

2011 年新疆建设兵团中考数学试卷

一、精心选择（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题所给四个选项中，只有一个正确的，请将正确选项的字母填入答题卷相应的表格内.）

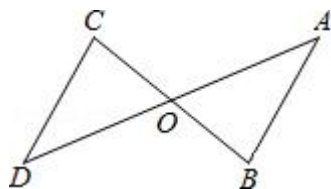
1.（5 分）我国第六次人口普查公布全国人口约为 137054 万，用科学记数法表示是（ ）

- A. 1.37054×10^8 B. 1.37054×10^9
C. 1.37054×10^{10} D. 0.137054×10^{10}

2.（5 分）已知： $a = -a$ ，则数 a 等于（ ）

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 不确定

3.（5 分）如图， $AB \parallel CD$ ， AD 和 BC 相交于点 O ， $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle AOB = 75^\circ$ ，则 $\angle C$ 等于（ ）



- A. 40° B. 65° C. 75° D. 115°

4.（5 分）在社会实践活动中，某同学对甲、乙、丙、丁四个城市一至五月份的白菜价格进行调查.四个城市 5 个月白菜的平均值均为 3.50 元，方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 18.3$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 17.4$ ， $S_{\text{丙}}^2 = 20.1$ ， $S_{\text{丁}}^2 = 12.5$.一至五月份白菜价格最稳定的城市是（ ）

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

5.（5 分）下列各式中正确的是（ ）

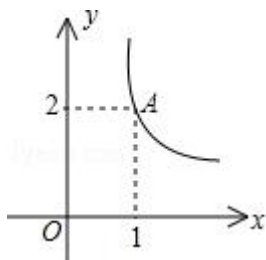
- A. $(-a^3)^2 = -a^6$ B. $(2b-5)^2 = 4b^2 - 25$
C. $(a-b)(b-a) = -(a-b)^2$ D. $a^2 + 2ab + (-b)^2 = (a-b)^2$

6.（5 分）将 $(-\sqrt{5})^0$ ， $(-\sqrt{3})^3$ ， $(-\cos 30^\circ)^{-2}$ ，这三个实数从小到大的顺序排列，正确的顺序是（ ）

- A. $(-\sqrt{3})^3 < (-\sqrt{5})^0 < (-\cos 30^\circ)^{-2}$
B. $(-\cos 30^\circ)^{-2} < (-\sqrt{5})^0 < (-\sqrt{3})^3$
C. $(-\sqrt{5})^0 < (-\sqrt{3})^3 < (-\cos 30^\circ)^{-2}$
D. $(-\cos 30^\circ)^{-2} < (-\sqrt{3})^3 < (-\sqrt{5})^0$

7.（5 分）如图， l_1 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的图象，且经过点 $A(1, 2)$. l_1 关于

x 轴对称的图象为 l_2 ，那么 l_2 的函数表达式为（ ）



- A. $y = \frac{2}{x} (x < 0)$ B. $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ C. $y = -\frac{2}{x} (x < 0)$ D. $y = -\frac{2}{x} (x > 0)$

8. (5分) 某几何体的三视图及相关数据如图所示, 该几何体的全面积 s 等于 ()



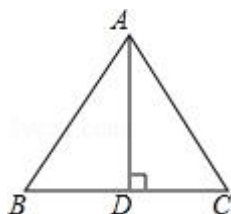
- A. $\frac{1}{2}\pi a(a+c)$ B. $\frac{1}{2}\pi a(a+b)$ C. $\pi a(a+c)$ D. $\pi a(a+b)$

二、合理填空 (本大题共 6 个小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

9. (5分) 若二次根式 $\sqrt{3x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

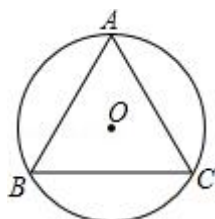
10. (5分) 方程 $\frac{2x+1}{1-x} = 4$ 的解为_____.

11. (5分) 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $AB = 4cm$, 则 BC 边上的高 AD 等于_____ cm .

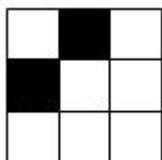


12. (5分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 有实数根, 则 a 的取值范围是_____.

13. (5分) 如图, $\angle BAC$ 所对的弧 (图中 $\widehat{BC}$) 的度数为 120° , $\odot O$ 的半径为 5, 则弦 BC 的长为_____.



14. (5分) 如图, 在 3×3 的正方形网格中, 已有两个小正方形被涂黑. 再将图中其余小正方形任意涂黑一个, 使整个图案构成一个轴对称图形的的方法有_____种.



三、解答题（一）（本大题共有 3 题，共 20 分）

15.（6 分）先化简，再求值： $(\frac{1}{x-1}+1) \div \frac{x}{x^2-1}$ ，其中 $x = -2$ 。

16.（6 分）解不等式组 $\begin{cases} 5x-9 < 3(x-1) \\ 1-\frac{3}{2}x \leq \frac{1}{2}x-1 \end{cases}$ ，并将解集在数轴上表示出来。

17.（8 分）甲、乙两县参加由地区教育局举办的“双语口语”大赛，两县参赛人数相等。比赛结束后，学生成绩分别为 7 分、8 分、9 分、10 分（满分 10 分）。甲、乙两县不完整成绩统计表如右表所示。经计算，乙县的平均分是 8.25，中位数是 8 分。

（1）请写出扇形图中“8 分”所在扇形的圆心角度数；求出甲县的平均分、中位数；根据以上信息分析哪个县的成绩较好；

（2）若地区教育局要组织一个由 8 人的代表队参加自治区组织的团体赛，为了便于管理，决定从这两个县的一个县中挑选参赛选手。请你分析该从哪个县选取。

甲、乙两县成绩统计表					乙县成绩扇形统计图
分数	7 分	8 分	9 分	10 分	
甲县人数	11	1	0	8	
乙县人数	8		3	5	

四、解答题（二）（本大题共有 7 题，共 60 分）

18.（8 分）有红、黄两个盒子，红盒子中装有编号分别为 1、2、3、5 的四个红球，黄盒子中装有编号为 1、2、3 的三个黄球。甲、乙两人玩摸球游戏，游戏规则为：甲从红盒子中每次摸出一个小球，乙从黄盒子中每次摸出一个小球，若两球编号之和为奇数，则甲胜，否则乙胜。

（1）试用列表或画树状图的方法，求甲获胜的概率；

（2）请问这个游戏规则对甲、乙双方公平吗？若公平，请说明理由；若不公平，试改动红盒子中的一个小球的编号，使游戏规则公平。

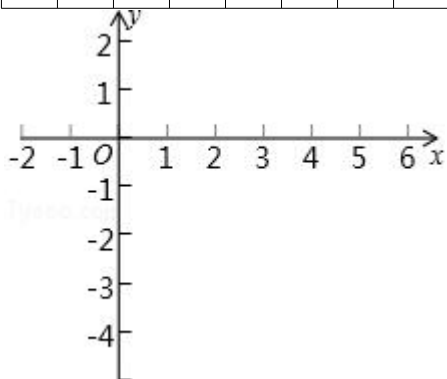
19.（8 分）已知抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点（ A 点在 B 点左侧），顶点为 P 。

(1) 求 A 、 B 、 P 三点的坐标；

(2) 在直角坐标系中，用列表描点法作出抛物线的图象，并根据图象写出 x 取何值时，函数值大于零；

(3) 将此抛物线的图象向下平移一个单位，请写出平移后图象的函数表达式．

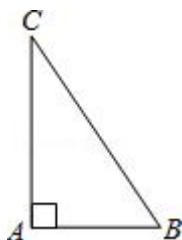
x							
y							



20. (8分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$.

(1) 用尺规作图的方法，作出 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 45° 后的图形 $\triangle AB_1C_1$ (保留作图痕迹)；

(2) 若 $AB = 3$ ， $BC = 5$ ，求 $\tan \angle AB_1C_1$.

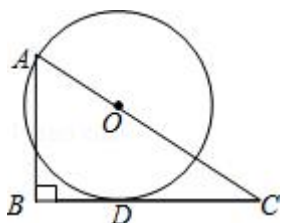


21. (8分) 请判断下列命题是否正确？如果正确，请给出证明；如果不正确，请举出反例．

(1) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；

(2) 一组对角相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形．

22. (8分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，圆心 O 在 AC 上， $\odot O$ 与 BC 相切于点 D ，求 $\odot O$ 的半径．



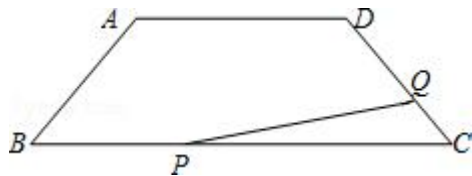
23. (10分) 某商场推销一种书包, 进价为 30 元, 在试销中发现这种书包每天的销售量 P (个) 与每个书包销售价 x (元) 满足一次函数关系式. 当定价为 35 元时, 每天销售 30 个; 定价为 37 元时, 每天销售 26 个. 问: 如果要保证商场每天销售这种书包获利 200 元, 求书包的销售单价应定为多少元?

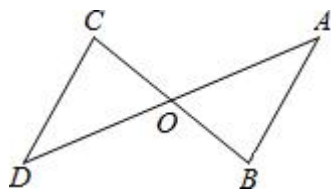
24. (10分) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD = 4$, $BC = 9$, $\angle B = 45^\circ$. 动点 P 从点 B 出发沿 BC 向点 C 运动, 动点 Q 同时以相同速度从点 C 出发沿 CD 向点 D 运动, 其中一个动点到达端点时, 另一个动点也随之停止运动.

(1) 求 AB 的长;

(2) 设 $BP = x$, 问当 x 为何值时 $\triangle PCQ$ 的面积最大, 并求出最大值;

(3) 探究: 在 AB 边上是否存在点 M , 使得四边形 $PCQM$ 为菱形? 请说明理由.





- A. 40° B. 65° C. 75° D. 115°

【考点】JA：平行线的性质.

【分析】由 $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle AOB = 75^\circ$ ，根据三角形内角和定理，即可求得 $\angle B$ 的度数，又由 $AB \parallel CD$ ，根据两直线平行，内错角相等，即可求得 $\angle C$ 的值.

【解答】解： $\because \angle A = 40^\circ$ ， $\angle AOB = 75^\circ$.

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle AOB = 180^\circ - 40^\circ - 75^\circ = 65^\circ ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle C = \angle B = 65^\circ .$$

故选：B.

【点评】此题考查了平行线的性质与三角形内角和定理. 解题的关键是掌握两直线平行，内错角相等的定理的应用.

4. (5分) 在社会实践活动中，某同学对甲、乙、丙、丁四个城市一至五月份的白菜价格进行调查. 四个城市5个月白菜的平均值均为3.50元，方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 18.3$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 17.4$ ， $S_{\text{丙}}^2 = 20.1$ ， $S_{\text{丁}}^2 = 12.5$. 一至五月份白菜价格最稳定的城市是 ()
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【考点】W7：方差.

【分析】据方差的意义可作出判断. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定. 根据方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 18.3$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 17.4$ ， $S_{\text{丙}}^2 = 20.1$ ， $S_{\text{丁}}^2 = 12.5$. 可找到最稳定的.

【解答】解：因为丁城市的方差最小，所以丁最稳定.

故选：D.

【点评】本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

5. (5分) 下列各式中正确的是 ()

A. $(-a^3)^2 = -a^6$ B. $(2b - 5)^2 = 4b^2 - 25$

$$C. (a-b)(b-a) = -(a-b)^2 \quad D. a^2+2ab+(-b)^2 = (a-b)^2$$

【考点】47：幂的乘方与积的乘方；4C：完全平方公式.

【分析】根据幂的乘方与积的乘方的计算法则和完全平方公式进行判断即可

【解答】解：A、 $(-a^3)^2 = a^6$ ，故选项错误；

B、 $(2b-5)^2 = 4b^2 - 20b + 25$ ，故选项错误；

C、 $(a-b)(b-a) = -(a-b)^2$ ，故选项正确；

D、 $a^2+2ab+(-b)^2 = (a+b)^2$ ，故选项错误.

故选：C.

【点评】本题主要考查幂的乘方与积的乘方和完全平方公式，熟记完全平方公式对解题大有帮助.

6. (5分) 将 $(-\sqrt{5})^0$, $(-\sqrt{3})^3$, $(-\cos 30^\circ)^{-2}$, 这三个实数从小到大的顺序排列, 正确的顺序是 ()

$$A. (-\sqrt{3})^3 < (-\sqrt{5})^0 < (-\cos 30^\circ)^{-2}$$

$$B. (-\cos 30^\circ)^{-2} < (-\sqrt{5})^0 < (-\sqrt{3})^3$$

$$C. (-\sqrt{5})^0 < (-\sqrt{3})^3 < (-\cos 30^\circ)^{-2}$$

$$D. (-\cos 30^\circ)^{-2} < (-\sqrt{3})^3 < (-\sqrt{5})^0$$

【考点】2A：实数大小比较；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】分别根据0指数幂、数的乘方、特殊角的三角函数值及负整数指数幂的运算计算出各数，再根据实数比较大小的法则比较出各数的大小即可.

$$\text{【解答】解：} \because (-\sqrt{5})^0 = 1, (-\sqrt{3})^3 = -3\sqrt{3}, (-\cos 30^\circ)^{-2} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2} = \frac{4}{3},$$

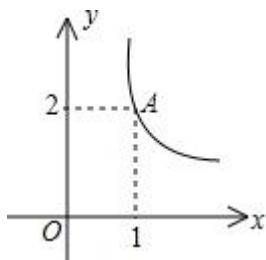
$$\therefore -3\sqrt{3} < 0, \frac{4}{3} > 1,$$

$$\therefore -3\sqrt{3} < 1 < \frac{4}{3}, \text{ 即 } (-\sqrt{3})^3 < (-\sqrt{5})^0 < (-\cos 30^\circ)^{-2}.$$

故选：A.

【点评】本题考查的是实数的大小比较，熟知0指数幂、数的乘方、特殊角的三角函数值及负整数指数幂的运算是解答此题的关键.

7. (5分) 如图， l_1 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的图象，且经过点 A (1, 2). l_1 关于 x 轴对称的图象为 l_2 ，那么 l_2 的函数表达式为 ()



- A. $y = \frac{2}{x} (x < 0)$ B. $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ C. $y = -\frac{2}{x} (x < 0)$ D. $y = -\frac{2}{x} (x > 0)$

【考点】G4：反比例函数的性质.

【分析】因为 l_1 关于 x 轴对称的图象为 l_2 ，因此可知道 A 关于 x 轴的对称点 A' 在 l_2 的函数图象上，从而可求出解析式.

【解答】解： $A(1, 2)$ 关于 x 轴的对称点为 $(1, -2)$.

所以 l_2 的解析式为： $y = -\frac{2}{x}$,

因为 l_1 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的图象，

所以 $x > 0$.

故选：D.

【点评】本题考查反比例函数的性质，知道一点可以确定函数式，因此根据对称找到反比例函数上的点，从而求出解.

8. (5 分) 某几何体的三视图及相关数据如图所示，该几何体的全面积 s 等于 ()



- A. $\frac{1}{2}\pi a(a+c)$ B. $\frac{1}{2}\pi a(a+b)$ C. $\pi a(a+c)$ D. $\pi a(a+b)$

【考点】MP：圆锥的计算；U3：由三视图判断几何体.

【分析】由几何体的主视图和左视图，俯视图是圆，可以判断这个几何体是圆锥.

【解答】解：依题意知母线长 $l = c$ ，底面半径 $r = a$ ，

底面圆周长为 $2\pi a$ ，

则由圆锥的侧面积公式得 $S = \pi rl = \pi \cdot c \cdot a = \pi ac$.

底面圆的面积为： πa^2 ，

$\therefore$ 该几何体的全面积 s 等于： $\pi a(a+c)$.

故选：C.

【点评】此题主要考查了三视图的知识和圆锥侧面面积的计算；解决此类图的关键是由三视图得到立体图形；学生由于空间想象能力不够，找不到圆锥的底面半径，或者对圆锥的侧面面积公式运用不熟练，易造成错误.

二、合理填空（本大题共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分）

9. (5 分) 若二次根式 $\sqrt{3x-1}$ 有意义，则 x 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{3}$.

【考点】72：二次根式有意义的条件.

【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，就可以求解.

【解答】解：根据二次根式有意义，得： $3x - 1 \geq 0$,

解得： $x \geq \frac{1}{3}$.

故答案为： $x \geq \frac{1}{3}$.

【点评】本题考查二次根式有意义的条件，知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

10. (5 分) 方程 $\frac{2x+1}{1-x} = 4$ 的解为 $x = \frac{1}{2}$.

【考点】B3：解分式方程.

【分析】观察可得最简公分母是 $(x-1)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

【解答】解：方程的两边同乘 $(x-1)$ ，得

$$-2x - 1 = 4(x - 1),$$

解得 $x = \frac{1}{2}$.

检验：把 $x = \frac{1}{2}$ 代入 $(x-1) = -\frac{1}{2} \neq 0$.

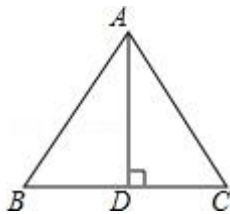
$\therefore$ 原方程的解为： $x = \frac{1}{2}$.

故答案为： $x = \frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了分式方程的解法，(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

11. (5 分) 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， $AB = 4\text{cm}$ ，则 BC 边上的高 AD 等于 $2\sqrt{3}\text{cm}$.



【考点】KK：等边三角形的性质；KQ：勾股定理．

【分析】根据等边三角形的性质可求得 $\angle BAD = 30^\circ$ ，已知 $AB = 4$ ，则在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，可得到 BD 的长，再利用勾股定理求得 AD 的长．

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形， AD 是 BC 边上的高，

$$\therefore \angle BAD = 30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = 4$ ，

$$\therefore BD = 2,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}.$$

故答案为 $2\sqrt{3}$ ．

【点评】本题主要考查学生对等边三角形的性质的理解及运用，难度适中．

12. (5 分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 有实数根，则 a 的取值范围是 $a \leq 1$ ．

【考点】AA：根的判别式．

【分析】在与一元二次方程有关的求值问题中，必须满足下列条件：

(1) 二次项系数不为零；

(2) 在有实数根下必须满足 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ．

【解答】解：因为关于 x 的一元二次方程有实根，

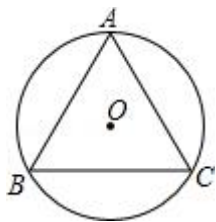
$$\text{所以 } \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4a \geq 0,$$

解之得 $a \leq 1$ ．

故答案为 $a \leq 1$ ．

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, a, b, c 为常数) 根的判别式．当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根．

13. (5 分) 如图， $\angle BAC$ 所对的弧 (图中 $\widehat{BC}$) 的度数为 120° ， $\odot O$ 的半径为 5，则弦 BC 的长为 $5\sqrt{3}$ ．



【考点】M5：圆周角定理；T7：解直角三角形．

【分析】连接 OB 、 OC ，过 O 点作 $OD \perp BC$ 于点 D ，由 $\widehat{BC}$ 可求出 $\angle BOC = 120^\circ$ ，再由垂径定理可知 $BD = \frac{1}{2}BC$ ，根据锐角三角函数的定义可求出 BD 的长，进而可得出 BC 的长．

【解答】解：连接 OB 、 OC ，过 O 点作 $OD \perp BC$ 于点 D ，

$$\because \widehat{BC} = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 120^\circ,$$

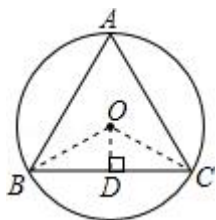
$$\because OD \perp BC,$$

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC, \angle BOD = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OBD \text{ 中, } BD = OB \cdot \sin \angle BOD = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2},$$

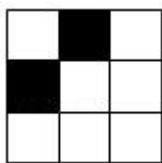
$$\therefore BC = 2BD = 2 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}.$$

故答案为： $5\sqrt{3}$ ．



【点评】 本题考查的是圆心角、弧、弦的关系及垂径定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形，利用锐角三角函数的定义是解答此题的关键．

- 14.（5 分）如图，在 3×3 的正方形网格中，已有两个小正方形被涂黑．再将图中其余小正方形任意涂黑一个，使整个图案构成一个轴对称图形的方法有 5 种．



【考点】P8：利用轴对称设计图案．

【分析】根据轴对称的概念作答．如果一个图形沿一条直线对折，直线两旁的部分能互相重合，那么这个图形叫做轴对称图形．

【解答】解：选择一个正方形涂黑，使得 3 个涂黑的正方形组成轴对称图形，

1		4
	3	6
2	5	7

选择的位置有以下几种：1 处，3 处，7 处，6 处，5 处，选择的位置共有 5 处．

故答案为：5．

【点评】本题考查了利用轴对称设计图案的知识，关键是掌握好轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

三、解答题（一）（本大题共有 3 题，共 20 分）

15.（6 分）先化简，再求值： $(\frac{1}{x-1}+1) \div \frac{x}{x^2-1}$ ，其中 $x = -2$ ．

【考点】6D：分式的化简求值．

【分析】先对括号里的分式通分，计算出来后，再把除法转化为乘法，最后把 x 的值代入计算即可．

【解答】解：原式 $= \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x} = x+1$ ．

当 $x = -2$ 时，原式 $= -2+1 = -1$ ．

【点评】本题考查了分式的化简求值．解题的关键是对分式的分子、分母要进行因式分解．

16.（6 分）解不等式组 $\begin{cases} 5x-9 < 3(x-1) \\ 1-\frac{3}{2}x \leq \frac{1}{2}x-1 \end{cases}$ ，并将解集在数轴上表示出来．

【考点】C2：不等式的性质；C4：在数轴上表示不等式的解集；C6：解一元一次不等式；

CB：解一元一次不等式组．

【分析】根据不等式的性质求出不等式的解集，根据找不等式组解集的规律找出不等式组的解集即可．

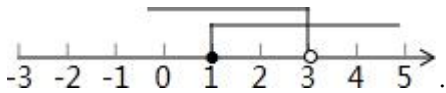
【解答】解： $\begin{cases} 5x-9 < 3(x-1) & \text{①} \\ 1-\frac{3}{2}x \leq \frac{1}{2}x-1 & \text{②} \end{cases}$ ，

解不等式①得： $x < 3$ ，

解不等式②得： $x \geq 1$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集是 $1 \leq x < 3$ ，

把不等式组的解集在数轴上表示为：



【点评】 本题主要考查对不等式的性质，解一元一次不等式（组），在数轴上表示不等式组的解集等知识点的理解和掌握，能根据不等式的解集找出不等式组的解集是解此题的关键。

17.（8分）甲、乙两县参加由地区教育局举办的“双语口语”大赛，两县参赛人数相等。比赛结束后，学生成绩分别为7分、8分、9分、10分（满分10分）。甲、乙两县不完整成绩统计表如右表所示。经计算，乙县的平均分是8.25，中位数是8分。

（1）请写出扇形图中“8分”所在扇形的圆心角度数；求出甲县的平均分、中位数；根据以上信息分析哪个县的成绩较好；

（2）若地区教育局要组织一个由8人的代表队参加自治区组织的团体赛，为了便于管理，决定从这两个县的一个县中挑选参赛选手。请你分析该从哪个县选取。

甲、乙两县成绩统计表					乙县成绩扇形统计图
分数	7分	8分	9分	10分	
甲县人数	11	1	0	8	
乙县人数	8		3	5	

【考点】 VB：扇形统计图；W2：加权平均数；W4：中位数。

【分析】（1）先求出乙县中得8分的占几人，然后求出它占总人数的百分比，然后再乘以360度即可求出圆心角的度数；根据平均数公式求出甲县的平均数，再由中位数的定义求出中位数，从平均分和中位数角度上判断，乙县的成绩较好。

（2）根据题意从图上可知，甲县得（10分）的有8人，而乙县得（10分）的只有5人，所以应选甲县。

【解答】解：（1） $\because$ 两县参赛人数相等，

$\therefore$ 乙县人数为20人，则8分的有 $20 - 8 - 3 - 5 = 4$ 人，占总人数的百分比为 $4 \div 20 \times 100\% = 20\%$ ，

$\therefore$ 扇形图中“8分”所在扇形的圆心角度数 $= 360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ；

甲县的平均分 $= (11 \times 7 + 8 \times 1 + 10 \times 8) \div 20 = 8.25$ 分，

中位数是 $(7+7) \div 2 = 7$ ；

由于两校平均分相等，中位数甲县较低，所以从平均分和中位数角度上判断，乙县的成绩较好。

(2) 因为选 8 名学生参加市级口语团体赛，甲县得 (10 分) 的有 8 人，而乙县得 (10 分) 的只有 5 人，所以应选甲县。

【点评】 本题考查的是扇形统计图的运用，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小，另外还要理解中位数的概念。

四、解答题 (二) (本大题共有 7 题，共 60 分)

18. (8 分) 有红、黄两个盒子，红盒子中装有编号分别为 1、2、3、5 的四个红球，黄盒子中装有编号为 1、2、3 的三个黄球。甲、乙两人玩摸球游戏，游戏规则为：甲从红盒子中每次摸出一个小球，乙从黄盒子中每次摸出一个小球，若两球编号之和为奇数，则甲胜，否则乙胜。

(1) 试用列表或画树状图的方法，求甲获胜的概率；

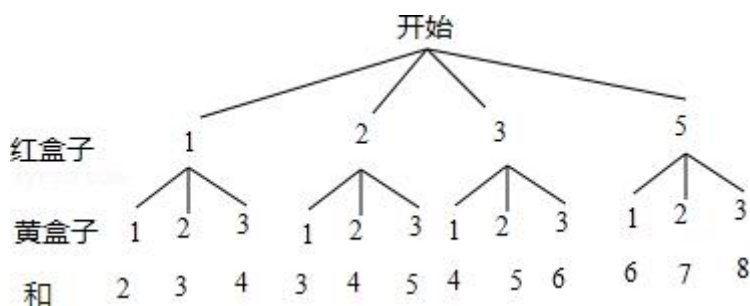
(2) 请问这个游戏规则对甲、乙双方公平吗？若公平，请说明理由；若不公平，试改动红盒子中的一个球的编号，使游戏规则公平。

【考点】 X6：列表法与树状图法；X7：游戏公平性。

【分析】 (1) 首先画树状图，然后根据树状图即可求得甲获胜的概率；

(2) 根据树状图，求得甲、乙获胜的概率，然后比较概率，即可求得这个游戏规则对甲、乙双方是否公平。

【解答】 解：(1) 画树状图得：



$\therefore$ 一共有 12 种等可能的结果，两球编号之和为奇数有 5 种情况，

$$\therefore P(\text{甲胜}) = \frac{5}{12};$$

(2) 不公平.

$$\therefore P(\text{乙胜}) = \frac{7}{12},$$

$$\therefore P(\text{甲胜}) \neq P(\text{乙胜}),$$

$\therefore$ 这个游戏规则对甲、乙双方不公平;

将红盒子中装有编号分别为 1、2、3、5 的四个红球, 改为 1、2、3、4 的四个红球即可.

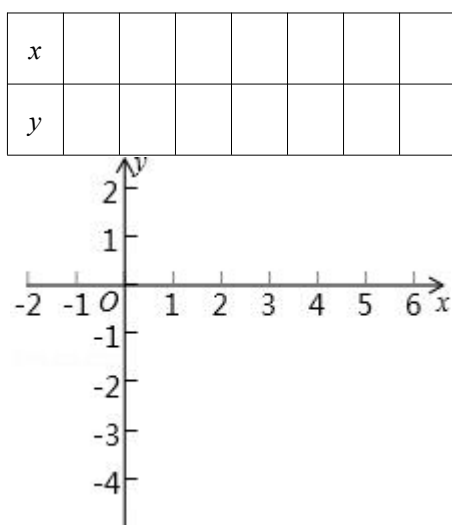
【点评】 本题考查的是游戏公平性的判断. 判断游戏公平性就要计算每个事件的概率, 概率相等就公平, 否则就不公平.

19. (8 分) 已知抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (A 点在 B 点左侧), 顶点为 P .

(1) 求 A 、 B 、 P 三点的坐标;

(2) 在直角坐标系中, 用列表描点法作出抛物线的图象, 并根据图象写出 x 取何值时, 函数值大于零;

(3) 将此抛物线的图象向下平移一个单位, 请写出平移后图象的函数表达式.



【考点】 H2: 二次函数的图象; H6: 二次函数图象与几何变换; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 (1) 令 $y = 0$ 求得点 A 、 B 的坐标, 根据抛物线的顶点公式求得点 P 的坐标;

(2) 首先写出以顶点为中心的 5 个点的坐标, 从而画出图象, 结合与 x 轴的交点, 写出 x 取何值时, 函数值大于零;

(3) 将此抛物线的图象向下平移一个单位, 即对应点的纵坐标少 1, 从而写出函数解析式.

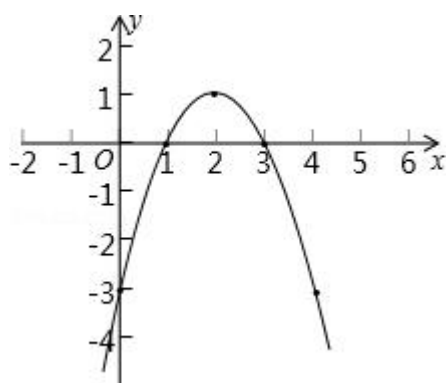
【解答】解：（1）令 $y=0$ ，则 $-x^2+4x-3=0$ ，解得 $x_1=1$ ， $x_2=3$ ．

则 $A(1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ．

根据顶点坐标公式，则 $-\frac{b}{2a}=2$ ， $\frac{4ac-b^2}{4a}=1$ ，即 $P(2, 1)$ ；

(2)

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	-3	0	1	0	-3	...



根据图象，得 $1 < x < 3$ 时，函数值大于零；

（3）抛物线的顶点式是 $y = -(x-2)^2+1$ ，则将此抛物线的图象向下平移一个单位后，得到

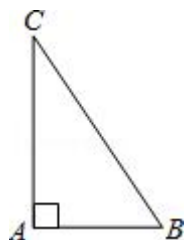
$$y = -(x-2)^2+1-1 = -x^2+4x-4.$$

【点评】此题考查了抛物线与 x 轴的交点以及顶点坐标、抛物线的画法以及与不等式之间的关系、抛物线的平移和解析式的变化．

20.（8分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ．

（1）用尺规作图的方法，作出 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 45° 后的图形 $\triangle AB_1C_1$ （保留作图痕迹）；

（2）若 $AB=3$ ， $BC=5$ ，求 $\tan \angle AB_1C_1$ ．



【考点】R8：作图－旋转变换；T1：锐角三角函数的定义．

【分析】（1）作出 $\angle CAB$ 的平分线，在平分线上截取 $AB_1 = AB$ ，再作出 AB_1 的垂线，即可得出答案．

（2）利用旋转的性质得出 $AB_1 = 3$ ， $AC_1 = 4$ ，再利用锐角三角函数的定义即可求出．

【解答】解：（1）作 $\angle CAB$ 的平分线，在平分线上截取 $AB_1 = AB$ ，

延长 AB_1 到 D ，使得 $AD = AB_1$ ，

作 B_1D 的垂直平分线 AC_1 ，

在 AC_1 上截取 $AC_1 = AC$ ，

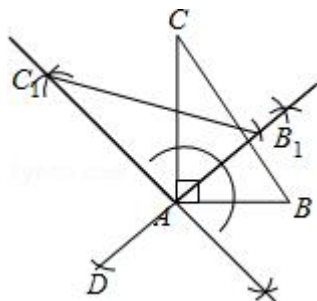
如图所示即是所求．

（2） $\because AB = 3$ ， $BC = 5$ ，

$\therefore AC = 4$ ，

$\therefore AB_1 = 3$ ， $AC_1 = 4$ ，

$$\tan \angle AB_1C_1 = \frac{AC_1}{AB_1} = \frac{4}{3}.$$



【点评】此题主要考查了作旋转图形和锐角三角函数的定义，根据已知熟练记忆锐角三角函数的定义是解决问题的关键．

21.（8分）请判断下列命题是否正确？如果正确，请给出证明；如果不正确，请举出反例．

（1）一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；

（2）一组对角相等，一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形．

【考点】L6：平行四边形的判定；O3：反证法．

【分析】（1）作出草图，连接一条对角线，然后证明三角形全等，根据全等三角形的对应角相等在证明另一组对边也平行，然后根据平行四边形的定义即可证明；

（2）不正确，可以作出一个“筝形”图形说明．

【解答】(1) 已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = CD$,

求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

证明: 连接 BD , $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle ABD = \angle BDC,$$

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle CDB \text{ 中, } \begin{cases} AB=CD \\ \angle ABD=\angle BDC \\ BD=BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB \text{ (SAS)},$$

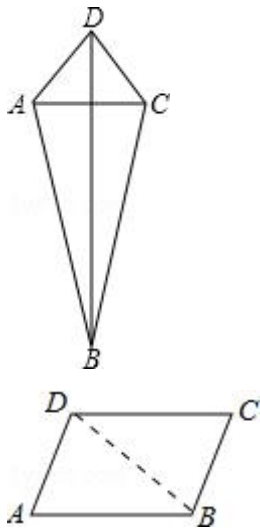
$$\therefore \angle ADB = \angle DBC \text{ (全等三角形对应角相等)},$$

$$\therefore AD \parallel BC \text{ (内错角相等, 两直线平行)},$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是平行四边形};$$

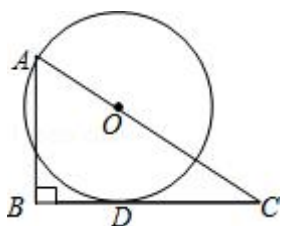
(2) 一组对角相等, 一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形不正确.

如右图, $\angle BAD = \angle BCD$, 对角线 AC 被 BD 平分, 但四边形 $ABCD$ 不是平行四边形.



【点评】 本题主要考查了平行四边形的判定定理的证明, 连接对角线构造出全等三角形是解题的关键.

22. (8 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, 圆心 O 在 AC 上, $\odot O$ 与 BC 相切于点 D , 求 $\odot O$ 的半径.



【考点】KQ：勾股定理；MC：切线的性质；S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】根据勾股定理得 $AC = 5$ ．连接 OD ，则 $OD \perp BC$ ．设 $OD = r$ ，则 $OC = 5 - r$ ．根据 $\sin C = AB : AC = OD : OC$ 建立关系式求解．

【解答】解：连接 OD ．

$\because \odot O$ 与 BC 相切于点 D ，

$\therefore OD \perp BC$ ．

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，

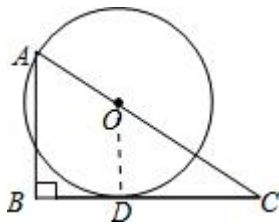
$$\therefore AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

设 $\odot O$ 的半径为 r ，则 $OC = 5 - r$ ．

$\because \sin C = AB : AC = OD : OC$ ，即 $3 : 5 = r : (5 - r)$ ，

$$\therefore r = \frac{15}{8}.$$

即 $\odot O$ 的半径为 $\frac{15}{8}$ ．



【点评】此题考查切线的性质、勾股定理、三角函数的定义等知识点，有一定的综合性，难度中等．

23. (10分) 某商场推销一种书包，进价为 30 元，在试销中发现这种书包每天的销售量 P (个) 与每个书包销售价 x (元) 满足一次函数关系式．当定价为 35 元时，每天销售 30 个；定价为 37 元时，每天销售 26 个．问：如果要保证商场每天销售这种书包获利 200 元，求书包的销售单价应定为多少元？

【考点】AD：一元二次方程的应用；FA：待定系数法求一次函数解析式．

【分析】根据题意找出涨价和销售量的关系，然后根据利润 200 元列方程求解，设此时书包的单价是 x 元．

【解答】解：设 $P = kx + b$ ，

根据题意得：

$$\begin{cases} 35k + b = 30 \\ 37k + b = 26 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-2 \\ b=100 \end{cases},$$

$$\therefore P = -2x + 100,$$

设此时书包的单价是 x 元.

$$\therefore P(x - 30) = 200,$$

$$\therefore (-2x + 100)(x - 30) = 200,$$

$$x = 40.$$

故此时书包的单价是 40 元.

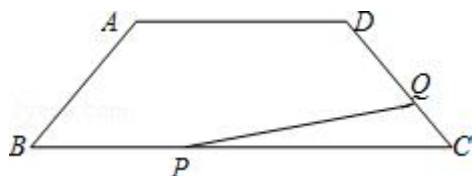
【点评】 本题考查理解题意的能力, 关键看出涨价和销售量的关系, 然后根据利润列方程求解.

24. (10 分) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD = 4$, $BC = 9$, $\angle B = 45^\circ$. 动点 P 从点 B 出发沿 BC 向点 C 运动, 动点 Q 同时以相同速度从点 C 出发沿 CD 向点 D 运动, 其中一个动点到达端点时, 另一个动点也随之停止运动.

(1) 求 AB 的长;

(2) 设 $BP = x$, 问当 x 为何值时 $\triangle PCQ$ 的面积最大, 并求出最大值;

(3) 探究: 在 AB 边上是否存在点 M , 使得四边形 $PCQM$ 为菱形? 请说明理由.



【考点】 H7: 二次函数的最值; L8: 菱形的性质; LJ: 等腰梯形的性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 作 $AE \perp BC$, 根据题意可知 BE 的长度, 再根据 $\angle B$ 的正弦值, 即可推出 AB 的长度;

(2) 作 $QF \perp BC$, 根据题意推出 $BP = CQ$, 推出 CP 关于 x 的表达式, 然后根据 $\angle C$ 的正弦值推出高 QF 关于 x 的表达式, 即可推出面积关于 x 的二次函数式, 最后根据二次函数的最值即可推出 x 的值;

(3) 首先假设存在 M 点, 然后根据菱形的性质推出, 若存在, 则 $PC = QC$, $9 - x = x$, $x = \frac{9}{2}$, 得出矛盾, 所以假设是错误的, 故 AB 上不存在 M 点.

【解答】 解: (1) 作 $AE \perp BC$,

$\therefore$ 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD = 4$, $BC = 9$,

$$\therefore BE = (BC - AD) \div 2 = 2.5,$$

$$\because \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore AB = \frac{5\sqrt{2}}{2};$$

(2) 作 $QF \perp BC$,

$\because$ 等腰梯形 $ABCD$,

$\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ$, 则 $\triangle CQF$ 是等腰直角三角形.

$\because$ 点 P 和点 Q 的运动速度、运动时间相同, $BP = x$,

$$\therefore BP = CQ = x,$$

$$\because BC = 9,$$

$$\therefore CP = 9 - x, \quad QF = \frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

设 $\triangle PQC$ 的面积为 y ,

$$\therefore y = (9 - x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}x \cdot \frac{1}{2},$$

$$\text{即 } y = -\frac{\sqrt{2}}{4}x^2 + \frac{9\sqrt{2}}{4}x = -\frac{\sqrt{2}}{4}\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81\sqrt{2}}{16},$$

$$\because CD = AB = \frac{5\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \text{根据题意可知, } x \leq \frac{5\sqrt{2}}{2},$$

$\therefore$ 当 $x = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ 时, $\triangle PQC$ 的面积最大, 最大值为:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}PC \cdot QF = \frac{1}{2}\left(9 - \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \times \frac{5}{2} \\ &= \frac{45}{4} - \frac{25\sqrt{2}}{8}; \end{aligned}$$

(3) 不存在,

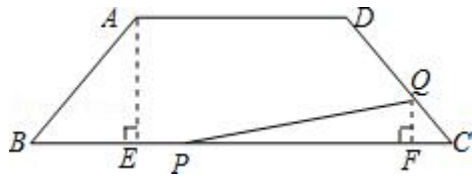
若存在, 则 $PC = QC$,

$$\therefore 9 - x = x,$$

$$\therefore x = \frac{9}{2},$$

$$\text{而 } \frac{9}{2} > \frac{5\sqrt{2}}{2},$$

$\therefore$ 边 AB 上不存在点 M , 使得四边形 $PCQM$ 为菱形.



【点评】 本题主要考查等腰梯形的性质、解直角三角形、二次函数的最值、内角和定理、菱形的性质，关键在于根据图形画出相应的辅助线，熟练掌握相关的性质定理即可．

考点卡片

1. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数， n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法。【科学记数法形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为正整数。】

(2) 规律方法总结：

①科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键，由于 10 的指数比原来的整数位数少 1；按此规律，先数一下原数的整数位数，即可求出 10 的指数 n 。

②记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示，实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示，只是前面多一个负号。

2. 实数大小比较

实数大小比较

(1) 任意两个实数都可以比较大小。正实数都大于 0，负实数都小于 0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小。

(2) 利用数轴也可以比较任意两个实数的大小，即在数轴上表示的两个实数，右边的总比左边的大，在原点左侧，绝对值大的反而小。

3. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则：底数不变，指数相乘。

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意：①幂的乘方的底数指的是幂的底数；②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘，这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别。

(2) 积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意：①因式是三个或三个以上积的乘方，法则仍适用；②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义，计算出最后的结果。

4. 完全平方公式

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

可巧记为：“首平方，末平方，首末两倍中间放”。

(2) 完全平方公式有以下几个特征：①左边是两个数的和的平方；②右边是一个三项式，

其中首末两项分别是两项的平方，都为正，中间一项是两项积的 2 倍；其符号与左边的运算符号相同.

(3) 应用完全平方公式时，要注意：①公式中的 a, b 可是单项式，也可以多项式；②对形如两数和（或差）的平方的计算，都可以用这个公式；③对于三项的可以把其中的两项看做一项后，也可以用完全平方公式.

5. 分式的化简求值

先把分式化简后，再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值.

在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简. 化简的最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式.

【规律方法】分式化简求值时需注意的问题

1. 化简求值，一般是先化简为最简分式或整式，再代入求值. 化简时不能跨度太大，而缺少必要的步骤，代入求值的模式一般为“当...时，原式 = ...”.
2. 代入求值时，有直接代入法，整体代入法等常用方法. 解题时可根据题目的具体条件选择合适的方法. 当未知数的值没有明确给出时，所选取的未知数的值必须使原式中的各分式都有意义，且除数不能为 0.

6. 零指数幂

零指数幂： $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

由 $a^m \div a^m = 1$, $a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$ 可推出 $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

注意： $0^0 \neq 1$.

7. 负整数指数幂

负整数指数幂： $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数)

注意：① $a \neq 0$;

② 计算负整数指数幂时，一定要根据负整数指数幂的意义计算，避免出现 $(-3)^{-2} = (-3) \times (-2)$ 的错误.

③ 当底数是分数时，只要把分子、分母颠倒，负指数就可变为正指数.

④ 在混合运算中，始终要注意运算的顺序.

8. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件：

(1) 二次根式的概念. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.

(2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.

(3) 二次根式具有非负性. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是一个非负数.

学习要求:

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围,并能利用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式,那么它们有意义的条件是:各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.

2. 如果所给式子中含有分母,则除了保证被开方数为非负数外,还必须保证分母不为零.

9. 解一元一次方程

(1) 解一元一次方程的一般步骤:

去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1,这仅是解一元一次方程的一般步骤,针对方程的特点,灵活应用,各种步骤都是为使方程逐渐向 $x = a$ 形式转化.

(2) 解一元一次方程时先观察方程的形式和特点,若有分母一般先去分母;若既有分母又有括号,且括号外的项在乘括号内各项后能消去分母,就先去括号.

(3) 在解类似于“ $ax+bx=c$ ”的方程时,将方程左边,按合并同类项的方法并为一项即 $(a+b)x=c$. 使方程逐渐转化为 $ax=b$ 的最简形式体现化归思想. 将 $ax=b$ 系数化为1时,要准确计算,一弄清求 x 时,方程两边除以的是 a 还是 b ,尤其 a 为分数时;二要准确判断符号, a 、 b 同号 x 为正, a 、 b 异号 x 为负.

10. 根的判别式

利用一元二次方程根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$) 判断方程的根的情况.

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

①当 $\Delta > 0$ 时,方程有两个不相等的两个实数根;

②当 $\Delta = 0$ 时,方程有两个相等的两个实数根;

③当 $\Delta < 0$ 时,方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

11. 一元二次方程的应用

1、列方程解决实际问题的步骤是:审清题意设未知数,列出方程,解所列方程求所列方程的解,检验和作答.

2、列一元二次方程解应用题中常见问题:

(1) 数字问题:个位数为 a ,十位数是 b ,则这个两位数表示为 $10b+a$.

(2) 增长率问题: 增长率 = 增长数量/原数量 $\times 100\%$. 如: 若原数是 a , 每次增长的百分率为 x , 则第一次增长后为 $a(1+x)$; 第二次增长后为 $a(1+x)^2$, 即 原数 $\times (1+\text{增长百分率})^2 = \text{后来数}$.

(3) 形积问题: ①利用勾股定理列一元二次方程, 求三角形、矩形的边长. ②利用三角形、矩形、菱形、梯形和圆的面积, 以及柱体体积公式建立等量关系列一元二次方程. ③利用相似三角形的对应比例关系, 列比例式, 通过两内项之积等于两外项之积, 得到一元二次方程.

(4) 运动点问题: 物体运动将会沿着一条路线或形成一条痕迹, 运行的路线与其他条件会构成直角三角形, 可运用直角三角形的性质列方程求解.

【规律方法】列一元二次方程解应用题的“六字诀”

1. 审: 理解题意, 明确未知量、已知量以及它们之间的数量关系.
2. 设: 根据题意, 可以直接设未知数, 也可以间接设未知数.
3. 列: 根据题中的等量关系, 用含所设未知数的代数式表示其他未知量, 从而列出方程.
4. 解: 准确求出方程的解.
5. 验: 检验所求出的根是否符合所列方程和实际问题.
6. 答: 写出答案.

12. 解分式方程

(1) 解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.

(2) 解分式方程时, 去分母后所得整式方程的解有可能使原方程中的分母为 0, 所以应如下检验:

①将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 0, 则整式方程的解是原分式方程的解.

②将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值为 0, 则整式方程的解不是原分式方程的解.

所以解分式方程时, 一定要检验.

13. 不等式的性质

(1) 不等式的基本性质

①不等式的两边同时加上(或减去)同一个数或同一个含有字母的式子, 不等号的方向不变, 即:

若 $a > b$, 那么 $a \pm m > b \pm m$;

②不等式的两边同时乘以(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变, 即:

若 $a > b$, 且 $m > 0$, 那么 $am > bm$ 或 $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$;

③不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变，即：

若 $a > b$, 且 $m < 0$, 那么 $am < bm$ 或 $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$;

(2) 不等式的变形：①两边都加、减同一个数，具体体现为“移项”，此时不等号方向不变，但移项要变号；②两边都乘、除同一个数，要注意只有乘、除负数时，不等号方向才改变。

【规律方法】

1. 应用不等式的性质应注意的问题：在不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数时，一定要改变不等号的方向；当不等式的两边要乘以（或除以）含有字母的数时，一定要对字母是否大于 0 进行分类讨论。

2. 不等式的传递性：若 $a > b$, $b > c$, 则 $a > c$ 。

14. 在数轴上表示不等式的解集

用数轴表示不等式的解集时，要注意“两定”：

一是定界点，一般在数轴上只标出原点和界点即可。定边界点时要注意，点是实心还是空心，若边界点含于解集为实心点，不含于解集即为空心点；

二是定方向，定方向的原则是：“小于向左，大于向右”。

【规律方法】不等式解集的验证方法

某不等式求得的解集为 $x > a$ ，其验证方法可以先将 a 代入原不等式，则两边相等，其次在 $x > a$ 的范围内取一个数代入原不等式，则原不等式成立。

15. 解一元一次不等式

根据不等式的性质解一元一次不等式

基本操作方法与解一元一次方程基本相同，都有如下步骤：①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤化系数为 1。

以上步骤中，只有①去分母和⑤化系数为 1 可能用到性质 3，即可能变不等号方向，其他都不会改变不等号方向。

注意：符号“ $\geq$ ”和“ $\leq$ ”分别比“ $>$ ”和“ $<$ ”各多了一层相等的含义，它们是不等号与等号合写形式。

16. 解一元一次不等式组

(1) 一元一次不等式组的解集：几个一元一次不等式的解集的公共部分，叫做由它们所组成的不等式组的解集。

(2) 解不等式组：求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

(3) 一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤：①求不等式组中每个不等式的解集；②利用数轴求公共部分.

解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

17. 待定系数法求一次函数解析式

待定系数法求一次函数解析式一般步骤是：

(1) 先设出函数的一般形式，如求一次函数的解析式时，先设 $y = kx + b$ ；

(2) 将自变量 x 的值及与它对应的函数值 y 的值代入所设的解析式，得到关于待定系数的方程或方程组；

(3) 解方程或方程组，求出待定系数的值，进而写出函数解析式.

注意：求正比例函数，只要一对 x, y 的值就可以，因为它只有一个待定系数；而求一次函数 $y = kx + b$ ，则需要两组 x, y 的值.

18. 反比例函数的性质

反比例函数的性质

(1) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是双曲线；

(2) 当 $k > 0$ ，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小；

(3) 当 $k < 0$ ，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大.

注意：反比例函数的图象与坐标轴没有交点.

19. 二次函数的图象

(1) 二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象的画法：

①列表：先取原点 $(0, 0)$ ，然后以原点为中心对称地选取 x 值，求出函数值，列表.

②描点：在平面直角坐标系中描出表中的各点.

③连线：用平滑的曲线按顺序连接各点.

④在画抛物线时，取的点越密集，描出的图象就越精确，但取点多计算量就大，故一般在顶点的两侧各取三四个点即可. 连线成图象时，要按自变量从小到大（或从大到小）的顺序用平滑的曲线连接起来. 画抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象时，还可以根据它的对称性，先用描点法描出抛物线的一侧，再利用对称性画另一侧.

(2) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象看作由二次函数 $y = ax^2$ 的图象向右或向左平移 $|\frac{b}{2a}|$ 个单位, 再向上或向下平移 $|\frac{4ac - b^2}{4a}|$ 个单位得到的.

20. 二次函数图象与几何变换

由于抛物线平移后的形状不变, 故 a 不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

21. 二次函数的最值

(1) 当 $a > 0$ 时, 抛物线在对称轴左侧, y 随 x 的增大而减少; 在对称轴右侧, y 随 x 的增大而增大, 因为图象有最低点, 所以函数有最小值, 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$.

(2) 当 $a < 0$ 时, 抛物线在对称轴左侧, y 随 x 的增大而增大; 在对称轴右侧, y 随 x 的增大而减少, 因为图象有最高点, 所以函数有最大值, 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$.

(3) 确定一个二次函数的最值, 首先看自变量的取值范围, 当自变量取全体实数时, 其最值为抛物线顶点坐标的纵坐标; 当自变量取某个范围时, 要分别求出顶点和函数端点处的函数值, 比较这些函数值, 从而获得最值.

22. 抛物线与 x 轴的交点

求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标, 令 $y = 0$, 即 $ax^2 + bx + c = 0$, 解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标.

(1) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的交点与一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根之间的关系.

$\Delta = b^2 - 4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点;

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点;

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

(2) 二次函数的交点式: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$), 可直接得到抛物线与 x 轴的交点坐标 $(x_1, 0), (x_2, 0)$.

23. 平行线的性质

1、平行线性质的定理

定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角

相等.

定理 2: 两条平行线被第三条直线所截, 同旁内角互补. . 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补.

定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

2、两条平行线之间的距离处处相等.

24. 等边三角形的性质

(1) 等边三角形的定义: 三条边都相等的三角形叫做等边三角形, 等边三角形是特殊的等腰三角形.

①它可以作为判定一个三角形是否为等边三角形的方法;

②可以得到它与等腰三角形的关系: 等边三角形是等腰三角形的特殊情况. 在等边三角形中, 腰和底、顶角和底角是相对而言的.

(2) 等边三角形的性质: 等边三角形的三个内角都相等, 且都等于 60° .

等边三角形是轴对称图形, 它有三条对称轴; 它的任意一角的平分线都垂直平分对边, 三边的垂直平分线是对称轴.

25. 勾股定理

(1) 勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方.

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a , b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$.

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中.

(3) 勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有: $a=\sqrt{c^2-b^2}$, $b=\sqrt{c^2-a^2}$ 及 $c=\sqrt{a^2+b^2}$.

(4) 由于 $a^2+b^2=c^2 > a^2$, 所以 $c > a$, 同理 $c > b$, 即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边.

26. 平行四边形的判定

(1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形. 符号语言: $\because AB \parallel DC, AD \parallel BC \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

(2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形. 符号语言: $\because AB = DC, AD = BC \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

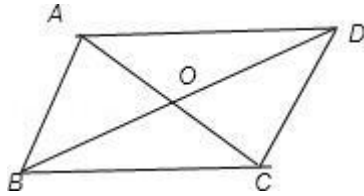
(3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

符号语言： $\because AB \parallel DC, AB = DC \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

(4) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形.

符号语言： $\because \angle ABC = \angle ADC, \angle DAB = \angle DCB \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

(5) 对角线互相平分的四边形是平行四边形. 符号语言： $\because OA = OC, OB = OD \therefore$ 四边形



$ABCD$ 是平行四边形.

27. 菱形的性质

(1) 菱形的定义：有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

(2) 菱形的性质

- ① 菱形具有平行四边形的一切性质；
- ② 菱形的四条边都相等；
- ③ 菱形的两条对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角；
- ④ 菱形是轴对称图形，它有 2 条对称轴，分别是两条对角线所在直线.

(3) 菱形的面积计算

- ① 利用平行四边形的面积公式.
- ② 菱形面积 $= \frac{1}{2}ab$. (a 、 b 是两条对角线的长度)

28. 等腰梯形的性质

(1) 性质：

- ① 等腰梯形是轴对称图形，它的对称轴是经过上下底的中点的直线；
- ② 等腰梯形同一底上的两个角相等；
- ③ 等腰梯形的两条对角线相等.

(2) 由等腰梯形的性质可知，如果过上底的两个顶点分别作下底的两条高，可把等腰梯形分成矩形和两个全等的直角三角形，因此可知等腰梯形是轴对称图形，而一般的梯形不具备这个性质.



29. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义：顶点在圆上，并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意：圆周角必须满足两个条件：①顶点在圆上．②角的两条边都与圆相交，二者缺一不可．

(2) 圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角， 90° 的圆周角所对的弦是直径．

(3) 在解圆的有关问题时，常常需要添加辅助线，构成直径所对的圆周角，这种基本技能技巧一定要掌握．

(4) 注意：①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形．利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化．②圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化．③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角，在运用定理时不要忽略了这个条件，把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角．

30. 切线的性质

(1) 切线的性质

①圆的切线垂直于经过切点的半径．

②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点．

③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心．

(2) 切线的性质可总结如下：

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个，那么它一定满足第三个条件，这三个条件是：

①直线过圆心；②直线过切点；③直线与圆的切线垂直．

(3) 切线性质的运用

由定理可知，若出现圆的切线，必连过切点的半径，构造定理图，得出垂直关系．简记作：见切点，连半径，见垂直．

31. 圆锥的计算

(1) 连接圆锥顶点和底面圆周上任意一点的线段叫做圆锥的母线．连接顶点与底面圆心的线段叫圆锥的高．

(2) 圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长．

(3) 圆锥的侧面积： $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot l = \pi r l$ ．

(4) 圆锥的全面积： $S_{\text{全}} = S_{\text{底}} + S_{\text{侧}} = \pi r^2 + \pi r l$

(5) 圆锥的体积 $= \frac{1}{3} \times \text{底面积} \times \text{高}$

注意：①圆锥的母线与展开后所得扇形的半径相等．

②圆锥的底面周长与展开后所得扇形的弧长相等．

32. 反证法

(1) 对于一个命题，当使用直接证法比较困难时，可以采用间接证法，反证法就是一个间接证法．反证法主要适合的证明类型有：①命题的结论是否定型的．②命题的结论是无限型的．③命题的结论是“至多”或“至少”型的．

(2) 反证法的一般步骤是：

①假设命题的结论不成立；

②从这个假设出发，经过推理论证，得出矛盾；

③由矛盾判定假设不正确，从而肯定原命题的结论正确．

33. 利用轴对称设计图案

利用轴对称设计图案关键是要熟悉轴对称的性质，利用轴对称的作图方法来作图，通过变换对称轴来得到不同的图案．

34. 作图-旋转变换

(1) 旋转图形的作法：

根据旋转的性质可知，对应角都相等都等于旋转角，对应线段也相等，由此可以通过作相等的角，在角的边上截取相等的线段的方法，找到对应点，顺次连接得出旋转后的图形．

(2) 旋转作图有自己独特特点，决定图形位置的因素较多，旋转角度、旋转方向、旋转中心，任意不同，位置就不同，但得到的图形全等．

35. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形，它沿袭相似多边形的定义，从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义；反过来，两个三角形相似也有对应角相等，对应边的比相等．

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一，在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用，寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形；或依据基本图形对图形进行分解、组合；或作辅助线构造相似三角形，判定三角形相似的方法有事可单独使用，有时需要综合运用，无论是单独使用还是综合运用，都要具备应有的条件方可．

36. 锐角三角函数的定义

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ．

(1) 正弦：我们把锐角 A 的对边 a 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$ ．

即 $\sin A = \angle A$ 的对边除以斜边 $= \frac{a}{c}$.

(2) 余弦: 锐角 A 的邻边 b 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的余弦, 记作 $\cos A$.

即 $\cos A = \angle A$ 的邻边除以斜边 $= \frac{b}{c}$.

(3) 正切: 锐角 A 的对边 a 与邻边 b 的比叫做 $\angle A$ 的正切, 记作 $\tan A$.

即 $\tan A = \angle A$ 的对边除以 $\angle A$ 的邻边 $= \frac{a}{b}$.

(4) 三角函数: 锐角 A 的正弦、余弦、正切都叫做 $\angle A$ 的锐角三角函数.

37. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}; \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3};$$

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

38. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的定义

在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形.

(2) 解直角三角形要用到的关系

①锐角直角的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$;

②三边之间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$;

③边角之间的关系:

$\sin A = \angle A$ 的对边斜边 $= \frac{a}{c}$, $\cos A = \angle A$ 的邻边斜边 $= \frac{b}{c}$, $\tan A = \angle A$ 的对边 $\angle A$ 的邻边 $= \frac{a}{b}$.

(a , b , c 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边)

39. 由三视图判断几何体

(1) 由三视图想象几何体的形状, 首先, 应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 然后综合起来考虑整体形状.

(2) 由物体的三视图想象几何体的形状是有一定难度的, 可以从以下途径进行分析:

- ①根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，以及几何体的长、宽、高；
- ②从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线；
- ③熟记一些简单的几何体的三视图对复杂几何体的想象会有帮助；
- ④利用由三视图画几何体与有几何体画三视图的互逆过程，反复练习，不断总结方法。

40. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点: 从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

- ①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数, 再算出各部分圆心角的度数, 公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. ____
- ②按比例取适当半径画一个圆; 按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数;
- ④在各扇形内写上相应的名称及百分数, 并用不同的标记把各扇形区分开来.

41. 加权平均数

(1) 加权平均数: 若 n 个数 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的权分别是 $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$, 则 $x_1w_1 + x_2w_2 + \dots + x_nw_n$ 叫做这 n 个数的加权平均数.

(2) 权的表现形式, 一种是比的形式, 如 4: 3: 2, 另一种是百分比的形式, 如创新占 50%, 综合知识占 30%, 语言占 20%, 权的大小直接影响结果.

(3) 数据的权能够反映数据的相对“重要程度”, 要突出某个数据, 只需要给它较大的“权”, 权的差异对结果会产生直接的影响.

(4) 对于一组不同权重的数据, 加权平均数更能反映数据的真实信息.

42. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

43. 方差

(1) 方差: 一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数, 叫做这组数据的方差.

(2) 用“先平均, 再求差, 然后平方, 最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况, 这个结果叫方差, 通常用 s^2 来表示, 计算公式是:

$$s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2] \quad (\text{可简单记忆为“方差等于差方的平均数”})$$

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

44. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

(3) 列举法(树形图法)求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.

45. 游戏公平性

(1) 判断游戏公平性需要先计算每个事件的概率, 然后比较概率的大小, 概率相等就公平, 否则就不公平.

(2) 概率 = 所求情况数总情况数.