

2019 年广西玉林市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．

1. (3 分) 9 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $-\frac{1}{9}$ C. 9 D. -9

2. (3 分) 下列各数中，是有理数的是 ()

- A. π B. 1.2 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt[3]{3}$

3. (3 分) 如图，圆柱底面圆半径为 2，高为 2，则圆柱的左视图是 ()



- A. 平行四边形 B. 正方形 C. 矩形 D. 圆

4. (3 分) 南宁到玉林城际铁路投资约 278 亿元，将数据 278 亿用科学记数法表示是 ()

- A. 278×10^8 B. 27.8×10^9 C. 2.78×10^{10} D. 2.78×10^8

5. (3 分) 若 $\alpha = 29^\circ 45'$ ，则 α 的余角等于 ()

- A. $60^\circ 55'$ B. $60^\circ 15'$ C. $150^\circ 55'$ D. $150^\circ 15'$

6. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $3a+2a=5a^2$
B. $3a^2-2a=a$
C. $(-a)^3 \cdot (-a^2) = -a^5$
D. $(2a^3b^2-4ab^4) \div (-2ab^2) = 2b^2-a^2$

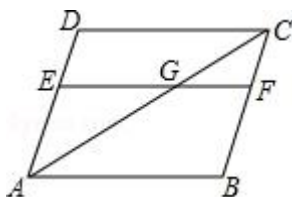
7. (3 分) 菱形不具备的性质是 ()

- A. 是轴对称图形 B. 是中心对称图形
C. 对角线互相垂直 D. 对角线一定相等

8. (3 分) 若一元二次方程 $x^2-x-2=0$ 的两根为 x_1, x_2 ，则 $(1+x_1)+x_2(1-x_1)$ 的值是 ()

- A. 4 B. 2 C. 1 D. -2

9. (3 分) 如图， $AB \parallel EF \parallel DC$ ， $AD \parallel BC$ ， EF 与 AC 交于点 G ，则是相似三角形共有 ()



A. 3 对

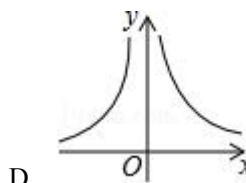
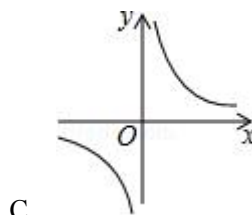
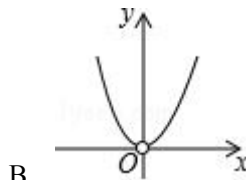
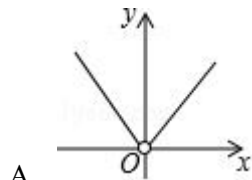
B. 5 对

C. 6 对

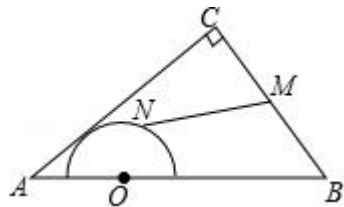
D. 8 对

10. (3 分) 定义新运算: $p \oplus q = \begin{cases} \frac{p}{q} (q > 0) \\ -\frac{p}{q} (q < 0) \end{cases}$, 例如: $3 \oplus 5 = \frac{3}{5}$, $3 \oplus (-5) = -\frac{3}{5}$, 则 $y =$

$2 \oplus x (x \neq 0)$ 的图象是 ()



11. (3 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, 点 O 是 AB 的三等分点, 半圆 O 与 AC 相切, M, N 分别是 BC 与半圆弧上的动点, 则 MN 的最小值和最大值之和是 ()



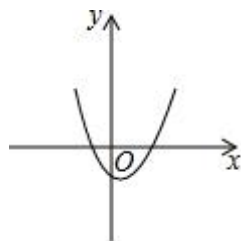
A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

12. (3 分) 已知抛物线 $C: y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$, 顶点为 D , 将 C 沿水平方向向右 (或向左) 平移 m 个单位, 得到抛物线 C_1 , 顶点为 D_1 , C 与 C_1 相交于点 Q , 若 $\angle DQD_1 = 60^\circ$, 则 m 等于 ()

A. $\pm 4\sqrt{3}$ B. $\pm 2\sqrt{3}$ C. -2 或 $2\sqrt{3}$ D. -4 或 $4\sqrt{3}$

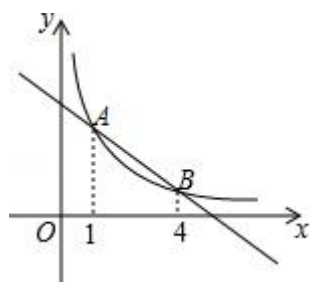
二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. (3 分) 计算: $(-6) - (+4) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (3分) 样本数据 $-2, 0, 3, 4, -1$ 的中位数是_____.

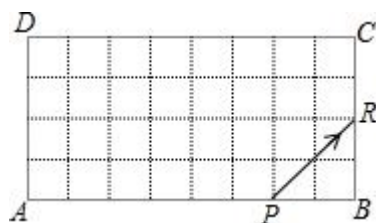
15. (3分) 我市博览馆有 A, B, C 三个入口和 D, E 两个出口, 小明入馆游览, 他从 A 口进 E 口出的概率是_____.

16. (3分) 如图, 一次函数 $y_1 = (k-5)x+b$ 的图象在第一象限与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 A, B 两点, 当 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围是 $1 < x < 4$, 则 $k =$ _____.



17. (3分) 设 $0 < \frac{b}{a} < 1$, 则 $m = \frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + 2ab}$, 则 m 的取值范围是_____.

18. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8, BC = 4$, 一发光电子开始置于 AB 边的点 P 处, 并设定此时为发光电子第一次与矩形的边碰撞, 将发光电子沿着 PR 方向发射, 碰撞到矩形的边时均反射, 每次反射的反射角和入射角都等于 45° , 若发光电子与矩形的边碰撞次数经过 2019 次后, 则它与 AB 边的碰撞次数是_____.



三、解答题 (共 8 小题, 满分 66 分)

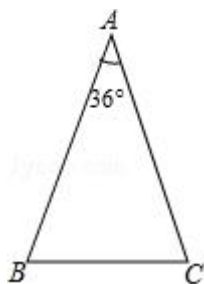
19. (6分) 计算: $|\sqrt{3} - 1| - (-2)^3 - \frac{\sqrt{12}}{2} + (\pi - \cos 60^\circ)^0$.

20. (6分) 解方程: $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} = 1$.

21. (6分) 如图, 已知等腰 $\triangle ABC$ 顶角 $\angle A = 36^\circ$.

(1) 在 AC 上作一点 D , 使 $AD = BD$ (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不必写作法和证明, 最后用黑色墨水笔加黑);

(2) 求证: $\triangle BCD$ 是等腰三角形.

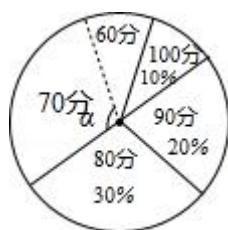


22. (8分) 某校有 20 名同学参加市举办的“文明环保，从我做起”征文比赛，成绩分别记为 60 分、70 分、80 分、90 分、100 分，为方便奖励，现统计出 80 分、90 分、100 分的人数，制成如图不完整的扇形统计图，设 70 分所对扇形圆心角为 α 。

(1) 若从这 20 份征文中，随机抽取一份，则抽到试卷的分数为低于 80 分的概率是_____；

(2) 当 $\alpha = 108^\circ$ 时，求成绩是 60 分的人数；

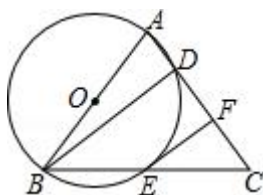
(3) 设 80 分为唯一众数，求这 20 名同学的平均成绩的最大值。



23. (9分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 6$ ，以 AB 为直径作 $\odot O$ 分别交于 AC ， BC 于点 D ， E ，过点 E 作 $\odot O$ 的切线 EF 交 AC 于点 F ，连接 BD 。

(1) 求证： EF 是 $\triangle CDB$ 的中位线；

(2) 求 EF 的长。



24. (9分) 某养殖场为了响应党中央的扶贫政策，今年起采用“场内+农户”养殖模式，同时加强对蛋鸡的科学管理，蛋鸡的产蛋率不断提高，三月份和五月份的产蛋量分别是 2.5 万 kg 与 3.6 万 kg ，现假定该养殖场蛋鸡产蛋量的月增长率相同。

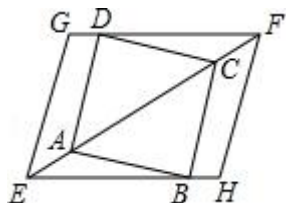
(1) 求该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率；

(2) 假定当月产的鸡蛋当月在各销售点全部销售出去，且每个销售点每月平均销售量最多为 0.32 万 kg 。如果要完成六月份的鸡蛋销售任务，那么该养殖场在五月份已有的销售点的基础上至少再增加多少个销售点？

25. (10分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 分别过顶点 B, D 作 $BE \parallel DF$ 交对角线 AC 所在直线于 E, F 点, 并分别延长 EB, FD 到点 H, G , 使 $BH = DG$, 连接 EG, FH .

(1) 求证: 四边形 $EHFG$ 是平行四边形;

(2) 已知: $AB = 2\sqrt{2}$, $EB = 4$, $\tan \angle GEH = 2\sqrt{3}$, 求四边形 $EHFG$ 的周长.

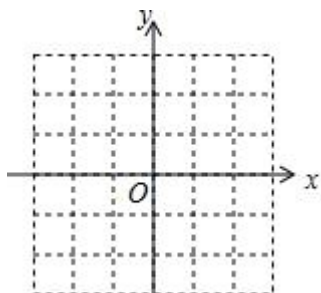


26. (12分) 已知二次函数: $y = ax^2 + (2a+1)x + 2$ ($a < 0$).

(1) 求证: 二次函数的图象与 x 轴有两个交点;

(2) 当二次函数的图象与 x 轴的两个交点的横坐标均为整数, 且 a 为负整数时, 求 a 的值及二次函数的解析式并画出二次函数的图象 (不用列表, 只要求用其与 x 轴的两个交点 A, B (A 在 B 的左侧), 与 y 轴的交点 C 及其顶点 D 这四点画出二次函数的大致图象, 同时标出 A, B, C, D 的位置);

(3) 在 (2) 的条件下, 二次函数的图象上是否存在一点 P 使 $\angle PCA = 75^\circ$? 如果存在, 求出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



2019 年广西玉林市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．

1. 【分析】直接利用倒数的定义得出答案．

【解答】解：9 的倒数是： $\frac{1}{9}$ ．

故选：A．

【点评】此题主要考查了倒数，正确把握倒数的定义是解题关键．

2. 【分析】直接利用有理数的定义分析得出答案．

【解答】解：四个选项中只有 1.2 是有理数．

故选：B．

【点评】此题主要考查了实数，正确把握有理数的定义是解题关键．

3. 【分析】根据圆柱底面圆半径为 2，高为 2，即可得到底面直径为 4，进而得出圆柱的左视图是矩形．

【解答】解： $\because$ 圆柱底面圆半径为 2，高为 2，

$\therefore$ 底面直径为 4，

$\therefore$ 圆柱的左视图是一个长为 4，宽为 2 的矩形，

故选：C．

【点评】本题主要考查了简单几何体的三视图，左视图是从物体的左面看得到的视图．

4. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：278 亿用科学记数法表示应为 2.78×10^{10} ，

故选：C．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

5. 【分析】根据互为余角的定义作答．

【解答】解： $\because \alpha = 29^\circ 45'$ ，

$\therefore \alpha$ 的余角等于： $90^\circ - 29^\circ 45' = 60^\circ 15'$ ．

故选：B．

【点评】本题考查了互为余角的定义：如果两个角的和为 90° ，那么这两个角互为余角.

6. 【分析】直接利用合并同类项法则以及整式的乘除运算法则分别化简得出答案.

【解答】解： A 、 $3a+2a=5a$ ，故此选项错误；

B 、 $3a^2-2a$ ，无法计算，故此选项错误；

C 、 $(-a)^3 \cdot (-a^2) = -a^5$ ，故此选项错误；

D 、 $(2a^3b^2-4ab^4) \div (-2ab^2) = -2b^2+a^2$ ，正确.

故选： D .

【点评】此题主要考查了合并同类项以及整式的乘除运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

7. 【分析】根据菱形的性质对各个选项进行分析，从而得到答案.

【解答】解： A 、是轴对称图形，故正确；

B 、是中心对称图形，故正确；

C 、对角线互相垂直，故正确；

D 、对角线不一定相等，故不正确；

故选： D .

【点评】本题考查了菱形的性质，熟练掌握菱形的性质是解题的关键.

8. 【分析】根据根与系数的关系得到 $x_1+x_2=1$ ， $x_1x_2=-2$ ，然后利用整体代入的方法计算 $(1+x_1)+x_2(1-x_1)$ 的值.

【解答】解：根据题意得 $x_1+x_2=1$ ， $x_1x_2=-2$ ，

所以 $(1+x_1)+x_2(1-x_1) = 1+x_1+x_2-x_1x_2 = 1+1-(-2) = 4$.

故选： A .

【点评】本题考查了根与系数的关系：若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时， $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

9. 【分析】图中三角形有： $\triangle AEG$ ， $\triangle ADC$ ， $\triangle CFG$ ， $\triangle CBA$ ，因为 $AB \parallel EF \parallel DC$ ， $AD \parallel BC$ ，所以 $\triangle AEG \sim \triangle ADC \sim \triangle CFG \sim \triangle CBA$ ，有 6 种组合.

【解答】解：图中三角形有： $\triangle AEG$ ， $\triangle ADC$ ， $\triangle CFG$ ， $\triangle CBA$ ，

$\because AB \parallel EF \parallel DC$ ， $AD \parallel BC$

$\therefore \triangle AEG \sim \triangle ADC \sim \triangle CFG \sim \triangle CBA$

共有 6 个组合分别为： $\therefore \triangle AEG \sim \triangle ADC$ ， $\triangle AEG \sim \triangle CFG$ ， $\triangle AEG \sim \triangle CBA$ ， $\triangle ADC$

$$\sim CFG, \triangle ADC \sim \triangle CBA, \triangle CFG \sim \triangle CBA$$

故选：C.

【点评】本题主要考查相似三角形的判定.

10. 【分析】根据题目中的新定义，可以写出 $y = 2 \oplus x$ 函数解析式，从而可以得到相应的函数图象，本题得以解决.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} \because p \oplus q &= \begin{cases} \frac{p}{q} (q > 0) \\ -\frac{p}{q} (q < 0) \end{cases}, \\ \therefore y = 2 \oplus x &= \begin{cases} \frac{2}{x} (x > 0) \\ -\frac{2}{x} (x < 0) \end{cases}, \end{aligned}$$

故选：D.

【点评】本题考查函数的图象，解答本题的关键是明确题意，利用反比例函数的性质解答.

11. 【分析】设 $\odot O$ 与 AC 相切于点 D ，连接 OD ，作 $OP \perp BC$ 垂足为 P 交 $\odot O$ 于 F ，此时垂线段 OP 最短， MN 最小值为 $OP - OF = \frac{5}{3}$ ，当 N 在 AB 边上时， M 与 B 重合时， MN 最大值 $= \frac{10}{3} + 1 = \frac{13}{3}$ ，由此不难解决问题.

【解答】解：如图，设 $\odot O$ 与 AC 相切于点 D ，连接 OD ，作 $OP \perp BC$ 垂足为 P 交 $\odot O$ 于 F ，

此时垂线段 OP 最短， PF 最小值为 $OP - OF$ ，

$$\because AC = 4, BC = 3,$$

$$\therefore AB = 5$$

$$\because \angle OPB = 90^\circ,$$

$$\therefore OP \parallel AC$$

$\because$ 点 O 是 AB 的三等分点，

$$\therefore OB = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}, \frac{OP}{AC} = \frac{OB}{AB} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore OP = \frac{8}{3},$$

$\because \odot O$ 与 AC 相切于点 D ，

$$\therefore OD \perp AC,$$

$$\therefore OD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{OD}{BC} = \frac{OA}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OD = 1,$$

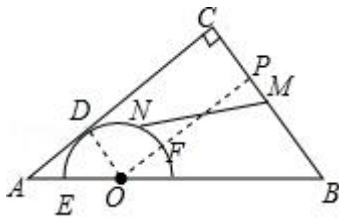
$$\therefore MN \text{ 最小值为 } OP - OF = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3},$$

如图，当 N 在 AB 边上时， M 与 B 重合时， MN 经过圆心，经过圆心的弦最长，

$$MN \text{ 最大值} = \frac{10}{3} + 1 = \frac{13}{3},$$

$\therefore MN$ 长的最大值与最小值的和是 6.

故选：B.



【点评】 本题考查切线的性质、三角形中位线定理等知识，解题的关键是正确找到点 MN 取得最大值、最小值时的位置，属于中考常考题型.

12. **【分析】** 根据平移的性质求得交点 Q 的横坐标，代入 C 求得纵坐标，然后根据题意和勾股定理得到， $(\frac{m+2}{2} - 1)^2 + (\frac{m^2}{8} - 1 + 1)^2 = m^2$ ，解方程即可求得.

【解答】 解：抛物线 $CC: y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 沿水平方向向右（或向左）平移 m 个单位

$$\text{得到 } y = \frac{1}{2}(x - m - 1)^2 - 1,$$

$$\therefore D(1, -1), D_1(m+1, -1),$$

$$\therefore Q \text{ 点的横坐标为: } \frac{m+2}{2},$$

$$\text{代入 } y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 1 \text{ 求得 } Q(\frac{m+2}{2}, \frac{m^2}{8} - 1),$$

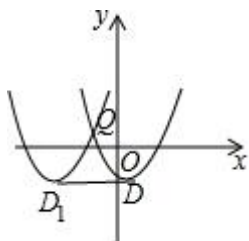
若 $\angle DQD_1 = 60^\circ$ ，则 $\triangle DQD_1$ 是等边三角形，

$$\therefore QD = DD_1 = |m|,$$

$$\text{由勾股定理得, } (\frac{m+2}{2} - 1)^2 + (\frac{m^2}{8} - 1 + 1)^2 = m^2,$$

$$\text{解得 } m = \pm 4\sqrt{3},$$

故选：A.



【点评】 本题考查了二次函数的性质，平移的性质，求得 Q 的坐标是解题的关键．

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

13. 【分析】 根据有理数的减法法则：减去一个数，等于加上这个数的相反数．

【解答】 解： $(-6) - (+4) = (-6) + (-4) = -10$ ．

故答案为： -10

【点评】 本题主要考查了有理数的加减法，熟练掌握法则是解答本题的关键．

14. 【分析】 根据中位数的定义求解．

【解答】 解：按从小到大的顺序排列是： $-2, -1, 0, 3, 4$ ．

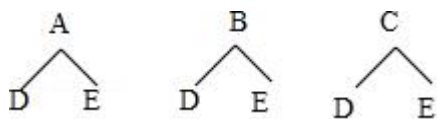
中间的是 0 ．则中位数是： 0 ．

故答案是： 0 ．

【点评】 本题考查中位数的定义，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错．

15. 【分析】 依据题意先用列表法或画树状图法分析所有等可能的出现结果，然后根据概率公式求出该事件的概率．

【解答】 解：根据题意画树形图：



共有 6 种等情况数，其中“ A 口进 E 口出”有一种情况，

从“ A 口进 E 口出”的概率为 $\frac{1}{6}$ ；

故答案为： $\frac{1}{6}$ ．

【点评】 此题考查的是用列表法或树状图法求概率．列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；解题时要注意此题是放回试验还是不放回试验．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

16. 【分析】根据题意知，将反比例函数和一次函数联立， A 、 B 的横坐标分别为 1、4，代入方程求解得到 k 的值.

【解答】解：由已知得 A 、 B 的横坐标分别为 1，4，

$$\text{所以有} \begin{cases} k-5+b=k \\ 4(k-5)+b=\frac{k}{4} \end{cases}$$

解得 $k=4$ ，

故答案为 4.

【点评】本题考查了一次函数和反比例函数的交点问题，交点坐标适合两个解析式是解题的关键.

17. 【分析】把 $\frac{a^2-4b^2}{a^2+2ab}$ 的分子、分母分别因式分解，约分后可得 $m=\frac{a-2b}{a}=1-\frac{2b}{a}$ ，再根据

$0 < \frac{b}{a} < 1$ 即可确定 m 的取值范围.

$$\text{【解答】解：} m = \frac{a^2-4b^2}{a^2+2ab} = \frac{(a+2b)(a-2b)}{a(a+2b)} = \frac{a-2b}{a} = 1 - \frac{2b}{a},$$

$$\because 0 < \frac{b}{a} < 1,$$

$$\therefore -2 < -\frac{2b}{a} < 0,$$

$$\therefore -1 < 1 - \frac{2b}{a} < 1,$$

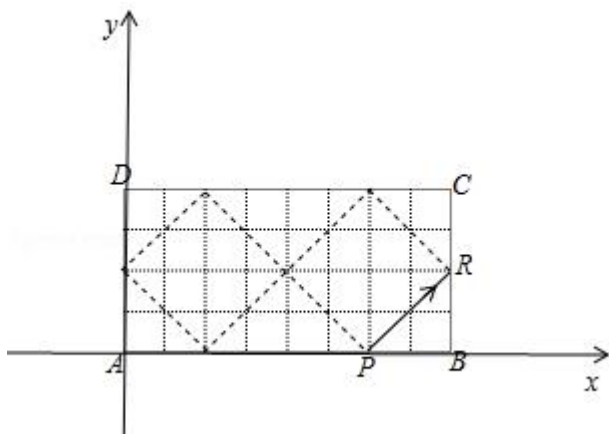
即 $-1 < m < 1$.

故答案为： $-1 < m < 1$

【点评】本题主要考查了分式的约分以及不等式的基本性质，熟练掌握分解因式的方法是解答本题的关键.

18. 【分析】如图以 AB 为 x 轴， AD 为 y 轴，建立平面直角坐标系，根据反射角与入射角的定义可以在格点中作出图形，可以发现，在经过 6 次反射后，发光电子回到起始的位置，即可求解.

【解答】解：如图以 AB 为 x 轴， AD 为 y 轴，建立平面直角坐标系，



根据图形可以得到：每 6 次反弹为一个循环组依次循环，经过 6 次反弹后动点回到出发点 $(6, 0)$ ，且每次循环它与 AB 边的碰撞有 2 次，

$$\because 2019 \div 6 = 336 \cdots 3,$$

当点 P 第 2019 次碰到矩形的边时为第 337 个循环组的第 3 次反弹，点 P 的坐标为 $(6, 4)$

$$\therefore \text{它与 } AB \text{ 边的碰撞次数是 } = 336 \times 2 + 1 = 673 \text{ 次}$$

故答案为 673

【点评】 本题主要考查了矩形的性质，点的坐标的规律，作出图形，观察出每 6 次反弹为一个循环组依次循环是解题的关键．

三、解答题（共 8 小题，满分 66 分）

19. **【分析】** 先去绝对值符号、再算乘方、二次根式和零指数幂，再计算加减可得．

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \sqrt{3} - 1 + 8 - \sqrt{3} + 1 \\ &= 8. \end{aligned}$$

【点评】 本题主要考查实数的运算，解题的关键是掌握乘方的定义、绝对值性质、算术平方根的定义及零指数幂的规定．

20. **【分析】** 将方程两边同时乘以 $(x-1)(x+2)$ ，化为整式方程 $x^2+2x-3=(x-1)(x+2)$ ，解得 $x=1$ ，检验方程的根即可求解；

$$\text{【解答】解：} \frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} = 1 \text{ 方程两边同时乘以 } (x-1)(x+2) \text{ 得：}$$

$$x^2+2x-3=(x-1)(x+2),$$

$$\text{解得：} x=1,$$

经检验 $x=1$ 是方程的增根，

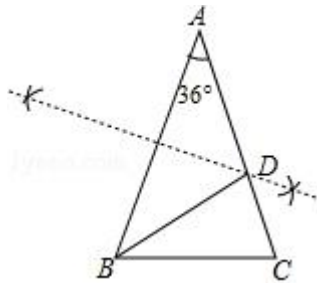
$\therefore$ 原方程无解；

【点评】 本题考查分式方程的解法；熟练掌握分式方程的解法，验根是关键．

21. 【分析】(1) 作 AB 的垂直平分线交 AC 于 D ;

(2) 利用等腰三角形的性质和三角形内角和计算出 $\angle ABC = \angle C = 72^\circ$ ，再利用 $DA = DB$ 得到 $\angle ABD = \angle A = 36^\circ$ ，所以 $\angle BDC = 72^\circ$ ，从而可判断 $\triangle BCD$ 是等腰三角形.

【解答】(1) 解：如图，点 D 为所作；



(2) 证明： $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \frac{1}{2} (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ,$$

$\because DA = DB$,

$$\therefore \angle ABD = \angle A = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle C,$$

$\therefore \triangle BCD$ 是等腰三角形.

【点评】本题考查了作图 - 复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法. 解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作. 也考查了等腰三角形的判定与性质.

22. 【分析】(1) 求出低于 80 分的征文数量，再根据概率公式计算可得；

(2) 当 $\alpha = 108^\circ$ 时，成绩是 70 分的人数为 10 人，据此求解可得；

(3) 根据题意得出各组人数进而求出平均数.

【解答】解：(1) 低于 80 分的征文数量为 $20 \times (1 - 30\% - 20\% - 10\%) = 8$,

则抽到试卷的分数为低于 80 分的概率是 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$,

故答案为： $\frac{2}{5}$.

(2) 当 $\alpha = 108^\circ$ 时，成绩是 70 分的人数为 $20 \times \frac{108^\circ}{360^\circ} = 6$ 人，

则成绩是 60 分的人数 $20 - 6 - 20 \times (10\% + 20\% + 30\%) = 2$ (人);

(3) $\because$ 80 分的人数为: $20 \times 30\% = 6$ (人), 且 80 分为成绩的唯一众数,

所以当 70 分的人数为 5 人时, 这个班的平均数最大,

$\therefore$ 最大值为: $(20 \times 10\% \times 100 + 20 \times 20\% \times 90 + 20 \times 30\% \times 80 + 5 \times 70 + 3 \times 60) \div 20 = 78.5$
(分).

【点评】 此题主要考查了概率公式以及扇形统计图的应用, 正确获取信息得出各组人数是解题关键.

23. **【分析】** (1) 连接 AE , 由圆周角定理得 $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$, 由等腰三角形的性质得出 $BE = CE = 3$, 证出 OE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 得出 $OE \parallel AC$, 得出 $BD \parallel EF$, 即可得出结论;

(2) 由勾股定理得出 $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 4$, 由三角形面积得出 $BD = \frac{BC \times AE}{AC} = \frac{24}{5}$, 由三角形中位线定理即可得出 $EF = \frac{1}{2}BD = \frac{12}{5}$.

【解答】 (1) 证明: 连接 AE , 如图所示:

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore AE \perp BC, BD \perp AC$,

$\because AB = AC$,

$\therefore BE = CE = 3$,

$\because EF$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OE \perp EF$,

$\because OA = OB$,

$\therefore OE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore OE \parallel AC$,

$\therefore OE \perp BD$,

$\therefore BD \parallel EF$,

$\because BE = CE$,

$\therefore CF = DF$,

$\therefore EF$ 是 $\triangle CDB$ 的中位线;

(2) 解: $\because \angle AEB = 90^\circ$,

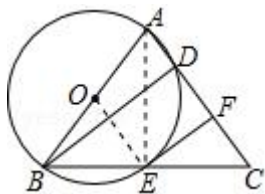
$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2}AC \times BD = \frac{1}{2}BC \times AE,$$

$$\therefore BD = \frac{BC \times AE}{AC} = \frac{6 \times 4}{5} = \frac{24}{5},$$

$\because EF$ 是 $\triangle CDB$ 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BD = \frac{12}{5}.$$



【点评】 本题考查了切线的性质、圆周角定理、等腰三角形的性质、三角形中位线定理、勾股定理等知识；熟练掌握切线的性质和圆周角定理是解题的关键。

24. **【分析】** (1) 设该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率为 x , 根据题意列方程即可得到结论;

(2) 设再增加 y 个销售点, 根据题意得 $3.6 + 0.32y \geq 3.6 \times (1 + 20\%)$, 求解即可.

【解答】 解: (1) 设该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率为 x ,

根据题意得, $2.5(1+x)^2 = 3.6$,

解得: $x = 0.2$, $x = -2.2$ (不合题意舍去),

答: 该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率为 20%;

(2) 设再增加 y 个销售点, 根据题意得 $3.6 + 0.32y \geq 3.6 \times (1 + 20\%)$,

解得: $y \geq \frac{9}{4}$,

故至少再增加 3 个销售点.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用, 一元一次不等式的应用, 正确的理解题意是解题的关键.

25. **【分析】** (1) 证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (AAS), 得 $BE = DF$, 根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形可得结论;

(2) 如图, 连接 BD , 交 EF 于 O , 计算 EO 和 BO 的长, 得 $\angle OEB = 30^\circ$, 根据三角函数可得 HM 的长, 从而得 EM 和 EH 的长, 利用勾股定理计算 FH 的长, 最后根据四边的和计算结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = CD, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle BAC,$$

$$\because DF \parallel BE,$$

$$\therefore \angle CFD = \angle BEA,$$

$$\because \angle BAC = \angle BEA + \angle ABE, \angle DCA = \angle CFD + \angle CDF,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CDF,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\because \begin{cases} \angle ABE = \angle CDF \\ \angle AEB = \angle CFD, \\ AB = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (AAS),$$

$$\therefore BE = DF,$$

$$\because BH = DG,$$

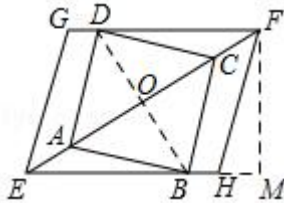
$$\therefore BE + BH = DF + DG,$$

$$\text{即 } EH = GF,$$

$$\because EH \parallel GF,$$

$\therefore$ 四边形 $EHFG$ 是平行四边形;

(2) 如图, 连接 BD , 交 EF 于 O ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore BD \perp AC,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\because AB = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore OA = OB = 2,$$

Rt $\triangle BOE$ 中, $EB = 4$,

$$\therefore \angle OEB = 30^\circ,$$

$$\therefore EO = 2\sqrt{3},$$

$$\because OD = OB, \angle EOB = \angle DOF,$$

$$\because DF \parallel EB,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle BEA,$$

$$\therefore \triangle DOF \cong \triangle BOE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OF = OE = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore EF = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore FM = 2\sqrt{3}, EM = 6,$$

过 F 作 $FM \perp EH$ 于 M , 交 EH 的延长线于 M ,

$$\because EG \parallel FH,$$

$$\therefore \angle FHM = \angle GEH,$$

$$\because \tan \angle GEH = \tan \angle FHM = \frac{FM}{HM} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{3}}{HM} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore HM = 1,$$

$$\therefore EH = EM - HM = 6 - 1 = 5, FH = \sqrt{FM^2 + HM^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{13},$$

$$\therefore \text{四边形 } EHFH \text{ 的周长} = 2EH + 2FH = 2 \times 5 + 2\sqrt{13} = 10 + 2\sqrt{13}.$$

【点评】 此题主要考查了正方形的性质，平行四边形的判定和性质，三角函数和全等三角形的判定等知识．充分利用正方形的特殊性质来找到全等的条件从而判定全等后利用全等三角形的性质解题，第二问有难度，恰当地作出辅助线是关键．

26. **【分析】** (1) 将解析式右边因式分解得抛物线与 x 轴的交点为 $(-2, 0)$ 、 $(-\frac{1}{a}, 0)$,

结合 $a < 0$ 即可得证;

(2) 结合 (1) 中一个交点坐标 $(-\frac{1}{a}, 0)$ 及横坐标均为整数, 且 a 为负整数可得 a 的值, 从而得出抛物线解析式, 继而求出点 C 、 D 坐标, 从而画出函数图象;

(3) 分点 P 在 AC 上方和下方两种情况, 结合 $\angle ACO = 45^\circ$ 得出直线 PC 与 x 轴所夹锐角度数, 从而求出直线 PC 解析式, 继而联立方程组, 解之可得答案.

【解答】 解: (1) $\because y = ax^2 + (2a+1)x + 2 = (x+2)(ax+1)$, 且 $a < 0$,

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点为 $(-2, 0)$ 、 $(-\frac{1}{a}, 0)$,

则二次函数的图象与 x 轴有两个交点;

(2) $\because$ 两个交点的横坐标均为整数, 且 a 为负整数,

$$\therefore a = -1,$$

则抛物线与 x 轴的交点 A 的坐标为 $(-2, 0)$ 、 B 的坐标为 $(1, 0)$,

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = (x+2)(-x+1)$$

$$= -x^2 - x + 2$$

$$= -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4},$$

当 $x = 0$ 时, $y = 2$, 即 $C(0, 2)$,

函数图象如图 1 所示:

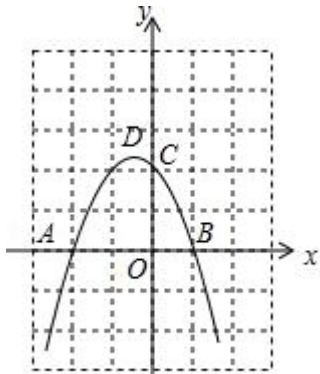


图 1

(3) 存在这样的点 P ,

$$\because OA = OC = 2,$$

$$\therefore \angle ACO = 45^\circ,$$

如图 2, 当点 P 在直线 AC 上方时, 记直线 PC 与 x 轴的交点为 E ,

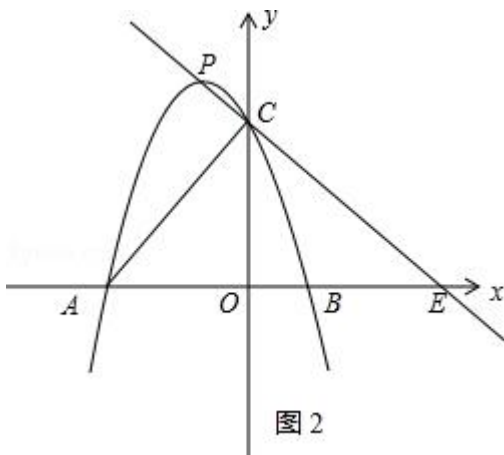


图 2

$$\because \angle PCA = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle PCO = 120^\circ, \quad \angle OCE = 60^\circ,$$

则 $\angle OEC = 30^\circ$,

$$\therefore OE = \frac{OC}{\tan \angle OEC} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 2\sqrt{3},$$

则 $E(2\sqrt{3}, 0)$,

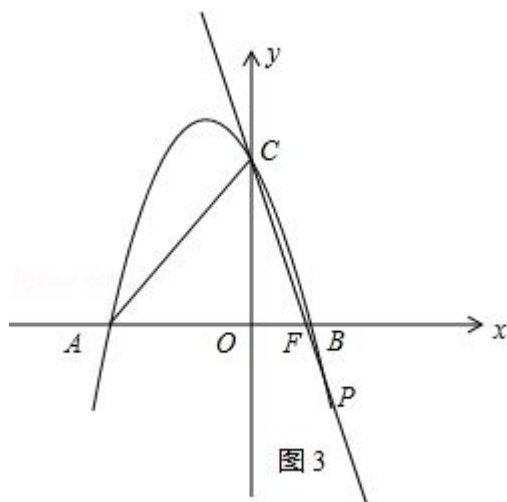
求得直线 CE 解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2, \\ y = -x^2 - x + 2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=0 \text{ 或 } x = \frac{\sqrt{3}-3}{3} \\ y=2 \end{cases},$$

$$\therefore P\left(\frac{\sqrt{3}-3}{3}, \frac{\sqrt{3}+5}{3}\right);$$

如图 3, 当点 P 在直线 AC 下方时, 记直线 PC 与 x 轴的交点为 F ,



$$\because \angle ACP = 75^\circ, \angle ACO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle OCF = 30^\circ,$$

$$\text{则 } OF = OC \tan \angle OCF = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore F\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right),$$

求得直线 PC 解析式为 $y = -\sqrt{3}x + 2$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 2 \\ y = -x^2 - x + 2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=\sqrt{3}-1 \\ y=\sqrt{3}-1 \end{cases},$$

$$\therefore P(\sqrt{3}-1, \sqrt{3}-1),$$

综上, 点 P 的坐标为 $(\frac{\sqrt{3}-3}{3}, \frac{\sqrt{3}+5}{3})$ 或 $(\sqrt{3}-1, \sqrt{3}-1)$.

【点评】 本题是二次函数的综合问题, 解题的关键是掌握待定系数法求函数解析式、二次函数的图象和性质、直线与抛物线相交的问题等.