

2020 年广西南宁市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．）

1.（3 分）下列实数是无理数的是（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. 0 D. -5

2.（3 分）下列图形是中心对称图形的是（ ）



3.（3 分）2020 年 2 月至 5 月，由广西教育厅主办，南宁市教育局承办的广西中小学“空中课堂”是同期全国服务中小学学科最齐、学段最全、上线最早的线上学习课程，深受广大师生欢迎．其中某节数学课的点击观看次数约 889000 次，则数据 889000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 88.9×10^3 B. 88.9×10^4 C. 8.89×10^5 D. 8.89×10^6

4.（3 分）下列运算正确的是（ ）

- A. $2x^2 + x^2 = 2x^4$ B. $x^3 \cdot x^3 = 2x^3$ C. $(x^5)^2 = x^7$ D. $2x^7 \div x^5 = 2x^2$

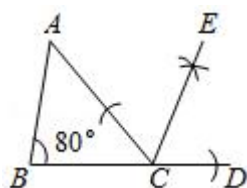
5.（3 分）以下调查中，最适合采用全面调查的是（ ）

- A. 检测长征运载火箭的零部件质量情况
B. 了解全国中小学生课外阅读情况
C. 调查某批次汽车的抗撞击能力
D. 检测某城市的空气质量

6.（3 分）一元二次方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的根的情况是（ ）

- A. 有两个不等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 无实数根 D. 无法确定

7.（3 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BA = BC$ ， $\angle B = 80^\circ$ ，观察图中尺规作图的痕迹，则 $\angle DCE$ 的度数为（ ）



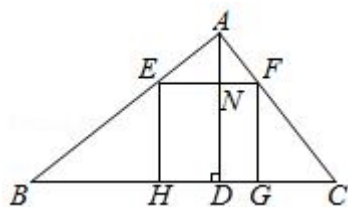
- A. 60° B. 65° C. 70° D. 75°

8. (3分) 一只蚂蚁在如图所示的树枝上寻觅食物, 假定蚂蚁在每个岔路口都随机选择一条路径, 则它获得食物的概率是 ()



- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

9. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 120$, 高 $AD = 60$, 正方形 $EFGH$ 一边在 BC 上, 点 E, F 分别在 AB, AC 上, AD 交 EF 于点 N , 则 AN 的长为 ()

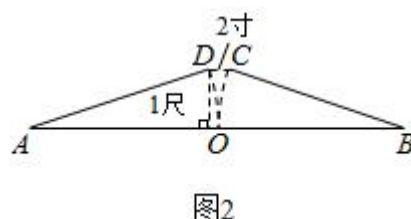
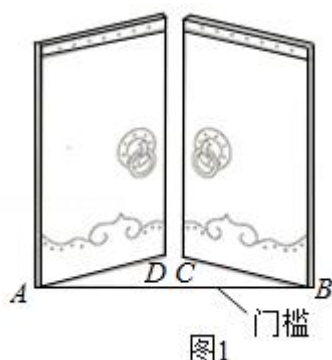


- A. 15 B. 20 C. 25 D. 30

10. (3分) 甲、乙两地相距 600km , 提速前动车的速度为 $v\text{km/h}$, 提速后动车的速度是提速前的 1.2 倍, 提速后行车时间比提速前减少 20min , 则可列方程为 ()

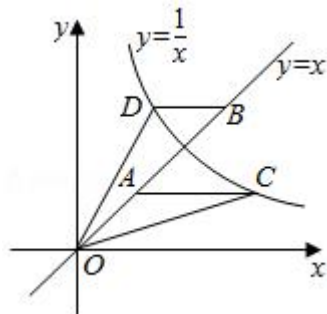
- A. $\frac{600}{v} - \frac{1}{3} = \frac{600}{1.2v}$ B. $\frac{600}{v} = \frac{600}{1.2v} - \frac{1}{3}$
C. $\frac{600}{v} - 20 = \frac{600}{1.2v}$ D. $\frac{600}{v} = \frac{600}{1.2v} - 20$

11. (3分) 《九章算术》是古代东方数学代表作, 书中记载: 今有开门去闾 (读 kǔn, 门槛的意思) 一尺, 不合二寸, 问门广几何? 题目大意是: 如图 1、2 (图 2 为图 1 的平面示意图), 推开双门, 双门间隙 CD 的距离为 2 寸, 点 C 和点 D 距离门槛 AB 都为 1 尺 (1 尺 = 10 寸), 则 AB 的长是 ()



- A. 50.5 寸 B. 52 寸 C. 101 寸 D. 104 寸

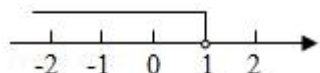
12. (3 分) 如图, 点 A, B 是直线 $y=x$ 上的两点, 过 A, B 两点分别作 x 轴的平行线交双曲线 $y=\frac{1}{x}$ ($x>0$) 于点 C, D . 若 $AC=\sqrt{3}BD$, 则 $3OD^2-OC^2$ 的值为 ()



- A. 5 B. $3\sqrt{2}$ C. 4 D. $2\sqrt{3}$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.)

13. (3 分) 如图, 在数轴上表示的 x 的取值范围是_____.



14. (3 分) 计算: $\sqrt{12}-\sqrt{3}=$ _____.

15. (3 分) 某射击运动员在同一条件下的射击成绩记录如下:

射击次数	20	40	100	200	400	1000
“射中 9 环以上” 的次数	15	33	78	158	231	801
“射中 9 环以上” 的频率 (结果保留小数点后两位)	0.75	0.83	0.78	0.79	0.80	0.80

根据频率的稳定性, 估计这名运动员射击一次时“射中 9 环以上”的概率是_____ (结果保留小数点后一位).

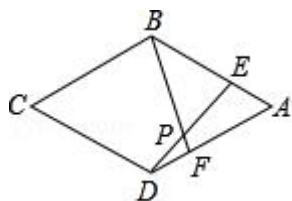
16. (3 分) 如图, 某校礼堂的座位分为四个区域, 前区一共有 8 排, 其中第 1 排共有 20 个座位 (含左、右区域), 往后每排增加两个座位, 前区最后一排与后区各排的座位数相同, 后区一共有 10 排, 则该礼堂的座位总数是_____.



17. (3 分) 以原点为中心, 把点 $M(3, 4)$ 逆时针旋转 90° 得到点 N , 则点 N 的坐标

为_____.

18. (3分) 如图, 在边长为 $2\sqrt{3}$ 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle C = 60^\circ$, 点 E, F 分别是 AB, AD 上的动点, 且 $AE = DF$, DE 与 BF 交于点 P . 当点 E 从点 A 运动到点 B 时, 则点 P 的运动路径长为_____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

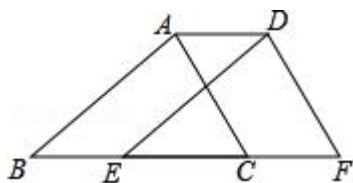
19. (6分) 计算: $-(-1) + 3^2 \div (1-4) \times 2$.

20. (6分) 先化简, 再求值: $\frac{x+1}{x} \div (x - \frac{1}{x})$, 其中 $x = 3$.

21. (8分) 如图, 点 B, E, C, F 在一条直线上, $AB = DE$, $AC = DF$, $BE = CF$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) 连接 AD , 求证: 四边形 $ABED$ 是平行四边形.



22. (8分) 小手拉大手, 共创文明城. 某校为了了解家长对南宁市创建全国文明城市相关知识的知晓情况, 通过发放问卷进行测评, 从中随机抽取 20 份答卷, 并统计成绩 (成绩得分用 x 表示, 单位: 分), 收集数据如下:

90 82 99 86 98 96 90 100 89 83 87 88 81 90 93 100 100 96 92 100

整理数据:

$80 \leq x < 85$	$85 \leq x < 90$	$90 \leq x < 95$	$95 \leq x \leq 100$
3	4	a	8

分析数据:

平均分	中位数	众数
92	b	c

根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 直接写出上述表格中 a, b, c 的值;

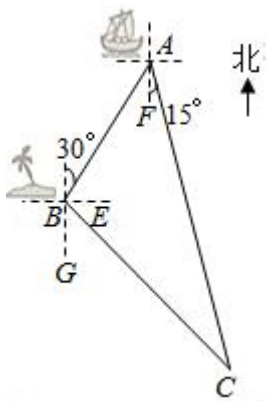
(2) 该校有 1600 名家长参加了此次问卷测评活动, 请估计成绩不低于 90 分的人数是多少?

(3) 请从中位数和众数中选择一个量, 结合本题解释它的意义.

23. (8 分) 如图, 一艘渔船位于小岛 B 的北偏东 30° 方向, 距离小岛 40nmile 的点 A 处, 它沿着点 A 的南偏东 15° 的方向航行.

(1) 渔船航行多远距离小岛 B 最近 (结果保留根号)?

(2) 渔船到达距离小岛 B 最近点后, 按原航向继续航行 $20\sqrt{6}\text{nmile}$ 到点 C 处时突然发生事故, 渔船马上向小岛 B 上的救援队求救, 问救援队从 B 处出发沿着哪个方向航行到达事故地点航程最短, 最短航程是多少 (结果保留根号)?



24. (10 分) 倡导垃圾分类, 共享绿色生活. 为了对回收的垃圾进行更精准的分类, 某机器人公司研发出 A 型和 B 型两款垃圾分拣机器人, 已知 2 台 A 型机器人和 5 台 B 型机器人同时工作 $2h$ 共分拣垃圾 3.6 吨, 3 台 A 型机器人和 2 台 B 型机器人同时工作 $5h$ 共分拣垃圾 8 吨.

(1) 1 台 A 型机器人和 1 台 B 型机器人每小时各分拣垃圾多少吨?

(2) 某垃圾处理厂计划向机器人公司购进一批 A 型和 B 型垃圾分拣机器人, 这批机器人每小时一共能分拣垃圾 20 吨. 设购买 A 型机器人 a 台 ($10 \leq a \leq 45$), B 型机器人 b 台, 请用含 a 的代数式表示 b ;

(3) 机器人公司的报价如下表:

型号	原价	购买数量少于 30 台	购买数量不少于 30 台
A 型	20 万元/台	原价购买	打九折
B 型	12 万元/台	原价购买	打八折

在 (2) 的条件下, 设购买总费用为 w 万元, 问如何购买使得总费用 w 最少? 请说明理

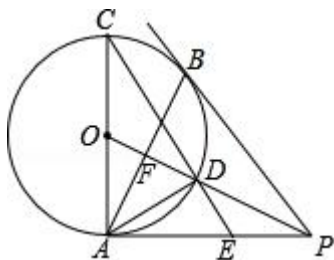
由.

25. (10分) 如图, 在 $\triangle ACE$ 中, 以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 CE 于点 D , 连接 AD , 且 $\angle DAE = \angle ACE$, 连接 OD 并延长交 AE 的延长线于点 P , PB 与 $\odot O$ 相切于点 B .

(1) 求证: AP 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 AB 交 OP 于点 F , 求证: $\triangle FAD \sim \triangle DAE$;

(3) 若 $\tan \angle OAF = \frac{1}{2}$, 求 $\frac{AE}{AP}$ 的值.



26. (10分) 如图1, 在平面直角坐标系中, 直线 $l_1: y = x + 1$ 与直线 $l_2: x = -2$ 相交于点 D , 点 A 是直线 l_2 上的动点, 过点 A 作 $AB \perp l_1$ 于点 B , 点 C 的坐标为 $(0, 3)$, 连接 AC , BC . 设点 A 的纵坐标为 t , $\triangle ABC$ 的面积为 s .

(1) 当 $t = 2$ 时, 请直接写出点 B 的坐标;

(2) s 关于 t 的函数解析式为 $s = \begin{cases} \frac{1}{4}t^2 + bt - \frac{5}{4}, & t < -1 \text{ 或 } t > 5 \\ a(t+1)(t-5), & -1 < t < 5 \end{cases}$, 其图象如图2所示,

结合图1、2的信息, 求出 a 与 b 的值;

(3) 在 l_2 上是否存在点 A , 使得 $\triangle ABC$ 是直角三角形? 若存在, 请求出此时点 A 的坐标和 $\triangle ABC$ 的面积; 若不存在, 请说明理由.

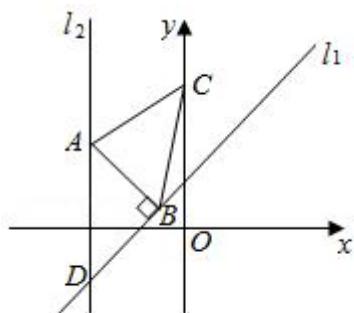


图1

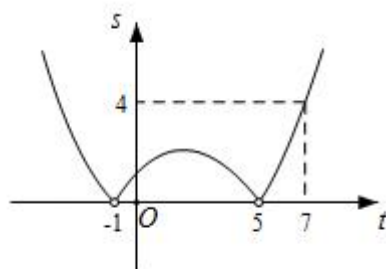


图2

2020 年广西南宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．）

1. 【分析】无限不循环小数是无理数，而 1，0，-5 是整数，也是有理数，因此 $\sqrt{2}$ 是无理数．

【解答】解：无理数是无限不循环小数，而 1，0，-5 是有理数，
因此 $\sqrt{2}$ 是无理数，
故选：A．

【点评】本题考查无理数的意义，准确把握无理数的意义是正确判断的前提．

2. 【分析】根据把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形可得答案．

【解答】解：A、不是中心对称图形，故此选项不合题意；
B、不是中心对称图形，故此选项不合题意；
C、不是中心对称图形，故此选项不合题意；
D、是中心对称图形，故此选项符合题意；
故选：D．

【点评】此题主要考查了中心对称图形，关键是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值是易错点，由于 889000 有 6 位，所以可以确定 $n = 6 - 1 = 5$ ．

【解答】解：889000 = 8.89×10^5 ．
故选：C．

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键．

4. 【分析】直接利用合并同类项法则以及幂的乘方运算法则、同底数幂的乘除运算法则分别计算得出答案．

【解答】解：A、 $2x^2 + x^2 = 3x^2$ ，故此选项错误；
B、 $x^3 \cdot x^3 = x^6$ ，故此选项错误；
C、 $(x^5)^2 = x^{10}$ ，故此选项错误；

D 、 $2x^7 \div x^5 = 2x^2$ ，正确．

故选：D．

【点评】此题主要考查了整式的混合运算，正确掌握相关运算法则是解题关键．

5. 【分析】利用全面调查、抽样调查的意义，结合具体的问题情境进行判断即可．

【解答】解：检测长征运载火箭的零部件质量情况适合用全面调查，

而“了解全国中小学生课外阅读情况”“调查某批次汽车的抗撞击能力”“检测某城市的空气质量”则不适合用全面调查，宜采取抽样调查，

故选：A．

【点评】本题考查全面调查、抽样调查的意义，在具体实际的问题情境中理解全面调查、抽样调查的意义是正确判断的前提．

6. 【分析】先根据方程的一般式得出 a 、 b 、 c 的值，再计算出 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的值，继而利用一元二次方程的根的情况与判别式的值之间的关系可得答案．

【解答】解：∵ $a = 1$ ， $b = -2$ ， $c = 1$ ，

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 4 - 4 = 0,$$

∴ 有两个相等的实数根，

故选：B．

【点评】本题主要考查根的判别式，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：

①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；

②当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；

③当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根．

上面的结论反过来也成立．

7. 【分析】根据等腰三角形的性质可得 $\angle ACB$ 的度数，观察作图过程可得，进而可得 $\angle DCE$ 的度数．

【解答】解：∵ $BA = BC$ ， $\angle B = 80^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = \angle ACB = \frac{1}{2} (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = 180^\circ - \angle ACB = 130^\circ,$$

观察作图过程可知：

CE 平分 $\angle ACD$ ，

$$\therefore \angle DCE = \frac{1}{2} \angle ACD = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE \text{ 的度数为 } 65^\circ$$

故选：B.

【点评】 本题考查了作图 - 基本作图、等腰三角形的性质，解决本题的关键是掌握等腰三角形的性质.

8. **【分析】** 由一只蚂蚁在如图所示的树枝上寻觅食物，假定蚂蚁在每个岔路口都会随机的选择一条路径，观察图可得：它有 6 种路径，且获得食物的有 2 种路径，然后利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解：由一只蚂蚁在如图所示的树枝上寻觅食物，假定蚂蚁在每个岔路口都会随机的选择一条路径，

观察图可得：第一次选择，它有 3 种路径；第二次选择，每次又都有 2 种路径；

两次共 6 种等可能结果，其中获得食物的有 2 种结果，

$$\therefore \text{获得食物的概率是 } \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

故选：C.

【点评】 此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

9. **【分析】** 设正方形 $EFGH$ 的边长 $EF = EH = x$ ，易证四边形 $EHDN$ 是矩形，则 $DN = x$ ，根据正方形的性质得出 $EF \parallel BC$ ，推出 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ ，根据相似三角形的性质计算即可得解.

【解答】 解：设正方形 $EFGH$ 的边长 $EF = EH = x$ ，

$\because$ 四边 $EFGH$ 是正方形，

$$\therefore \angle HEF = \angle EHG = 90^\circ, \quad EF \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC,$$

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高，

$$\therefore \angle HDN = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $EHDN$ 是矩形，

$$\therefore DN = EH = x,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AN}{AD} = \frac{EF}{BC} \text{ (相似三角形对应边上的高的比等于相似比),}$$

$$\because BC = 120, AD = 60,$$

$$\therefore AN = 60 - x,$$

$$\therefore \frac{60-x}{60} = \frac{x}{120},$$

$$\text{解得: } x = 40,$$

$$\therefore AN = 60 - x = 60 - 40 = 20.$$

故选: B.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 矩形的判定和性质. 解题的关键是掌握相似三角形的判定和性质, 矩形的判定和性质的运用, 注意: 矩形的对边相等且平行, 相似三角形的对应高的比等于相似比, 题目是一道中等题, 难度适中.

10. **【分析】** 直接利用总时间的差值进而得出等式求出答案.

【解答】 解: 因为提速前动车的速度为 $v \text{ km/h}$, 提速后动车的速度是提速前的 1.2 倍, 所以提速后动车的速度为 $1.2v \text{ km/h}$,

$$\text{根据题意可得: } \frac{600}{v} - \frac{1}{3} = \frac{600}{1.2v}.$$

故选: A.

【点评】 此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程, 正确表示出行驶时间是解题关键.

11. **【分析】** 画出直角三角形, 根据勾股定理即可得到结论.

【解答】 解: 如图 2 所示:

$$\text{由题意得: } OA = OB = AD = BC,$$

$$\text{设 } OA = OB = AD = BC = r,$$

$$\text{则 } AB = 2r, DE = 10, OE = \frac{1}{2}CD = 1, AE = r - 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中,

$$AE^2 + DE^2 = AD^2, \text{ 即 } (r - 1)^2 + 10^2 = r^2,$$

$$\text{解得: } r = 50.5,$$

$$\therefore 2r = 101 \text{ (寸)},$$

$$\therefore AB = 101 \text{ 寸},$$

故选: C.

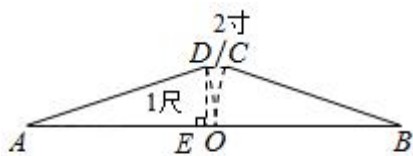


图2

【点评】 本题考查了勾股定理的应用，弄清题意，构建直角三角形是解题的关键．

12. 【分析】 延长 CA 交 y 轴于 E ，延长 BD 交 y 轴于 F ．设 A 、 B 的横坐标分别是 a ， b ，点 A 、 B 为直线 $y=x$ 上的两点， A 的坐标是 (a, a) ， B 的坐标是 (b, b) ．则 $AE = OE = a$ ， $BF = OF = b$ ．根据 $AC = \sqrt{3}BD$ 得到 a, b 的关系，然后利用勾股定理，即可用 a, b 表示出所求的式子从而求解．

【解答】 解：延长 CA 交 y 轴于 E ，延长 BD 交 y 轴于 F ．

设 A 、 B 的横坐标分别是 a ， b ，

$\because$ 点 A 、 B 为直线 $y=x$ 上的两点，

$\therefore A$ 的坐标是 (a, a) ， B 的坐标是 (b, b) ．则 $AE = OE = a$ ， $BF = OF = b$ ．

$\because C$ 、 D 两点在反双曲线 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 上，则 $CE = \frac{1}{a}$ ， $DF = \frac{1}{b}$ ．

$\therefore BD = BF - DF = b - \frac{1}{b}$ ， $AC = \frac{1}{a} - a$ ．

又 $\because AC = \sqrt{3}BD$ ，

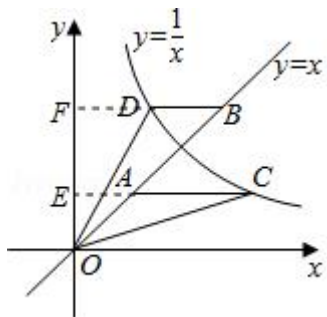
$\therefore \frac{1}{a} - a = \sqrt{3} \left(b - \frac{1}{b} \right)$ ，

两边平方得： $a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 3 \left(b^2 + \frac{1}{b^2} - 2 \right)$ ，即 $a^2 + \frac{1}{a^2} = 3 \left(b^2 + \frac{1}{b^2} \right) - 4$ ，

在直角 $\triangle ODF$ 中， $OD^2 = OF^2 + DF^2 = b^2 + \frac{1}{b^2}$ ，同理 $OC^2 = a^2 + \frac{1}{a^2}$ ，

$\therefore 3OD^2 - OC^2 = 3 \left(b^2 + \frac{1}{b^2} \right) - \left(a^2 + \frac{1}{a^2} \right) = 4$ ．

故选：C．



【点评】 本题考查了反比例函数、一次函数图象上点的坐标特征，勾股定理，正确利用

$AC = \sqrt{3}BD$ 得到 a, b 的关系是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.)

13. 【分析】根据“小于向左, 大于向右及边界点含于解集为实心点, 不含于解集即为空心点”求解可得.

【解答】解: 在数轴上表示的 x 的取值范围是 $x < 1$,

故答案为: $x < 1$.

【点评】本题主要考查在数轴上表示不等式的解集, 用数轴表示不等式的解集时, 要注意“两定”:

一是定界点, 一般在数轴上只标出原点和界点即可. 定边界点时要注意, 点是实心还是空心, 若边界点含于解集为实心点, 不含于解集即为空心点;

二是定方向, 定方向的原则是: “小于向左, 大于向右”.

14. 【分析】先化简 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, 再合并同类二次根式即可.

【解答】解: $\sqrt{12} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$.

故答案为: $\sqrt{3}$.

【点评】本题主要考查了二次根式的加减, 属于基础题型.

15. 【分析】大量重复试验时, 事件发生的频率在某个固定位置左右摆动, 并且摆动的幅度越来越小, 根据这个频率稳定性定理, 可以用频率的集中趋势来估计概率, 这个固定的近似值就是这个事件的概率.

【解答】解: 根据表格数据可知:

根据频率稳定在 0.8, 估计这名运动员射击一次时“射中 9 环以上”的概率是 0.8.

故答案为: 0.8.

【点评】本题考查了利用频率估计概率, 解决本题的关键是理解当试验的所有可能结果不是有限个或结果个数很多, 或各种可能结果发生的可能性不相等时, 一般通过统计频率来估计概率.

16. 【分析】根据题意可得前区最后一排座位数为: $20 + 2(8 - 1) = 34$, 所以前区座位数为:

$(20 + 34) \times 8 \div 2 = 216$, 后区的座位数为: $10 \times 34 = 340$, 进而可得该礼堂的座位总数.

【解答】解: 因为前区一共有 8 排, 其中第 1 排共有 20 个座位 (含左、右区域),

往后每排增加两个座位,

所以前区最后一排座位数为: $20 + 2(8 - 1) = 34$,

所以前区座位数为: $(20 + 34) \times 8 \div 2 = 216$,

以为前区最后一排与后区各排的座位数相同，后区一共有 10 排，

所以后区的座位数为： $10 \times 34 = 340$ ，

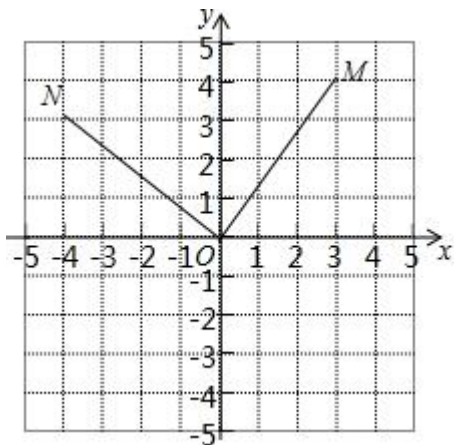
所以该礼堂的座位总数是 $216 + 340 = 556$ 个．

故答案为：556 个．

【点评】 本题考查了规律型：数字的变化类，解决本题的关键是根据数字的变化性质规律．

17. 【分析】 如图，根据点 $M (3, 4)$ 逆时针旋转 90° 得到点 N ，则可得点 N 的坐标为 $(-4, 3)$ ．

【解答】 解：如图， $\because$ 点 $M (3, 4)$ 逆时针旋转 90° 得到点 N ，
则点 N 的坐标为 $(-4, 3)$ ．

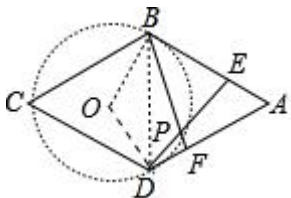


故答案为： $(-4, 3)$ ．

【点评】 本题考查了坐标与图形变化 - 旋转，解决本题的关键是掌握旋转的性质．

18. 【分析】 如图，作 $\triangle CBD$ 的外接圆 $\odot O$ ，连接 OB ， OD ．利用全等三角形的性质证明 $\angle DPB = 120^\circ$ ，推出 B, C, D, P 四点共圆，利用弧长公式计算即可．

【解答】 解：如图，作 $\triangle CBD$ 的外接圆 $\odot O$ ，连接 OB ， OD ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \angle A = \angle C = 60^\circ$ ， $AB = BC = CD = AD$ ，

$\therefore \triangle ABD$ ， $\triangle BCD$ 都是等边三角形，

$\therefore BD = AD$ ， $\angle BDF = \angle DAE$ ，

$\because DF = AE$,
 $\therefore \triangle BDF \cong \triangle DAE$ (SAS),
 $\therefore \angle DBF = \angle ADE$,
 $\because \angle ADE + \angle BDE = 60^\circ$,
 $\therefore \angle DBF + \angle BDP = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BPD = 120^\circ$,
 $\because \angle C = 60^\circ$,
 $\therefore \angle C + \angle DPB = 180^\circ$,
 $\therefore B, C, D, P$ 四点共圆,
 由 $BC = CD = BD = 2\sqrt{3}$, 可得 $OB = OD = 2$,
 $\because \angle BOD = 2\angle C = 120^\circ$,
 $\therefore$ 点 P 的运动的路径的长 $= \frac{120 \cdot \pi \cdot 2}{180} = \frac{4}{3}\pi$.
 故答案为 $\frac{4}{3}\pi$.

【点评】 本题考查菱形的性质，等边三角形的判定和性质，弧长公式等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）

19. **【分析】** 直接利用有理数的混合运算法则计算得出答案．

【解答】 解：原式 $= 1 + 9 \div (-3) \times 2$
 $= 1 - 3 \times 2$
 $= 1 - 6$
 $= -5$.

【点评】 此题主要考查了有理数的混合运算，正确掌握相关运算法则是解题关键．

20. **【分析】** 先计算括号内分式的减法，再将除法转化为乘法，最后约分即可化简原式，继而将 x 的值代入计算可得答案．

【解答】 解：原式 $= \frac{x+1}{x} \div \left(\frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} \right)$
 $= \frac{x+1}{x} \div \frac{x^2-1}{x}$
 $= \frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{(x+1)(x-1)}$

$$= \frac{1}{x-1},$$

$$\text{当 } x=3 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}.$$

【点评】 本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

21. **【分析】** (1) 证出 $BC = EF$ ，由 SSS 即可得出结论；

(2) 由全等三角形的性质得出 $\angle B = \angle DEF$ ，证出 $AB \parallel DE$ ，由 $AB = DE$ ，即可得出结论.

【解答】 (1) 证明： $\because BE = CF$ ，

$$\therefore BE + EC = CF + EC,$$

$$\therefore BC = EF,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle DEF \text{ 中, } \begin{cases} AB=DE \\ AC=DF \\ BC=EF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (SSS)};$$

(2) 证明：由 (1) 得： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，

$$\therefore \angle B = \angle DEF,$$

$$\therefore AB \parallel DE,$$

$$\text{又 } \because AB = DE,$$

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形.

【点评】 本题考查了平行四边形的判定、全等三角形的判定与性质以及平行线的判定等知识；熟练掌握平行四边形的判定，证明三角形全等是解题的关键.

22. **【分析】** (1) 将数据从小到大重新排列，再根据中位数和众数的概念求解可得；

(2) 用总人数乘以样本中不低于 90 分的人数占被调查人数的比例即可得；

(3) 从众数和中位数的意义求解可得.

【解答】 解：(1) 将这组数据重新排列为：81, 82, 83, 86, 87, 88, 89, 90, 90, 90,

92, 93, 96, 96, 98, 99, 100, 100, 100, 100,

$$\therefore a = 5, b = \frac{90+92}{2} = 91, c = 100;$$

(2) 估计成绩不低于 90 分的人数是 $1600 \times \frac{13}{20} = 1040$ (人);

(3) 中位数,

在被调查的 20 名学生中，中位数为 91 分，有一半的人分数都是在 91 分以上.

【点评】考查中位数、众数的意义及求法，理解各个统计量的意义，明确各个统计量的特点是解决问题的前提和关键.

23. 【分析】(1) 过 B 作 $PM \perp AB$ 于 C ，解直角三角形即可得到结论；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle BCM$ 中，解直角三角形求得 $\angle CBM = 60^\circ$ ，即可求得 $\angle CBG = 45^\circ$ ， $BC = 40\sqrt{2}\text{nmile}$ ，即可得到结论.

【解答】解：(1) 过 B 作 $BM \perp AC$ 于 M ，

由题意可知 $\angle BAM = 45^\circ$ ，则 $\angle ABM = 45^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中， $\because \angle BAM = 45^\circ$ ， $AB = 40\text{nmile}$ ，

$$\therefore BM = AM = \frac{\sqrt{2}}{2}AB = 20\sqrt{2}\text{nmile},$$

$\therefore$ 渔船航行 $20\sqrt{2}\text{nmile}$ 距离小岛 B 最近；

(2) $\because BM = 20\sqrt{2}\text{nmile}$ ， $MC = 20\sqrt{6}\text{nmile}$ ，

$$\therefore \tan \angle MBC = \frac{MC}{BM} = \frac{20\sqrt{6}}{20\sqrt{2}} = \sqrt{3},$$

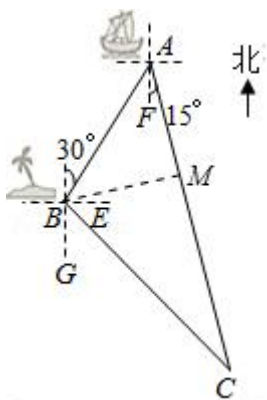
$\therefore \angle MBC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle CBG = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 45^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BCM$ 中， $\because \angle CBM = 60^\circ$ ， $BM = 20\sqrt{2}\text{nmile}$ ，

$$\therefore BC = \frac{BM}{\cos 60^\circ} = 2BM = 40\sqrt{2}\text{nmile},$$

故救援队从 B 处出发沿点 B 的南偏东 45° 的方向航行到达事故地点航程最短，最短航程是 $40\sqrt{2}\text{nmile}$.



【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题，求三角形的边或高的问题一般可以转化为解直角三角形的问题，解决的方法就是作高线.

24. 【分析】(1) 1 台 A 型机器人和 1 台 B 型机器人每小时各分拣垃圾 x 吨和 y 吨，根据题意列出方程即可求出答案.

(2) 根据题意列出方程即可求出答案.

(3) 根据 a 的取值, 求出 w 与 a 的函数关系, 从而求出 w 的最小值.

【解答】解: (1) 1 台 A 型机器人和 1 台 B 型机器人每小时各分拣垃圾 x 吨和 y 吨,

由题意可知:
$$\begin{cases} (2x+5y) \times 2 = 3.6 \\ (3x+2y) \times 5 = 8 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x = 0.4 \\ y = 0.2 \end{cases},$$

答: 1 台 A 型机器人和 1 台 B 型机器人每小时各分拣垃圾 0.4 吨和 0.2 吨.

(2) 由题意可知: $0.4a + 0.2b = 20$,

$\therefore b = 100 - 2a$ ($10 \leq a \leq 45$).

(3) 当 $10 \leq a < 30$ 时,

此时 $40 \leq b \leq 80$,

$\therefore w = 20 \times a + 0.8 \times 12(100 - 2a) = 0.8a + 960$,

当 $a = 10$ 时, 此时 w 有最小值, $w = 968$,

当 $30 \leq a \leq 35$ 时,

此时 $30 \leq b \leq 40$,

$\therefore w = 0.9 \times 20a + 0.8 \times 12(100 - 2a) = -1.2a + 960$,

当 $a = 35$ 时, 此时 w 有最小值, $w = 918$,

当 $35 < a \leq 45$ 时,

此时 $10 \leq b < 30$,

$\therefore w = 0.9 \times 20a + 12(100 - 2a) = -6a + 1200$

当 $a = 45$ 时,

w 有最小值, 此时 $w = 930$,

答: 选购 A 型号机器人 35 台时, 总费用 w 最少, 此时需要 918 万元.

【点评】本题考查一次函数, 解题的关键正确找出题中的等量关系, 本题属于中等题型.

25. 【分析】(1) 由 AC 为直径得 $\angle ADC = 90^\circ$, 再由直角三角形两锐角互余和已知条件得

$\angle DAC + \angle DAE = 90^\circ$, 进而得出结论;

(2) 由切线长定理得 $PA = PB$, $\angle OPA = \angle OPB$, 进而证明 $\triangle PAD \cong \triangle PBD$, 得 $AD = BD$, 得 $\angle BAD = \angle BDA$, 再由圆周角定理得 $\angle DAF = \angle EAD$, 进而便可得: $\triangle FAD \sim \triangle DAE$;

(3) 证明 $\triangle AOF \sim \triangle POA$, 得 $AP = 2OA$, 再 $\triangle AFD \sim \triangle CAE$, 求得 $\frac{DF}{AF}$ 的值使得 $\frac{AE}{AP}$ 的值.

【解答】解: (1) $\because AC$ 为直径,

$$\therefore \frac{OA}{PA} = \frac{OF}{AF} = \tan \angle OAF = \frac{1}{2},$$

$$\therefore PA = 2AO = AC,$$

$$\because \angle AFD = \angle CAE = 90^\circ, \quad \angle DAF = \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\therefore \triangle AFD \sim \triangle CAE,$$

$$\therefore \frac{FD}{AE} = \frac{AF}{CA},$$

$$\therefore \frac{FD}{AF} = \frac{AE}{CA} = \frac{AE}{AP},$$

$$\because \tan \angle OAF = \frac{OF}{AF} = \frac{1}{2},$$

不妨设 $OF = x$, 则 $AF = 2x$,

$$\therefore OD = OA = \sqrt{5}x,$$

$$\therefore FD = OD - OE = (\sqrt{5} - 1)x,$$

$$\therefore \frac{FD}{AF} = \frac{(\sqrt{5} - 1)x}{2x} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2},$$

$$\therefore \frac{AE}{AP} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

【点评】 本题是圆的一个综合题，主要考查了圆周角定理，切线的性质与判定，切线长定理，相似三角形的性质与判定，勾股定理，解直角三角形的应用，第（3）小题关键在证明相似三角形．难度较大，一般为中考压轴题．

26. **【分析】**（1）先根据 $t = 2$ 可得点 $A(-2, 2)$ ，因为 B 在直线 l_1 上，所以设 $B(x, x+1)$ ，利用 $y = 0$ 代入 $y = x+1$ 可得 G 点的坐标，在 $Rt\triangle ABG$ 中，利用勾股定理列方程可得点 B 的坐标；

（2）先把 $(7, 4)$ 代入 $s = \frac{1}{4}t^2 + bt - \frac{5}{4}$ 中计算得 b 的值，计算在 $-1 < t < 5$ 范围内图象

上一个点的坐标值：当 $t = 2$ 时，根据（1）中的数据可计算此时 $s = \frac{9}{4}$ ，可得坐标 $(2, \frac{9}{4})$ ，

代入 $s = a(t+1)(t-5)$ 中可得 a 的值；

（3）存在，设 $B(x, x+1)$ ，分两种情况：①当 $\angle CAB = 90^\circ$ 时，如图 4，②当 $\angle ACB = 90^\circ$ 时，如图 5 和图 6，分别根据两点的距离公式和勾股定理列方程可解答．

【解答】解：（1）如图 1，连接 AG ，

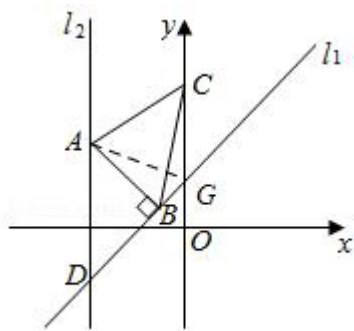


图 1

当 $t = 2$ 时, $A(-2, 2)$,

设 $B(x, x+1)$,

在 $y = x+1$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = 1$,

$\therefore G(0, 1)$,

$\because AB \perp l_1$,

$\therefore \angle ABG = 90^\circ$,

$\therefore AB^2 + BG^2 = AG^2$,

即 $(x+2)^2 + (x+1-2)^2 + x^2 + (x+1-1)^2 = (-2)^2 + (2-1)^2$,

解得: $x_1 = 0$ (舍), $x_2 = -\frac{1}{2}$,

$\therefore B(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$;

(2) 如图 2 可知: 当 $t = 7$ 时, $s = 4$,

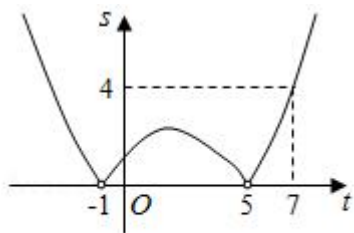


图 2

把 $(7, 4)$ 代入 $s = \frac{1}{4}t^2 + bt - \frac{5}{4}$ 中得: $\frac{49}{4} + 7b - \frac{5}{4} = 4$,

解得: $b = -1$,

如图 3, 过 B 作 $BH \parallel y$ 轴, 交 AC 于 H ,

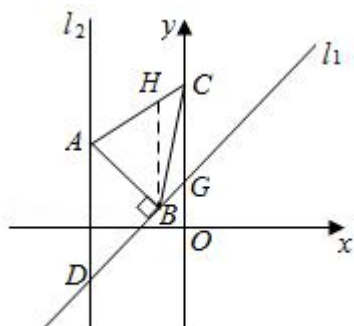


图3

由 (1) 知：当 $t=2$ 时， $A(-2, 2)$ ， $B(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ，

$\therefore C(0, 3)$ ，

设 AC 的解析式为： $y=kx+b$ ，

$$\text{则} \begin{cases} -2k+b=2 \\ b=3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=3 \end{cases}$$

$\therefore AC$ 的解析式为： $y=\frac{1}{2}x+3$ ，

$$\therefore H(-\frac{1}{2}, \frac{11}{4}),$$

$$\therefore BH = \frac{11}{4} - \frac{1}{2} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore s = \frac{1}{2}BH \cdot |x_C - x_A| = \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} \times 2 = \frac{9}{4},$$

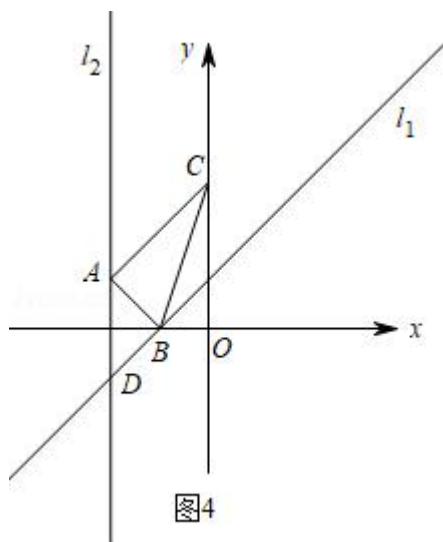
把 $(2, \frac{9}{4})$ 代入 $s = a(t+1)(t-5)$ 得： $a(2+1)(2-5) = \frac{9}{4}$ ，

解得： $a = -\frac{1}{4}$ ；

(3) 存在，设 $B(x, x+1)$ ，

分两种情况：

①当 $\angle CAB = 90^\circ$ 时，如图 4，



$$\because AB \perp l_1,$$

$$\therefore AC \parallel l_1,$$

$$\because l_1: y = x + 1, C(0, 3),$$

$$\therefore AC: y = x + 3,$$

$$\therefore A(-2, 1),$$

$$\because D(-2, -1),$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AB^2 + BD^2 = AD^2,$$

$$\text{即 } (x+2)^2 + (x+1-1)^2 + (x+2)^2 + (x+1+1)^2 = 2^2,$$

$$\text{解得: } x_1 = -1, x_2 = -2 \text{ (舍)},$$

$$\therefore B(-1, 0), \text{ 即 } B \text{ 在 } x \text{ 轴上},$$

$$\therefore AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 2;$$

②当 $\angle ACB = 90^\circ$ 时, 如图 5,

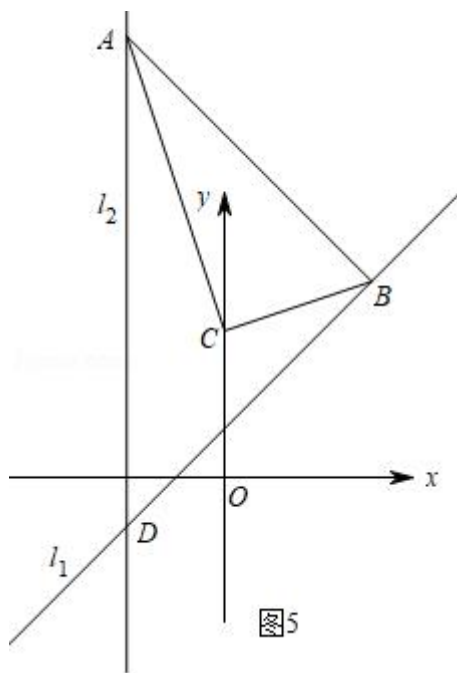


图5

$$\because \angle ABD = 90^\circ, \angle ADB = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AB = BD,$$

$$\because A(-2, t), D(-2, -1),$$

$$\therefore (x+2)^2 + (x+1-t)^2 = (x+2)^2 + (x+1+1)^2,$$

$$(x+1-t)^2 = (x+2)^2,$$

$$x+1-t = x+2 \text{ 或 } x+1-t = -x-2,$$

$$\text{解得: } t = -1 \text{ (舍) 或 } t = 2x+3,$$

$$\text{Rt}\triangle ACB \text{ 中, } AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$$\text{即 } (-2)^2 + (t-3)^2 + x^2 + (x+1-3)^2 = (x+2)^2 + (x+1-t)^2,$$

$$\text{把 } t = 2x+3 \text{ 代入得: } x^2 - 3x = 0,$$

$$\text{解得: } x = 0 \text{ 或 } 3,$$

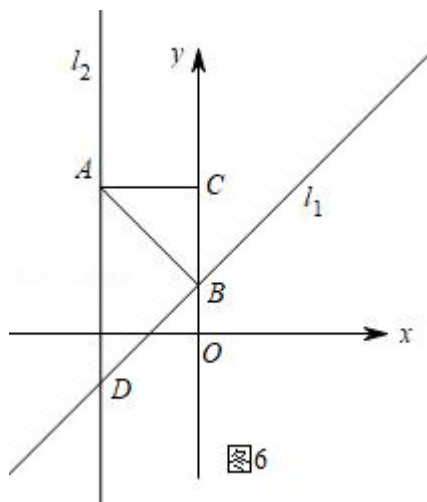
$$\text{当 } x = 3 \text{ 时, 如图 5, 则 } t = 2 \times 3 + 3 = 9,$$

$$\therefore A(-2, 9), B(3, 4),$$

$$\therefore AC = \sqrt{2^2 + (9-3)^2} = 2\sqrt{10}, BC = \sqrt{3^2 + (4-3)^2} = \sqrt{10},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 2\sqrt{10} = 10;$$

当 $t = 0$ 时, 如图 6,



此时, $A(-2, 3)$, $AC = 2$, $BC = 2$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2.$$

【点评】 本题考查二次函数综合题、一次函数的性质、等腰直角三角形的判定和性质、三角形的面积、两点间距离公式等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 本题的突破点是运用两点的距离公式计算或表示线段的长, 属于中考压轴题.