

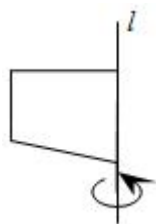
2019 年广西北海市中考数学试卷

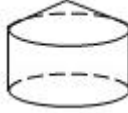
一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的）

1.（3 分）如果温度上升 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$ ，那么温度下降 3°C 记作（ ）

- A. $+2^{\circ}\text{C}$ B. -2°C C. $+3^{\circ}\text{C}$ D. -3°C

2.（3 分）如图，将下面的平面图形绕直线 l 旋转一周，得到的立体图形是（ ）



- A.  B.  C.  D. 

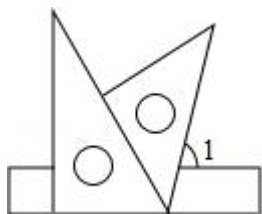
3.（3 分）下列事件为必然事件的是（ ）

- A. 打开电视机，正在播放新闻
B. 任意画一个三角形，其内角和是 180°
C. 买一张电影票，座位号是奇数号
D. 掷一枚质地均匀的硬币，正面朝上

4.（3 分）2019 年 6 月 6 日，南宁市地铁 3 号线举行通车仪式，预计地铁 3 号线开通后日均客流量为 700000 人次，其中数据 700000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 70×10^4 B. 7×10^5 C. 7×10^6 D. 0.7×10^6

5.（3 分）将一副三角板按如图所示的位置摆放在直尺上，则 $\angle 1$ 的度数为（ ）

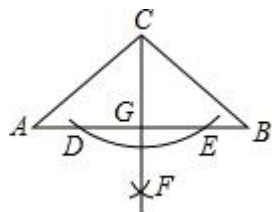


- A. 60° B. 65° C. 75° D. 85°

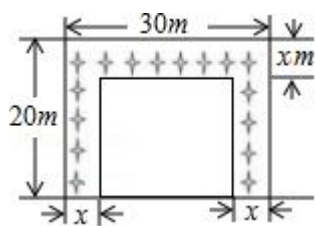
6.（3 分）下列运算正确的是（ ）

- A. $(ab^3)^2 = a^2b^6$ B. $2a+3b = 5ab$
C. $5a^2 - 3a^2 = 2$ D. $(a+1)^2 = a^2+1$

7. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle A = 40^\circ$, 观察图中尺规作图的痕迹, 可知 $\angle BCG$ 的度数为 ()

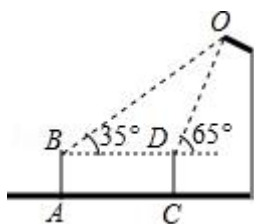


- A. 40° B. 45° C. 50° D. 60°
8. (3分) “学雷锋”活动月中, “飞翼”班将组织学生开展志愿者服务活动, 小晴和小霞从“图书馆, 博物馆, 科技馆”三个场馆中随机选择一个参加活动, 两人恰好选择同一场馆的概率是 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$
9. (3分) 若点 $(-1, y_1)$, $(2, y_2)$, $(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$)的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_3 > y_2 > y_1$ C. $y_1 > y_3 > y_2$ D. $y_2 > y_3 > y_1$
10. (3分) 扬帆中学有一块长 $30m$, 宽 $20m$ 的矩形空地, 计划在这块空地上划出四分之一的区域种花, 小禹同学设计方案如图所示, 求花带的宽度. 设花带的宽度为 xm , 则可列方程为 ()



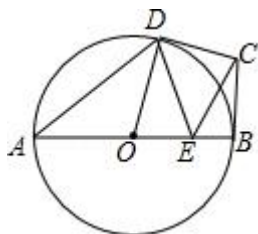
- A. $(30 - x)(20 - x) = \frac{3}{4} \times 20 \times 30$
- B. $(30 - 2x)(20 - x) = \frac{1}{4} \times 20 \times 30$
- C. $30x + 2 \times 20x = \frac{1}{4} \times 20 \times 30$
- D. $(30 - 2x)(20 - x) = \frac{3}{4} \times 20 \times 30$
11. (3分) 小菁同学在数学实践活动课中测量路灯的高度. 如图, 已知她的目高 AB 为 1.5 米, 她先站在 A 处看路灯顶端 O 的仰角为 35° , 再往前走 3 米站在 C 处, 看路灯顶端 O 的仰角为 65° , 则路灯顶端 O 到地面的距离约为 (已知 $\sin 35^\circ \approx 0.6$, $\cos 35^\circ \approx 0.8$,

$\tan 35^\circ \approx 0.7$, $\sin 65^\circ \approx 0.9$, $\cos 65^\circ \approx 0.4$, $\tan 65^\circ \approx 2.1$) ()



- A. 3.2 米 B. 3.9 米 C. 4.7 米 D. 5.4 米

12. (3 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, BC 、 CD 是 $\odot O$ 的切线, 切点分别为点 B 、 D , 点 E 为线段 OB 上的一个动点, 连接 OD , CE , DE , 已知 $AB = 2\sqrt{5}$, $BC = 2$, 当 $CE + DE$ 的值最小时, 则 $\frac{CE}{DE}$ 的值为 ()



- A. $\frac{9}{10}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

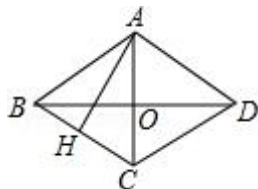
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) 若二次根式 $\sqrt{x+4}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

14. (3 分) 因式分解: $3ax^2 - 3ay^2 =$ _____.

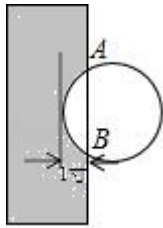
15. (3 分) 甲、乙两人进行飞镖比赛, 每人各投 6 次, 甲的成绩 (单位: 环) 为: 9, 8, 9, 6, 10, 6. 甲、乙两人平均成绩相等, 乙成绩的方差为 4, 那么成绩较为稳定的是_____. (填“甲”或“乙”)

16. (3 分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 交于点 O , 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H , 已知 $BO = 4$, $S_{\text{菱形} ABCD} = 24$, 则 $AH =$ _____.

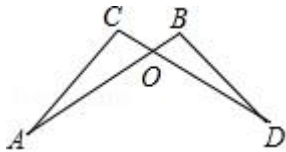


17. (3 分) 《九章算术》作为古代中国乃至东方的第一部自成体系的数学专著, 与古希腊的《几何原本》并称现代数学的两大源泉. 在《九章算术》中记载有一问题“今有圆材埋在壁中, 不知大小. 以锯锯之, 深一寸, 锯道长一尺, 问径几何?” 小辉同学根据原文题意, 画出圆材截面图如图所示, 已知: 锯口深为 1 寸, 锯道 $AB = 1$ 尺 (1 尺 = 10 寸),

则该圆材的直径为_____寸.



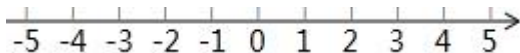
18. (3分) 如图, AB 与 CD 相交于点 O , $AB = CD$, $\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ACD + \angle ABD = 210^\circ$, 则线段 AB , AC , BD 之间的等量关系式为_____.



三、解答题共 (本大题共 8 小题, 共 66 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

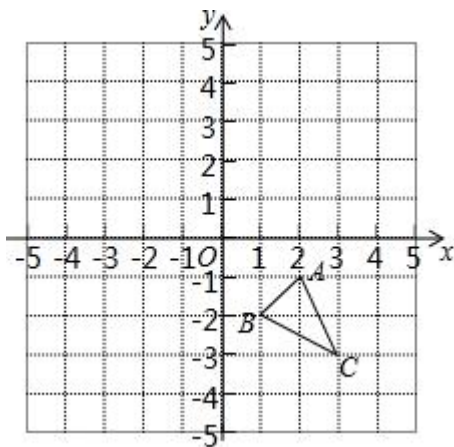
19. (6分) 计算: $(-1)^3 + (\sqrt{6})^2 - (-9) + (-6) \div 2$.

20. (6分) 解不等式组: $\begin{cases} 3x-5 < x+1 \\ \frac{3x-4}{6} \leq \frac{2x-1}{3} \end{cases}$, 并利用数轴确定不等式组的解集.



21. (8分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别是 $A(2, -1)$, $B(1, -2)$, $C(3, -3)$

- (1) 将 $\triangle ABC$ 向上平移 4 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 请画出与 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$;
- (3) 请写出 A_1 、 A_2 的坐标.



22. (8分) 红树林学校在七年级新生中举行了全员参加的“防溺水”安全知识竞赛, 试卷题目共 10 题, 每题 10 分. 现分别从三个班中各随机取 10 名同学的成绩 (单位: 分),

收集数据如下：

1 班：90，70，80，80，80，80，80，90，80，100；

2 班：70，80，80，80，60，90，90，90，100，90；

3 班：90，60，70，80，80，80，80，90，100，100.

整理数据：

分数 人数 班级	60	70	80	90	100
1 班	0	1	6	2	1
2 班	1	1	3	a	1
3 班	1	1	4	2	2

分析数据：

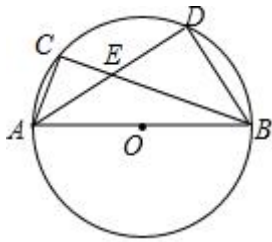
	平均数	中位数	众数
1 班	83	80	80
2 班	83	c	d
3 班	b	80	80

根据以上信息回答下列问题：

- (1) 请直接写出表格中 a ， b ， c ， d 的值；
- (2) 比较这三组样本数据的平均数、中位数和众数，你认为哪个班的成绩比较好？请说明理由；
- (3) 为了让学生重视安全知识的学习，学校将给竞赛成绩满分的同学颁发奖状，该校七年级新生共 570 人，试估计需要准备多少张奖状？

23. (8 分) 如图， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形， AB 为 $\odot O$ 直径， $AB = 6$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ，交 BC 于点 E ，交 $\odot O$ 于点 D ，连接 BD .

- (1) 求证： $\angle BAD = \angle CBD$ ；
- (2) 若 $\angle AEB = 125^\circ$ ，求 $\widehat{BD}$ 的长 (结果保留 π).



24. (10分) 某校喜迎中华人民共和国成立 70 周年, 将举行以“歌唱祖国”为主题的歌咏比赛, 需要在文具店购买国旗图案贴纸和小红旗发给学生做演出道具. 已知每袋贴纸有 50 张, 每袋小红旗有 20 面, 贴纸和小红旗需整袋购买, 每袋贴纸价格比每袋小红旗价格少 5 元, 用 150 元购买贴纸所得袋数与用 200 元购买小红旗所得袋数相同.

(1) 求每袋国旗图案贴纸和每袋小红旗的价格各是多少元?

(2) 如果给每位演出学生分发国旗图案贴纸 2 张, 小红旗 1 面. 设购买国旗图案贴纸 a 袋 (a 为正整数), 则购买小红旗多少袋能恰好配套? 请用含 a 的代数式表示.

(3) 在文具店累计购物超过 800 元后, 超出 800 元的部分可享受 8 折优惠. 学校按 (2) 中的配套方案购买, 共支付 w 元, 求 w 关于 a 的函数关系式. 现全校有 1200 名学生参加演出, 需要购买国旗图案贴纸和小红旗各多少袋? 所需总费用多少元?

25. (10分) 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 AB 边上的一个动点 (点 E 与点 A , B 不重合), 连接 CE , 过点 B 作 $BF \perp CE$ 于点 G , 交 AD 于点 F .

(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle BCE$;

(2) 如图 2, 当点 E 运动到 AB 中点时, 连接 DG , 求证: $DC = DG$;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 过点 C 作 $CM \perp DG$ 于点 H , 分别交 AD , BF 于点 M , N , 求 $\frac{MN}{NH}$ 的值.

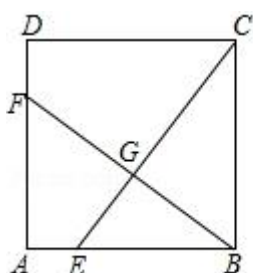


图1

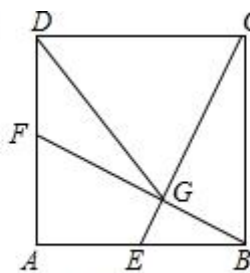


图2

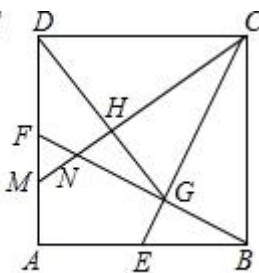


图3

26. (10分) 如果抛物线 C_1 的顶点在抛物线 C_2 上, 抛物线 C_2 的顶点也在抛物线 C_1 上时, 那么我们称抛物线 C_1 与 C_2 “互为关联”的抛物线. 如图 1, 已知抛物线 $C_1: y_1 = \frac{1}{4}x^2 + x$ 与 $C_2: y_2 = ax^2 + x + c$ 是“互为关联”的抛物线, 点 A , B 分别是抛物线 C_1 , C_2 的顶点, 抛物线 C_2 经过点 $D(6, -1)$.

(1) 直接写出 A, B 的坐标和抛物线 C_2 的解析式；

(2) 抛物线 C_2 上是否存在点 E ，使得 $\triangle ABE$ 是直角三角形？如果存在，请求出点 E 的坐标；如果不存在，请说明理由；

(3) 如图 2，点 $F(-6, 3)$ 在抛物线 C_1 上，点 M, N 分别是抛物线 C_1, C_2 上的动点，且点 M, N 的横坐标相同，记 $\triangle AFM$ 面积为 S_1 (当点 M 与点 A, F 重合时 $S_1 = 0$)， $\triangle ABN$ 的面积为 S_2 (当点 N 与点 A, B 重合时， $S_2 = 0$)，令 $S = S_1 + S_2$ ，观察图象，当 $y_1 \leq y_2$ 时，写出 x 的取值范围，并求出在此范围内 S 的最大值。

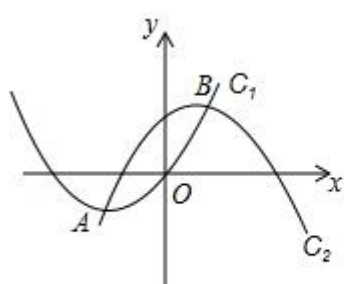


图1

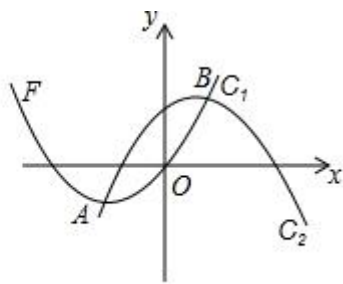


图2

2019 年广西北海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的）

1. 【分析】根据正数与负数的表示方法，可得解；

【解答】解：上升 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$ ，下降 3°C 记作 -3°C ；

故选：D.

【点评】本题考查正数和负数；能够根据实际问题理解正数与负数的意义和表示方法是解题的关键.

2. 【分析】根据面动成体，梯形绕下底边旋转是圆锥加圆柱，可得答案.

【解答】解：面动成体，直角三角形绕直角边旋转一周可得圆锥，长方形绕一边旋转一周可得圆柱，

那么所求的图形是下面是圆锥，上面是圆柱的组合图形.

故选：D.

【点评】此题考查点、线、面、体的问题，解决本题的关键是得到所求的平面图形是得到几何体的主视图的被纵向分成的一半.

3. 【分析】必然事件就是一定发生的事件，即发生的概率是 1 的事件.

【解答】解： $\because A, C, D$ 选项为不确定事件，即随机事件，故不符合题意.

$\therefore$ 一定发生的事件只有 B ，任意画一个三角形，其内角和是 180° ，是必然事件，符合题意.

故选：B.

【点评】本题考查的是对必然事件的概念的理解. 解决此类问题，要学会关注身边的事物，并用数学的思想和方法去分析、看待、解决问题，提高自身的数学素养. 用到的知识点为：必然事件指在一定条件下一定发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

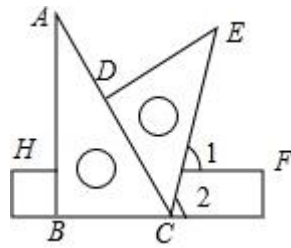
4. 【分析】根据科学记数法的表示方法 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$)，即可求解；

【解答】解： $700000 = 7 \times 10^5$ ；

故选：B.

【点评】本题考查科学记数法；熟练掌握科学记数法的表示方法是解题的关键.

5. 【分析】利用三角形外角性质（三角形的一个外角等于不相邻的两个内角和）解题或利用三角形内角和解题皆可．



【解答】解：如图：

$$\because \angle BCA = 60^\circ, \angle DCE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ,$$

$$\because HF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 75^\circ,$$

故选：C．

【点评】主要考查了一副三角板所对应的角度是 60° ， 45° ， 30° ， 90° 和三角形外角的性质．本题容易，解法很灵活．

6. 【分析】利用完全平方公式，幂的乘方与积的乘方，合并同类项的法则进行解题即可；

【解答】解： $2a+3b$ 不能合并同类项，B 错误；

$$5a^2 - 3a^2 = 2a^2, C \text{ 错误；}$$

$$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1, D \text{ 错误；}$$

故选：A．

【点评】本题考查整式的运算；熟练掌握完全平方公式，幂的乘方与积的乘方，合并同类项的法则是解题的关键．

7. 【分析】利用等腰三角形的性质和基本作图得到 $CG \perp AB$ ，则 CG 平分 $\angle ACB$ ，利用 $\angle A = \angle B$ 和三角形内角和计算出 $\angle ACB$ ，从而得到 $\angle BCG$ 的度数．

【解答】解：由作法得 $CG \perp AB$ ，

$$\because AC = BC,$$

$$\therefore CG \text{ 平分 } \angle ACB, \angle A = \angle B,$$

$$\because \angle ACB = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle BCG = \frac{1}{2} \angle ACB = 50^\circ.$$

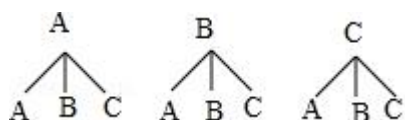
故选：C．

【点评】本题考查了作图 - 基本作图：熟练掌握基本作图（作一条线段等于已知线段；

作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）。也考查了等腰三角形的性质。

8. 【分析】画树状图（用 A 、 B 、 C 分别表示“图书馆，博物馆，科技馆”三个场馆）展示所有 9 种等可能的结果数，找出两人恰好选择同一场馆的结果数，然后根据概率公式求解。

【解答】解：画树状图为：（用 A 、 B 、 C 分别表示“图书馆，博物馆，科技馆”三个场馆）



共有 9 种等可能的结果数，其中两人恰好选择同一场馆的结果数为 3，

所以两人恰好选择同一场馆的概率 $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 。

故选： A 。

【点评】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率。

9. 【分析】 $k < 0$ ，在每个象限内， y 随 x 值的增大而增大， $(-1, y_1)$ 在第二象限， $(2, y_2)$ ， $(3, y_3)$ 在第四象限，即可解题；

【解答】解： $\because k < 0$ ，

$\therefore$ 在每个象限内， y 随 x 值的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时， $y_1 > 0$ ，

$\because 2 < 3$ ，

$\therefore y_2 < y_3 < y_1$

故选： C 。

【点评】本题考查反比例函数图象及性质；熟练掌握反比例函数的图象及 x 与 y 值之间的关系是解题的关键。

10. 【分析】根据空白区域的面积 $= \frac{3}{4}$ 矩形空地的面积可得。

【解答】解：设花带的宽度为 xm ，则可列方程为 $(30 - 2x)(20 - x) = \frac{3}{4} \times 20 \times 30$ ，

故选： D 。

【点评】本题主要考查由实际问题抽象出一元二次方程，解题的关键是根据图形得出面

积的相等关系.

11. 【分析】过点 O 作 $OE \perp AC$ 于点 F , 延长 BD 交 OE 于点 F , 设 $DF = x$, 根据锐角三角函数的定义表示 OF 的长度, 然后列出方程求出 x 的值即可求出答案.

【解答】解: 过点 O 作 $OE \perp AC$ 于点 E , 延长 BD 交 OE 于点 F ,

设 $DF = x$,

$$\because \tan 65^\circ = \frac{OF}{DF},$$

$$\therefore OF = x \tan 65^\circ,$$

$$\therefore BF = 3 + x,$$

$$\because \tan 35^\circ = \frac{OF}{BF},$$

$$\therefore OF = (3 + x) \tan 35^\circ,$$

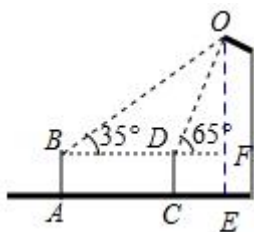
$$\therefore 2.1x = 0.7(3 + x),$$

$$\therefore x = 1.5,$$

$$\therefore OF = 1.5 \times 2.1 = 3.15,$$

$$\therefore OE = 3.15 + 1.5 = 4.65,$$

故选: C.



【点评】本题考查解直角三角形, 解题的关键是熟练运用锐角三角函数的定义, 本题属于中等题型.

12. 【分析】延长 CB 到 F 使得 $BC = CF$, 则 C 与 F 关于 OB 对称, 连接 DF 与 OB 相交于点 E , 此时 $CE + DE = DF$ 值最小, 连接 OC , BD , 两线相交于点 G , 过 D 作 $DH \perp OB$ 于 H , 先求得 BG , 再求 BH , 进而 DH , 运用相似三角形得 $\frac{EF}{DE} = \frac{BF}{DH}$, 便可得解.

【解答】解: 延长 CB 到 F 使得 $BF = BC$, 则 C 与 F 关于 OB 对称, 连接 DF 与 OB 相交于点 E , 此时 $CE + DE = DF$ 值最小, 连接 OC , BD , 两线相交于点 G , 过 D 作 $DH \perp OB$ 于 H ,

14. 【分析】 当一个多项式有公因式，将其分解因式时应先提取公因式，再对余下的多项式继续分解.

【解答】 解： $3ax^2 - 3ay^2 = 3a(x^2 - y^2) = 3a(x+y)(x-y)$.

故答案为： $3a(x+y)(x-y)$

【点评】 本题考查了提公因式法，公式法分解因式，关键在于提取公因式后再利用平方差公式继续进行二次因式分解，分解因式一定要彻底.

15. 【分析】 先计算出甲的平均数，再计算甲的方差，然后比较甲乙方差的大小可判定谁的成绩稳定.

【解答】 解： 甲的平均数 $\bar{x} = \frac{1}{6}(9+8+9+6+10+6) = 8$,

$$\begin{aligned}\text{所以甲的方差} &= \frac{1}{6}[(9-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (6-8)^2 + (10-8)^2 + (6-8)^2] \\ &= \frac{7}{3},\end{aligned}$$

因为甲的方差比乙的方差小，

所以甲的成绩比较稳定.

故答案为甲.

【点评】 本题考查方差的定义：一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立.

16. 【分析】 根据菱形面积 = 对角线积的一半可求 AC ，再根据勾股定理求出 BC ，然后由菱形的面积即可得出结果.

【解答】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore BO = DO = 4, AO = CO, AC \perp BD,$$

$$\therefore BD = 8,$$

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD = 24,$$

$$\therefore AC = 6,$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AC = 3,$$

$$\therefore BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 5,$$

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = BC \times AH = 24,$$

$$\therefore AH = \frac{24}{5};$$

故答案为: $\frac{24}{5}$.

【点评】本题考查了菱形的性质、勾股定理以及菱形面积公式；熟练掌握菱形的性质，由勾股定理求出 BC 是解题的关键.

17. 【分析】设 $\odot O$ 的半径为 r . 在 $\text{Rt}\triangle ADO$ 中, $AD = 5$ 寸, $OD = r - 1$, $OA = r$, 则有 $r^2 = 5^2 + (r - 1)^2$, 解方程即可.

【解答】解: 设 $\odot O$ 的半径为 r .

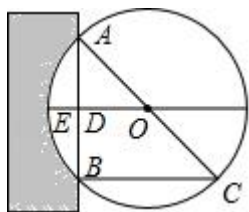
在 $\text{Rt}\triangle ADO$ 中, $AD = 5$ 寸, $OD = r - 1$, $OA = r$,

则有 $r^2 = 5^2 + (r - 1)^2$,

解得 $r = 13$ 寸,

$\therefore \odot O$ 的直径为 26 寸,

故答案为: 26.



【点评】本题考查垂径定理、勾股定理等知识, 解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题, 属于中考常考题型.

18. 【分析】过点 A 作 $AE \parallel CD$, 截取 $AE = CD$, 连接 BE 、 DE , 则四边形 $ACDE$ 是平行四边形, 得出 $DE = AC$, $\angle ACD = \angle AED$, 证明 $\triangle ABE$ 为等边三角形得出 $BE = AB$, 求得 $\angle BDE = 360^\circ - (\angle AED + \angle ABD) - \angle EAB = 90^\circ$, 由勾股定理得出 $BE^2 = DE^2 + BD^2$, 即可得出结果.

【解答】解: 过点 A 作 $AE \parallel CD$, 截取 $AE = CD$, 连接 BE 、 DE , 如图所示:

则四边形 $ACDE$ 是平行四边形,

$\therefore DE = AC$, $\angle ACD = \angle AED$,

$\because \angle AOC = 60^\circ$, $AB = CD$,

$\therefore \angle EAB = 60^\circ$, $CD = AE = AB$,

$\therefore \triangle ABE$ 为等边三角形,

$\therefore BE = AB$,

$$\because \angle ACD + \angle ABD = 210^\circ,$$

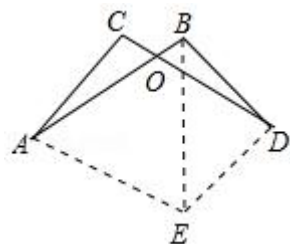
$$\therefore \angle AED + \angle ABD = 210^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = 360^\circ - (\angle AED + \angle ABD) - \angle EAB = 360^\circ - 210^\circ - 60^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore BE^2 = DE^2 + BD^2,$$

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BD^2;$$

故答案为: $AB^2 = AC^2 + BD^2$.



【点评】 本题考查了勾股定理、平行四边形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、平行线的性质、四边形内角和等知识，熟练掌握平行四边形的性质、通过作辅助线构建等边三角形与直角三角形是解题的关键.

三、解答题共 (本大题共 8 小题, 共 66 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. **【分析】** 分别运算每一项然后再求解即可;

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & (-1)^3 + (\sqrt{6})^2 - (-9) + (-6) \div 2 \\ &= -1 + 6 + 9 - 3 \\ &= 11. \end{aligned}$$

【点评】 本题考查实数的运算; 熟练掌握实数的运算法则是解题的关键.

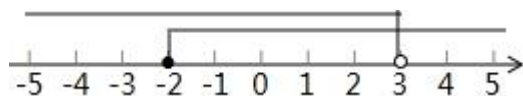
20. **【分析】** 分别解两个不等式得到 $x < 3$ 和 $x \geq -2$, 再利用数轴表示, 从而得到不等式组的解集

$$\text{【解答】解: } \begin{cases} 3x-5 < x+1 & \text{①} \\ \frac{3x-4}{6} \leq \frac{2x-1}{3} & \text{②} \end{cases}$$

解①得 $x < 3$,

解②得 $x \geq -2$,

用数轴表示为:



所以不等式组的解集为 $-2 \leq x < 3$.

【点评】 本题考查了一元一次不等式组: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不

等式的解集，再求出这些解集的公共部分，利用数轴可以直观地表示不等式组的解集．解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到．

21. **【分析】**（1）直接利用平移的性质得出对应点位置进而得出答案；

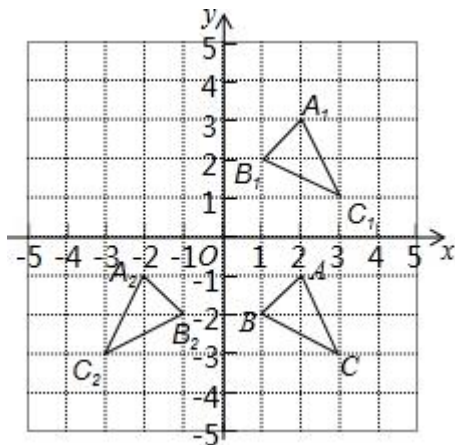
（2）直接利用轴对称的性质得出对应点位置进而得出答案；

（3）利用所画图象得出对应点坐标．

【解答】解：（1）如图所示： $\triangle A_1B_1C_1$ ，即为所求；

（2）如图所示： $\triangle A_2B_2C_2$ ，即为所求；

（3） $A_1(2, 3)$ ， $A_2(-2, -1)$ ．



【点评】此题主要考查了轴对称变换以及平移变换，正确得出对应点位置是解题关键．

22. **【分析】**（1）根据众数和中位数的概念求解可得；

（2）分别从平均数、众数和中位数三个方面比较大小即可得；

（3）利用样本估计总体思想求解可得．

【解答】解：（1）由题意知 $a = 4$ ，

$$b = \frac{1}{10} \times (90 + 60 + 70 + 80 + 80 + 80 + 80 + 90 + 100 + 100) = 83,$$

2班成绩重新排列为 60, 70, 80, 80, 80, 90, 90, 90, 90, 100,

$$\therefore c = \frac{80 + 90}{2} = 85, d = 90;$$

（2）从平均数上看三个班都一样；

从中位数看，1班和3班一样是 80，2班最高是 85；

从众数上看，1班和3班都是 80，2班是 90；

综上所述，2 班成绩比较好；

$$(3) 570 \times \frac{4}{30} = 76 \text{ (张)},$$

答：估计需要准备 76 张奖状.

【点评】 本题主要考查众数、平均数、中位数，掌握众数、平均数、中位数的定义及其意义是解题的关键.

23. **【分析】** (1) 根据角平分线的定义和圆周角定理即可得到结论；

(2) 连接 OD ，根据平角定义得到 $\angle AEC = 55^\circ$ ，根据圆周角定理得到 $\angle ACE = 90^\circ$ ，求得 $\angle CAE = 35^\circ$ ，得到 $\angle BOD = 2\angle BAD = 70^\circ$ ，根据弧长公式即可得到结论.

【解答】 (1) 证明： $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle CAD = \angle BAD,$$

$$\because \angle CAD = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CBD;$$

(2) 解：连接 OD ,

$$\because \angle AEB = 125^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = 55^\circ,$$

$$\because AB \text{ 为 } \odot O \text{ 直径},$$

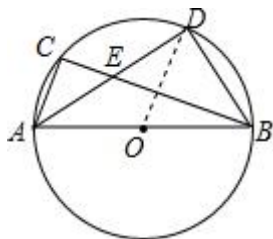
$$\therefore \angle ACE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle CAE = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 2\angle BAD = 70^\circ,$$

$$\therefore \widehat{BD} \text{ 的长} = \frac{70 \cdot \pi \times 3}{180} = \frac{7}{6}\pi.$$



【点评】 本题考查了三角形的外接圆与外心，圆周角定理，弧长的计算，正确的识别图形是解题的关键.

24. 【分析】(1) 设每袋国旗图案贴纸为 x 元, 则有 $\frac{150}{x} = \frac{200}{x+5}$, 即可求解;

(2) 设购买 b 袋小红旗恰好与 a 袋贴纸配套, 则有 $50a:20b=2:1$, 即可求解;

(3) 如果没有折扣, $W = \begin{cases} 40a, & a \leq 20 \\ 32a+160, & a > 20 \end{cases}$, 分别求出 a 与 b 即可求解.

【解答】解: (1) 设每袋国旗图案贴纸为 x 元, 则有 $\frac{150}{x} = \frac{200}{x+5}$,

解得 $x = 15$,

经检验 $x = 15$ 时方程的解,

$\therefore$ 每袋小红旗为 $15+5 = 20$ 元;

答: 每袋国旗图案贴纸为 15 元, 每袋小红旗为 20 元;

(2) 设购买 b 袋小红旗恰好与 a 袋贴纸配套, 则有 $50a:20b=2:1$,

解得 $b = \frac{5}{4}a$,

答: 购买小红旗 $\frac{5}{4}a$ 袋恰好配套;

(3) 如果没有折扣, 则 $W = 15a + 20 \times \frac{5}{4}a = 40a$,

依题意得 $40a \leq 800$,

解得 $a \leq 20$,

当 $a > 20$ 时, 则 $W = 800 + 0.8(40a - 800) = 32a + 160$,

即 $W = \begin{cases} 40a, & a \leq 20 \\ 32a+160, & a > 20 \end{cases}$,

国旗贴纸需要: $1200 \times 2 = 2400$ 张,

小红旗需要: $1200 \times 1 = 1200$ 面,

则 $a = \frac{2400}{50} = 48$ 袋, $b = \frac{5}{4}a = 60$ 袋,

总费用 $W = 32 \times 48 + 160 = 1696$ 元.

【点评】本题考查分式方程, 一次函数的应用; 能够根据题意列出准确的分式方程, 求费用的最大值转化为求一次函数的最大值是解题的关键.

25. 【分析】(1) 先判断出 $\angle GCB + \angle CBG = 90^\circ$, 再由四边形 $ABCD$ 是正方形, 得出 $\angle CBE = 90^\circ = \angle A$, $BC = AB$, 即可得出结论;

(2) 设 $AB = CD = BC = 2a$, 先求出 $EA = EB = \frac{1}{2}AB = a$, 进而得出 $CE = \sqrt{5}a$, 再求出

$BG = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$, $CG = \frac{4\sqrt{5}}{5}a$, 再判断出 $\triangle CHD \cong \triangle BGC$ (AAS), 进而判断出 $GH = CH$, 即可得出结论;

(3) 先求出 $CH = \frac{8}{5}a$, 再求出 $DH = \frac{6}{5}a$, 再判断出 $\triangle CHD \sim \triangle DHM$, 求出 $HM = \frac{9}{10}a$, 再用勾股定理求出 $GH = \frac{4}{5}a$, 最后判断出 $\triangle GHN \sim \triangle CHG$, 得出 $HN = \frac{HG^2}{CG} = \frac{2}{5}a$, 即可得出结论.

【解答】(1) 证明: $\because BF \perp CE$,

$$\therefore \angle CGB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GCB + \angle CBG = 90^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle CBE = 90^\circ = \angle A, BC = AB,$$

$$\therefore \angle FBA + \angle CBG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GCB = \angle FBA,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle BCE \text{ (ASA)};$$

(2) 证明: 如图 2, 过点 D 作 $DH \perp CE$ 于 H ,

设 $AB = CD = BC = 2a$,

$\because$ 点 E 是 AB 的中点,

$$\therefore EA = EB = \frac{1}{2}AB = a,$$

$$\therefore CE = \sqrt{5}a,$$

在 $\text{Rt}\triangle CEB$ 中, 根据面积相等, 得 $BG \cdot CE = CB \cdot EB$,

$$\therefore BG = \frac{2\sqrt{5}}{5}a,$$

$$\therefore CG = \sqrt{CB^2 - BG^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}a,$$

$$\because \angle DCE + \angle BCE = 90^\circ, \angle CBF + \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle CBF,$$

$$\because CD = BC, \angle CHD = \angle CGB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle CHD \cong \triangle BGC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CH = BG = \frac{2\sqrt{5}}{5}a,$$

$$\therefore GH = CG - CH = \frac{2\sqrt{5}}{5}a = CH,$$

$$\because DH = DH, \angle CHD = \angle GHD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DGH \cong \triangle CDH \text{ (SAS)},$$

$$\therefore CD = GD;$$

(3) 解: 如图 3, 过点 D 作 $DQ \perp CE$ 于 Q ,

$$S_{\triangle CDG} = \frac{1}{2} \cdot DQ \cdot CG = \frac{1}{2} CH \cdot DG,$$

$$\therefore CH = \frac{CG \cdot DQ}{DG} = \frac{8}{5}a,$$

在 $\text{Rt}\triangle CQD$ 中, $CD = 2a$,

$$\therefore DH = \sqrt{CD^2 - CH^2} = \frac{6}{5}a,$$

$$\because \angle MDH + \angle HDC = 90^\circ, \angle HCD + \angle HDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MDH = \angle HCD,$$

$$\therefore \triangle CHD \sim \triangle DHM,$$

$$\therefore \frac{DH}{CH} = \frac{MH}{DH} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore HM = \frac{9}{10}a,$$

在 $\text{Rt}\triangle CHG$ 中, $CG = \frac{4\sqrt{5}}{5}a$, $CH = \frac{8}{5}a$,

$$\therefore GH = \sqrt{CG^2 - CH^2} = \frac{4}{5}a,$$

$$\because \angle MGH + \angle CGH = 90^\circ, \angle HCG + \angle CGH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CGH = \angle CNG,$$

$$\therefore \triangle GHN \sim \triangle CHG,$$

$$\therefore \frac{HN}{HG} = \frac{HG}{CH},$$

$$\therefore HN = \frac{HG^2}{CH} = \frac{2}{5}a,$$

$$\therefore MN = HM - HN = \frac{1}{2}a,$$

$$\therefore \frac{MN}{NH} = \frac{\frac{1}{2}a}{\frac{2}{5}a} = \frac{5}{4}$$

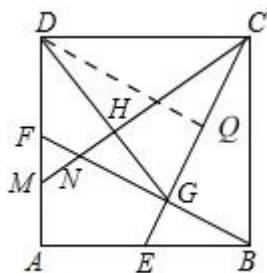


图3

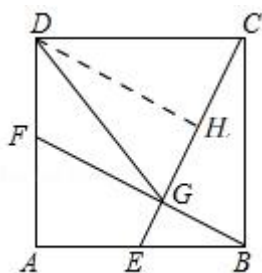


图2

【点评】此题是相似形综合题，主要考查了全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理，判断出 $\triangle DGQ \cong \triangle CDQ$ 是解本题的关键。

26. 【分析】(1) 由抛物线 $C_1: y_1 = \frac{1}{4}x^2 + x$ 可得 $A(-2, -1)$ ，将 $A(-2, -1)$ ， $D(6, -1)$ 代入 $y_2 = ax^2 + x + c$ ，求得 $y_2 = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2$ ， $B(2, 3)$ ；
- (2) 易得直线 AB 的解析式： $y = x + 1$ ，①若 B 为直角顶点， $BE \perp AB$ ， $E(6, -1)$ ；②若 A 为直角顶点， $AE \perp AB$ ， $E(10, -13)$ ；③若 E 为直角顶点，设 $E(m, -\frac{1}{4}m^2 + m + 2)$ 不符合题意；
- (3) 由 $y_1 \leq y_2$ ，得 $-2 \leq x \leq 2$ ，设 $M(t, \frac{1}{4}t^2 + t)$ ， $N(t, -\frac{1}{4}t^2 + t + 2)$ ，且 $-2 \leq t \leq 2$ ，易求直线 AF 的解析式： $y = -x - 3$ ，过 M 作 x 轴的平行线 MQ 交 AF 于 Q ， $S_1 = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 6$ ，设 AB 交 MN 于点 P ，易知 $P(t, t + 1)$ ， $S_2 = 2 - \frac{1}{2}t^2$ ，所以 $S = S_1 + S_2 = 4t + 8$ ，当 $t = 2$ 时， S 的最大值为 16。

【解答】解：由抛物线 $C_1: y_1 = \frac{1}{4}x^2 + x$ 可得 $A(-2, -1)$ ，

将 $A(-2, -1)$ ， $D(6, -1)$ 代入 $y_2 = ax^2 + x + c$

$$\text{得} \begin{cases} 4a - 2 + c = -1 \\ 36a + 6 + c = -1 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\therefore y_2 = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2,$$

$$\therefore B(2, 3);$$

(2) 易得直线 AB 的解析式: $y = x + 1$,

①若 B 为直角顶点, $BE \perp AB$, $k_{BE} \cdot k_{AB} = -1$,

$$\therefore k_{BE} = -1,$$

直线 BE 解析式为 $y = -x + 5$

$$\text{联立} \begin{cases} y = -x + 5 \\ y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2 \end{cases},$$

解得 $x = 2, y = 3$ 或 $x = 6, y = -1$,

$$\therefore E(6, -1);$$

②若 A 为直角顶点, $AE \perp AB$,

同理得 AE 解析式: $y = -x - 3$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = -x - 3 \\ y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2 \end{cases},$$

解得 $x = -2, y = -1$ 或 $x = 10, y = -13$,

$$\therefore E(10, -13);$$

③若 E 为直角顶点, 设 $E(m, -\frac{1}{4}m^2 + m + 2)$

由 $AE \perp BE$ 得 $k_{BE} \cdot k_{AE} = -1$,

$$\text{即} \frac{-\frac{1}{4}m^2 + m - 1}{m - 2} \cdot \frac{-\frac{1}{4}m^2 + m + 3}{m + 2} = -1,$$

$$\frac{(m^2 - 4m + 4)(m^2 - 4m - 12)}{16(m + 2)(m - 2)} = -1,$$

$$\frac{(m - 2)^2(m - 6)(m + 2)}{16(m + 2)(m - 2)} = -1,$$

$$(m - 2)^2(m - 6)(m + 2) = -16(m + 2)(m - 2),$$

$$(m + 2)(m - 2)[(m - 2)(m - 6) + 16] = 0,$$

$$\therefore m + 2 = 0 \text{ 或 } m - 2 = 0, \text{ 或 } (m - 2)(m - 6) + 16 = 0 \text{ (无解)}$$

解得 $m = 2$ 或 -2 (不符合题意舍去),

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的坐标 } E(6, -1) \text{ 或 } E(10, -13);$$

$$(3) \therefore y_1 \leq y_2,$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 2,$$

设 $M(t, \frac{1}{4}t^2 + t)$, $N(t, -\frac{1}{4}t^2 + t + 2)$, 且 $-2 \leq t \leq 2$,

易求直线 AF 的解析式: $y = -x - 3$,

过 M 作 x 轴的平行线 MQ 交 AF 于 Q ,

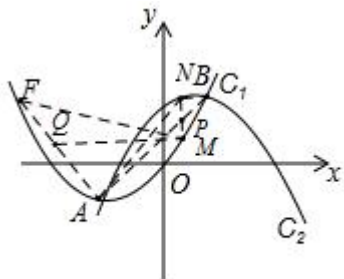


图2

则 $Q(-\frac{1}{4}t^2 - t - 3, \frac{1}{4}t^2 + t)$,

$$S_1 = \frac{1}{2}QM \cdot |y_F - y_A|$$

$$= \frac{1}{2}t^2 + 4t + 6$$

设 AB 交 MN 于点 P , 易知 $P(t, t+1)$,

$$S_2 = \frac{1}{2}PN \cdot |x_A - x_B|$$

$$= 2 - \frac{1}{2}t^2$$

$$S = S_1 + S_2 = 4t + 8,$$

当 $t = 2$ 时,

S 的最大值为 16.

【点评】 本题考查了二次函数, 熟练运用二次函数的性质、直角三角形的性质以及一次函数的性质是解题的关键.