰三角形时, 则有 $BE = CE$ 、 $BE = BC$ 或 $CE = BC$ 三种情况,

当 $BE = CE$ 时, 则 $\sqrt{2} |x-4| = \sqrt{2x^2-8x+26}$, 解得 $x = \frac{3}{4}$, 此时 P 点坐标为 $(\frac{3}{4}, \frac{119}{16})$;

当 $BE = BC$ 时, 则 $\sqrt{2} |x-4| = \sqrt{26}$, 解得 $x = 4 + \sqrt{13}$ 或 $x = 4 - \sqrt{13}$, 此时 P 点坐标为 $(4 + \sqrt{13}, -4\sqrt{13} - 8)$ 或 $(4 - \sqrt{13}, 4\sqrt{13} - 8)$;

当 $CE = BC$ 时, 则 $\sqrt{2x^2-8x+26} = \sqrt{26}$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 4$, 当 $x = 4$ 时 E 点与 B 点重合, 不合题意, 舍去, 此时 P 点坐标为 $(0, 5)$;

综上可知存在满足条件的点 P , 其坐标为 $(\frac{3}{4}, \frac{119}{16})$ 或 $(4 + \sqrt{13}, -4\sqrt{13} - 8)$ 或 $(4 - \sqrt{13}, 4\sqrt{13} - 8)$ 或 $(0, 5)$.

【点评】 本题为二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、勾股定理、等腰三角形的性质、方程思想及分类讨论思想等知识. 在 (1) 中注意待定系数法的应用, 在 (2) ①中用 P 点坐标分别表示出 PE 和 ED 的长是解题关键, 在 (2) ②中用 P 点坐标表示出 BE 、 CE 和 BC 的长是解题的关键, 注意分三种情况讨论. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 难度适中.