

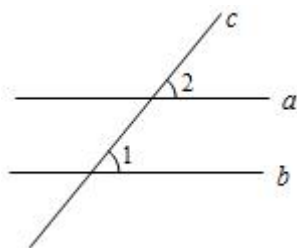
2020 年广西桂林中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（3 分）有理数 2，1，-1，0 中，最小的数是（ ）

- A. 2 B. 1 C. -1 D. 0

2.（3 分）如图，直线 a ， b 被直线 c 所截， $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是（ ）

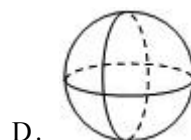
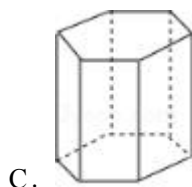
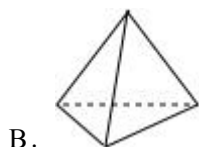
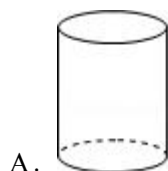


- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

3.（3 分）下列调查中，最适宜采用全面调查（普查）的是（ ）

- A. 调查一批灯泡的使用寿命
B. 调查漓江流域水质情况
C. 调查桂林电视台某栏目的收视率
D. 调查全班同学的身高

4.（3 分）下面四个几何体中，左视图为圆的是（ ）



5.（3 分）若 $\sqrt{x-1} = 0$ ，则 x 的值是（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

6.（3 分）因式分解 $a^2 - 4$ 的结果是（ ）

- A. $(a+2)(a-2)$ B. $(a-2)^2$ C. $(a+2)^2$ D. $a(a-2)$

7.（3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $x \cdot x = 2x$ B. $x+x = 2x$ C. $(x^3)^3 = x^6$ D. $(2x)^2 = 2x^2$

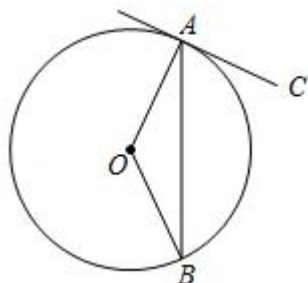
8.（3 分）直线 $y = kx+2$ 过点 $(-1, 4)$ ，则 k 的值是（ ）

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

9. (3分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 5-x \geq 1 \end{cases}$ 的整数解共有 ()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

10. (3分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, AC 与 $\odot O$ 相切于点 A , 连接 OA , OB , 若 $\angle O = 130^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数是 ()

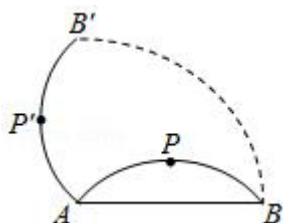


- A. 60° B. 65° C. 70° D. 75°

11. (3分) 参加足球联赛的每两支球队之间都要进行两场比赛, 共要比赛 110 场, 设参加比赛的球队有 x 支, 根据题意, 下面列出的方程正确的是 ()

- A. $\frac{1}{2}x(x+1) = 110$ B. $\frac{1}{2}x(x-1) = 110$
C. $x(x+1) = 110$ D. $x(x-1) = 110$

12. (3分) 如图, 已知 $\widehat{AB}$ 的半径为 5, 所对的弦 AB 长为 8, 点 P 是 $\widehat{AB}$ 的中点, 将 $\widehat{AB}$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 后得到 $\widehat{AB'}$, 则在该旋转过程中, 点 P 的运动路径长是 ()



- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$ B. $\sqrt{5}\pi$ C. $2\sqrt{5}\pi$ D. 2π

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 请把答案填在题中的横线上)

13. (3分) 2020 的相反数是_____.

14. (3分) 计算: $ab \cdot (a+1) =$ _____.

15. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 13$, $AC = 5$, 则 $\cos A$ 的值是_____.

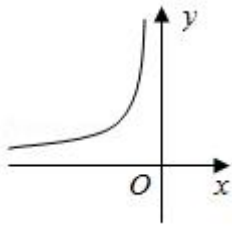


16. (3分) 一个正方体的平面展开图如图所示, 任选该正方体的一面出现“我”字的概率是_____.

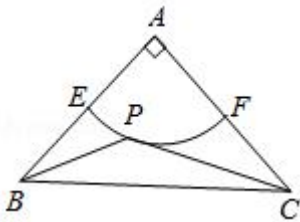


17. (3分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象如图所示, 下列关于该函数图象的四个结论:

① $k > 0$; ② 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; ③ 该函数图象关于直线 $y = -x$ 对称; ④ 若点 $(-2, 3)$ 在该反比例函数图象上, 则点 $(-1, 6)$ 也在该函数的图象上. 其中正确结论的个数有_____个.



18. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 4$, 点 E, F 分别是 AB, AC 的中点, 点 P 是扇形 AEF 的 $\widehat{EF}$ 上任意一点, 连接 BP, CP , 则 $\frac{1}{2}BP + CP$ 的最小值是_____.



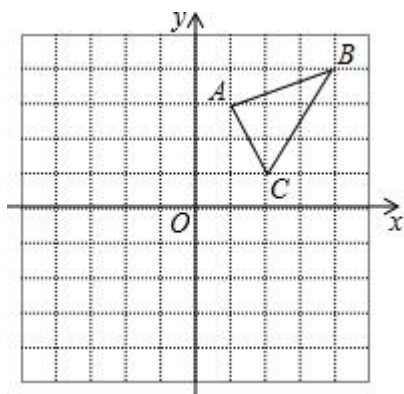
三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (6分) 计算: $(\pi + \sqrt{3})^0 + (-2)^2 + |-\frac{1}{2}| - \sin 30^\circ$.

20. (6分) 解二元一次方程组:
$$\begin{cases} 2x + y = 1, & \text{①} \\ 4x - y = 5. & \text{②} \end{cases}$$

21. (8分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(1, 3)$, $B(4, 4)$, $C(2, 1)$.

- (1) 把 $\triangle ABC$ 向左平移 4 个单位后得到对应的 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 把 $\triangle ABC$ 绕原点 O 旋转 180° 后得到对应的 $\triangle A_2B_2C_2$, 请画出旋转后的 $\triangle A_2B_2C_2$;
- (3) 观察图形可知, $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于点 (_____, _____) 中心对称.



22. (8分) 阅读下列材料, 完成解答:

材料 1: 国家统计局 2 月 28 日发布了 2019 年国民经济和社会发展统计公报, 该公报中的如图发布的是全国“2015 - 2019 年快递业务量及其增长速度”统计图 (如图 1).



图1

材料 2: 6 月 28 日, 国家邮政局发布的数据显示: 受新冠疫情影响, 快递业务量快速增长, 5 月份快递业务量同比增长 41% (如图 2). 某快递业务部门负责人据此估计, 2020 年全国快递业务量将比 2019 年增长 50%.

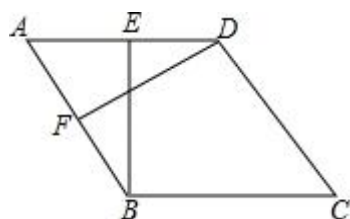


图2

- (1) 2018 年，全国快递业务量是_____亿件，比 2017 年增长了_____%；
- (2) 2015 - 2019 年，全国快递业务量增长速度的中位数是_____%；
- (3) 统计公报发布后，有人认为，图 1 中表示 2016 - 2019 年增长速度的折线逐年下降，说明 2016 - 2019 年全国快递业务量增长速度逐年放缓，所以快递业务量也逐年减少。你赞同这种说法吗？为什么？
- (4) 若 2020 年全国快递业务量比 2019 年增长 50%，请列式计算 2020 年的快递业务量。

23. (8 分) 如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别是边 AD, AB 的中点。

- (1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ ；
- (2) 若 $BE = \sqrt{3}$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，求菱形 $ABCD$ 的面积。



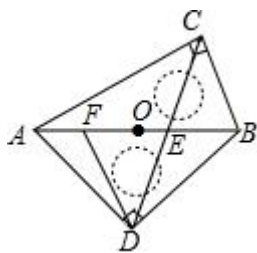
24. (8 分) 某学校为丰富同学们的课余生活，购买了一批数量相等的象棋和围棋供兴趣小组使用，其中购买象棋用了 420 元，购买围棋用了 756 元，已知每副围棋比每副象棋贵 8 元。

- (1) 求每副围棋和象棋各是多少元？
- (2) 若该校决定再次购买同种围棋和象棋共 40 副，且再次购买的费用不超过 600 元，则该校最多可再购买多少副围棋？

25. (10 分) 如图，将一副斜边相等的直角三角板按斜边重合摆放在同一平面内，其中 $\angle CAB = 30^\circ$ ， $\angle DAB = 45^\circ$ ，点 O 为斜边 AB 的中点，连接 CD 交 AB 于点 E 。

- (1) 求证： A, B, C, D 四个点在以点 O 为圆心的同一个圆上；
- (2) 求证： CD 平分 $\angle ACB$ ；

(3) 过点 D 作 $DF \parallel BC$ 交 AB 于点 F , 求证: $BO^2 + OF^2 = EF \cdot BF$.

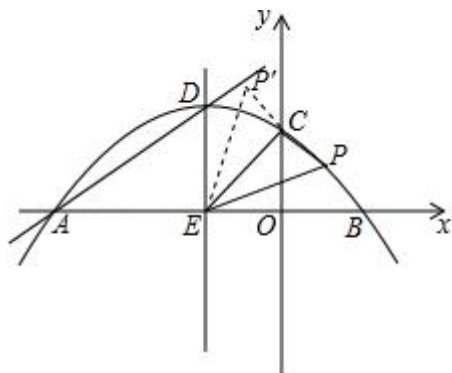


26. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y = a(x+6)(x-2)$ 过点 $C(0, 2)$, 交 x 轴于点 A 和点 B (点 A 在点 B 的左侧), 抛物线的顶点为 D , 对称轴 DE 交 x 轴于点 E , 连接 EC .

(1) 直接写出 a 的值, 点 A 的坐标和抛物线对称轴的表达式;

(2) 若点 M 是抛物线对称轴 DE 上的点, 当 $\triangle MCE$ 是等腰三角形时, 求点 M 的坐标;

(3) 点 P 是抛物线上的动点, 连接 PC , PE , 将 $\triangle PCE$ 沿 CE 所在的直线对折, 点 P 落在坐标平面内的点 P' 处. 求当点 P' 恰好落在直线 AD 上时点 P 的横坐标.



2020 年广西桂林中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 【分析】有理数大小比较的法则：①正数都大于 0；②负数都小于 0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小，据此判断即可．

【解答】解：根据有理数比较大小的方法，可得

$$-1 < 0 < 1 < 2,$$

∴ 在 2, 1, -1, 0 这四个数中，最小的数是 -1．

故选：C．

【点评】此题主要考查了有理数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①正数都大于 0；②负数都小于 0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小．

2. 【分析】根据平行线的性质和 $\angle 1$ 的度数，可以得到 $\angle 2$ 的度数，本题得以解决．

【解答】解：∵ $a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\because \angle 1 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 50^\circ,$$

故选：B．

【点评】本题考查平行线的性质，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

3. 【分析】由普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似．

【解答】解：A、调查一批灯泡的使用寿命，由于具有破坏性，应当使用抽样调查，故本选项不合题意；

B、调查漓江流域水质情况，应当采用抽样调查的方式，故本选项不合题意；

C、调查桂林电视台某栏目的收视率，人数多，耗时长，应当采用抽样调查的方式，故本选项不合题意．

D、调查全班同学的身高，应当采用全面调查，故本选项符合题意．

故选：D.

【点评】本题考查了抽样调查和全面调查的区别，选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大时，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用普查.

4. 【分析】根据四个几何体的左视图进行判断即可.

【解答】解：下面四个几何体中，

A 的左视图为矩形；

B 的左视图为三角形；

C 的左视图为矩形；

D 的左视图为圆.

故选：D.

【点评】本题考查了简单几何体的三视图，解决本题的关键是掌握几何体的三视图.

5. 【分析】利用算术平方根性质确定出 x 的值即可.

【解答】解： $\because \sqrt{x-1}=0$,

$$\therefore x-1=0,$$

解得： $x=1$,

则 x 的值是 1.

故选：C.

【点评】此题考查了算术平方根，熟练掌握算术平方根的性质是解本题的关键.

6. 【分析】利用平方差公式进行分解即可.

【解答】解：原式 $= (a+2)(a-2)$,

故选：A.

【点评】此题主要考查了公式法分解因式，关键是掌握平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

7. 【分析】分别根据同底数幂的乘法法则，合并同类项法则，幂的乘方运算法则以及积的乘方运算法则逐一判断即可.

【解答】解：A. $x \cdot x = x^2$ ，故本选项不合题意；

B. $x+x=2x$ ，故本选项符合题意；

C. $(x^3)^3 = x^9$ ，故本选项不合题意；

D. $(2x)^2 = 4x^2$, 故本选项不合题意.

故选: B.

【点评】 本题主要考查了同底数幂的乘法, 合并同类项以及幂的乘方与积的乘方, 熟记相关运算法则是解答本题的关键.

8. 【分析】 由直线 $y = kx + 2$ 过点 $(-1, 4)$, 利用一次函数图象上点的坐标特征可得出关于 k 的一元一次方程, 解之即可得出 k 值.

【解答】 解: $\because$ 直线 $y = kx + 2$ 过点 $(-1, 4)$,

$$\therefore 4 = -k + 2,$$

$$\therefore k = -2.$$

故选: A.

【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 牢记直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y = kx + b$ 是解题的关键.

9. 【分析】 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集, 从而得出答案.

【解答】 解: 解不等式 $x - 1 > 0$, 得: $x > 1$,

解不等式 $5 - x \geq 1$, 得: $x \leq 4$,

则不等式组的解集为 $1 < x \leq 4$,

所以不等式组的整数解有 2、3、4 这 3 个,

故选: C.

【点评】 本题考查的是一元一次不等式组的整数解, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

10. 【分析】 利用切线的性质及等腰三角形的性质求出 $\angle OAC$ 及 $\angle OAB$ 即可解决问题.

【解答】 解: $\because AC$ 与 $\odot O$ 相切于点 A ,

$$\therefore AC \perp OA,$$

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ,$$

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA.$$

$$\because \angle O = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = \frac{180^\circ - \angle O}{2} = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle OAC - \angle OAB = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ.$$

故选：B.

【点评】本题考查切线的性质，等腰三角形的性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

11. 【分析】设有 x 个队参赛，根据参加一次足球联赛的每两队之间都进行两场比赛，共要比赛 110 场，可列出方程.

【解答】解：设有 x 个队参赛，则

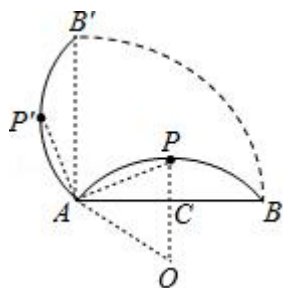
$$x(x-1) = 110.$$

故选：D.

【点评】本题考查由实际问题抽象出一元二次方程，关键是根据总比赛场数做为等量关系列方程求解.

12. 【分析】根据已知 $\widehat{AB}$ 的半径为 5，所对的弦 AB 长为 8，点 P 是 $\widehat{AB}$ 的中点，利用垂径定理可得 $AC = 4$ ， $PO \perp AB$ ，再根据勾股定理可得 AP 的长，利用弧长公式即可求出点 P 的运动路径长.

【解答】解：如图，设 $\widehat{AB}$ 的圆心为 O ，



$\because$ 圆 O 半径为 5，所对的弦 AB 长为 8，点 P 是 $\widehat{AB}$ 的中点，

根据垂径定理，得

$$AC = \frac{1}{2}AB = 4, PO \perp AB,$$

$$OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = 3,$$

$$\therefore PC = OP - OC = 5 - 3 = 2,$$

$$\therefore AP = \sqrt{AC^2 + PC^2} = 2\sqrt{5},$$

∵将 $\widehat{AB}$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 后得到 $\widehat{AB'}$,

$$\therefore \angle PAP' = \angle BAB' = 90^\circ,$$

$$\therefore L_{PP'} = \frac{90\pi \times 2\sqrt{5}}{180} = \sqrt{5}\pi.$$

则在该旋转过程中, 点 P 的运动路径长是 $\sqrt{5}\pi$.

故选: B .

【点评】 本题考查了轨迹、垂径定理、勾股定理、圆心角、弧、弦的关系、弧长计算、旋转的性质, 解决本题的关键是综合运用以上知识.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 请把答案填在题中的横线上)

13. **【分析】** 直接利用相反数的定义得出答案.

【解答】 解: 2020 的相反数是: -2020 .

故答案为: -2020 .

【点评】 本题考查相反数. 熟练掌握相反数的求法是解题的关键.

14. **【分析】** 根据整式的运算法则即可求出答案.

【解答】 解: 原式 $= a^2b + ab$,

故答案为: $a^2b + ab$.

【点评】 本题考查整式的运算, 解题的关键是熟练运用整式的运算法则, 本题属于基础题型.

15. **【分析】** 根据余弦的定义解答即可.

【解答】 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$,

故答案为: $\frac{5}{13}$.

【点评】 本题考查的是锐角三角函数的定义, 掌握锐角 A 的邻边 b 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的余弦是解题的关键.

16. **【分析】** 根据概率公式解答就可求出任选该正方体的一面出现“我”字的概率.

【解答】 解: $\because$ 共有六个字, “我”字有 2 个,

$$\therefore P(\text{“我”}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用. 注意概率 = 所求情况数与总情况数之比.

17. 【分析】观察反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象可得，图象过第二象限，然后根据反比例函数的图象和性质即可进行判断.

【解答】解：观察反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象可知：

图象过第二象限，

$\therefore k < 0$,

所以①错误；

因为当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而增大；

所以②正确；

因为该函数图象关于直线 $y = -x$ 对称；

所以③正确；

因为点 $(-2, 3)$ 在该反比例函数图象上，

所以 $k = -6$,

则点 $(-1, 6)$ 也在该函数的图象上.

所以④正确.

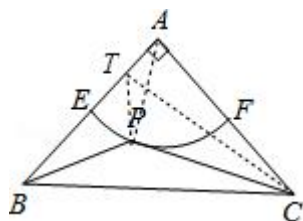
所以其中正确结论的个数为 3 个.

故答案为 3.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征、反比例函数的性质、轴对称的性质，解决本题的关键是掌握反比例函数的性质.

18. 【分析】在 AB 上取一点 T ，使得 $AT = 1$ ，连接 PT ， PA ， CT . 证明 $\triangle PAT \sim \triangle BAP$ ，推出 $\frac{PT}{PB} = \frac{AP}{AB} = \frac{1}{2}$ ，推出 $PT = \frac{1}{2}PB$ ，推出 $\frac{1}{2}PB + CP = CP + PT$ ，根据 $PC + PT \geq TC$ ，求出 CT 即可解决问题.

【解答】解：在 AB 上取一点 T ，使得 $AT = 1$ ，连接 PT ， PA ， CT .



$\because PA = 2$ ， $AT = 1$ ， $AB = 4$ ，

$\therefore PA^2 = AT \cdot AB$ ，

$$\therefore \frac{PA}{AT} = \frac{AB}{PA},$$

$$\because \angle PAT = \angle PAB,$$

$$\therefore \triangle PAT \sim \triangle BAP,$$

$$\therefore \frac{PT}{PB} = \frac{AP}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore PT = \frac{1}{2}PB,$$

$$\therefore \frac{1}{2}PB + CP = CP + PT,$$

$$\because PC + PT \geq TC,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACT$ 中, $\because \angle CAT = 90^\circ$, $AT = 1$, $AC = 4$,

$$\therefore CT = \sqrt{AT^2 + AC^2} = \sqrt{17},$$

$$\therefore \frac{1}{2}PB + PC \geq \sqrt{17},$$

$$\therefore \frac{1}{2}PB + PC \text{ 的最小值为 } \sqrt{17}.$$

故答案为 $\sqrt{17}$.

【点评】 本题考查等腰直角三角形的性质, 相似三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造相似三角形解决问题, 属于中考常考题型.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. **【分析】** 原式利用零指数幂、乘方运算法则, 绝对值的代数意义, 以及特殊角的三角函数值计算即可求出值.

$$\text{【解答】解: 原式} = 1 + 4 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$= 5.$$

【点评】 此题考查了实数的运算, 零指数幂, 以及特殊角的三角函数值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. **【分析】** 方程组利用加减消元法求出解即可.

$$\text{【解答】解: ①+②得: } 6x = 6,$$

$$\text{解得: } x = 1,$$

$$\text{把 } x = 1 \text{ 代入①得: } y = -1,$$

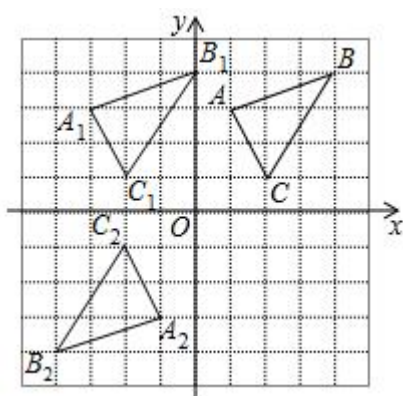
则方程组的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$.

【点评】 此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

21. **【分析】** (1) 依据平移的方向和距离，即可得到平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
(2) 依据 $\triangle ABC$ 绕原点 O 旋转 180° ，即可画出旋转后的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；
(3) 依据对称点连线的中点的位置，即可得到对称中心的坐标.

【解答】 解：(1) 如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；

(2) 如图所示， $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求；



(3) 由图可得， $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于点 $(-2, 0)$ 中心对称.

故答案为： $-2, 0$.

【点评】 此题主要考查了平移变换和旋转变换，正确根据题意得出对应点位置是解题关键.

22. **【分析】** (1) 由材料 1 中的统计图中的信息即可得到结论；
(2) 由材料 1 中的统计图的信息即可得到结论；
(3) 根据统计图中的信息即可得到结论；
(4) 根据题意列式计算即可.

【解答】 解：(1) 由材料 1 中的统计图可得：2018 年，全国快递业务量是 507.1 亿件，比 2017 年增长了 26.6%；

(2) 由材料 1 中的统计图可得：2015 - 2019 年，全国快递业务量增长速度的中位数是 28%；

(3) 不赞同，理由：由图 1 中的信息可得，2016 - 2019 年全国快递业务量增长速度逐年放缓，但是快递业务量却逐年增加；

(4) $635.2 \times (1+50\%) = 952.8$,

答：2020 年的快递业务量为 952.8 亿件．

故答案为：507.1，26.6，28．

【点评】本题考查了条形统计图，中位数的定义，正确的理解题意是解题的关键．

23. 【分析】（1）由 SAS 证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ 即可；

（2）证 $\triangle ABD$ 是等边三角形，得出 $BE \perp AD$ ，求出 AD 即可．

【解答】（1）证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB = AD$ ， $\because$ 点 E, F 分别是边 AD, AB 的中点，

$\therefore AF = AE$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADF$ 中，
$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle A=\angle A \\ AE=AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF (SAS)$ ；

（2）解：连接 BD ，如图：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB = AD$ ， $\angle A = \angle C = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形，

$\because$ 点 E 是边 AD 的中点，

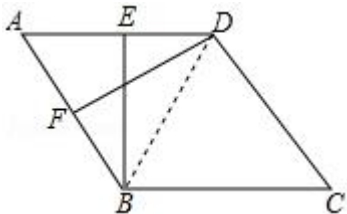
$\therefore BE \perp AD$ ，

$\therefore \angle ABE = 30^\circ$ ，

$\therefore AE = \frac{\sqrt{3}}{3} BE = 1$ ， $AB = 2AE = 2$ ，

$\therefore AD = AB = 2$ ，

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 的面积 $= AD \times BE = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ．



【点评】本题考查了菱形的性质、全等三角形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、直角三角形的性质等知识；熟练掌握菱形的性质是解题的关键．

24. 【分析】（1）设每副围棋 x 元，则每副象棋 $(x - 8)$ 元，根据 420 元购买象棋数量 = 756 元购买围棋数量列出方程并解答；

(2) 设购买围棋 m 副, 则购买象棋 $(40 - m)$ 副, 根据题意列出不等式并解答.

【解答】 解: (1) 设每副围棋 x 元, 则每副象棋 $(x - 8)$ 元,

根据题意, 得 $\frac{420}{x-8} = \frac{756}{x}$.

解得 $x = 18$.

经检验 $x = 18$ 是所列方程的根.

所以 $x - 8 = 10$.

答: 每副围棋 18 元, 则每副象棋 10 元;

(2) 设购买围棋 m 副, 则购买象棋 $(40 - m)$ 副,

根据题意, 得 $18m + 10(40 - m) \leq 600$.

解得 $m \leq 25$.

故 m 最大值是 25.

答: 该校最多可再购买 25 副围棋.

【点评】 本题考查了分式方程的应用和一元一次不等式的应用, 分析题意, 找到关键描述语, 找到合适的数量关系是解决问题的关键.

25. **【分析】** (1) 利用直角三角形斜边的中线等于斜边的一半, 判断出 $OA = OB = OC = OD$, 即可得出结论;

(2) 利用等弧所对的圆周角相等, 即可得出结论;

(3) 先判断出 $\triangle DEF \sim \triangle BDF$, 得出 $DF^2 = BF \cdot EF$, 再利用勾股定理得出 $OD^2 + OF^2 = DF^2$, 即可得出结论.

【解答】 证明: (1) 如图, 连接 OD , OC , 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 O 是 AB 的中点,

$$\therefore OC = OA = OB,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle ADB = 90^\circ$, 点 O 是 AB 的中点,

$$\therefore OD = OA = OB,$$

$$\therefore OA = OB = OC = OD,$$

$\therefore A, B, C, D$ 四个点在以点 O 为圆心的同一个圆上;

(2) 由 (1) 知, A, B, C, D 四个点在以点 O 为圆心的同一个圆上, 且 $AD = BD$,

$EQ' = QE = m+2$ ，确定出点 $P'(n-2, 2+m)$ ，将点 P' 的坐标代入直线 AD 的解析式中，和点 P 代入抛物线解析式中，联立方程组，求解即可得出结论。

【解答】解：（1） $\because$ 抛物线 $y = a(x+6)(x-2)$ 过点 $C(0, 2)$ ，

$$\therefore 2 = a(0+6)(0-2),$$

$$\therefore a = -\frac{1}{6},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -\frac{1}{6}(x+6)(x-2) = -\frac{1}{6}(x+2)^2 + \frac{8}{3},$$

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x = -2$ ；

（2）如图 1，由（1）知，抛物线的对称轴为 $x = -2$ ，

$$\therefore E(-2, 0),$$

$$\therefore C(0, 2),$$

$$\therefore OC = OE = 2,$$

$$\therefore CE = \sqrt{2}OC = 2\sqrt{2}, \quad \angle CED = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle CME$ 是等腰三角形，

$\therefore$ ①当 $ME = MC$ 时，

$$\therefore \angle ECM = \angle CED = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CME = 90^\circ,$$

$$\therefore M(-2, 2),$$

②当 $CE = CM$ 时，

$$\therefore MM_1 = CM = 2,$$

$$\therefore EM_1 = 4,$$

$$\therefore M_1(-2, 4),$$

③当 $EM = CE$ 时，

$$\therefore EM_2 = EM_3 = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore M_2(-2, -2\sqrt{2}), M_3(-2, 2\sqrt{2}),$$

即满足条件的点 M 的坐标为 $(-2, -2)$ 或 $(-2, 4)$ 或 $(-2, 2\sqrt{2})$ 或 $(-2, -2\sqrt{2})$ ；

（3）如图 2，

由(1)知, 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{6}(x+6)(x-2) = -\frac{1}{6}(x+2)^2 + \frac{8}{3}$,

$$\therefore D(-2, \frac{8}{3}),$$

令 $y=0$, 则 $(x+6)(x-2)=0$,

$$\therefore x = -6 \text{ 或 } x = 2,$$

$$\therefore \text{点 } A(-6, 0),$$

$$\therefore \text{直线 } AD \text{ 的解析式为 } y = \frac{2}{3}x + 4,$$

过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于 Q , 过点 P' 作 $P'Q' \perp DE$ 于 Q' ,

$$\therefore \angle EQ'P' = \angle EQP = 90^\circ,$$

由(2)知, $\angle CED = \angle CEB = 45^\circ$,

由折叠知, $EP' = EP$, $\angle CEP' = \angle CEP$,

$$\therefore \triangle PQE \cong \triangle P'Q'E \text{ (AAS)},$$

$$\therefore PQ = P'Q', EQ = EQ',$$

设点 $P(m, n)$,

$$\therefore OQ = m, PQ = n,$$

$$\therefore P'Q' = n, EQ' = QE = m+2,$$

$$\therefore \text{点 } P'(n-2, 2+m),$$

$\because$ 点 P' 在直线 AD 上,

$$\therefore 2+m = \frac{2}{3}(n-2) + 4 \text{ ①},$$

$\because$ 点 P 在抛物线上,

$$\therefore n = -\frac{1}{6}(m+6)(m-2) \text{ ②},$$

$$\text{联立①②解得, } m = \frac{-13-\sqrt{241}}{2} \text{ 或 } m = \frac{-13+\sqrt{241}}{2},$$

$$\text{即点 } P \text{ 的横坐标为 } \frac{-13-\sqrt{241}}{2} \text{ 或 } \frac{-13+\sqrt{241}}{2}.$$

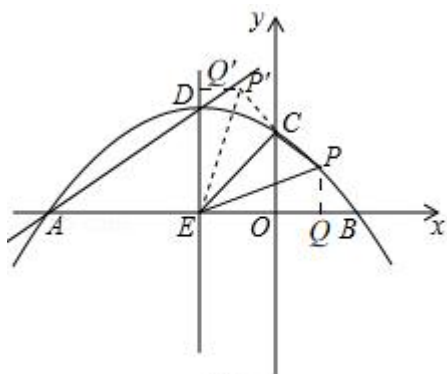


图2

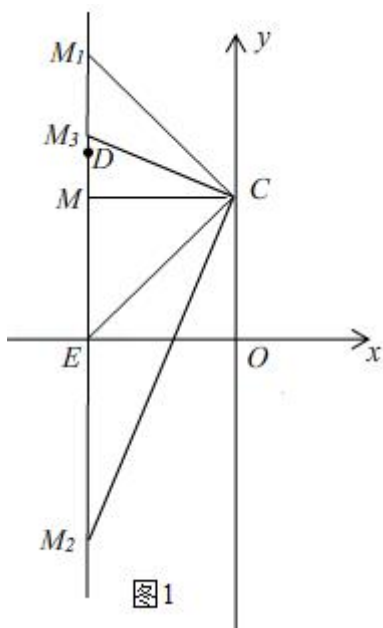


图1

【点评】此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法，等腰三角形的性质，全等三角形的判定和性质，用分类讨论的思想解决问题是解本题的关键．