

2021 年广西北部湾南宁中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，共 36 分）

1. 下列各数是有理数的是()

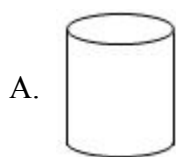
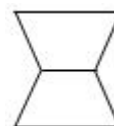
A. π

B. $\sqrt{2}$

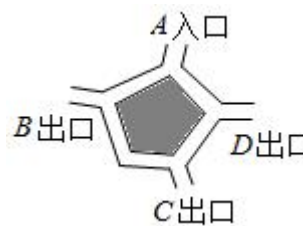
C. $\sqrt[3]{3}$

D. 0

2. 如图是一个几何体的主视图，则该几何体是()



3. 如图，小明从 A 入口进入博物馆参观，参观后可从 B, C, D 三个出口走出，他恰好从 C 出口走出的概率是()



A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

4. 我国天问一号火星探测器于 2021 年 5 月 15 日成功着陆火星表面.经测算，地球跟火星最远距离约 400000000 千米，其中数据 400000000 科学记数法表示为()

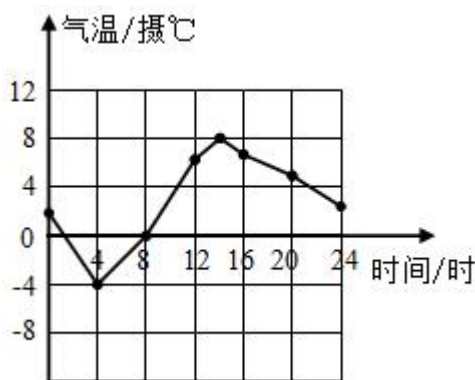
A. 4×10^9

B. 40×10^7

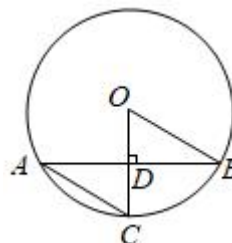
C. 4×10^8

D. 0.4×10^9

5. 如图是某市一天的气温随时间变化的情况，下列说法正确的是()



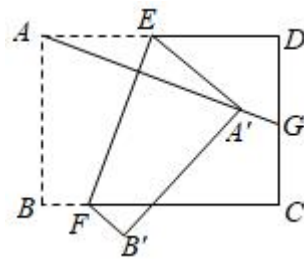
- A. 这一天最低温度是 -4°C B. 这一天 12 时温度最高
C. 最高温比最低温高 8°C D. 0 时至 8 时气温呈下降趋势
6. 下列运算正确的是()
- A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $3a^2 - 2a = a^2$
7. 平面直角坐标系内与点 $P(3,4)$ 关于原点对称的点的坐标是()
- A. $(-3,4)$ B. $(-3,-4)$ C. $(3,-4)$ D. $(4,3)$
8. 如图， $\odot O$ 的半径 OB 为 4， $OC \perp AB$ 于点 D ， $\angle BAC = 30^{\circ}$ ，则 OD 的长是()



- A. $\sqrt{2}$
B. $\sqrt{3}$
C. 2
D. 3
9. 一次函数 $y = 2x + 7$ 的图象不经过()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
10. 《九章算术》是人类科学史上应用数学的“算经之首”，书中记载：今有三人共车，二车空；二人共车，九人步.问：人与车各几何？译文：若 3 人坐一辆车，则两辆车是空的；若 2 人坐一辆车，则 9 人需要步行，问：人与车各多少？设有 x 辆车，人数为 y ，根据题意可列方程组为()

A. $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = 2x + 9 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = 3(x - 2) \\ y = 2x + 9 \end{cases}$ C. $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = 2x - 9 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = 3(x - 2) \\ y = 2x - 9 \end{cases}$

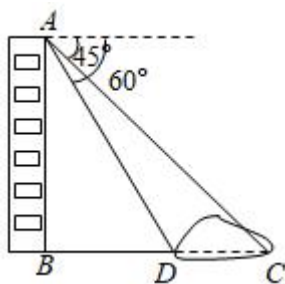
11. 如图, 矩形纸片 $ABCD$, $AD: AB = \sqrt{2}: 1$, 点 E, F 分别在 AD, BC 上, 把纸片如图沿 EF 折叠, 点 A, B 的对应点分别为 A', B' , 连接 AA' 并延长交线段 CD 于点 G , 则 $\frac{EF}{AG}$ 的值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{1}{2}$
 D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$
12. 定义一种运算: $a * b = \begin{cases} a, & a \geq b \\ b, & a < b \end{cases}$, 则不等式 $(2x + 1) * (2 - x) > 3$ 的解集是 ()
- A. $x > 1$ 或 $x < \frac{1}{3}$
 B. $-1 < x < \frac{1}{3}$
 C. $x > 1$ 或 $x < -1$
 D. $x > \frac{1}{3}$ 或 $x < -1$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 共 18 分)

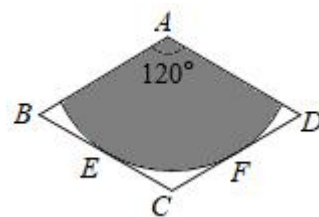
13. 要使分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.
14. 分解因式: $a^2 - 4b^2 =$ _____.
15. 如图, 从楼顶 A 处看楼下荷塘 C 处的俯角为 45° , 看楼下荷塘 D 处的俯角为 60° , 已知楼高 AB 为 30 米, 则荷塘的宽 CD 为_____ 米 (结果保留根号).



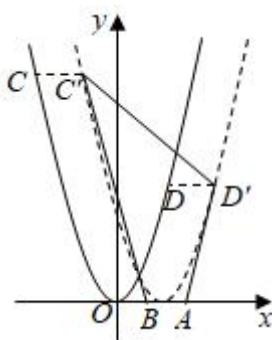
16. 为了庆祝中国共产党成立 100 周年, 某校举行“党在我心中”演讲比赛, 评委将从演讲内容, 演讲能力, 演讲效果三个方面给选手打分, 各项成绩均按百分制计, 然后再按演讲内容占 50%, 演讲能力占

40%，演讲效果占 10%，计算选手的综合成绩(百分制).小婷的三项成绩依次是 84，95，90，她的综合成绩是_____.

17. 如图，从一块边长为 2， $\angle A = 120^\circ$ 的菱形铁片上剪出一个扇形，这个扇形在以 A 为圆心的圆上(阴影部分)，且圆弧与 BC ， CD 分别相切于点 E ， F ，将剪下来的扇形围成一个圆锥，则圆锥的底面圆半径是_____.



18. 如图，已知点 $A(3,0)$ ， $B(1,0)$ ，两点 $C(-3,9)$ ， $D(2,4)$ 在抛物线 $y = x^2$ 上，向左或向右平移抛物线后， C ， D 的对应点分别为 C' ， D' . 当四边形 $ABC'D'$ 的周长最小时，抛物线的解析式为_____.

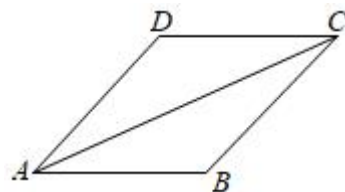


三、解答题 (本大题共 8 小题，共 66 分)

19. 计算: $2^3 \times (-\frac{1}{2} + 1) \div (1 - 3)$.

20. 解分式方程: $\frac{x}{x+1} = \frac{x}{3x+3} + 1$.

21. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle B = \angle D$ ，连接 AC .



- (1)求证: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$;
- (2)尺规作图: 过点 C 作 AB 的垂线, 垂足为 E (不要求写作法, 保留作图痕迹);
- (3)在(2)的条件下, 已知四边形 $ABCD$ 的面积为 20, $AB = 5$, 求 CE 的长.

22. 某水果公司以 10 元/ kg 的成本价新进 2000 箱荔枝, 每箱质量 $5kg$, 在出售荔枝前, 需要去掉损坏的荔枝, 现随机抽取 20 箱, 去掉损坏荔枝后称得每箱的质量(单位: kg)如下:

4.7 4.8 4.6 4.5 4.8 4.9 4.8 4.7 4.8 4.7
 4.8 4.9 4.7 4.8 4.5 4.7 4.7 4.9 4.7 5.0

整理数据:

质量(kg)	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	5.0
数量(箱)	2	1	7	a	3	1

分析数据:

平均数	众数	中位数
4.75	b	c

- (1)直接写出上述表格中 a , b , c 的值.
- (2)平均数、众数、中位数都能反映这组数据的集中趋势, 请根据以上样本数据分析的结果, 任意选择其中一个统计量, 估算这 2000 箱荔枝共损坏了多少千克?
- (3)根据(2)中的结果, 求该公司销售这批荔枝每千克定为多少元才不亏本(结果保留一位小数)?

23. 【阅读理解】如图①, $l_1 \parallel l_2$, $\triangle ABC$ 的面积与 $\triangle DBC$ 的面积相等吗? 为什么?

解: 相等. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 中, 分别作 $AE \perp l_2$, $DF \perp l_2$, 垂足分别为 E , F .

$$\therefore \angle AEF = \angle DFC = 90^\circ,$$

$$\therefore AE \parallel DF.$$

$$\because l_1 \parallel l_2,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形,

$$\therefore AE = DF.$$

$$\text{又 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AE, S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2}BC \cdot DF.$$

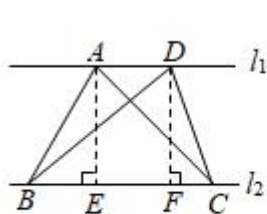
$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DBC}.$$

【类比探究】如图②, 在正方形 $ABCD$ 的右侧作等腰 $\triangle CDE$, $CE = DE$, $AD = 4$, 连接 AE , 求 $\triangle ADE$ 的面积.

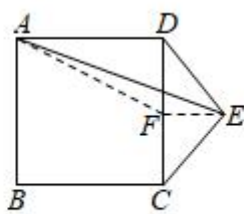
解: 过点 E 作 $EF \perp CD$ 于点 F , 连接 AF .

请将余下的求解步骤补充完整.

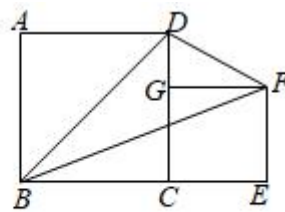
【拓展应用】如图③, 在正方形 $ABCD$ 的右侧作正方形 $CEFG$, 点 B , C , E 在同一直线上, $AD = 4$, 连接 BD , BF , DF , 直接写出 $\triangle BDF$ 的面积.



图①

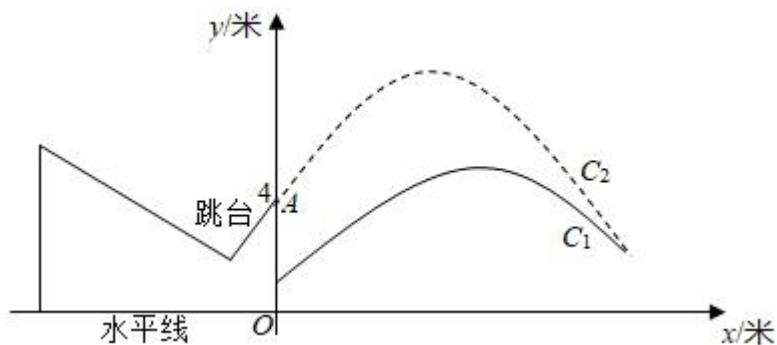


图②



图③

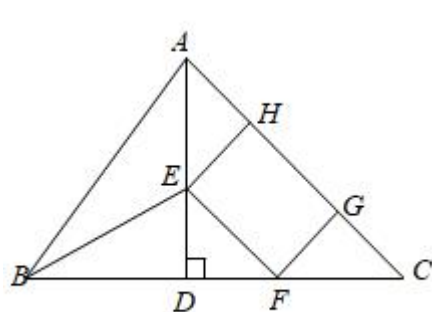
24. 2022 年北京冬奥会即将召开，激起了人们对冰雪运动的极大热情.如图是某跳台滑雪训练场的横截面示意图，取某一位置的水平线为 x 轴，过跳台终点 A 作水平线的垂线为 y 轴，建立平面直角坐标系，图中的抛物线 $C_1: y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{7}{6}x + 1$ 近似表示滑雪场地上的一座小山坡，某运动员从点 O 正上方 4 米处的 A 点滑出，滑出后沿一段抛物线 $C_2: y = -\frac{1}{8}x^2 + bx + c$ 运动.



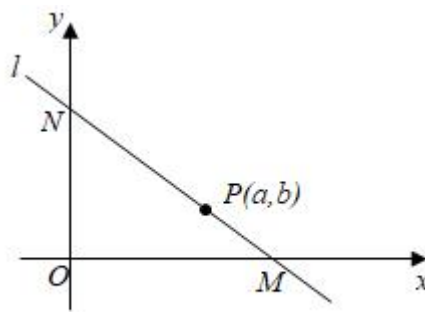
- (1) 当运动员运动到离 A 处的水平距离为 4 米时，离水平线的高度为 8 米，求抛物线 C_2 的函数解析式 (不要求写出自变量 x 的取值范围);
- (2) 在 (1) 的条件下，当运动员运动的水平距离为多少米时，运动员与小山坡的竖直距离为 1 米?
- (3) 当运动员运动到坡顶正上方，且与坡顶距离超过 3 米时，求 b 的取值范围.

25. 如图①，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ， $BC = 14$ ， $AD = 8$ ， $BD = 6$ ，点 E 是 AD 上一动点 (不与点 A ， D 重合)，在 $\triangle ADC$ 内作矩形 $EFGH$ ，点 F 在 DC 上，点 G ， H 在 AC 上，设 $DE = x$ ，连接 BE .
- (1) 当矩形 $EFGH$ 是正方形时，直接写出 EF 的长;
- (2) 设 $\triangle ABE$ 的面积为 S_1 ，矩形 $EFGH$ 的面积为 S_2 ，令 $y = \frac{S_1}{S_2}$ ，求 y 关于 x 的函数解析式 (不要求写出自变量 x 的取值范围);

(3)如图②, 点 $P(a, b)$ 是(2)中得到的函数图象上的任意一点, 过点 P 的直线 l 分别与 x 轴正半轴, y 轴正半轴交于 M, N 两点, 求 $\triangle OMN$ 面积的最小值, 并说明理由.



图①



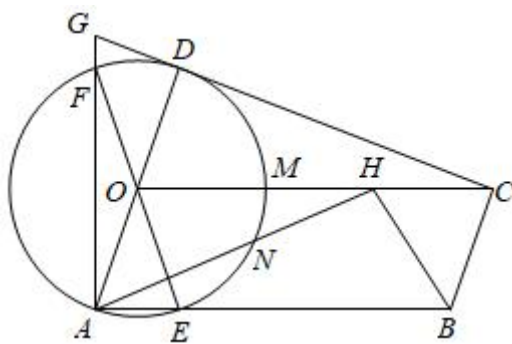
图②

26. 如图, 已知 AD, EF 是 $\odot O$ 的直径, $AD = 6\sqrt{2}$, $\odot O$ 与 $\square OABC$ 的边 AB, OC 分别交于点 E, M , 连接 CD 并延长, 与 AF 的延长线交于点 G , $\angle AFE = \angle OCD$.

(1)求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2)若 $GF = 1$, 求 $\cos \angle AEF$ 的值;

(3)在(2)的条件下, 若 $\angle ABC$ 的平分线 BH 交 CO 于点 H , 连接 AH 交 $\odot O$ 于点 N , 求 $\frac{AB}{NH}$ 的值.



答案和解析

1. 【答案】D

【解析】解：0 是有理数.

故选：D.

根据有理数的定义，可得答案.

本题考查了实数，无理数是无限不循环小数，有理数是有限小数或无限不循环小数.

2. 【答案】C

【解析】解：由该几何体的主视图可知，该几何体是



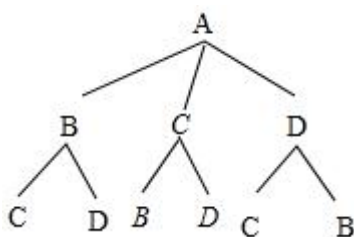
故选：C.

主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形. 依题意，该几何体的主视图为上下两个梯形，易判断该几何体是上下两个圆台组成.

本题考查了由三视图判断几何体，考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也考查了空间想象能力.

3. 【答案】B

【解析】解：画树状图如下：



由树状图知，共有 6 种等可能结果，其中从 C 出口出来的有 2 种结果，

所以恰好在 C 出口出来的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故选：B.

画树状图，共有 6 种等可能结果，其中从 C 出口出来的有 2 种结果，再由概率公式求解即可.

此题考查的是列表法或树状图法求概率以及概率公式. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件.

4. 【答案】 C

【解析】解： $400000000 = 4 \times 10^8$,

故选： C.

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同.

此题考查科学记数法的表示方法，关键是确定 a 的值以及 n 的值.

5. 【答案】 A

【解析】解：从图象可以看出，这一天中的最高气温是大概 14 时是 8°C ，最低气温是 -4°C ，从 0 时至 4 时，这天的气温在逐渐降低，从 4 时至 8 时，这天的气温在逐渐升高，

故 A 正确，B，D 错误；

这一天中最高气温与最低气温的差为 12°C ，

故 C 错误；

故选： A.

根据该市一天内的气温变化图，分析变化趋势和具体数值，即可求出答案.

本题考查了函数的图象，认真观察函数的图象，从图象中得到必要的信息是解决问题的关键.

6. 【答案】 A

【解析】解： A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项符合题意；

B. $(a^2)^3 = a^6$ ，故此选项不合题意；

C. $a^6 \div a^2 = a^4$ ，故此选项不合题意；

D. $3a^2 - 2a$ ，不是同类项，无法合并，故此选项不合题意.

故选： A.

直接利用合并同类项法则以及幂的乘方运算法则、同底数幂的乘法除法运算法则计算得出答案.

此题主要考查了合并同类项以及幂的乘方运算、同底数幂的乘法除法运算法则，正确掌握相关运算法则是解题关键.

7. 【答案】 B

【解析】解：点 $P(3,4)$ 关于中心对称的点的坐标为 $(-3, -4)$.

故选： B.

平面直角坐标系中任意一点 $P(x, y)$ ，关于原点的对称点是 $(-x, -y)$ ，记忆方法是结合平面直角坐标系的图形记忆.

此题主要考查了关于原点对称的点的坐标，正确记忆横纵坐标的符号关系是解题关键.

8. 【答案】C

【解析】解：连接 OA ,

$\because OC \perp AB, \angle BAC = 30^\circ,$

$\therefore \angle ACO = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$

$\because OA = OC,$

$\therefore \triangle AOC$ 为等边三角形,

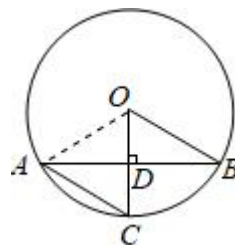
$\because OC \perp AB,$

$\therefore OD = \frac{1}{2}OC = 2,$

故选：C.

连接 OA ，证明 $\triangle AOC$ 为等边三角形，根据等腰三角形的性质解答即可.

本题考查的是垂径定理、等边三角形的判定和性质，掌握等腰三角形的三线合一解题的关键.



9. 【答案】D

【解析】解： $\because k = 2 > 0$ ，图象过一三象限， $b = 1 > 0$ ，图象过第二象限，

$\therefore$ 直线 $y = 2x + 1$ 经过一、二、三象限，不经过第四象限.

故选：D.

根据 k, b 的符号确定一次函数 $y = x + 2$ 的图象经过的象限.

本题考查一次函数的 $k > 0, b > 0$ 的图象性质. 需注意 x 的系数为1，难度不大.

10. 【答案】B

【解析】解：设共有 y 人， x 辆车，

依题意得：
$$\begin{cases} y = 3(x - 2) \\ y = 2x + 9 \end{cases}.$$

故选：B.

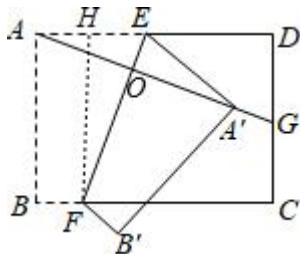
设共有 x 人， y 辆车，根据“如果每3人坐一辆车，那么有2辆空车；如果每2人坐一辆车，那么有9人需要步行”，即可得出关于 x, y 的二元一次方程组，此题得解.

本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组以及数学常识，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是

解题的关键.

11. 【答案】A

【解析】解：过点F作 $FH \perp AD$ 于点H，设AG与EF交于点O，如图所示：



由折叠A与A'对应易知： $\angle AOE = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAO + \angle AEO = 90^\circ$,

$\angle EAO + \angle AGD = 90^\circ$,

$\therefore \angle AEO = \angle AGD$, 即 $\angle FEH = \angle AGD$,

又 $\therefore \angle ADG = \angle FHE = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ADG \sim \triangle FHE$,

$\therefore \frac{EF}{AG} = \frac{HF}{AD} = \frac{AB}{AD} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

故选：A.

过点F作 $FH \perp AD$ 于点H，设AG与EF交于点O，利用两角对应相等求证 $\triangle ADG \sim \triangle FHE$ ，即可求出 $\frac{EF}{AG}$ 的值.

本题考查翻折变换，矩形性质以及相似三角形判定与性质，本题通过翻折变换推出 $\angle AOE = 90^\circ$ 进而利用角进行转化求出 $\triangle ADG \sim \triangle FHE$ 是解题的关键.

12. 【答案】C

【解析】解：由新定义得 $\begin{cases} 2x + 1 \geq 2 - x \\ 2x + 1 > 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2x + 1 < 2 - x \\ 2 - x > 3 \end{cases}$,

解得 $x > 1$ 或 $x < -1$

故选：C.

分 $x + 1 \geq 2$ 和 $x + 1 < 2$ 两种情况，根据新定义列出不等式组分别求解可得.

此题考查的是一元一次不等式组的解法，求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

13. 【答案】 $x \neq 2$

【解析】解：当分母 $x - 2 \neq 0$ ，即 $x \neq 2$ 时，分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义.

故答案为： $x \neq 2$.

分式有意义，则分母 $x - 2 \neq 0$ ，由此易求 x 的取值范围.

本题考查了分式有意义的条件. 从以下三个方面透彻理解分式的概念：

(1) 分式无意义 $\Leftrightarrow$ 分母为零；

(2) 分式有意义 $\Leftrightarrow$ 分母不为零；

(3) 分式值为零 $\Leftrightarrow$ 分子为零且分母不为零.

14. 【答案】 $(a + 2b)(a - 2b)$

【解析】解： $a^2 - 4b^2 = (a + 2b)(a - 2b)$.

故答案为： $(a + 2b)(a - 2b)$.

直接用平方差公式进行分解. 平方差公式： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

本题考查运用平方差公式进行因式分解，熟记公式结构是解题的关键.

15. 【答案】 $(30 - 10\sqrt{3})$

【解析】解：由题意可得， $\angle ADB = 60^\circ$ ， $\angle ACB = 45^\circ$ ， $AB = 30m$ ，

在 $Rt \triangle ABC$ 中，

$$\because \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore AB = BC,$$

在 $Rt \triangle ABD$ 中，

$$\because \angle ADB = 60^\circ,$$

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{3} AB = 10\sqrt{3}(m),$$

$$\therefore CD = BC - BD = (30 - 10\sqrt{3})m,$$

故答案为： $(30 - 10\sqrt{3})$.

在两个直角三角形中，利用特殊锐角的三角函数可求出答案.

本题考查直角三角形的边角关系，掌握直角三角形的边角公式是正确解答的前提.

16. 【答案】 89 分

【解析】解：小婷的综合成绩为 $84 \times 50\% + 95 \times 40\% + 90 \times 10\% = 89$ (分)，

故答案为：89 分。

根据加权平均数的定义列式计算可得。

本题考查的是加权平均数的求法，熟练掌握加权平均数的计算公式是解题的关键。

17. 【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】解：连接 AC 、 AE ，如图，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$ ， $AB = AC$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\because$ 圆弧与 BC 相切于 E ，

$\therefore AE \perp BC$ ，

$\therefore BE = CE = 1$ ，

$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ 。

设圆锥的底面圆半径为 r ，

根据题意得 $2\pi r = \frac{120 \times \pi \times \sqrt{3}}{180}$ ，解得 $r = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

即圆锥的底面圆半径为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

连接 AC 、 AE ，如图，利用菱形的性质得到 $\angle BAC = 60^\circ$ ， $AB = AC$ ，则可判断 $\triangle ABC$ 为等边三角形，

再根据切线的性质得 $AE \perp BC$ ，所以 $BE = CE = 1$ ，利用勾股定理计算出 $AE = \sqrt{3}$ ，设圆锥的底面圆

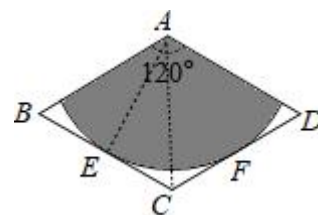
半径为 r ，由于圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，所以 $2\pi r = \frac{120 \times \pi \times \sqrt{3}}{180}$ ，

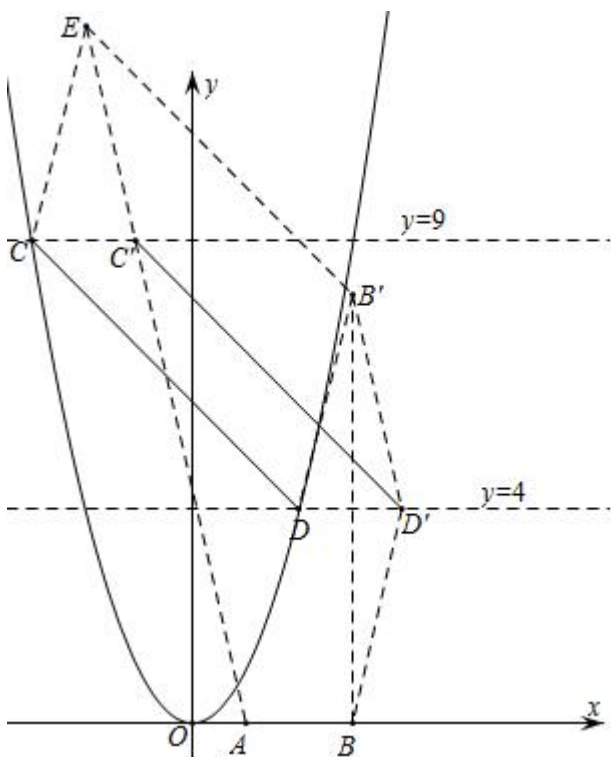
然后解方程即可。

本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径。也考查了菱形的性质和圆锥的计算。

18. 【答案】 $y = (x - \frac{25}{13})^2$

【解析】解：过 C 、 D 作 x 轴平行线，作 B 关于直线 $y = 4$ 的对称点 B' ，过 B' 作 $B'E \parallel CD$ ，且 $B'E = CD$ ，连接 AE 交直线 $y = 9$ 于 C' ，过 C' 作 $C'D' \parallel CD$ ，交直线 $y = 4$ 于 D' ，如图：





作图可知：四边形 $B' ECD$ 和四边形 $C' D' DC$ 是平行四边形，

$\therefore B' E \parallel CD$, $C' D' \parallel CD$, 且 $B' E = DP$, $C' D' = CD$,

$\therefore C' D' \parallel B' E$ 且 $C' D' = B' E$,

$\therefore$ 四边形 $B' EC'D'$ 是平行四边形，

$\therefore B' D' = EC'$,

$\therefore B$ 关于直线 $y = 4$ 的对称点 B' ,

$\therefore BD' = B' D'$,

$\therefore EC' = BD'$,

$\therefore AE = AC' + EC' = AC' + BD'$, 即此时 $AC' + BD'$ 转化到一条直线上, $AC' + BD'$ 最小, 最小值为 AE 的长度,

而 AB 、 CD 为定值,

$\therefore$ 此时四边形 $ABC'D'$ 的周长最小,

$\therefore B(3,0)$ 关于直线 $y = 4$ 的对称点 B' ,

$\therefore B'(3,8)$,

$\therefore$ 四边形 $B' ECD$ 是平行四边形, $C(-3,9)$, $D(2,4)$,

$\therefore E(-2,13)$,

设直线 AE 解析式为 $y = kx + b$, 则
$$\begin{cases} 0 = k + b \\ 13 = -2k + b \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{13}{3} \\ b = \frac{13}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AE \text{ 解析式为 } y = -\frac{13}{3}x + \frac{13}{3},$$

$$\text{令 } y = 9 \text{ 得 } 9 = -\frac{13}{3}x + \frac{13}{3},$$

$$\therefore x = -\frac{14}{13},$$

$$\therefore C'(-\frac{14}{13}, 9),$$

$$\therefore CC' = -\frac{14}{13} - (-3) = \frac{25}{13},$$

即将抛物线 $y = x^2$ 向右移 $\frac{25}{13}$ 个单位后，四边形 $ABC'D'$ 的周长最小，

$$\therefore \text{此时抛物线为 } y = (x - \frac{25}{13})^2,$$

$$\text{故答案为: } y = (x - \frac{25}{13})^2.$$

过 C 、 D 作 x 轴平行线，作 B 关于直线 $y = 4$ 的对称点 B' ，过 B' 作 $B'E \parallel CD$ ，且 $B'E = CD$ ，连接 AE 交直线 $y = 9$ 于 C' ，过 C' 作 $C'D' \parallel CD$ ，交直线 $y = 4$ 于 D' ，四边形 $B'ECD$ 和四边形 $C'D'DC$ 是平行四边形，可得四边形 $B'EC'D'$ 是平行四边形，可证 $AE = AC' + EC' = AC' + BD'$ ， $AC' + BD'$ 最小，最小值为 AE 的长度，故此时四边形 $ABC'D'$ 的周长最小，求出 $B'(3, 8)$ ， $E(-2, 13)$ ，可得直线 AE 解析式为 $y = -\frac{13}{3}x + \frac{13}{3}$ ，从而 $C'(-\frac{14}{13}, 9)$ ， $CC' = -\frac{14}{13} - (-3) = \frac{25}{13}$ ，故将抛物线 $y = x^2$ 向右移 $\frac{25}{13}$ 个单位后，四边形 $ABC'D'$ 的周长最小，即可得到答案。

本题考查二次函数背景下的平移、对称变换，解题的关键是作出图形，求到 C' 的坐标。

$$19. \text{【答案】解: 原式} = 8 \times \frac{1}{2} \div (-2)$$

$$= 4 \div (-2)$$

$$= -2.$$

【解析】原式先计算乘方运算，再计算乘除运算，最后算加减运算即可求出值。

此题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算是解本题的关键。

$$20. \text{【答案】解: 去分母得: } 3x = x + 3x + 3.$$

$$\text{解得: } x = -3.$$

$$\text{检验: 当 } x = -3 \text{ 时, } 3(x + 1) \neq 0,$$

∴分式方程的解为 $x = -3$.

【解析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解. 此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

21. 【答案】(1)证明: $\because AB \parallel CD$,

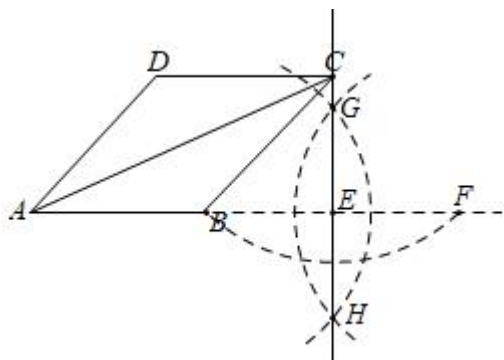
$$\therefore \angle ACD = \angle CAB,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle CAB = \angle ACD, \\ AC = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA (AAS);$$

(2)解: 过点 C 作 AB 的垂线, 垂足为 E , 如图:



(3)解: 由(1)知: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$,

∴四边形 $ABCD$ 的面积为 20,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle CDA} = 10,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot CE = 10,$$

$$\therefore AB = 5,$$

$$\therefore CE = 4.$$

【解析】(1)由 $AB \parallel CD$ 得 $\angle ACD = \angle CAB$, 结合 $\angle B = \angle D$, $AC = CA$, 即可根据 AAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$;

(2)以 C 为圆心, CB 为半径作弧, 交线段 AB 延长线于 F , 分别以 B 、 F 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BF$ 的线段长为半径作弧, 两弧交于 G 、 H , 连接 GH , 交 AF 于 E , 作直线 CE , 则 CE 即为 AB 的垂线;

(3)由 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, 四边形 $ABCD$ 的面积为 20, 可得 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle CDA} = 10$, 即可列出 $\frac{1}{2} AB \cdot$

$CE = 10$, 而 $AB = 5$, 即得 $CE = 4$.

本题考查全等三角形的判定和性质, 涉及尺规作图、三角形面积等知识, 解题的关键是掌握过一点作已知直线的垂线的方法: 即是作线段 BF 的垂直平分线.

22. 【答案】解: (1) $a = 20 - 2 - 1 - 7 - 3 - 1 = 6$,

分析数据: 样本中, 4.7 出现的次数最多; 故众数 b 为 4.7 ,

将数据从小到大排列, 找最中间的两个数为 $4.7, 4.8$, 故中位数 $c = \frac{4.7+4.8}{2} = 4.75$,

$\therefore a = 6, b = 4.7, c = 4.75$;

(2) 选择平均数 4.7 ,

这 2000 箱荔枝共损坏了 $2000 \times (5 - 4.7) = 600$ (千克);

(3) $10 \times 2000 \times 5 \div (2000 \times 5 - 600) \approx 10.7$ (元),

答: 该公司销售这批荔枝每千克定为 10.7 元才不亏本.

【解析】(1) 根据题意以及众数、中位数的定义分别求出即可;

(2) 从平均数、中位数、众数中, 任选一个计算即可;

(3) 求出成本, 根据 (2) 的结果计算即可得到答案.

本题考查的是平均数、众数和中位数的定义及运用. 要学会根据统计量的意义分析解决问题.

23. 【答案】解: 【类比探究】过点 E 作 $EF \perp CD$ 于点 F , 连接 AF ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD = CD = 4, \angle ADC = 90^\circ$,

$\because DE = CE, EF \perp CD$,

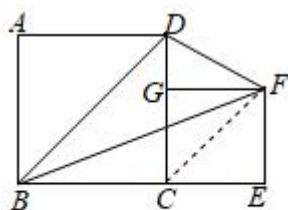
$\therefore DF = CF = \frac{1}{2}CD = 2, \angle ADC = \angle EFD = 90^\circ$,

$\therefore AD \parallel EF$,

$\therefore S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ADF}$,

$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \times AD \times DF = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$;

【拓展应用】如图③, 连接 CF ,



图③

∵ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $CGFE$ 都是正方形,

$$\therefore \angle BDC = 45^\circ, \angle GCF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle GCF,$$

$$\therefore BD \parallel CF,$$

$$\therefore S_{\triangle BDF} = S_{\triangle BCD},$$

$$\therefore S_{\triangle BDF} = \frac{1}{2} BC \times BC = 8.$$

【解析】 【类比探究】 由等腰三角形的性质可得 $DF = CF = \frac{1}{2} CD = 2$, $\angle ADC = \angle EFD = 90^\circ$, 可证 $AD \parallel EF$, 可得 $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ADF}$, 由三角形的面积公式可求解;

【拓展应用】 连接 CF , 由正方形的性质可得 $\angle BDC = \angle GCF$, 可得 $BD \parallel CF$, 可得 $S_{\triangle BDF} = S_{\triangle BCD}$, 由三角形的面积公式可求解.

本题是四边形综合题, 考查了正方形的性质, 等腰三角形的性质, 三角形面积公式等知识, 能掌握和运用“阅读理解”中的知识是解题的关键.

24. 【答案】 解: (1) 由题意可知抛物线 C_2 : $y = -\frac{1}{8}x^2 + bx + c$ 过点 $(0, 4)$ 和 $(4, 8)$, 将其代入得:

$$\begin{cases} 4 = c \\ 8 = -\frac{1}{8} \times 4^2 + 4b + c \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线 } C_2 \text{ 的函数解析式为: } y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{2}x + 4;$$

(2) 设运动员运动的水平距离为 m 米时, 运动员与小山坡的竖直距离为 1 米, 依题意得:

$$-\frac{1}{8}m^2 + \frac{3}{2}m + 4 - (-\frac{1}{12}m^2 + \frac{7}{6}m + 1) = 1,$$

$$\text{整理得: } (m - 12)(m + 4) = 0,$$

$$\text{解得: } m_1 = 12, m_2 = -4 (\text{舍去}),$$

故运动员运动的水平距离为 12 米时, 运动员与小山坡的竖直距离为 1 米;

$$(3) C_1: y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{7}{6}x + 1 = -\frac{1}{12}(x - 7)^2 + \frac{61}{12},$$

当 $x = 7$ 时, 运动员到达坡顶,

$$\text{即 } -\frac{1}{8} \times 7^2 + 7b + 4 > 3 + \frac{61}{12},$$

$$\text{解得: } b > \frac{35}{24}.$$

【解析】(1)根据题意将点(0,4)和(4,8)代入 $C_2: y = -\frac{1}{8}x^2 + bx + c$ 求出 b 、 c 的值即可写出 C_2 的函数解析式;

(2)设运动员运动的水平距离为 m 米时,运动员与小山坡的竖直距离为1米,依题意得: $-\frac{1}{8}m^2 + \frac{3}{2}m + 4 - (-\frac{1}{12}m^2 + \frac{7}{6}m + 1) = 1$,解出 m 即可;

(3)求出山坡的顶点坐标为 $(7, \frac{61}{12})$,根据题意即 $-\frac{1}{8} \times 7^2 + 7b + 4 > 3 + \frac{61}{12}$,再解出 b 的取值范围即可.

本题考查二次函数的基本性质及其应用,熟练掌握二次函数的基本性质,并能将实际问题与二次函数模型相结合是解决本题的关键.

25.【答案】解: (1)设 $EF = m$.

$$\because BC = 14, BD = 6,$$

$$\therefore CD = BC - BD = 14 - 6 = 8,$$

$$\because AD = 8,$$

$$\therefore AD = DC = 8,$$

$$\because AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{2}AD = 8\sqrt{2},$$

$\because$ 四边形 $EFGH$ 是正方形,

$$\therefore EH = FG = GH = EF = m, \angle EHG = \angle FGH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AHE = \angle FGC = 90^\circ,$$

$$\because \angle DAC = \angle C = 45^\circ,$$

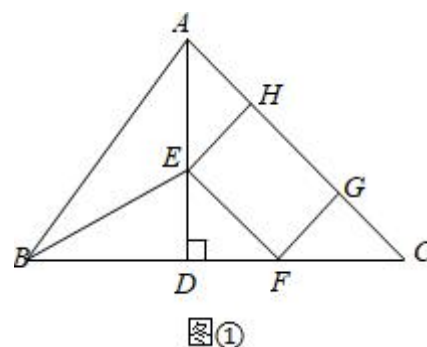
$$\therefore \angle AEH = \angle EAH = 45^\circ, \angle GFC = \angle C = 45^\circ,$$

$$\therefore AH = EH = x, CG = FG = x,$$

$$\therefore 3m = 8\sqrt{2},$$

$$\therefore m = \frac{8\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore EF = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$



$$(2) \because DE = DF = x, DA = DC = 8,$$

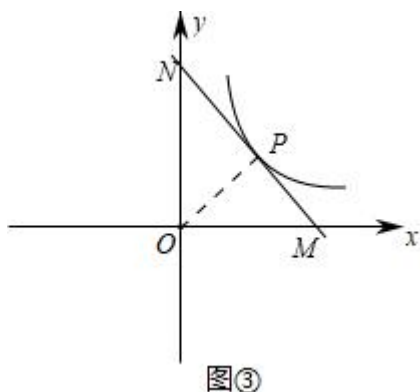
$$\therefore AE = CF = 8 - x,$$

$$\therefore EH = \frac{\sqrt{2}}{2}AE = \frac{\sqrt{2}}{2}(8 - x), EF = \sqrt{2}DE = \sqrt{2}x,$$

$$\therefore y = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} \times (8-x) \times 6}{\sqrt{2}x \times \frac{\sqrt{2}}{2}(8-x)} = \frac{3}{x},$$

$$\therefore y = \frac{3\sqrt{2}}{x} (0 < x < 8).$$

(3)如图③中, 由(2)可知点 P 在 $y = \frac{3}{x}$ 上,



图③

当 OP 最小时, 点 P 在第一象限的角平分线时, 此时 $P(\sqrt{3}, \sqrt{3})$,

当直线 $MN \perp OP$ 时, $\triangle OMN$ 的面积最小,

此时 $OM = ON = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore \triangle MON \text{ 的面积的最小值} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6.$$

【解析】(1)设 $EF = m$. 证明 $AH = HG = CG = m$, 构建方程求解即可.

(2)解直角三角形可得 $EH = \frac{\sqrt{2}}{2}AE = \frac{\sqrt{2}}{2}(8-x)$, $EF = \sqrt{2}DE = \sqrt{2}x$, 利用三角形面积公式, 矩形的面积公式求解即可.

(3)如图③中, 由(2)可知点 P 在 $y = \frac{3}{x}$ 上, 当 OP 最小时, 点 P 在第一象限的角平分线时, 此时 $P(\sqrt{3}, \sqrt{3})$,

当直线 $MN \perp OP$ 时, $\triangle OMN$ 的面积最小.

本题属于四边形综合题, 考查了矩形的性质正方形的性质, 等腰直角三角形的判定和性质, 反比例函数的性质等知识, 解题的关键是学会利用参数解决问题, 学会寻找特殊位置解决最值问题, 属于中考常考题型.

26. 【答案】(1)证明: $\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

$$\therefore OC \parallel AB,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle OAE,$$

$$\because OA = OE,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle AEF,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle AEF,$$

$$\therefore \frac{AB}{NH} = \frac{AH}{MH} = \frac{\sqrt{114}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{57}}{3}.$$

【解析】(1)由 $OC \parallel AB$, 得 $\angle DOC = \angle OAE = \angle AEF$, 根据 EF 是 $\odot O$ 的直径, 可得 $\angle AFE + \angle AEF = 90^\circ$, 且已知 $\angle AFE = \angle OCD$, 即可证明 $\angle OCD + \angle DOC = 90^\circ$, CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2)连接 DF , 先证明 $\triangle ADF \sim \triangle AGD$, $\frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AG}$, 由 $AD = 6\sqrt{2}$, $GF = 1$, 得 $AF = 8$, 在 $Rt \triangle AEF$ 中, $AE = \sqrt{AD^2 - AF^2} = 2\sqrt{2}$, 即可求出 $\cos \angle AEF = \frac{AE}{EF} = \frac{1}{3}$;

(3)延长 CO 交 AF 于 K , 连接 MN 、 MF , 由 $\angle EAF = 90^\circ$, 可得 $\angle CKA = 90^\circ$, 即 $OK \perp AF$, 而 $EF = AD = 6\sqrt{2}$, $AF = 8$, 在 $Rt \triangle OKF$ 中, $OK = \sqrt{2}$, 再证 $\angle G = \angle AEF$, 可得 $\frac{CK}{GK} = \frac{AF}{AE}$, $CK = 10\sqrt{2}$, 根据 BH 平分 $\angle ABC$, $OC \parallel AB$, 得 $\angle CBH = \angle ABH = \angle CHB$, 从而 $CH = BC = OA = 3\sqrt{2}$, $MH = 3\sqrt{2}$, $KH = 7\sqrt{2}$, 在 $Rt \triangle AKH$ 中, $AH = \sqrt{114}$, 最后证明 $\triangle MNH \sim \triangle HBA$, 即可得 $\frac{AB}{NH} =$

$$\frac{AH}{MH} = \frac{\sqrt{114}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{57}}{3}.$$

本题考查圆的综合应用, 涉及圆切线的判定、相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识, 解题的关键是观察、构造相似三角形, 把所求线段的比转化为两个相似三角形其它边的比,