

2019 年广西桂林市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑）

1. (3 分) $\frac{2}{3}$ 的倒数是 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

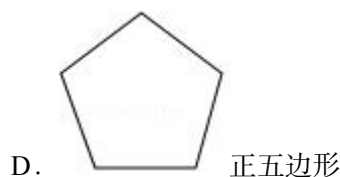
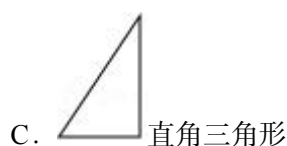
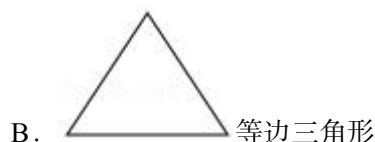
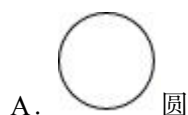
2. (3 分) 若海平面以上 1045 米，记作+1045 米，则海平面以下 155 米，记作 ()

- A. -1200 米 B. -155 米 C. 155 米 D. 1200 米

3. (3 分) 将数 47300000 用科学记数法表示为 ()

- A. 473×10^5 B. 47.3×10^6 C. 4.73×10^7 D. 4.73×10^5

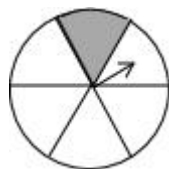
4. (3 分) 下列图形中，是中心对称图形的是 ()



5. (3 分) 9 的平方根是 ()

- A. 3 B. ± 3 C. -3 D. 9

6. (3 分) 如图，一个圆形转盘被平均分成 6 个全等的扇形，任意旋转这个转盘 1 次，则当转盘停止转动时，指针指向阴影部分的概率是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

7. (3 分) 下列命题中，是真命题的是 ()

- A. 两直线平行，内错角相等
B. 两个锐角的和是钝角
C. 直角三角形都相似

D. 正六边形的内角和为 360°

8. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $a^8 \div a^2 = a^4$

C. $a^2 + a^2 = 2a^2$

D. $(a+3)^2 = a^2 + 9$

9. (3分) 如果 $a > b$, $c < 0$, 那么下列不等式成立的是 ()

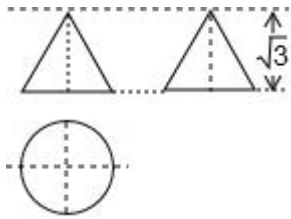
A. $a+c > b$

B. $a+c > b-c$

C. $ac-1 > bc-1$

D. $a(c-1) < b(c-1)$

10. (3分) 一个物体的三视图如图所示, 其中主视图和左视图是全等的等边三角形, 俯视图是圆, 根据图中所示数据, 可求这个物体的表面积为 ()



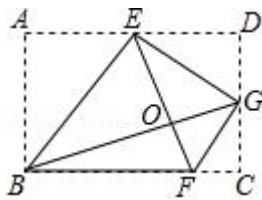
A. π

B. 2π

C. 3π

D. $(\sqrt{3}+1)\pi$

11. (3分) 将矩形 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠, BE , EG , FG 为折痕, 若顶点 A , C , D 都落在点 O 处, 且点 B , O , G 在同一条直线上, 同时点 E , O , F 在另一条直线上, 则 $\frac{AD}{AB}$ 的值为 ()



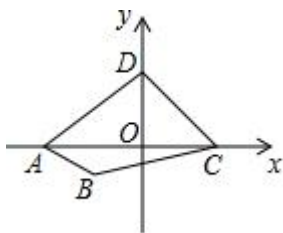
A. $\frac{6}{5}$

B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\sqrt{3}$

12. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 的顶点坐标分别为 $A(-4, 0)$, $B(-2, -1)$, $C(3, 0)$, $D(0, 3)$, 当过点 B 的直线 l 将四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分时, 直线 l 所表示的函数表达式为 ()



A. $y = \frac{11}{10}x + \frac{6}{5}$ B. $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ C. $y = x + 1$ D. $y = \frac{5}{4}x + \frac{3}{2}$

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，请将答案填在答题卡上）

13.（3 分）计算： $|-2019| =$ _____.

14.（3 分）某班学生经常采用“小组合作学习”的方式进行学习，王老师每周对各小组合作学习的情况进行综合评分. 下表是各小组其中一周的得分情况：

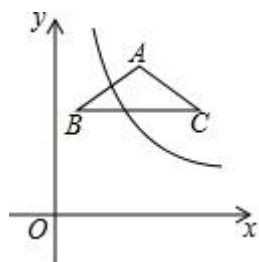
组别	一	二	三	四	五	六	七	八
得分	90	95	90	88	90	92	85	90

这组数据的众数是_____.

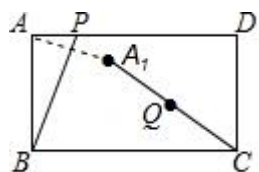
15.（3 分）一元二次方程 $(x-3)(x-2) = 0$ 的根是_____.

16.（3 分）若 $x^2 + ax + 4 = (x-2)^2$ ，则 $a =$ _____.

17.（3 分）如图，在平面直角坐标系中，反比例 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象和 $\triangle ABC$ 都在第一象限内， $AB = AC = \frac{5}{2}$ ， $BC \parallel x$ 轴，且 $BC = 4$ ，点 A 的坐标为 $(3, 5)$. 若将 $\triangle ABC$ 向下平移 m 个单位长度， A, C 两点同时落在反比例函数图象上，则 m 的值为_____.



18.（3 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = \sqrt{3}$ ， $AD = 3$ ，点 P 是 AD 边上的一个动点，连接 BP ，作点 A 关于直线 BP 的对称点 A_1 ，连接 A_1C ，设 A_1C 的中点为 Q ，当点 P 从点 A 出发，沿边 AD 运动到点 D 时停止运动，点 Q 的运动路径长为_____.



三、解答题（本大题共 8 题，共 66 分，请将解答过程写在答题卡上）

19.（6 分）计算： $(-1)^{2019} - \sqrt{12} + \tan 60^\circ + (\pi - 3.14)^0$.

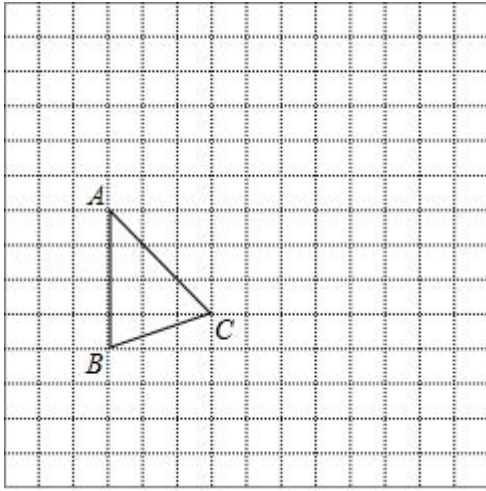
20.（6 分）如图，在网格中，每个小正方形的边长均为 1 个单位长度. 我们将小正方形的顶点叫做格点， $\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上.

(1) 将 $\triangle ABC$ 先向右平移 6 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，画

出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 建立适当的平面直角坐标系, 使得点 A 的坐标为 $(-4, 3)$;

(3) 在 (2) 的条件下, 直接写出点 A_1 的坐标.



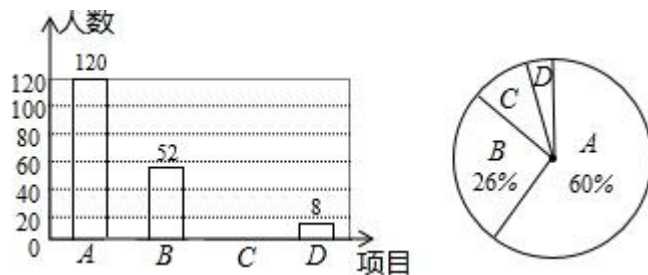
21. (8 分) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}) \div \frac{x^2 - 2xy + y^2}{2xy} - \frac{1}{y-x}$, 其中 $x = 2 + \sqrt{2}$, $y = 2$.

22. (8 分) 某校在以“青春心向党, 建功新时代”为主题的校园文化艺术节期间, 举办了 A 合唱, B 群舞, C 书法, D 演讲共四个项目的比赛, 要求每位学生必须参加且仅参加一项, 小红随机调查了部分学生的报名情况, 并绘制了下列两幅不完整的统计图, 请根据统计图中信息解答下列问题:

(1) 本次调查的学生总人数是多少? 扇形统计图中“ D ”部分的圆心角度数是多少?

(2) 请将条形统计图补充完整;

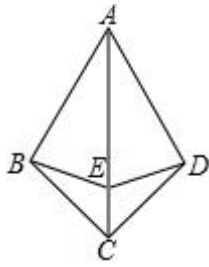
(3) 若全校共有 1800 名学生, 请估计该校报名参加书法和演讲比赛的学生共有多少人?



23. (8 分) 如图, $AB = AD$, $BC = DC$, 点 E 在 AC 上.

(1) 求证: AC 平分 $\angle BAD$;

(2) 求证: $BE = DE$.



24. (8分) 为响应国家“足球进校园”的号召，某校购买了50个A类足球和25个B类足球共花费7500元，已知购买一个B类足球比购买一个A类足球多花30元.

(1) 求购买一个A类足球和一个B类足球各需多少元?

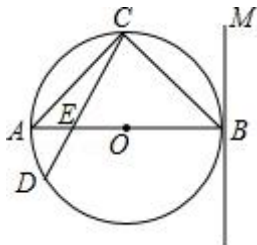
(2) 通过全校师生的共同努力，今年该校被评为“足球特色学校”，学校计划用不超过4800元的经费再次购买A类足球和B类足球共50个，若单价不变，则本次至少可以购买多少个A类足球?

25. (10分) 如图，BM是以AB为直径的 $\odot O$ 的切线，B为切点，BC平分 $\angle ABM$ ，弦CD交AB于点E， $DE = OE$.

(1) 求证： $\triangle ACB$ 是等腰直角三角形；

(2) 求证： $OA^2 = OE \cdot DC$ ；

(3) 求 $\tan \angle ACD$ 的值.

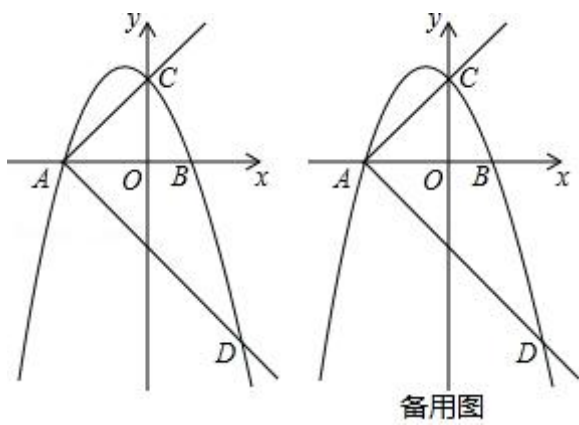


26. (12分) 如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与x轴交于点A(-2, 0)和B(1, 0)，与y轴交于点C.

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 作射线AC，将射线AC绕点A顺时针旋转 90° 交抛物线于另一点D，在射线AD上是否存在一点H，使 $\triangle CHB$ 的周长最小. 若存在，求出点H的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) 在(2)的条件下，点Q为抛物线的顶点，点P为射线AD上的一个动点，且点P的横坐标为t，过点P作x轴的垂线l，垂足为E，点P从点A出发沿AD方向运动，直线l随之运动，当 $-2 < t < 1$ 时，直线l将四边形ABCQ分割成左右两部分，设在直线l左侧部分的面积为S，求S关于t的函数表达式.



2019 年广西桂林市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑）

1. 【分析】直接利用倒数的定义得出答案.

【解答】解： $\frac{2}{3}$ 的倒数是： $\frac{3}{2}$.

故选：A.

【点评】此题主要考查了倒数，正确把握定义是解题关键.

2. 【分析】首先审清题意，明确“正”和“负”所表示的意义；再根据题意作答.

【解答】解：若海平面以上 1045 米，记作+1045 米，则海平面以下 155 米，记作 - 155 米.

故选：B.

【点评】此题主要考查了正负数，解题关键是理解“正”和“负”的相对性，明确什么是一对具有相反意义的量.在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示.

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数.确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值 > 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 47300000 用科学记数法表示为 4.73×10^7 ,

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法.科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 【分析】根据中心对称图形的概念求解即可.

【解答】解：A、是中心对称图形，本选项正确；

B、不是中心对称图形，本选项错误；

C、不是中心对称图形，本选项错误；

D、不是中心对称图形，本选项错误.

故选：A.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念.中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180

度后与自身重合.

5. 【分析】根据 $(\pm 3)^2 = 9$ ，即可得出答案.

【解答】解： $\because (\pm 3)^2 = 9$,

$\therefore 9$ 的平方根为： ± 3 .

故选： B .

【点评】本题考查了平方根的知识，掌握平方根的定义是关键，注意一个正数的平方根有两个且互为相反数.

6. 【分析】用阴影部分扇形个数除以扇形的总个数即可得.

【解答】解：当转盘停止转动时，指针指向阴影部分的概率是 $\frac{1}{6}$,

故选： D .

【点评】本题主要考查几何概率，求概率时，已知和未知与几何有关的就是几何概率. 计算方法是长度比，面积比，体积比等.

7. 【分析】利用平行线的性质、钝角及锐角的定义、相似三角形的判定及正多边形的内角和公式分别判断后即可确定正确的选项.

【解答】解： A 、两直线平行，内错角相等，正确，是真命题；

B 、两个锐角的和不一定是钝角，故错误，是假命题；

C 、所有的直角三角形不一定相似，故错误，是假命题；

D 、正六边形的内角和为 720° ，故错误，是假命题；

故选： A .

【点评】本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解平行线的性质、钝角及锐角的定义、相似三角形的判定及正多边形的内角和公式，难度不大.

8. 【分析】直接利用同底数幂的乘除运算法则以及完全平方公式、合并同类项法则分别化简得出答案.

【解答】解： A 、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项错误；

B 、 $a^8 \div a^2 = a^6$ ，故此选项错误；

C 、 $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，正确；

D 、 $(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$ ，故此选项错误；

故选： C .

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘除运算以及完全平方公式、合并同类项，正确掌

握相关运算法则是解题关键.

9. 【分析】根据不等式的性质即可求出答案.

【解答】解: $\because c < 0$,

$$\therefore c - 1 < -1,$$

$$\because a > b,$$

$$\therefore a(c - 1) < b(c - 1),$$

故选: D.

【点评】本题考查不等式的性质, 解题的关键是熟练运用不等式的性质, 本题属于中等题型.

10. 【分析】由三视图可知: 该几何体是一个圆锥, 其轴截面是一个高为 $\sqrt{3}$ 的正三角形. 可计算边长为 2, 据此即可得出表面积.

【解答】解: 由三视图可知: 该几何体是一个圆锥, 其轴截面是一个高为 $\sqrt{3}$ 的正三角形.

$$\therefore \text{正三角形的边长} = \frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2.$$

$\therefore$ 圆锥的底面圆半径是 1, 母线长是 2,

$\therefore$ 底面周长为 2π

$$\therefore \text{侧面积为} \frac{1}{2} \times 2\pi \times 2 = 2\pi, \because \text{底面积为} \pi r^2 = \pi,$$

$\therefore$ 全面积是 3π .

故选: C.

【点评】本题考查了圆锥的计算, 正确理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键, 理解圆锥的母线长是扇形的半径, 圆锥的底面圆周长是扇形的弧长.

11. 【分析】由折叠可得, E, G 分别为 AD, CD 的中点, 设 $CD = 2a, AD = 2b$, 根据 $\text{Rt}\triangle BCG$ 中, $CG^2 + BC^2 = BG^2$, 可得即 $a^2 + (2b)^2 = (3a)^2$, 进而得出 $\frac{AD}{AB}$ 的值.

【解答】解: 由折叠可得, $AE = OE = DE, CG = OG = DG$,

$\therefore E, G$ 分别为 AD, CD 的中点,

设 $CD = 2a, AD = 2b$, 则 $AB = 2a = OB, DG = OG = CG = a, BG = 3a, BC = AD = 2b$,

$\because \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \text{Rt}\triangle BCG$ 中, $CG^2 + BC^2 = BG^2$,

$$\text{即 } a^2 + (2b)^2 = (3a)^2,$$

$$\therefore b^2 = 2a^2,$$

即 $b = \sqrt{2}a$,

$$\therefore \frac{b}{a} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} \text{ 的值为 } \sqrt{2}.$$

故选: B.

【点评】 本题主要考查了折叠问题, 解题时, 我们常常设要求的线段长为 x , 然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度, 选择适当的直角三角形, 运用勾股定理列出方程求出答案.

12. **【分析】** 由已知点可求四边形 $ABCD$ 分成面积 $= \frac{1}{2} \times AC \times (|y_B| + 3) = \frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14$;

求出 CD 的直线解析式为 $y = -x + 3$, 设过 B 的直线 l 为 $y = kx + b$, 并求出两条直线的交点,

直线 l 与 x 轴的交点坐标, 根据面积有 $7 = \frac{1}{2} \times (3 - \frac{1-2k}{k}) \times (\frac{5k-1}{k+1} + 1)$, 即可求 k ;

【解答】 解: 由 $A(-4, 0)$, $B(-2, -1)$, $C(3, 0)$, $D(0, 3)$,

$$\therefore AC = 7, DO = 3,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 分成面积} = \frac{1}{2} \times AC \times (|y_B| + 3) = \frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14,$$

可求 CD 的直线解析式为 $y = -x + 3$,

设过 B 的直线 l 为 $y = kx + b$,

将点 B 代入解析式得 $y = kx + 2k - 1$,

$$\therefore \text{直线 } CD \text{ 与该直线的交点为 } (\frac{4-2k}{k+1}, \frac{5k-1}{k+1}),$$

直线 $y = kx + 2k - 1$ 与 x 轴的交点为 $(\frac{1-2k}{k}, 0)$,

$$\therefore 7 = \frac{1}{2} \times (3 - \frac{1-2k}{k}) \times (\frac{5k-1}{k+1} + 1),$$

$$\therefore k = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \text{直线解析式为 } y = \frac{5}{4}x + \frac{3}{2};$$

故选: D.

【点评】 本题考查一次函数的解析式求法; 掌握平面内点的坐标与四边形面积的关系, 熟练待定系数法求函数解析式的方法是解题的关键.

二、填空题 (共 6 小题. 每小题 3 分, 共 18 分, 请将答案填在答题卡上)

13. **【分析】** 根据绝对值解答即可.

【解答】解： $|-2019| = 2019$,

故答案为：2019.

【点评】此题考查绝对值问题，关键是根据负数的绝对值是其相反数解答.

14. 【分析】众数是一组数据中出现次数最多的数.

【解答】解：90 出现了 4 次，出现的次数最多，则众数是 90；

故答案为：90

【点评】此题考查了众数，注意中位数和众数的区别，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数；众数是一组数据中出现次数最多的数.

15. 【分析】利用因式分解法把方程化为 $x - 3 = 0$ 或 $x - 2 = 0$ ，然后解两个一次方程即可.

【解答】解： $x - 3 = 0$ 或 $x - 2 = 0$,

所以 $x_1 = 3$, $x_2 = 2$.

故答案为 $x_1 = 3$, $x_2 = 2$.

【点评】本题考查了解一元二次方程 - 因式分解法：因式分解法就是利用因式分解求出方程的解的方法，这种方法简便易用，是解一元二次方程最常用的方法.

16. 【分析】直接利用完全平方公式得出 a 的值.

【解答】解： $\because x^2 + ax + 4 = (x - 2)^2$,

$\therefore a = -4$.

故答案为：-4.

【点评】此题主要考查了公式法分解因式，正确应用公式是解题关键.

17. 【分析】根据已知求出 B 与 C 点坐标，再表示出相应的平移后 A 与 C 坐标，将之代入反比例函数表达式即可求解；

【解答】解： $\because AB = AC = \frac{5}{2}$, $BC = 4$, 点 $A(3, 5)$.

$\therefore B(1, \frac{7}{2})$, $C(5, \frac{7}{2})$,

将 $\triangle ABC$ 向下平移 m 个单位长度，

$\therefore A(3, 5 - m)$, $C(5, \frac{7}{2} - m)$,

$\because A, C$ 两点同时落在反比例函数图象上，

$\therefore 3(5 - m) = 5(\frac{7}{2} - m)$,

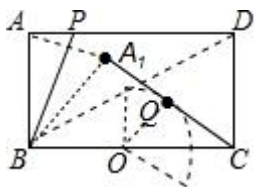
$$\therefore m = \frac{5}{4};$$

故答案为 $\frac{5}{4}$;

【点评】 本题考查反比例函数的图象及性质；熟练掌握等腰三角形的性质，通过等腰三角形求出点的坐标是解题的关键．

18. **【分析】** 如图，连接 BA_1 ，取 BC 使得中点 O ，连接 OQ ， BD ，利用三角形的中位线定理证明 $OQ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ = 定值，推出点 Q 的运动轨迹是以 O 为圆心， OQ 为半径的圆弧，圆心角为 120° ，即可解决问题．

【解答】 解：如图，连接 BA_1 ，取 BC 使得中点 O ，连接 OQ ， BD ．



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle ABD = \frac{AD}{AB} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle ABD = 60^\circ,$$

$$\because A_1Q = QC, BO = OC,$$

$$\therefore OQ = \frac{1}{2}BA_1 = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$\therefore$ 点 Q 的运动轨迹是以 O 为圆心， OQ 为半径的圆弧，圆心角为 120° ，

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的运动路径长} = \frac{120 \cdot \pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{180} = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi.$$

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$.

【点评】 本题考查轨迹，矩形的性质，轴对称的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

三.解答题（本大题共 8 题，共 66 分，请将解答过程写在答题卡上）

19. **【分析】** 先计算乘方、化简二次根式、代入三角函数值、零指数幂，再计算加减可得．

$$\text{【解答】 解：原式} = -1 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} + 1$$

$$= -\sqrt{3}.$$

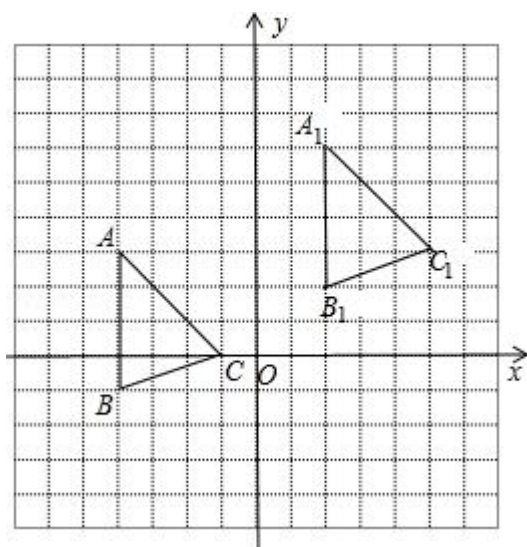
【点评】 本题主要考查实数的运算，解题的关键是掌握乘方的定义、二次根式的性质及零指数幂的规定．

20. 【分析】 (1) 利用网格特点和平移的性质画出 A 、 B 、 C 的对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 ，从而得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 利用 A 点坐标画出直角坐标系；

(3) 利用第二象限点的坐标特征写出点 A_1 的坐标．

【解答】 解：(1) 如图， $\triangle A_1B_1C_1$ 为所作；



(2) 如图，

(3) 点 A_1 的坐标为 $(2, 6)$ ．

【点评】 本题考查了作图 - 平移变换：确定平移后图形的基本要素有两个：平移方向、平移距离．作图时要先找到图形的关键点，分别把这几个关键点按照平移的方向和距离确定对应点后，再顺次连接对应点即可得到平移后的图形．

21. 【分析】 先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 x 、 y 的值代入计算可得．

$$\text{【解答】 解：原式} = \frac{x-y}{xy} \cdot \frac{2xy}{(x-y)^2} + \frac{1}{x-y}$$

$$= \frac{2}{x-y} + \frac{1}{x-y}$$

$$= \frac{3}{x-y},$$

当 $x = 2 + \sqrt{2}$ ， $y = 2$ 时，

$$\text{原式} = \frac{3}{2 + \sqrt{2} - 2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

【点评】 本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

22. 【分析】 (1) 由 A 项目人数及其所占百分比可得总人数，用 360° 乘以 D 项目人数所占比例 “ D ” 部分的圆心角度数；

(2) 由各项目人数之和等于总人数可得 C 的人数，从而补全条形图；

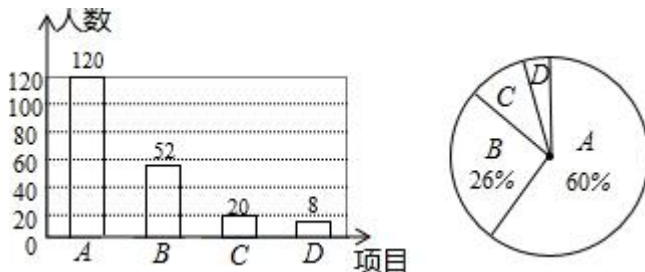
(3) 利用样本估计总体思想求解可得.

【解答】 解：(1) 本次调查的学生总人数是 $120 \div 60\% = 200$ (人)，

扇形统计图中 “ D ” 部分的圆心角度数是 $360^\circ \times \frac{8}{200} = 14.4^\circ$ ；

(2) C 项目人数为 $200 - (120 + 52 + 8) = 20$ (人)，

补全图形如下：



(3) 估计该校报名参加书法和演讲比赛的学生共有 $1800 \times \frac{20+8}{200} = 252$ (人).

【点评】 本题考查了条形统计图和扇形统计图，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

23. 【分析】 (1) 由题中条件易知： $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，可得 AC 平分 $\angle BAD$ ；

(2) 利用 (1) 的结论，可得 $\triangle BAE \cong \triangle DAE$ ，得出 $BE = DE$.

【解答】 解：(1) 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 中，
$$\begin{cases} AB=AD \\ AC=AC \\ BC=DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS)

$\therefore \angle BAC = \angle DAC$

即 AC 平分 $\angle BAD$ ；

(2) 由 (1) $\angle BAE = \angle DAE$

$$\text{在} \triangle BAE \text{ 与 } \triangle DAE \text{ 中, 得 } \begin{cases} BA=DA \\ \angle BAE=\angle DAE \\ AE=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle DAE \text{ (SAS)}$$

$$\therefore BE = DE$$

【点评】 熟练运用三角形全等的判定, 得出三角形全等, 转化边角关系是解题关键.

24. **【分析】** (1) 设购买一个 A 类足球需要 x 元, 购买一个 B 类足球需要 y 元, 根据“购买 50 个 A 类足球和 25 个 B 类足球共花费 7500 元, 购买一个 B 类足球比购买一个 A 类足球多花 30 元”, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程组, 解之即可得出结论;

(2) 设购买 m 个 A 类足球, 则购买 $(50 - m)$ 个 B 类足球, 根据总价 = 单价 $\times$ 数量结合总费用不超过 4800 元, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之取其中的最小值即可得出结论.

【解答】 解: (1) 设购买一个 A 类足球需要 x 元, 购买一个 B 类足球需要 y 元,

$$\text{依题意, 得: } \begin{cases} 50x+25y=7500 \\ y-x=30 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=90 \\ y=120 \end{cases}.$$

答: 购买一个 A 类足球需要 90 元, 购买一个 B 类足球需要 120 元.

(2) 设购买 m 个 A 类足球, 则购买 $(50 - m)$ 个 B 类足球,

$$\text{依题意, 得: } 90m+120(50-m) \leq 4800,$$

$$\text{解得: } m \geq 40.$$

答: 本次至少可以购买 40 个 A 类足球.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式的应用, 解题的关键是:

(1) 找准等量关系, 正确列出二元一次方程组; (2) 根据各数量之间的关系, 正确列出一元一次不等式.

25. **【分析】** (1) 由切线的性质和圆周角定理可得 $\angle ACB = \angle ABM = 90^\circ$, 由角平分线的性质可得 $\angle CAB = \angle CBA = 45^\circ$;

(2) 通过证明 $\triangle EDO \sim \triangle ODC$, 可得 $\frac{OD}{DC} = \frac{DE}{DO}$, 即可得结论;

(3) 连接 BD, AD, DO , 作 $\angle BAF = \angle DBA$, 交 BD 于点 F , 由外角的性质可得 $\angle CAB = \angle CDB = 45^\circ = \angle EDO + \angle ODB = 3\angle ODB$, 可求 $\angle ODB = 15^\circ = \angle OBD$, 由直角三角形的性质可得 $BD = DF + BF = \sqrt{3}AD + 2AD$, 即可求 $\tan \angle ACD$ 的值.

【解答】 证明: (1) $\because BM$ 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle ABM = 90^\circ,$$

$\because BC$ 平分 $\angle ABM$,

$$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \angle ABM = 45^\circ$$

$\because AB$ 是直径

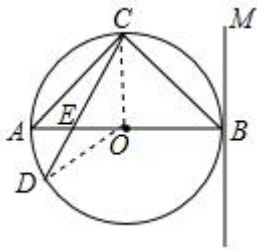
$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle CBA = 45^\circ$$

$$\therefore AC = BC$$

$\therefore \triangle ACB$ 是等腰直角三角形;

(2) 如图, 连接 OD , OC



$$\because DE = EO, DO = CO$$

$$\therefore \angle EDO = \angle EOD, \angle EDO = \angle OCD$$

$$\therefore \angle EDO = \angle EDO, \angle EOD = \angle OCD$$

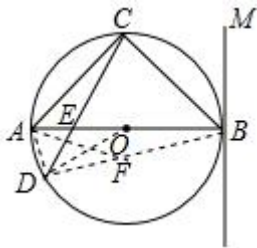
$$\therefore \triangle EDO \sim \triangle ODC$$

$$\therefore \frac{OD}{DC} = \frac{DE}{DO}$$

$$\therefore OD^2 = DE \cdot DC$$

$$\therefore OA^2 = DE \cdot DC = EO \cdot DC$$

(3) 如图, 连接 BD , AD , DO , 作 $\angle BAF = \angle DBA$, 交 BD 于点 F ,



$$\because DO = BO$$

$$\therefore \angle ODB = \angle OBD,$$

$$\therefore \angle AOD = 2 \angle ODB = \angle EDO,$$

$$\because \angle CAB = \angle CDB = 45^\circ = \angle EDO + \angle ODB = 3\angle ODB,$$

$$\therefore \angle ODB = 15^\circ = \angle OBD$$

$$\because \angle BAF = \angle DBA = 15^\circ$$

$$\therefore AF = BF, \angle AFD = 30^\circ$$

$\because AB$ 是直径

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ$$

$$\therefore AF = 2AD, DF = \sqrt{3}AD$$

$$\therefore BD = DF + BF = \sqrt{3}AD + 2AD$$

$$\therefore \tan \angle ACD = \tan \angle ABD = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

【点评】 本题属于圆的综合题，考查了圆周角定理、垂径定理、相似三角形的判定与性质以及锐角三角函数等知识．注意准确作出辅助线是解此题的关键．

26. **【分析】** (1) 由抛物线与 x 轴两交点坐标，可得抛物线交点式为 $y = -(x+2)(x-1)$ ，去括号即得到抛物线的表达式．

(2) 由于点 H 在射线 AD 上运动，点 C 、 B 在射线 AD 的同侧，求 $\triangle CHB$ 的周长最小即求 $CH+BH$ 最小，作点 C 关于直线 AD 的对称点 C' 即有 $CH = C'H$ ，只要点 C' 、 H 、 B 在同一直线上时， $CH+BH = C'H+BH = C'B$ 最小．求点 C 坐标，即求直线 AC 解析式，由射线 AD 是由射线 AC 旋转 90° 得到可求得直线 AD 解析式．由点 A 为 CC' 中点求得点 C' 坐标，即求得直线 $C'B$ 解析式，把直线 AD 与直线 $C'B$ 解析式联立成方程组，求得的解即为点 H 坐标．

(3) 求点 Q 坐标，画出图形，发现随着 t 的变化，直线 l 与四边形 $ABCQ$ 不同的边相交，即直线 l 左侧部分的形状不相同，需分直线 l 分别与线段 AQ 、 QC 、 CB 相交三种情况．当直线 l 与线段 AQ 相交于点 F 时， S 即为 $\triangle AEF$ 的面积，求直线 AQ 解析式，即能用 t 表示 F 的坐标进而表示 AE 、 EF 的长，代入面积公式即得到 S 与 t 的函数关系式；当直线 l 与线段 QC 相交于点 G 时，作 $QM \perp x$ 轴于点 M ， S 为 $\triangle AQM$ 与梯形 $MEGQ$ 面积的和，求直线 QC 解析式，用 t 表示 G 的坐标进而表示 GE 、 ME 的长，再代入计算；当直线 l 与线段 BC 相交于点 N 时， S 为四边形 $ABCQ$ 与 $\triangle BEN$ 面积的差，求直线 BC 解析式，用 t 表示 N 的坐标进而表示 NE 、 BE 的长，代入计算即可．

【解答】 解：(1) 抛物线与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和 $B(1, 0)$

$$\therefore \text{交点式为 } y = -(x+2)(x-1) = -x^2 + x - 2$$

∴ 抛物线的表示式为 $y = -x^2 - x + 2$

(2) 在射线 AD 上存在一点 H , 使 $\triangle CHB$ 的周长最小.

如图 1, 延长 CA 到 C' , 使 $AC' = AC$, 连接 BC' , BC' 与 AD 交点即为满足条件的点 H

$$\because x=0 \text{ 时, } y = -x^2 - x + 2 = 2$$

$$\therefore C(0, 2)$$

$$\therefore OA = OC = 2$$

$$\therefore \angle CAO = 45^\circ, \text{ 直线 } AC \text{ 解析式为 } y = x + 2$$

∵ 射线 AC 绕点 A 顺时针旋转 90° 得射线 AD

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OAD = \angle CAD - \angle CAO = 45^\circ$$

$$\therefore \text{直线 } AD \text{ 解析式为 } y = -x - 2$$

$$\because AC' = AC, AD \perp CC'$$

$$\therefore C'(-4, -2), AD \text{ 垂直平分 } CC'$$

$$\therefore CH = C'H$$

$$\therefore \text{当 } C', H, B \text{ 在同一直线上时, } C_{\triangle CHB} = CH + BH + BC = C'H + BH + BC = BC' + BC \text{ 最小}$$

设直线 BC' 解析式为 $y = kx + a$

$$\therefore \begin{cases} -4k + a = -2 \\ k + a = 0 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} k = \frac{2}{5} \\ a = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } BC': y = \frac{2}{5}x - \frac{2}{5}$$

$$\therefore \begin{cases} y = \frac{2}{5}x - \frac{2}{5} \\ y = -x - 2 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} x = -\frac{8}{7} \\ y = -\frac{6}{7} \end{cases}$$

$$\therefore \text{点 } H \text{ 坐标为 } \left(-\frac{8}{7}, -\frac{6}{7}\right)$$

$$(3) \because y = -x^2 - x + 2 = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$\therefore \text{抛物线顶点 } Q\left(-\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$$

①当 $-2 < t \leq -\frac{1}{2}$ 时, 如图 2, 直线 l 与线段 AQ 相交于点 F

设直线 AQ 解析式为 $y = mx + n$

$$\therefore \begin{cases} -2m + n = 0 \\ -\frac{1}{2}m + n = \frac{9}{4} \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } AQ: y = \frac{3}{2}x + 3$$

$\because$ 点 P 横坐标为 t , $PF \perp x$ 轴于点 E

$$\therefore F(t, \frac{3}{2}t + 3)$$

$$\therefore AE = t - (-2) = t + 2, FE = \frac{3}{2}t + 3$$

$$\therefore S = S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}AE \cdot EF = \frac{1}{2}(t + 2)(\frac{3}{2}t + 3) = \frac{3}{4}t^2 + 3t + 3$$

②当 $-\frac{1}{2} < t \leq 0$ 时, 如图 3, 直线 l 与线段 QC 相交于点 G , 过点 Q 作 $QM \perp x$ 轴于 M

$$\therefore AM = -\frac{1}{2} - (-2) = \frac{3}{2}, QM = \frac{9}{4}$$

$$\therefore S_{\triangle AQM} = \frac{1}{2}AM \cdot QM = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{27}{16}$$

设直线 CQ 解析式为 $y = qx + 2$

$$\text{把点 } Q \text{ 代入: } -\frac{1}{2}q + 2 = \frac{9}{4}, \text{ 解得: } q = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{直线 } CQ: y = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$\therefore G(t, -\frac{1}{2}t + 2)$$

$$\therefore EM = t - (-\frac{1}{2}) = t + \frac{1}{2}, GE = -\frac{1}{2}t + 2$$

$$\therefore S_{\text{梯形 } MEGQ} = \frac{1}{2}(QM + GE) \cdot ME = \frac{1}{2}(\frac{9}{4} - \frac{1}{2}t + 2)(t + \frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}t^2 + 2t + \frac{17}{16}$$

$$\therefore S = S_{\triangle AQM} + S_{\text{梯形 } MEGQ} = \frac{27}{16} + (-\frac{1}{4}t^2 + 2t + \frac{17}{16}) = -\frac{1}{4}t^2 + 2t + \frac{11}{4}$$

③当 $0 < t < 1$ 时, 如图 4, 直线 l 与线段 BC 相交于点 N

设直线 BC 解析式为 $y = rx + 2$

$$\text{把点 } B \text{ 代入: } r + 2 = 0, \text{ 解得: } r = -2$$

$$\therefore \text{直线 } BC: y = -2x + 2$$

$$\therefore N(t, -2t + 2)$$

$$\therefore BE = 1 - t, NE = -2t + 2$$

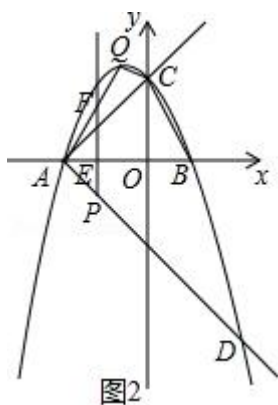
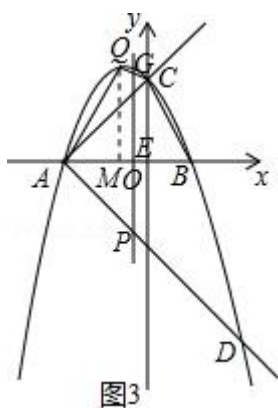
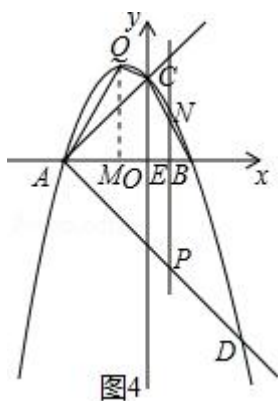
$$\therefore S_{\triangle BEN} = \frac{1}{2} BE \cdot NE = \frac{1}{2} (1-t)(-2t+2) = t^2 - 2t + 1$$

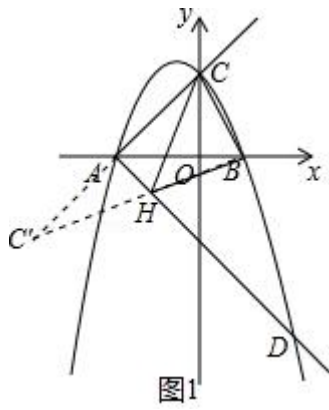
$$\therefore S_{\text{梯形} MOCQ} = \frac{1}{2} (QM + CO) \cdot OM = \frac{1}{2} \times \left(\frac{9}{4} + 2\right) \times \frac{1}{2} = \frac{17}{16}, \quad S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BO \cdot CO = \frac{1}{2} \times 1$$

$$\times 2 = 1$$

$$\therefore S = S_{\triangle AQM} + S_{\text{梯形} MOCQ} + S_{\triangle BOC} - S_{\triangle BEN} = \frac{27}{16} + \frac{17}{16} + 1 - (t^2 - 2t + 1) = -t^2 + 2t + \frac{11}{4}$$

综上所述,
$$S = \begin{cases} \frac{3}{4}t^2 + 3t + 3 & (-2 < t \leq -\frac{1}{2}) \\ -\frac{1}{4}t^2 + 2t + \frac{11}{4} & (-\frac{1}{2} < t \leq 0) \\ -t^2 + 2t + \frac{11}{4} & (0 < t < 1) \end{cases}$$





【点评】 本题考查了二次函数的图象与性质，旋转的性质，轴对称求最短路径，一次函数的图象与性质，解二元一次方程组．其中第（3）题画图分类讨论后计算较繁琐复杂，要细心运算．