

广西贵港市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）每小题四个选项中只有一项是正确的.

1. (3.00 分) -8 的倒数是 ()

- A. 8 B. -8 C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$

2. (3.00 分) 一条数学信息在一周内被转发了 2180000 次，将数据 2180000 用科学记数法表示为 ()

- A. 2.18×10^6 B. 2.18×10^5 C. 21.8×10^6 D. 21.8×10^5

3. (3.00 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $2a - a = 1$ B. $2a + b = 2ab$ C. $(a^4)^3 = a^7$ D. $(-a)^2 \cdot (-a)^3 = -a^5$

4. (3.00 分) 笔筒中有 10 支型号、颜色完全相同的铅笔，将它们逐一标上 1-10 的号码，若从笔筒中任意抽出一支铅笔，则抽到编号是 3 的倍数的概率是 ()

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{2}{5}$

5. (3.00 分) 若点 A $(1+m, 1-n)$ 与点 B $(-3, 2)$ 关于 y 轴对称，则 $m+n$ 的值是 ()

- A. -5 B. -3 C. 3 D. 1

6. (3.00 分) 已知 α , β 是一元二次方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的两个实数根，则 $\alpha + \beta - \alpha\beta$ 的值是 ()

- A. 3 B. 1 C. -1 D. -3

7. (3.00 分) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x < 3a+2 \\ x > a-4 \end{cases}$ 无解，则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq -3$ B. $a < -3$ C. $a > 3$ D. $a \geq 3$

8. (3.00 分) 下列命题中真命题是 ()

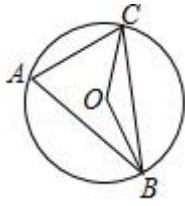
- A. $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$ 一定成立

B. 位似图形不可能全等

C. 正多边形都是轴对称图形

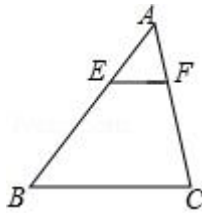
D. 圆锥的主视图一定是等边三角形

9. (3.00 分) 如图，点 A, B, C 均在 $\odot O$ 上，若 $\angle A = 66^\circ$ ，则 $\angle OCB$ 的度数是 ()



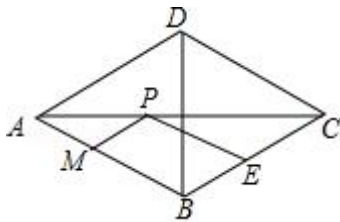
A. 24° B. 28° C. 33° D. 48°

10. (3.00 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $EF \parallel BC$, $AB=3AE$, 若 $S_{\text{四边形} BCFE}=16$, 则 $S_{\triangle ABC} = (\quad)$



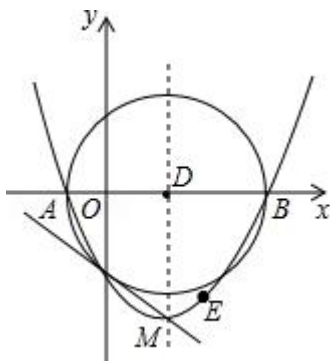
A. 16 B. 18 C. 20 D. 24

11. (3.00 分) 如图, 在菱形 ABCD 中, $AC=6\sqrt{2}$, $BD=6$, E 是 BC 边的中点, P, M 分别是 AC, AB 上的动点, 连接 PE, PM, 则 $PE+PM$ 的最小值是 $(\quad)$



A. 6 B. $3\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{6}$ D. 4.5

12. (3.00 分) 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)(x-8)$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C, 顶点为 M, 以 AB 为直径作 $\odot D$. 下列结论: ①抛物线的对称轴是直线 $x=3$; ② $\odot D$ 的面积为 16π ; ③抛物线上存在点 E, 使四边形 ACED 为平行四边形; ④直线 CM 与 $\odot D$ 相切. 其中正确结论的个数是 $(\quad)$



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

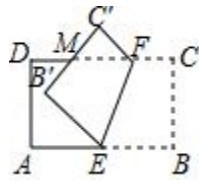
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. (3.00 分) 若分式 $\frac{2}{x+1}$ 的值不存在，则 x 的值为_____.

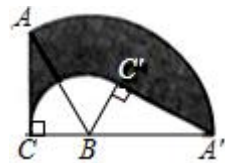
14. (3.00 分) 因式分解: $ax^2 - a =$ _____.

15. (3.00 分) 已知一组数据 4, x , 5, y , 7, 9 的平均数为 6, 众数为 5, 则这组数据的中位数是_____.

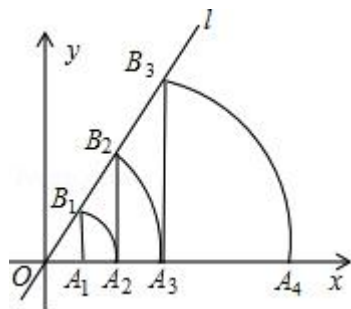
16. (3.00 分) 如图, 将矩形 ABCD 折叠, 折痕为 EF, BC 的对应边 $B'C'$ 与 CD 交于点 M, 若 $\angle B'MD = 50^\circ$, 则 $\angle BEF$ 的度数为_____.



17. (3.00 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 2$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针方向旋转到 $\triangle A'BC'$ 的位置, 此时点 A' 恰好在 CB 的延长线上, 则图中阴影部分的面积为_____ (结果保留 π).



18. (3.00 分) 如图, 直线 l 为 $y = \sqrt{3}x$, 过点 $A_1(1, 0)$ 作 $A_1B_1 \perp x$ 轴, 与直线 l 交于点 B_1 , 以原点 O 为圆心, OB_1 长为半径画圆弧交 x 轴于点 A_2 ; 再作 $A_2B_2 \perp x$ 轴, 交直线 l 于点 B_2 , 以原点 O 为圆心, OB_2 长为半径画圆弧交 x 轴于点 A_3 ; $\dots\dots$, 按此作法进行下去, 则点 A_n 的坐标为 (_____).

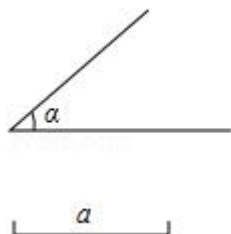


三、解答题（本大题共 8 小题，满分 66 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. (10.00 分) (1) 计算: $|3 - 5| - (\pi - 3.14)^0 + (-2)^{-1} + \sin 30^\circ$;

(2) 解分式方程: $\frac{4}{x^2-4}+1=\frac{1}{x-2}$.

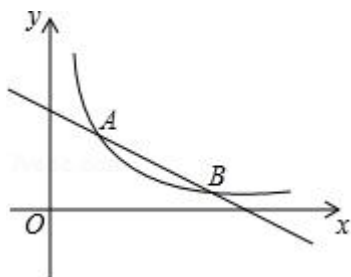
20. (5.00 分) 尺规作图 (只保留作图痕迹, 不要求写出作法). 如图, 已知 $\angle \alpha$ 和线段 a , 求作 $\triangle ABC$, 使 $\angle A = \angle \alpha$, $\angle C = 90^\circ$, $AB = a$.



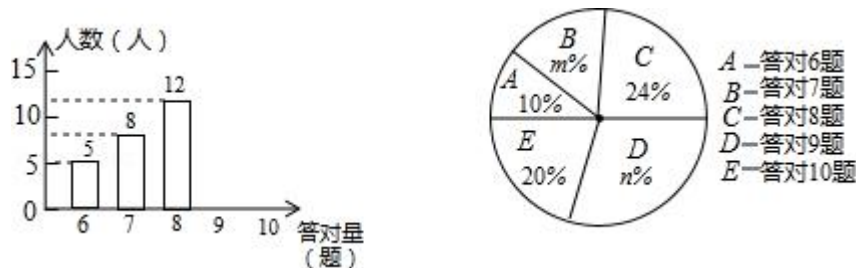
21. (6.00 分) 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象与一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 的图象交于 A 和 $B(6, n)$ 两点.

(1) 求 k 和 n 的值;

(2) 若点 $C(x, y)$ 也在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 求当 $2 \leq x \leq 6$ 时, 函数值 y 的取值范围.



22. (8.00 分) 为了增强学生的环保意识, 某校组织了一次全校 2000 名学生都参加的“环保知识”考试, 考题共 10 题. 考试结束后, 学校团委随机抽查部分考生的考卷, 对考生答题情况进行分析统计, 发现所抽查的考卷中答对题量最少为 6 题, 并且绘制了如下两幅不完整的统计图. 请根据统计图提供的信息解答以下问题:



(1) 本次抽查的样本容量是_____; 在扇形统计图中, $m =$ _____, $n =$ _____, “答对 8 题”所对应扇形的圆心角为_____度;

(2) 将条形统计图补充完整;

(3) 请根据以上调查结果, 估算出该校答对不少于 8 题的学生人数.

23. (8.00 分) 某中学组织一批学生开展社会实践活动, 原计划租用 45 座客车若干辆, 但有 15 人没有座位; 若租用同样数量的 60 座客车, 则多出一辆车, 且其余客车恰好坐满. 已知 45 座客车租金为每辆 220 元, 60 座客车租金为每辆 300 元.

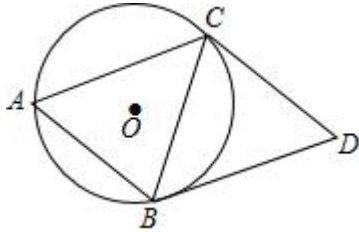
(1) 这批学生的人数是多少? 原计划租用 45 座客车多少辆?

(2) 若租用同一种客车, 要使每位学生都有座位, 应该怎样租用合算?

24. (8.00 分) 如图, 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 且 $AB=BC=CD$, $AB \parallel CD$, 连接 BD .

(1) 求证: BD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AB=10$, $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$, 求 BD 的长及 $\odot O$ 的半径.



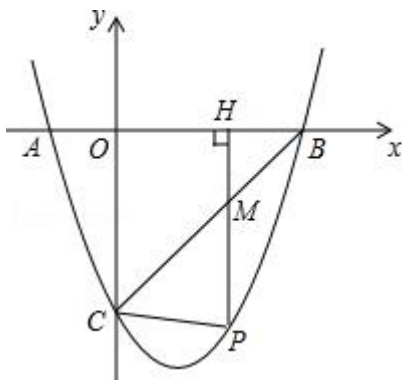
25. (11.00 分) 如图, 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴相交于 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴相交于点 $C(0, -3)$.

(1) 求这个二次函数的表达式;

(2) 若 P 是第四象限内这个二次函数的图象上任意一点, $PH \perp x$ 轴于点 H , 与 BC 交于点 M , 连接 PC .

①求线段 PM 的最大值;

②当 $\triangle PCM$ 是以 PM 为一腰的等腰三角形时, 求点 P 的坐标.

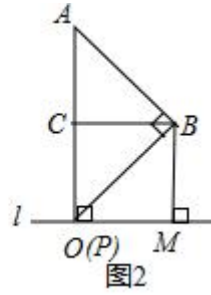
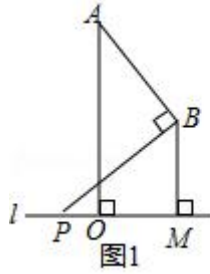


26. (10.00 分) 已知: A 、 B 两点在直线 l 的同一侧, 线段 AO , BM 均是直线 l 的垂线段, 且 BM 在 AO 的右边, $AO=2BM$, 将 BM 沿直线 l 向右平移, 在平移过程中, 始终保持 $\angle ABP=90^\circ$ 不变, BP 边与直线 l 相交于点 P .

(1) 当 P 与 O 重合时 (如图 2 所示), 设点 C 是 AO 的中点, 连接 BC. 求证: 四边形 OCBM 是正方形;

(2) 请利用如图 1 所示的情形, 求证: $\frac{AB}{PB} = \frac{OM}{BM}$;

(3) 若 $AO=2\sqrt{6}$, 且当 $MO=2PO$ 时, 请直接写出 AB 和 PB 的长.



参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）每小题四个选项中只有一项是正确的.

1. (3.00 分) -8 的倒数是 ()

A. 8 B. -8 C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$

【分析】根据倒数的定义作答.

【解答】解: -8 的倒数是 $-\frac{1}{8}$.

故选: D.

2. (3.00 分) 一条数学信息在一周内被转发了 2180000 次, 将数据 2180000 用科学记数法表示为 ()

A. 2.18×10^6 B. 2.18×10^5 C. 21.8×10^6 D. 21.8×10^5

【分析】用科学记数法表示较大的数时, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, n 的值取决于原数变成 a 时, 小数点移动的位数, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将数据 2180000 用科学记数法表示为 2.18×10^6 .

故选: A.

3. (3.00 分) 下列运算正确的是 ()

A. $2a - a = 1$ B. $2a + b = 2ab$ C. $(a^4)^3 = a^7$ D. $(-a)^2 \cdot (-a)^3 = -a^5$

【分析】根据合并同类项, 幂的乘方与积的乘方, 同底数幂的乘法的计算法则解答.

【解答】解: A、 $2a - a = a$, 故本选项错误;

B、 $2a$ 与 b 不是同类项, 不能合并, 故本选项错误;

C、 $(a^4)^3 = a^{12}$, 故本选项错误;

D、 $(-a)^2 \cdot (-a)^3 = -a^5$, 故本选项正确.

故选: D.

4. (3.00 分) 笔筒中有 10 支型号、颜色完全相同的铅笔, 将它们逐一标上 1-10 的号码, 若从笔筒中任意抽出一支铅笔, 则抽到编号是 3 的倍数的概率是 ()

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{2}{5}$

【分析】由标有 1-10 的号码的 10 支铅笔中，标号为 3 的倍数的有 3、6、9 这 3 种情况，利用概率公式计算可得.

【解答】解：∵在标有 1-10 的号码的 10 支铅笔中，标号为 3 的倍数的有 3、6、9 这 3 种情况，

∴抽到编号是 3 的倍数的概率是 $\frac{3}{10}$,

故选：C.

5. (3.00 分) 若点 A (1+m, 1-n) 与点 B (-3, 2) 关于 y 轴对称，则 m+n 的值是 ()

- A. -5 B. -3 C. 3 D. 1

【分析】根据关于 y 轴的对称点的坐标特点：横坐标互为相反数，纵坐标不变，据此求出 m、n 的值，代入计算可得.

【解答】解：∵点 A (1+m, 1-n) 与点 B (-3, 2) 关于 y 轴对称，

∴1+m=3、1-n=2，

解得：m=2、n=-1，

所以 m+n=2-1=1，

故选：D.

6. (3.00 分) 已知 α ， β 是一元二次方程 $x^2+x-2=0$ 的两个实数根，则 $\alpha+\beta-\alpha\beta$ 的值是 ()

- A. 3 B. 1 C. -1 D. -3

【分析】据根与系数的关系 $\alpha+\beta=-1$ ， $\alpha\beta=-2$ ，求出 $\alpha+\beta$ 和 $\alpha\beta$ 的值，再把要求的式子进行整理，即可得出答案.

【解答】解：∵ α ， β 是方程 $x^2+x-2=0$ 的两个实数根，

∴ $\alpha+\beta=-1$ ， $\alpha\beta=-2$ ，

∴ $\alpha+\beta-\alpha\beta=-1-2=-3$ ，

故选：D.

7. (3.00 分) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x < 3a+2 \\ x > a-4 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是 ()

A. $a \leq -3$ B. $a < -3$ C. $a > 3$ D. $a \geq 3$

【分析】利用不等式组取解集的方法, 根据不等式组无解求出 a 的范围即可.

【解答】解: $\because$ 不等式组 $\begin{cases} x < 3a+2 \\ x > a-4 \end{cases}$ 无解,

$$\therefore a-4 \geq 3a+2,$$

解得: $a \leq -3$,

故选: A.

8. (3.00 分) 下列命题中真命题是 ()

A. $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$ 一定成立

B. 位似图形不可能全等

C. 正多边形都是轴对称图形

D. 圆锥的主视图一定是等边三角形

【分析】根据二次根式的性质、位似图形的定义、正多边形的性质及三视图的概念逐一判断即可得.

【解答】解: A、 $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$ 当 $a < 0$ 不成立, 假命题;

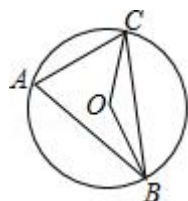
B、位似图形在位似比为 1 时全等, 假命题;

C、正多边形都是轴对称图形, 真命题;

D、圆锥的主视图一定是等腰三角形, 假命题;

故选: C.

9. (3.00 分) 如图, 点 A, B, C 均在 $\odot O$ 上, 若 $\angle A = 66^\circ$, 则 $\angle OCB$ 的度数是 ()



A. 24° B. 28° C. 33° D. 48°

【分析】首先利用圆周角定理可得 $\angle COB$ 的度数, 再根据等边对等角可得 $\angle OCB = \angle OBC$,

进而可得答案.

【解答】解: $\because \angle A = 66^\circ$,

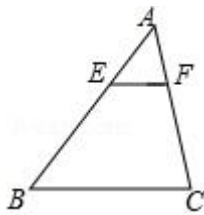
$$\therefore \angle COB = 132^\circ,$$

$$\because CO = BO,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC = \frac{1}{2} (180^\circ - 132^\circ) = 24^\circ,$$

故选: A.

10. (3.00 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $EF \parallel BC$, $AB = 3AE$, 若 $S_{\text{四边形 } BCFE} = 16$, 则 $S_{\triangle ABC} = (\quad)$



A. 16 B. 18 C. 20 D. 24

【分析】由 $EF \parallel BC$, 可证明 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$, 利用相似三角形的性质即可求出 $S_{\triangle ABC}$ 的值.

【解答】解: $\because EF \parallel BC$,

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC,$$

$$\because AB = 3AE,$$

$$\therefore AE : AB = 1 : 3,$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} : S_{\triangle ABC} = 1 : 9,$$

设 $S_{\triangle AEF} = x$,

$$\because S_{\text{四边形 } BCFE} = 16,$$

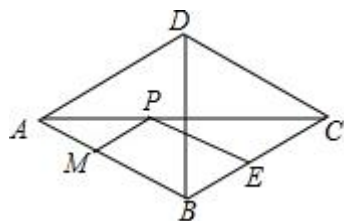
$$\therefore \frac{x}{16+x} = \frac{1}{9},$$

解得: $x = 2$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 18,$$

故选: B.

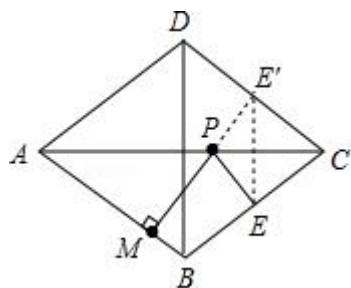
11. (3.00 分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AC = 6\sqrt{2}$, $BD = 6$, E 是 BC 边的中点, P , M 分别是 AC , AB 上的动点, 连接 PE , PM , 则 $PE + PM$ 的最小值是 ()



A. 6 B. $3\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{6}$ D. 4.5

【分析】作点 E 关于 AC 的对称点 E' ，过点 E' 作 $E'M \perp AB$ 于点 M，交 AC 于点 P，由 $PE+PM=PE'+PM=E'M$ 知点 P、M 即使 $PE+PM$ 取得最小值的点，利用 $S_{\text{菱形}ABCD}=\frac{1}{2}AC \cdot BD=AB \cdot E'M$ 求二级可得答案。

【解答】解：如图，作点 E 关于 AC 的对称点 E' ，过点 E' 作 $E'M \perp AB$ 于点 M，交 AC 于点 P，



则点 P、M 即使 $PE+PM$ 取得最小值，

其 $PE+PM=PE'+PM=E'M$ ，

$\therefore$ 四边形 ABCD 是菱形，

$\therefore$ 点 E' 在 CD 上，

$\therefore AC=6\sqrt{2}$ ， $BD=6$ ，

$\therefore AB=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+3^2}=3\sqrt{3}$ ，

由 $S_{\text{菱形}ABCD}=\frac{1}{2}AC \cdot BD=AB \cdot E'M$ 得 $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6=3\sqrt{3} \cdot E'M$ ，

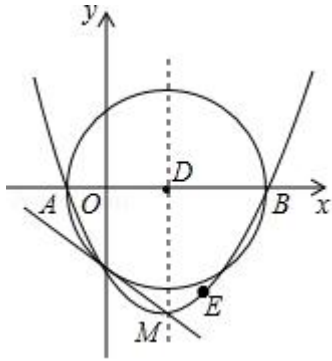
解得： $E'M=2\sqrt{6}$ ，

即 $PE+PM$ 的最小值是 $2\sqrt{6}$ ，

故选：C.

12. (3.00 分) 如图，抛物线 $y=\frac{1}{4}(x+2)(x-8)$ 与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，顶点为 M，以 AB 为直径作 $\odot D$ 。下列结论：①抛物线的对称轴是直线 $x=3$ ；② $\odot D$ 的面积为 16π ；③抛物线上存在点 E，使四边形 ACED 为平行四边形；④直线 CM 与 $\odot D$ 相切。其

中正确结论的个数是 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【分析】①根据抛物线的解析式得出抛物线与 x 轴的交点 A 、 B 坐标，由抛物线的对称性即可判定；

②求得 $\odot D$ 的直径 AB 的长，得出其半径，由圆的面积公式即可判定，

③过点 C 作 $CE \parallel AB$ ，交抛物线于 E ，如果 $CE=AD$ ，则根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形即可判定；

④求得直线 CM 、直线 CD 的解析式通过它们的斜率进行判定.

【解答】解： $\because$ 在 $y = \frac{1}{4}(x+2)(x-8)$ 中，当 $y=0$ 时， $x=-2$ 或 $x=8$ ，

$\therefore$ 点 $A(-2, 0)$ 、 $B(8, 0)$ ，

$\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x = \frac{-2+8}{2} = 3$ ，故①正确；

$\because \odot D$ 的直径为 $8 - (-2) = 10$ ，即半径为 5，

$\therefore \odot D$ 的面积为 25π ，故②错误；

在 $y = \frac{1}{4}(x+2)(x-8) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 4$ 中，当 $x=0$ 时 $y=-4$ ，

$\therefore$ 点 $C(0, -4)$ ，

当 $y=-4$ 时， $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 4 = -4$ ，

解得： $x_1=0$ 、 $x_2=6$ ，

所以点 $E(6, -4)$ ，

则 $CE=6$ ，

$\because AD=3 - (-2) = 5$ ，

$\therefore AD \neq CE$ ，

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 不是平行四边形，故③错误；

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 4 = \frac{1}{4}(x-3)^2 - \frac{25}{4},$$

$$\therefore \text{点 } M \left(3, -\frac{25}{4} \right),$$

设直线 CM 解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{将点 } C(0, -4)、M\left(3, -\frac{25}{4}\right) \text{ 代入, 得: } \begin{cases} b=-4 \\ 3k+b=-\frac{25}{4} \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-\frac{3}{4} \\ b=-4 \end{cases}$$

$$\text{所以直线 CM 解析式为 } y = -\frac{3}{4}x - 4;$$

设直线 CD 解析式为 $y=mx+n$,

$$\text{将点 } C(0, -4)、D(3, 0) \text{ 代入, 得: } \begin{cases} n=-4 \\ 3m+n=0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m=\frac{4}{3} \\ n=-4 \end{cases}$$

$$\text{所以直线 CD 解析式为 } y = \frac{4}{3}x - 4,$$

$$\text{由 } -\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = -1 \text{ 知 } CM \perp CD \text{ 于点 } C,$$

$\therefore$ 直线 CM 与 $\odot D$ 相切, 故④正确;

故选: B.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

$$13. (3.00 \text{ 分}) \text{ 若分式 } \frac{2}{x+1} \text{ 的值不存在, 则 } x \text{ 的值为 } \underline{-1}.$$

【分析】 直接利用分式有意义的条件得出 x 的值, 进而得出答案.

【解答】 解: 若分式 $\frac{2}{x+1}$ 的值不存在,

$$\text{则 } x+1=0,$$

$$\text{解得: } x=-1,$$

故答案为: -1 .

$$14. (3.00 \text{ 分}) \text{ 因式分解: } ax^2 - a = \underline{a(x+1)(x-1)}.$$

【分析】 首先提公因式 a , 再利用平方差进行二次分解即可.

【解答】解：原式= $a(x^2 - 1) = a(x+1)(x-1)$.

故答案为： $a(x+1)(x-1)$.

15. (3.00 分) 已知一组数据 4, x , 5, y , 7, 9 的平均数为 6, 众数为 5, 则这组数据的中位数是 5.5.

【分析】先判断出 x , y 中至少有一个是 5, 再用平均数求出 $x+y=11$, 即可得出结论.

【解答】解： $\because$ 一组数据 4, x , 5, y , 7, 9 的众数为 5,

$\therefore x, y$ 中至少有一个是 5,

$\because$ 一组数据 4, x , 5, y , 7, 9 的平均数为 6,

$$\therefore \frac{1}{6}(4+x+5+y+7+9) = 6,$$

$$\therefore x+y=11,$$

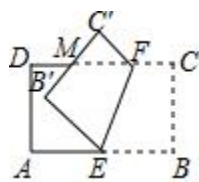
$\therefore x, y$ 中一个是 5, 另一个是 6,

$\therefore$ 这组数为 4, 5, 5, 6, 7, 9,

$$\therefore \text{这组数据的中位数是 } \frac{1}{2}(5+6) = 5.5,$$

故答案为：5.5.

16. (3.00 分) 如图, 将矩形 ABCD 折叠, 折痕为 EF, BC 的对应边 $B'C'$ 与 CD 交于点 M, 若 $\angle B'MD=50^\circ$, 则 $\angle BEF$ 的度数为 70° .



【分析】设 $\angle BEF = \alpha$, 则 $\angle EFC = 180^\circ - \alpha$, $\angle DFE = \angle BEF = \alpha$, $\angle C'FE = 40^\circ + \alpha$, 依据 $\angle EFC = \angle EFC'$, 即可得到 $180^\circ - \alpha = 40^\circ + \alpha$, 进而得出 $\angle BEF$ 的度数.

【解答】解： $\because \angle C' = \angle C = 90^\circ$, $\angle DMB' = \angle C'MF = 50^\circ$,

$$\therefore \angle C'FM = 40^\circ,$$

设 $\angle BEF = \alpha$, 则 $\angle EFC = 180^\circ - \alpha$, $\angle DFE = \angle BEF = \alpha$, $\angle C'FE = 40^\circ + \alpha$,

由折叠可得, $\angle EFC = \angle EFC'$,

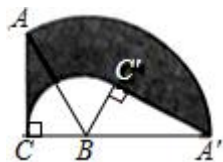
$$\therefore 180^\circ - \alpha = 40^\circ + \alpha,$$

$$\therefore \alpha = 70^\circ,$$

$\therefore \angle BEF = 70^\circ$,

故答案为: 70° .

17. (3.00 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 2$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针方向旋转到 $\triangle A'BC'$ 的位置, 此时点 A' 恰好在 CB 的延长线上, 则图中阴影部分的面积为 4π (结果保留 π).



【分析】 由将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针方向旋转到 $\triangle A'BC'$ 的位置, 此时点 A' 恰好在 CB 的延长线上, 可得 $\triangle ABC \cong \triangle A'BC'$, 由题给图可知: $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} ABA'} + S_{\triangle A'BC} - S_{\text{扇形} CBC'} - S_{\triangle A'BC'}$ 可得出阴影部分面积.

【解答】 解: $\because \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 2$,

$\therefore \angle BAC = 30^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$.

$\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针方向旋转到 $\triangle A'BC'$ 的位置, 此时点 A' 恰好在 CB 的延长线上,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'BC'$,

$\therefore \angle ABA' = 120^\circ = \angle CBC'$,

$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} ABA'} + S_{\triangle A'BC} - S_{\text{扇形} CBC'} - S_{\triangle A'BC'}$

$= S_{\text{扇形} ABA'} - S_{\text{扇形} CBC'}$

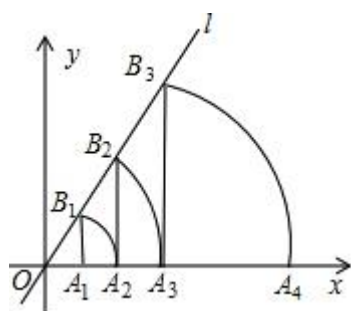
$$= \frac{120\pi \times 4^2}{360} - \frac{120\pi \times 2^2}{360}$$

$$= \frac{16\pi}{3} - \frac{4\pi}{3}$$

$= 4\pi$.

故答案为 4π .

18. (3.00 分) 如图, 直线 l 为 $y = \sqrt{3}x$, 过点 $A_1(1, 0)$ 作 $A_1B_1 \perp x$ 轴, 与直线 l 交于点 B_1 , 以原点 O 为圆心, OB_1 长为半径画圆弧交 x 轴于点 A_2 ; 再作 $A_2B_2 \perp x$ 轴, 交直线 l 于点 B_2 , 以原点 O 为圆心, OB_2 长为半径画圆弧交 x 轴于点 A_3 ; $\dots$, 按此作法进行下去, 则点 A_n 的坐标为 (2^{n-1} , 0).



【分析】依据直线 l 为 $y=\sqrt{3}x$ ，点 $A_1 (1, 0)$ ， $A_1B_1 \perp x$ 轴，可得 $A_2 (2, 0)$ ，同理可得， $A_3 (4, 0)$ ， $A_4 (8, 0)$ ， $\dots$ ，依据规律可得点 A_n 的坐标为 $(2^{n-1}, 0)$ 。

【解答】解： $\because$ 直线 l 为 $y=\sqrt{3}x$ ，点 $A_1 (1, 0)$ ， $A_1B_1 \perp x$ 轴，

$\therefore$ 当 $x=1$ 时， $y=\sqrt{3}$ ，

即 $B_1 (1, \sqrt{3})$ ，

$\therefore \tan \angle A_1OB_1=\sqrt{3}$ ，

$\therefore \angle A_1OB_1=60^\circ$ ， $\angle A_1B_1O=30^\circ$ ，

$\therefore OB_1=2OA_1=2$ ，

$\therefore$ 以原点 O 为圆心， OB_1 长为半径画圆弧交 x 轴于点 A_2 ，

$\therefore A_2 (2, 0)$ ，

同理可得， $A_3 (4, 0)$ ， $A_4 (8, 0)$ ， $\dots$ ，

$\therefore$ 点 A_n 的坐标为 $(2^{n-1}, 0)$ ，

故答案为： $2^{n-1}, 0$ 。

三、解答题（本大题共 8 小题，满分 66 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. (10.00 分) (1) 计算： $|3-5| - (\pi - 3.14)^0 + (-2)^{-1} + \sin 30^\circ$ ；

(2) 解分式方程： $\frac{4}{x^2-4} + 1 = \frac{1}{x-2}$ 。

【分析】(1) 先计算绝对值、零指数幂、负整数指数幂、代入三角函数值，再计算加减可得；

(2) 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解。

【解答】解：(1) 原式 $= 5 - 3 - 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ；

(2) 方程两边都乘以 $(x+2)(x-2)$ ，得： $4 + (x+2)(x-2) = x+2$ ，

整理，得： $x^2 - x - 2 = 0$ ，

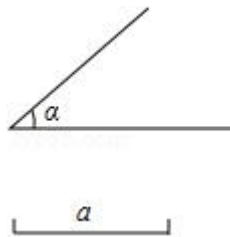
解得: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$,

检验: 当 $x = -1$ 时, $(x+2)(x-2) = -3 \neq 0$,

当 $x = 2$ 时, $(x+2)(x-2) = 0$,

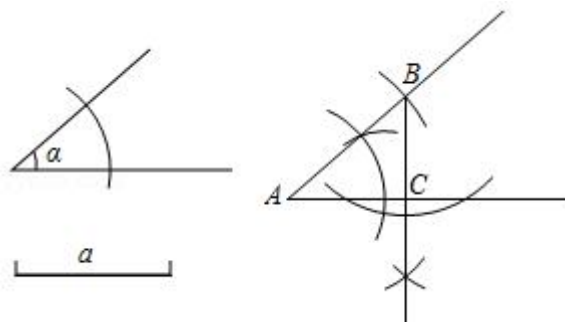
所以分式方程的解为 $x = -1$.

20. (5.00 分) 尺规作图 (只保留作图痕迹, 不要求写出作法). 如图, 已知 $\angle \alpha$ 和线段 a , 求作 $\triangle ABC$, 使 $\angle A = \angle \alpha$, $\angle C = 90^\circ$, $AB = a$.



【分析】根据作一个角等于已知角, 线段截取以及垂线的尺规作法即可求出答案.

【解答】解: 如图所示,

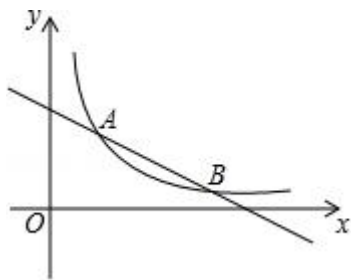


$\triangle ABC$ 为所求作

21. (6.00 分) 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象与一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 的图象交于 A 和 $B(6, n)$ 两点.

(1) 求 k 和 n 的值;

(2) 若点 $C(x, y)$ 也在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 求当 $2 \leq x \leq 6$ 时, 函数值 y 的取值范围.



【分析】 (1) 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出 n 值，进而可得出点 B 的坐标，再利用反比例函数图象上点的坐标特征即可求出 k 值；

(2) 由 $k=6>0$ 结合反比例函数的性质，即可求出：当 $2\leq x\leq 6$ 时， $1\leq y\leq 3$ 。

【解答】 解：(1) 当 $x=6$ 时， $n=-\frac{1}{2}\times 6+4=1$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(6, 1)$ 。

$\therefore$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 过点 $B(6, 1)$ ，

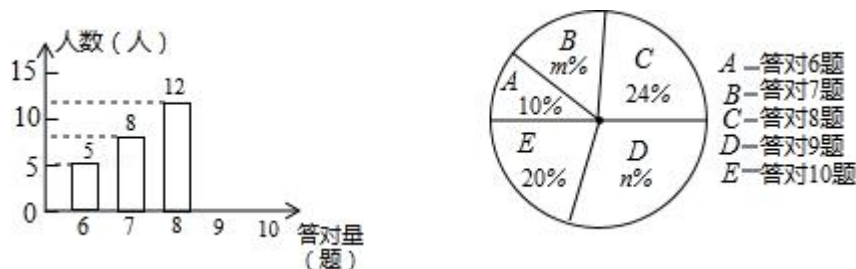
$\therefore k=6\times 1=6$ 。

(2) $\because k=6>0$ ，

$\therefore$ 当 $x>0$ 时， y 随 x 值增大而减小，

$\therefore$ 当 $2\leq x\leq 6$ 时， $1\leq y\leq 3$ 。

22. (8.00 分) 为了增强学生的环保意识，某校组织了一次全校 2000 名学生都参加的“环保知识”考试，考题共 10 题。考试结束后，学校团委随机抽查部分考生的考卷，对考生答题情况进行分析统计，发现所抽查的考卷中答对题量最少为 6 题，并且绘制了如下两幅不完整的统计图。请根据统计图提供的信息解答以下问题：



(1) 本次抽查的样本容量是 50；在扇形统计图中， $m=\underline{16}$ ， $n=\underline{30}$ ，“答对 8 题”所对应扇形的圆心角为 86.4 度；

(2) 将条形统计图补充完整；

(3) 请根据以上调查结果，估算出该校答对不少于 8 题的学生人数。

【分析】 (1) 先读图，根据图形中的信息逐个求出即可；

- (2) 求出人数，再画出即可；
- (3) 根据题意列出算式，再求出即可.

【解答】解：(1) $5 \div 10\% = 50$ (人)，

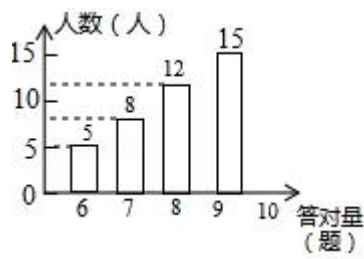
本次抽查的样本容量是 50，

$$\frac{8}{50} = 0.16 = 16\%, \quad 1 - 10\% - 16\% - 24\% - 20\% = 30\%,$$

即 $m=16$, $n=30$,

$$360^\circ \times \frac{24}{100} = 86.4^\circ,$$

故答案为：50，16，30，86.4；



- (2)
- (3) $2000 \times (24\% + 20\% + 30\%) = 1480$ (人)，
- 答：该校答对不少于 8 题的学生人数是 1480 人.

23. (8.00 分) 某中学组织一批学生开展社会实践活动，原计划租用 45 座客车若干辆，但有 15 人没有座位；若租用同样数量的 60 座客车，则多出一辆车，且其余客车恰好坐满. 已知 45 座客车租金为每辆 220 元，60 座客车租金为每辆 300 元.

- (1) 这批学生的人数是多少？原计划租用 45 座客车多少辆？
- (2) 若租用同一种客车，要使每位学生都有座位，应该怎样租用合算？

【分析】(1) 设这批学生有 x 人，原计划租用 45 座客车 y 辆，根据“原计划租用 45 座客车若干辆，但有 15 人没有座位；若租用同样数量的 60 座客车，则多出一辆车，且其余客车恰好坐满”，即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

(2) 找出每个学生都有座位时需要租两种客车各多少量，由总租金=每辆车的租金 $\times$ 租车辆数分别求出租两种客车各需多少费用，比较后即可得出结论.

【解答】解：(1) 设这批学生有 x 人，原计划租用 45 座客车 y 辆，

根据题意得: $\begin{cases} x=45y+15 \\ x=60(y-1) \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x=240 \\ y=5 \end{cases}$.

答: 这批学生有 240 人, 原计划租用 45 座客车 5 辆.

(2) $\because$ 要使每位学生都有座位,

$\therefore$ 租 45 座客车需要 $5+1=6$ 辆, 租 60 座客车需要 $5-1=4$ 辆.

$220 \times 6=1320$ (元), $300 \times 4=1200$ (元),

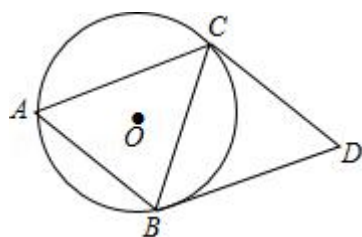
$\because 1320 > 1200$,

$\therefore$ 若租用同一种客车, 租 4 辆 60 座客车划算.

24. (8.00 分) 如图, 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 且 $AB=BC=CD$, $AB \parallel CD$, 连接 BD .

(1) 求证: BD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AB=10$, $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$, 求 BD 的长及 $\odot O$ 的半径.



【分析】 (1) 如图 1, 作直径 BE , 半径 OC , 证明四边形 $ABDC$ 是平行四边形, 得 $\angle A = \angle D$, 由等腰三角形的性质得: $\angle CBD = \angle D = \angle A = \angle OCE$, 可得 $\angle EBD = 90^\circ$, 所以 BD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 如图 2, 根据三角函数设 $EC=3x$, $EB=5x$, 则 $BC=4x$ 根据 $AB=BC=10=4x$, 得 x 的值, 求得 $\odot O$ 的半径为 $\frac{25}{4}$, 作高线 CG , 根据等腰三角形三线合一得 $BG=DG$, 根据三角函数可得结论.

【解答】 (1) 证明: 如图 1, 作直径 BE , 交 $\odot O$ 于 E , 连接 EC 、 OC ,

则 $\angle BCE = 90^\circ$,

$\therefore \angle OCE + \angle OCB = 90^\circ$,

$\because AB \parallel CD$, $AB = CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABDC$ 是平行四边形,

$\therefore \angle A = \angle D$,

$$\because OE=OC,$$

$$\therefore \angle E=\angle OCE,$$

$$\because BC=CD,$$

$$\therefore \angle CBD=\angle D,$$

$$\because \angle A=\angle E,$$

$$\therefore \angle CBD=\angle D=\angle A=\angle OCE,$$

$$\because OB=OC,$$

$$\therefore \angle OBC=\angle OCB,$$

$$\therefore \angle OBC+\angle CBD=90^{\circ},$$

$$\text{即 } \angle EBD=90^{\circ},$$

$\therefore BD$ 是 $\odot O$ 的切线;

$$(2) \text{ 如图 2, } \because \cos \angle BAC=\cos \angle E=\frac{EC}{EB}=\frac{3}{5},$$

设 $EC=3x$, $EB=5x$, 则 $BC=4x$,

$$\because AB=BC=10=4x,$$

$$x=\frac{5}{2},$$

$$\therefore EB=5x=\frac{25}{2},$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } \frac{25}{4},$$

过 C 作 $CG \perp BD$ 于 G ,

$$\because BC=CD=10,$$

$$\therefore BG=DG,$$

$$\text{Rt} \triangle CGD \text{ 中, } \cos \angle D=\cos \angle BAC=\frac{DG}{CD}=\frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{DG}{10}=\frac{3}{5},$$

$$\therefore DG=6,$$

$$\therefore BD=12.$$

【解答】解：(1) 将 A, B, C 代入函数解析式, 得

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0, \\ c=-3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=1 \\ b=-2, \\ c=-3 \end{cases}$$

这个二次函数的表达式 $y=x^2-2x-3$;

(2) 设 BC 的解析是为 $y=kx+b$,

将 B, C 的坐标代入函数解析式, 得

$$\begin{cases} 3k+b=0 \\ b=-3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=1 \\ b=-3 \end{cases},$$

BC 的解析是为 $y=x-3$,

设 M $(n, n-3)$, P (n, n^2-2n-3) ,

$$PM = (n-3) - (n^2-2n-3) = -n^2+3n = -\left(n-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4},$$

$$\text{当 } n=\frac{3}{2} \text{ 时, } PM_{\text{最大}}=\frac{9}{4};$$

$$\text{②当 } PM=PC \text{ 时, } (-n^2+3n)^2=n^2+(n^2-2n-3+3)^2,$$

$$\text{解得 } n_1=0 \text{ (不符合题意, 舍)}, n_2=-\sqrt{2} \text{ (不符合题意, 舍)}, n_3=\sqrt{2},$$

$$n^2-2n-3=2-2\sqrt{2}-3=-2\sqrt{2}-1,$$

$$P(\sqrt{2}, -2\sqrt{2}-1).$$

$$\text{当 } PM=MC \text{ 时, } (-n^2+3n)^2=n^2+(n-3+3)^2,$$

$$\text{解得 } n_1=0 \text{ (不符合题意, 舍)}, n_2=-7 \text{ (不符合题意, 舍)}, n_3=1,$$

$$n^2-2n-3=1-2-3=-4,$$

$$P(1, -4);$$

综上所述: P $(1, -4)$ 或 $(\sqrt{2}, -2\sqrt{2}-1)$.

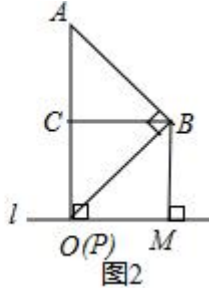
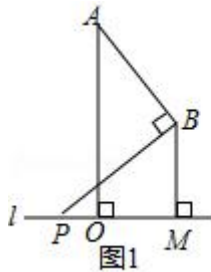
26. (10.00 分) 已知: A、B 两点在直线 l 的同一侧, 线段 AO, BM 均是直线 l 的垂线段, 且 BM 在 AO 的右边, $AO=2BM$, 将 BM 沿直线 l 向右平移, 在平移过程中, 始终保持 $\angle ABP=90^\circ$ 不变, BP 边与直线 l 相交于点 P.

(1) 当 P 与 O 重合时 (如图 2 所示), 设点 C 是 AO 的中点, 连接 BC. 求证: 四边形 OCBM

是正方形；

(2) 请利用如图 1 所示的情形，求证： $\frac{AB}{PB} = \frac{OM}{BM}$ ；

(3) 若 $AO=2\sqrt{6}$ ，且当 $MO=2PO$ 时，请直接写出 AB 和 PB 的长。



【分析】 (1) 先证明四边形 OCBM 是平行四边形，由于 $\angle BMO=90^\circ$ ，所以 $\square OCBM$ 是矩形，最后直角三角形斜边上的中线的性质即可证明四边形 OCBM 是正方形；

(2) 连接 AP、OB，由于 $\angle ABP=\angle AOP=90^\circ$ ，所以 A、B、O、P 四点共圆，从而利用圆周角定理可证明 $\angle APB=\angle OBM$ ，所以 $\triangle APB \sim \triangle OBM$ ，利用相似三角形的性质即可求出答案。

(3) 由于点 P 的位置不确定，故需要分情况进行讨论，共两种情况，第一种情况是点 P 在 O 的左侧时，第二种情况是点 P 在 O 的右侧时，然后利用四点共圆、相似三角形的判定与性质，勾股定理即可求出答案。

【解答】 解：(1) $\because 2BM=AO, 2CO=AO$

$\therefore BM=CO,$

$\therefore AO \parallel BM,$

$\therefore$ 四边形 OCBM 是平行四边形，

$\because \angle BMO=90^\circ,$

$\therefore \square OCBM$ 是矩形，

$\because \angle ABP=90^\circ$ ，C 是 AO 的中点，

$\therefore OC=BC,$

$\therefore$ 矩形 OCBM 是正方形。

(2) 连接 AP、OB，

$\because \angle ABP=\angle AOP=90^\circ,$

$\therefore$ A、B、O、P 四点共圆，

由圆周角定理可知： $\angle APB=\angle AOB,$

$\therefore AO \parallel BM,$

$\therefore \angle AOB=\angle OBM,$

$$\therefore \angle APB = \angle OBM,$$

$$\therefore \triangle APB \sim \triangle OBM,$$

$$\therefore \frac{AB}{PB} = \frac{OM}{BM}$$

(3) 当点 P 在 O 的左侧时, 如图所示,

过点 B 作 $BD \perp AO$ 于点 D,

易证 $\triangle PEO \sim \triangle BED$,

$$\therefore \frac{PO}{BD} = \frac{OE}{DE}$$

易证: 四边形 DBMO 是矩形,

$$\therefore BD = MO, OD = BM$$

$$\therefore MO = 2PO = BD,$$

$$\therefore \frac{OE}{DE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AO = 2BM = 2\sqrt{6},$$

$$\therefore BM = \sqrt{6},$$

$$\therefore OE = \frac{\sqrt{6}}{3}, DE = \frac{2\sqrt{6}}{3},$$

易证 $\triangle ADB \sim \triangle ABE$,

$$\therefore AB^2 = AD \cdot AE,$$

$$\therefore AD = DO = DM = \sqrt{6},$$

$$\therefore AE = AD + DE = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore AB = \sqrt{10},$$

$$\text{由勾股定理可知: } BE = \frac{2\sqrt{15}}{3},$$

易证: $\triangle PEO \sim \triangle PBM$,

$$\therefore \frac{BE}{PB} = \frac{OM}{PM} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore PB = \sqrt{15}$$

当点 P 在 O 的右侧时, 如图所示,

过点 B 作 $BD \perp OA$ 于点 D,

$$\therefore MO = 2PO,$$

$\therefore$ 点 P 是 OM 的中点,

设 $PM=x$, $BD=2x$,

$\because \angle AOM = \angle ABP = 90^\circ$,

$\therefore A, O, P, B$ 四点共圆,

$\therefore$ 四边形 $AOPB$ 是圆内接四边形,

$\therefore \angle BPM = \angle A$,

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle PBM$,

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{PM}{BM},$$

又易证四边形 $ODBM$ 是矩形, $AO=2BM$,

$$\therefore AD=BM=\sqrt{6},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{6}}{2x} = \frac{x}{\sqrt{6}},$$

解得: $x=\sqrt{3}$,

$$\therefore BD=2x=2\sqrt{3}$$

由勾股定理可知: $AB=3\sqrt{2}$, $BM=3$

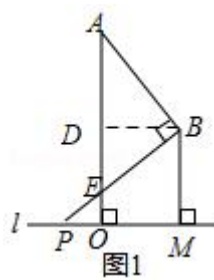
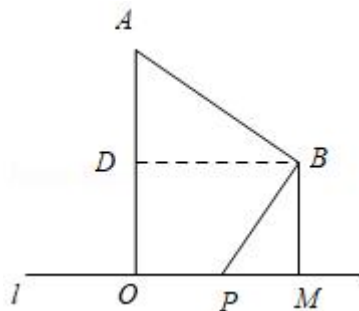


图1

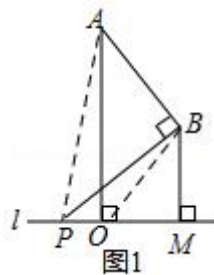


图1