

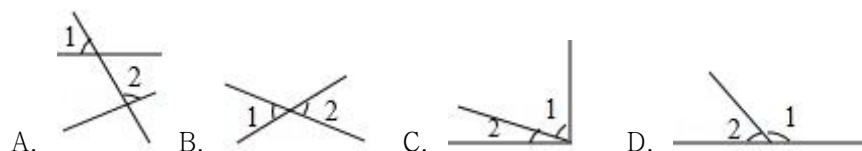
2017 年广西贺州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) 下列各图中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为邻补角的是 ()



3. (3 分) 下列式子中是分式的是 ()

- A. $\frac{1}{\pi}$ B. $\frac{x}{3}$ C. $\frac{1}{x-1}$ D. $\frac{2}{5}$

4. (3 分) 一条关于数学学习方法的微博在一周内转发了 318000 次，将 318000 用科学记数法可以表示为 ()

- A. 3.18×10^5 B. 31.8×10^5 C. 318×10^4 D. 3.18×10^4

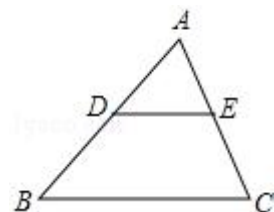
5. (3 分) 现有相同个数的甲、乙两组数据，经计算得： $\overline{x_{\text{甲}}} = \overline{x_{\text{乙}}}$ ，且 $S_{\text{甲}}^2 = 0.35$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 0.25$ ，比较这两组数据的稳定性，下列说法正确的是 ()

- A. 甲比较稳定 B. 乙比较稳定
C. 甲、乙一样稳定 D. 无法确定

6. (3 分) 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()

- A. 正五边形 B. 平行四边形 C. 矩形 D. 等边三角形

7. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别为 AB、AC 的中点，则 $\triangle ADE$ 与四边形 BCED 的面积比为 ()

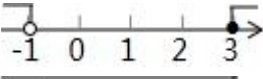
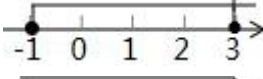
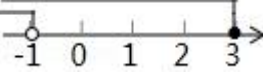
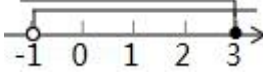


- A. 1: 1 B. 1: 2 C. 1: 3 D. 1: 4

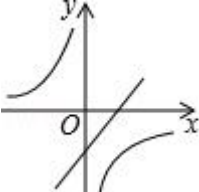
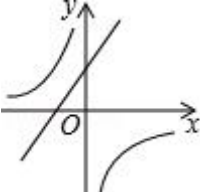
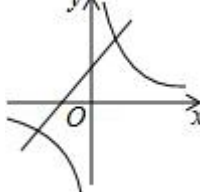
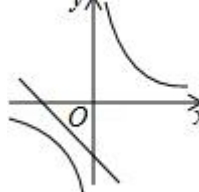
8. (3 分) 小明拿一个等边三角形木框在太阳下玩耍，发现等边三角形木框在地面上的投影不可能是 ()

- A.  B.  C.  D. 

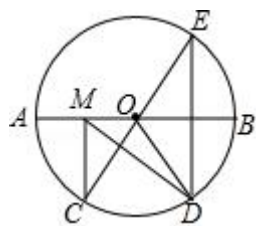
9. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 3x + 4 \leq 13 \\ -x < 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

- A.  B. 
C.  D. 

10. (3分) 一次函数 $y=ax+a$ (a 为常数, $a \neq 0$) 与反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ (a 为常数, $a \neq 0$) 在同一平面直角坐标系内的图象大致为 ()

- A.  B. 
C.  D. 

11. (3分) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB=10$, $\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{DB}$, 点 E 是点 D 关于 AB 的对称点, M 是 AB 上的一动点, 下列结论: ① $\angle BOE=60^\circ$; ② $\angle CED=\frac{1}{2}\angle DOB$; ③ $DM \perp CE$; ④ $CM+DM$ 的最小值是 10, 上述结论中正确的个数是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

12. (3分) 将一组数 $\sqrt{2}$, 2, $\sqrt{6}$, $2\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$, $\dots$, $2\sqrt{10}$, 按下列方式进行排列:

$\sqrt{2}$, 2, $\sqrt{6}$, $2\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$;

$2\sqrt{3}$, $\sqrt{14}$, 4, $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$;

$\dots$

若 2 的位置记为 (1, 2), $2\sqrt{3}$ 的位置记为 (2, 1), 则 $\sqrt{38}$ 这个数的位置记为 ()

- A. (5, 4) B. (4, 4) C. (4, 5) D. (3, 5)

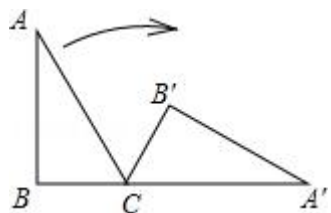
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) 要使代数式 $\frac{\sqrt{2x-7}}{x-7}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

14. (3 分) 为了调查某市中小学生对“营养午餐”的满意程度, 适合采用的调查方式是_____. (填“全面调查”或“抽样调查”)

15. (3 分) 将多项式 $2mx^2 - 8mx + 8m$ 分解因式的结果是_____.

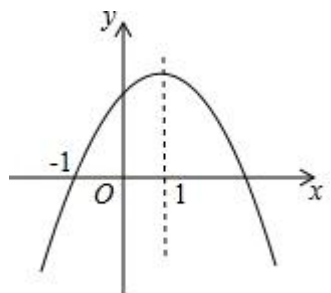
16. (3 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 1$, 将 $Rt\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转到 $\triangle A_1B_1C$ 的位置, 点 A_1 刚好落在 BC 的延长线上, 求点 A 从开始到结束所经过的路径长为 (结果保留 π) _____.



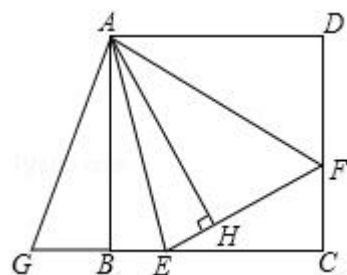
17. (3 分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列结论:

① $abc < 0$; ② $2a + b < 0$; ③ $b^2 - 4ac = 0$; ④ $8a + c < 0$; ⑤ $a : b : c = -1 : 2 : 3$,

其中正确的结论有_____.



18. (3 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 内作 $\angle EAF = 45^\circ$, AE 交 BC 于点 E , AF 交 CD 于点 F , 连接 EF , 过点 A 作 $AH \perp EF$, 垂足为 H , 将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle ABG$, 若 $BE = 2$, $DF = 3$, 则 AH 的长为_____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分)

19. (6 分) 计算: $(-1)^{2017} + \sqrt{9} - (\pi - 3)^0 + 2\cos 30^\circ$.

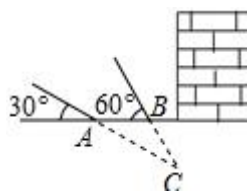
20. (6 分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - x} \div (1 + \frac{1}{x})$, 其中 $x = \sqrt{3} + 1$.

21. (8 分) 在“植树节”期间, 小王、小李两人想通过摸球的方式来决定谁去参加学校植树活动, 规则如下: 在两个盒子内分别装入标有数字 1, 2, 3, 4 的四个和标有数字 1, 2, 3 的三个完全相同的小球, 分别从两个盒子中分摸出一个球, 如果所摸出的球上的数字之和小于 6, 那么小王去, 否则就是小李去.

(1) 用树状图或列表法求出小王去的概率;

(2) 小李说: “这种规则不公平”, 你认同他的说法吗? 请说明理由.

22. (8 分) 如图, 某武警部队在一次地震抢险救灾行动中, 探险队员在相距 4 米的水平地面 A, B 两处均探测出建筑物下方 C 处有生命迹象, 已知在 A 处测得探测线与地面的夹角为 30° , 在 B 处测得探测线与地面的夹角为 60° , 求该生命迹象 C 处于地面的距离. (结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

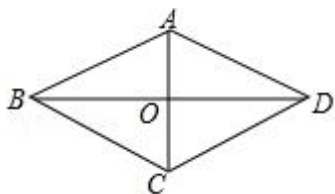


23. (8分) 政府为了美化人民公园，计划对公园某区域进行改造，这项工程先由甲工程队施工 10 天完成了工程的 $\frac{1}{4}$ ，为了加快工程进度，乙工程队也加入施工，甲、乙两个工程队合作 10 天完成了剩余的工程，求乙工程队单独完成这项工程需要几天.

24. (8分) 如图，在四边形 ABCD 中， $AB=AD$ ，BD 平分 $\angle ABC$ ， $AC \perp BD$ ，垂足为点 O.

(1) 求证：四边形 ABCD 是菱形；

(2) 若 $CD=3$ ， $BD=2\sqrt{5}$ ，求四边形 ABCD 的面积.



25. (10分) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，AB 为直径， $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D，过点 D 的切线分别交 AB，AC 的延长线于 E，F，连接 BD.

(1) 求证： $AF \perp EF$ ；

(2) 若 $AC=6$ ， $CF=2$ ，求 $\odot O$ 的半径.

2017 年广西贺州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2017•贺州) $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】17: 倒数.

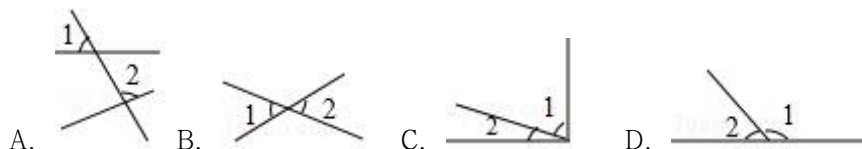
【分析】根据倒数的定义求解.

【解答】解: $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 -2 .

故选: A.

【点评】本题主要考查了倒数的定义, 解题的关键是熟记定义.

2. (3 分) (2017•贺州) 下列各图中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为邻补角的是 ()



【考点】J2: 对顶角、邻补角.

【分析】根据邻补角的定义作出判断即可.

【解答】解: 根据邻补角的定义可知: 只有 D 图中的是邻补角, 其它都不是.

故选: D.

【点评】本题考查了邻补角的定义, 正确把握定义: 只有一条公共边, 它们的另一边互为反向延长线, 具有这种关系的两个角, 互为邻补角.

3. (3 分) (2017•贺州) 下列式子中是分式的是 ()

- A. $\frac{1}{\pi}$ B. $\frac{x}{3}$ C. $\frac{1}{x-1}$ D. $\frac{2}{5}$

【考点】61: 分式的定义.

【分析】根据分式的定义求解即可.

【解答】解: $\frac{1}{\pi}$, $\frac{x}{3}$, $\frac{2}{5}$ 的分母中不含有字母, 属于整式, $\frac{1}{x-1}$ 的分母中含有字母, 属于分式.

故选: C.

【点评】本题考查了分式的定义, 分母中含有字母的式子是分式.

4. (3 分) (2017•贺州) 一条关于数学学习方法的微博在一周内转发了 318000 次, 将 318000 用科学记数法可以表示为 ()

- A. 3.18×10^5 B. 31.8×10^5 C. 318×10^4 D. 3.18×10^4

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当

原数绝对值 >1 时， n 是正数；当原数的绝对值 <1 时， n 是负数.

【解答】解：将318000用科学记数法可以表示为 3.18×10^5 ,

故选：A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (3分) (2017•贺州) 现有相同个数的甲、乙两组数据，经计算得： $\overline{x_{甲}} = \overline{x_{乙}}$ ，且 $S_{甲}^2 = 0.35$,

$S_{乙}^2 = 0.25$ ，比较这两组数据的稳定性，下列说法正确的是 ()

- A. 甲比较稳定 B. 乙比较稳定
C. 甲、乙一样稳定 D. 无法确定

【考点】W7：方差.

【分析】根据方差反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立解答即可.

【解答】解： $\because S_{甲}^2 > S_{乙}^2$,

$\therefore$ 乙比较稳定，

故选：B.

【点评】本题考查的是平均数和方差，掌握方差反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立是解题的关键.

6. (3分) (2017•贺州) 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()

- A. 正五边形 B. 平行四边形 C. 矩形 D. 等边三角形

【考点】R5：中心对称图形；P3：轴对称图形.

【分析】根据中心对称图形和轴对称图形对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、正五边形，不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项错误；

B、平行四边形，是中心对称图形，不是轴对称图形，故本选项错误；

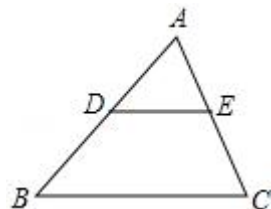
C、矩形，既是中心对称图形又是轴对称图形，故本选项正确；

D、等边三角形，不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项错误.

故选 C.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后两部分重合.

7. (3分) (2017•贺州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D、E分别为AB、AC的中点，则 $\triangle ADE$ 与四边形BCED的面积比为 ()



- A. 1: 1 B. 1: 2 C. 1: 3 D. 1: 4

【考点】S9：相似三角形的判定与性质；KX：三角形中位线定理.

【分析】证明DE是 $\triangle ABC$ 的中位线，由三角形中位线定理得出 $DE \parallel BC$ ， $DE = \frac{1}{2}BC$ ，证出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，由相似三角形的性质得出 $\triangle ADE$ 的面积： $\triangle ABC$ 的面积=1: 4，即可得出

结果.

【解答】解: $\because$ D、E 分别为 $\triangle ABC$ 的边 AB、AC 上的中点,
 $\therefore$ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore$ DE $\parallel$ BC, $DE = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

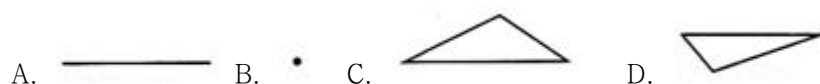
$\therefore \triangle ADE$ 的面积: $\triangle ABC$ 的面积 $= (\frac{1}{2})^2 = 1: 4$,

$\therefore \triangle ADE$ 的面积: 四边形 BCED 的面积 $= 1: 3$;

故选: C.

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质、三角形中位线定理; 熟记三角形中位线定理, 证明三角形相似是解决问题的关键.

8. (3 分) (2017•贺州) 小明拿一个等边三角形木框在太阳下玩耍, 发现等边三角形木框在地面上的投影不可能是 ()



【考点】U5: 平行投影; KK: 等边三角形的性质.

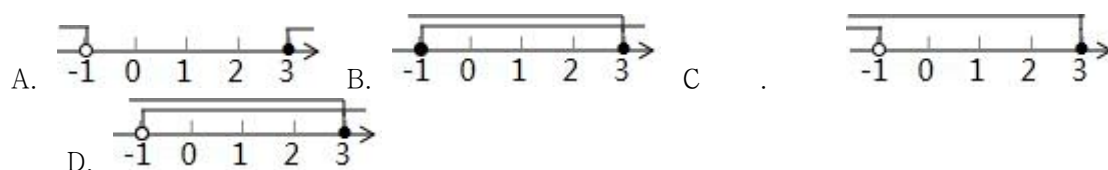
【分析】根据看等边三角形木框的方向即可得出答案.

【解答】解: 竖直向下看可得到线段, 沿与平面平行的方向看可得到 C, 沿与平面不平行的方向看可得到 D, 不论如何看都得不到一点.

故选: B.

【点评】本题主要考查对平行投影的理解和掌握, 能熟练地观察图形得出正确结论是解此题的关键.

9. (3 分) (2017•贺州) 不等式组 $\begin{cases} 3x + 4 \leq 13 \\ -x < 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【考点】CB: 解一元一次不等式组; C4: 在数轴上表示不等式的解集.

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式 $3x + 4 \leq 13$, 得: $x \leq 3$,

解不等式 $-x < 1$, 得: $x > -1$,

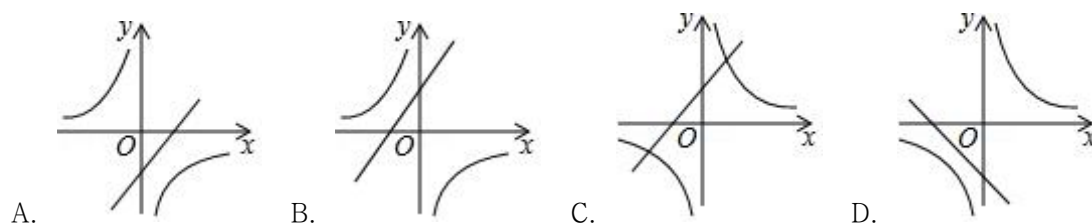
则不等式组的解集为 $-1 < x \leq 3$,

故选: D.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

10. (3 分) (2017•贺州) 一次函数 $y = ax + a$ (a 为常数, $a \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ (a 为常数,

$a \neq 0$) 在同一平面直角坐标系内的图象大致为 ()



【考点】G2: 反比例函数的图象; F3: 一次函数的图象.

【分析】分为 $a > 0$ 和 $a < 0$ 两种情况, 然后依据一次函数和反比例函数的图象的性质进行判断即可.

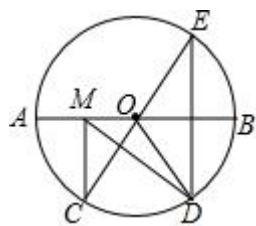
【解答】解: 当 $a > 0$ 时, 一次函数 $y = ax + a$, 经过一二三象限, 反比例函数图象位于一、三象限,

当 $a < 0$ 时, 一次函数 $y = ax + a$, 经过二、三、四象限, 反比例函数图象位于二、四象限.

故选: C.

【点评】本题主要考查的是一次函数、反比例函数的图象和性质, 熟练掌握相关性质是解题的关键.

11. (3 分) (2017•贺州) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 10$, $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$, 点 E 是点 D 关于 AB 的对称点, M 是 AB 上的一动点, 下列结论: ① $\angle BOE = 60^\circ$; ② $\angle CED = \frac{1}{2} \angle DOB$; ③ $DM \perp CE$; ④ $CM + DM$ 的最小值是 10, 上述结论中正确的个数是 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】M5: 圆周角定理; PA: 轴对称 - 最短路线问题.

【分析】根据 $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$ 和点 E 是点 D 关于 AB 的对称点, 求出 $\angle DOB = \angle COD = \angle BOE = 60^\circ$, 求出 $\angle CED$, 即可判断①②; 根据圆周角定理求出当 M 和 A 重合时 $\angle MDE = 60^\circ$ 即可判断③; 求出 M 点的位置, 根据圆周角定理得出此时 DF 是直径, 即可求出 DF 长, 即可判断④.

【解答】解: $\because \widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$, 点 E 是点 D 关于 AB 的对称点,

$$\therefore \widehat{BD} = \widehat{BE},$$

$$\therefore \angle DOB = \angle BOE = \angle COD = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ, \therefore \text{①正确};$$

$$\angle CED = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ = \frac{1}{2} \angle DOB, \therefore \text{②正确};$$

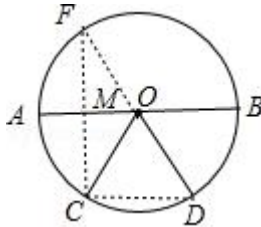
$$\because \widehat{BE} \text{ 的度数是 } 60^\circ,$$

$\therefore \widehat{AE}$ 的度数是 120° ,

$\therefore$ 只有当 M 和 A 重合时, $\angle MDE=60^\circ$,

$\therefore \angle CED=30^\circ$,

$\therefore$ 只有 M 和 A 重合时, $DM \perp CE$, $\therefore$ ③ 错误;



做 C 关于 AB 的对称点 F, 连接 CF, 交 AB 于 M, 此时 CM+DM 的值最短, 等于 DF 长, 连接 CD,

$\therefore \widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{DB}=\widehat{AF}$, 并且弧的度数都是 60° ,

$\therefore \angle D=\frac{1}{2} \times 120^\circ=60^\circ$, $\angle CFD=\frac{1}{2} \times 60^\circ=30^\circ$,

$\therefore \angle FCD=180^\circ-60^\circ-30^\circ=90^\circ$,

$\therefore$ DF 是 $\odot O$ 的直径,

即 $DF=AB=10$,

$\therefore$ CM+DM 的最小值是 10, $\therefore$ ④ 正确;

故选 C.

【点评】 本题考查了圆周角定理, 轴对称-最短问题等知识点, 能灵活运用圆周角定理求出各个角的度数和求出 M 的位置是解此题的关键.

12. (3 分) (2017•贺州) 将一组数 $\sqrt{2}$, 2, $\sqrt{6}$, $2\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$, $\dots$, $2\sqrt{10}$, 按下列方式进行排列:

$\sqrt{2}$, 2, $\sqrt{6}$, $2\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$;

$2\sqrt{3}$, $\sqrt{14}$, 4, $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$;

$\dots$

若 2 的位置记为 (1, 2), $2\sqrt{3}$ 的位置记为 (2, 1), 则 $\sqrt{38}$ 这个数的位置记为 ()

A. (5, 4) B. (4, 4) C. (4, 5) D. (3, 5)

【考点】 22: 算术平方根.

【分析】 先找出被开方数的规律, 然后再求得 $\sqrt{38}$ 的位置即可.

【解答】 解: 这组数据可表示为: $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$;

$\sqrt{12}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{20}$;

$\dots$

$\therefore 19 \times 2=38$,

$\therefore \sqrt{38}$ 为第 4 行, 第 4 个数字.

故选: B.

【点评】 本题主要考查的是数字的变化规律, 找出其中的规律是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3分) (2017•贺州) 要使代数式 $\frac{\sqrt{2x-1}}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$.

【考点】72: 二次根式有意义的条件.

【分析】直接利用二次根式的定义、分式的有意义的条件分析得出答案.

【解答】解: 由题意可得: $2x-1 > 0$, $x-1 \neq 0$,

解得: $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$.

故答案为: $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$.

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件, 正确把握定义是解题关键.

14. (3分) (2017•贺州) 为了调查某市中小学生对“营养午餐”的满意程度, 适合采用的调查方式是 抽样调查. (填“全面调查”或“抽样调查”)

【考点】V2: 全面调查与抽样调查.

【分析】根据普查得到的调查结果比较准确, 但所费人力、物力和时间较多, 而抽样调查得到的调查结果比较近似解答.

【解答】解: 了调查某市中小学生对“营养午餐”的满意程度,
因为人员多、所费人力、物力和时间较多
所以适合采用的调查方式是抽样调查,
故答案为: 抽样调查.

【点评】本题考查的是抽样调查和全面调查的区别, 选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用, 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用普查.

15. (3分) (2017•贺州) 将多项式 $2mx^2 - 8mx + 8m$ 分解因式的结果是 $2m(x-2)^2$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

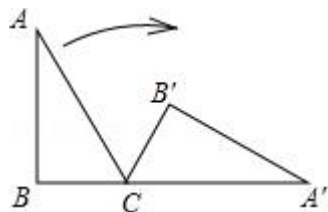
【分析】原式提取 $2m$, 再利用完全平方公式分解即可.

【解答】解: 原式 $= 2m(x^2 - 4x + 4) = 2m(x-2)^2$,

故答案为: $2m(x-2)^2$

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

16. (3分) (2017•贺州) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 1$, 将 $Rt\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转到 $\triangle A_1B_1C$ 的位置, 点 A_1 刚好落在 BC 的延长线上, 求点 A 从开始到结束所经过的路径长为 (结果保留 π) $\frac{5}{3}\pi$.



【考点】O4: 轨迹; R2: 旋转的性质.

【分析】利用正切的概念求出 AC , 根据弧长公式计算即可.

【解答】解: $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$,

$$AC = \frac{AB}{\cos 60^\circ} = 2, \quad \angle ACB = 30^\circ,$$

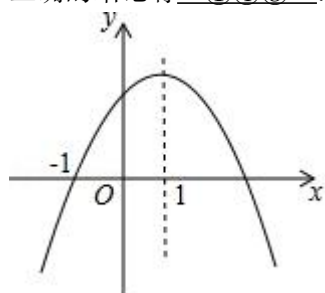
$$\therefore \angle ACA' = 150^\circ,$$

点 A 从开始到结束所经过的路径长为以 C 为圆心、2 为半径的弧，即 $\frac{150\pi \times 2}{180} = \frac{5}{3}\pi$ ，

故答案为： $\frac{5}{3}\pi$.

【点评】 本题考查的是点的轨迹以及弧长的计算，掌握弧长公式、旋转变换的性质、正确找出点的运动轨迹是解题的关键.

17. (3 分) (2017•贺州) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列结论: ① $abc < 0$; ② $2a + b < 0$; ③ $b^2 - 4ac = 0$; ④ $8a + c < 0$; ⑤ $a : b : c = -1 : 2 : 3$, 其中正确的结论有 ①④⑤.



【考点】 H4: 二次函数图象与系数的关系.

【分析】 根据图象的开口可确定 a , 结合对称轴可确定 b , 根据图象与 y 轴的交点位置可确定 c , 根据图象与 x 轴的交点个数可确定 Δ ; 根据当 $x = -2$ 时, $y < 0$; 抛物线与 x 轴的另一个交点的坐标是 $(3, 0)$, 即可得出结论.

【解答】 解: ① $\because$ 开口向下

$$\therefore a < 0$$

$\because$ 与 y 轴交于正半轴

$$\therefore c > 0$$

$\because$ 对称轴在 y 轴右侧

$$\therefore b > 0$$

$$\therefore abc < 0, \text{ 故①正确;}$$

$$\because \text{二次函数的对称轴是直线 } x = 1, \text{ 即二次函数的顶点的横坐标为 } x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore 2a + b = 0, \text{ 故②错误;}$$

$\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$$\therefore b^2 - 4ac > 0, \text{ 故③错误;}$$

$$\because b = -2a,$$

$$\therefore \text{可将抛物线的解析式化为: } y = ax^2 - 2ax + c \quad (a \neq 0);$$

由函数的图象知: 当 $x = -2$ 时, $y < 0$; 即 $4a - (-4a) + c = 8a + c < 0$, 故④正确;

$\because$ 二次函数的图象和 x 轴的一个交点时 $(-1, 0)$, 对称轴是直线 $x = 1$,

$\therefore$ 另一个交点的坐标是 $(3, 0)$,

$$\therefore \text{设 } y = ax^2 + bx + c = a(x - 3)(x + 1) = ax^2 - 2ax - 3a,$$

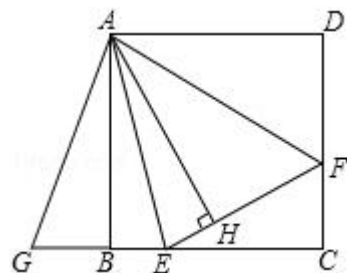
$$\text{即 } a = a, \quad b = -2a, \quad c = -3a,$$

$$\therefore a : b : c = a : (-2a) : (-3a) = -1 : 2 : 3, \text{ 故⑤正确;}$$

故答案为：①④⑤.

【点评】本题主要考查图象与二次函数系数之间的关系，会利用对称轴的范围求 $2a$ 与 b 的关系，以及二次函数与方程之间的转换，根的判别式的熟练运用.

18. (3分) (2017•贺州) 如图，在正方形 $ABCD$ 内作 $\angle EAF=45^\circ$ ， AE 交 BC 于点 E ， AF 交 CD 于点 F ，连接 EF ，过点 A 作 $AH \perp EF$ ，垂足为 H ，将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle ABG$ ，若 $BE=2$ ， $DF=3$ ，则 AH 的长为 6.



【考点】R2：旋转的性质；LE：正方形的性质.

【分析】由旋转的性质可知： $AF=AG$ ， $\angle DAF=\angle BAG$ ，接下来在证明 $\angle GAE=\angle FAE$ ，由全等三角形的性质可知： $AB=AH$ ， $GE=EF=5$. 设正方形的边长为 x ，接下来，在 $Rt\triangle EFC$ 中，依据勾股定理列方程求解即可.

【解答】解：由旋转的性质可知： $AF=AG$ ， $\angle DAF=\angle BAG$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore \angle BAD=90^\circ$.

又 $\because \angle EAF=45^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE+\angle DAF=45^\circ$.

$\therefore \angle BAG+\angle BAE=45^\circ$.

$\therefore \angle GAE=\angle FAE$.

在 $\triangle GAE$ 和 $\triangle FAE$ 中
$$\begin{cases} AG=AF \\ \angle GAE=\angle FAE \\ AE=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle GAE \cong \triangle FAE$.

$\therefore AB \perp GE$ ， $AH \perp EF$ ，

$\therefore AB=AH$ ， $GE=EF=5$.

设正方形的边长为 x ，则 $EC=x-2$ ， $FC=x-3$.

在 $Rt\triangle EFC$ 中，由勾股定理得： $EF^2=FC^2+EC^2$ ，即 $(x-2)^2+(x-3)^2=25$.

解得： $x=6$.

$\therefore AB=6$.

$\therefore AH=6$.

故答案为：6.

【点评】本题主要考查的是四边形的综合应用，解答本题主要应用了旋转的性质、全等三角形的性质和判定、勾股定理的应用，正方形的性质，依据旋转的性质构造全等三角形和直角三角形是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 小题，共 66 分)

19. (6分) (2017•贺州) 计算： $(-1)^{2017}+\sqrt{9}-(\pi-3)^0+2\cos 30^\circ$.

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】直接利用算术平方根的性质以及零指数幂的性质和特殊角的三角函数值分别化简求出答案.

【解答】解：原式 $=-1+3-1+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
 $=1+\sqrt{3}$.

【点评】此题主要考查了算术平方根的性质以及零指数幂的性质和特殊角的三角函数值，正确化简各数是解题关键.

20. (6分) (2017•贺州) 先化简，再求值： $\frac{x^2+2x+1}{x^2-x}\div(1+\frac{1}{x})$ ，其中 $x=\sqrt{3}+1$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解：原式 $=\frac{(x+1)^2}{x(x+1)(x-1)}\cdot\frac{x}{x+1}$
 $=\frac{1}{x-1}$
当 $x=\sqrt{3}+1$ 时，
原式 $=\frac{1}{\sqrt{3}+1-1}$
 $=\frac{\sqrt{3}}{3}$

【点评】本题考查分式的运算，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型.

21. (8分) (2017•贺州) 在“植树节”期间，小王、小李两人想通过摸球的方式来决定谁去参加学校植树活动，规则如下：在两个盒子内分别装入标有数字 1，2，3，4 的四个和标有数字 1，2，3 的三个完全相同的小球，分别从两个盒子中分摸出一个球，如果所摸出的球上的数字之和小于 6，那么小王去，否则就是小李去.

(1) 用树状图或列表法求出小王去的概率；

(2) 小李说：“这种规则不公平”，你认同他的说法吗？请说明理由.

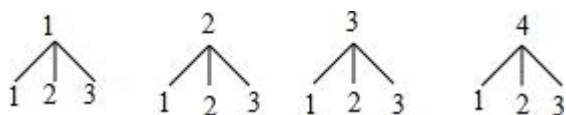
【考点】X7：游戏公平性；X6：列表法与树状图法.

【分析】(1) 先利用画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，然后根据概率公式求解即可；

(2) 分别计算出小王和小李去植树的概率即可知道规则是否公平.

【解答】解：

(1) 画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中摸出的球上的数字之和小于 6 的情况有 9 种，

所以 $P(\text{小王})=\frac{3}{4}$

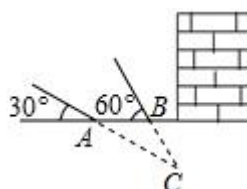
(2) 不公平，理由如下：

$\therefore P(\text{小王})=\frac{3}{4}$ $P(\text{小李})=\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}\neq\frac{1}{4}$

∴ 规则不公平.

【点评】 本题考查的是游戏公平性的判断. 判断游戏公平性就要计算每个事件的概率, 概率相等就公平, 否则就不公平. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (8 分) (2017•贺州) 如图, 某武警部队在一次地震抢险救灾行动中, 探险队员在相距 4 米的水平地面 A, B 两处均探测出建筑物下方 C 处有生命迹象, 已知在 A 处测得探测线与地面的夹角为 30° , 在 B 处测得探测线与地面的夹角为 60° , 求该生命迹象 C 处于地面的距离. (结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 过 C 点作 AB 的垂线交 AB 的延长线于点 D, 由三角形外角的性质可得出 $\angle ACB = 30^\circ$, 进而可得出 $BC = AB = 4$ 米, 在 $\text{Rt}\triangle CDB$ 中利用锐角三角函数的定义即可求出 CD 的值.

【解答】 解: 过 C 点作 AB 的垂线交 AB 的延长线于点 D,

$$\because \angle CAD = 30^\circ, \angle CBD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle ACB = 30^\circ,$$

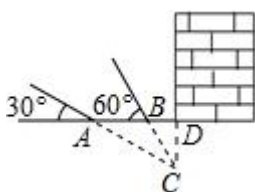
$$\therefore BC = AB = 4 \text{ 米},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle CDB \text{ 中, } BC = 4 \text{ 米, } \angle CBD = 60^\circ, \sin \angle CBD = \frac{CD}{BC},$$

$$\therefore \sin 60^\circ = \frac{CD}{4},$$

$$\therefore CD = 4 \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \approx 3.5 \text{ (米)},$$

故该生命迹象所在位置的深度约为 3.5 米.



【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形是解答此题的关键.

23. (8 分) (2017•贺州) 政府为了美化人民公园, 计划对公园某区域进行改造, 这项工程先由甲工程队施工 10 天完成了工程的 $\frac{1}{4}$, 为了加快工程进度, 乙工程队也加入施工, 甲、乙两个工程队合作 10 天完成了剩余的工程, 求乙工程队单独完成这项工程需要几天.

【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 可设乙工程队单独完成这项工程需要 x 天, 根据等量关系: 甲、乙两个工程队合作 10 天完成了剩余的工程, 即工程总量的 $1 - \frac{1}{4}$, 依此列出方程求解即可.

【解答】解：设乙工程队单独完成这项工程需要 x 天，依题意有

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{40}\right) \times 10 = 1 - \frac{1}{4},$$

解得 $x=20$,

经检验, $x=20$ 是原方程的解.

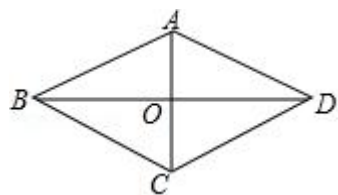
答：乙工程队单独完成这项工程需要 20 天.

【点评】本题考查分式方程的应用，分析题意，找到合适的等量关系是解决问题的关键. 此题等量关系比较多，主要用到公式：工作总量=工作效率×工作时间.

24. (8 分) (2017•贺州) 如图，在四边形 ABCD 中， $AB=AD$ ，BD 平分 $\angle ABC$ ， $AC \perp BD$ ，垂足为点 O.

(1) 求证：四边形 ABCD 是菱形；

(2) 若 $CD=3$ ， $BD=2\sqrt{5}$ ，求四边形 ABCD 的面积.



【考点】LA：菱形的判定与性质.

【分析】(1) 根据等腰三角形的性质得到 $\angle ABD = \angle ADB$ ，根据角平分线的定义得到 $\angle ABD = \angle CBD$ ，等量代换得到 $\angle ADB = \angle CBD$ ，根据全等三角形的性质得到 $AO = OC$ ，于是得到结论；

(2) 根据菱形的性质得到 $OD = \frac{1}{2}BD = \sqrt{5}$ ，根据勾股定理得到 $OC = \sqrt{CD^2 - OD^2} = 2$ ，于是得到结论.

【解答】(1) 证明： $\because AB=AD$,

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB,$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD,$$

$$\because AC \perp BD, AB=AD,$$

$$\therefore BO=DO,$$

$$\text{在 } \triangle AOD \text{ 与 } \triangle COB \text{ 中, } \begin{cases} \angle AOD = \angle COB \\ OB = OD \\ \angle ADB = \angle CBD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB,$$

$$\therefore AO=OC,$$

$$\because AC \perp BD,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是菱形};$$

(2) 解： $\because$ 四边形 ABCD 是菱形，

$$\therefore OD = \frac{1}{2}BD = \sqrt{5},$$

$$\therefore OC = \sqrt{CD^2 - OD^2} = 2,$$

$$\therefore AC=4,$$

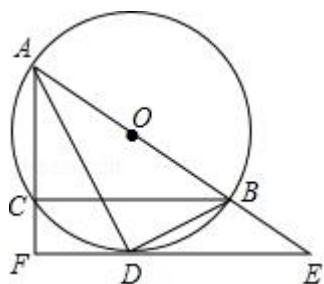
$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = 4\sqrt{5}.$$

【点评】 本题考查了菱形的性质和判定，勾股定理，菱形的面积的计算，全等三角形的判定与性质，角平分线的定义，熟练掌握菱形的判定和性质定理是解题的关键.

25. (10分) (2017•贺州) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AB 为直径， $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ，过点 D 的切线分别交 AB ， AC 的延长线于 E ， F ，连接 BD 。

(1) 求证： $AF \perp EF$ ；

(2) 若 $AC=6$ ， $CF=2$ ，求 $\odot O$ 的半径。



【考点】 MC：切线的性质；M5：圆周角定理.

【分析】 (1) 连接 OD ，由切线的性质和已知条件可证得 $OD \parallel EF$ ，则可证得结论；

(2) 过 D 作 $DG \perp AE$ 于点 G ，连接 CD ，则可证得 $\triangle ADF \cong \triangle ADG$ 、 $\triangle CDF \cong \triangle BDG$ ，则可求得 AB 的长，可求得圆的半径.

【解答】 (1) 证明：

如图 1，连接 OD ，

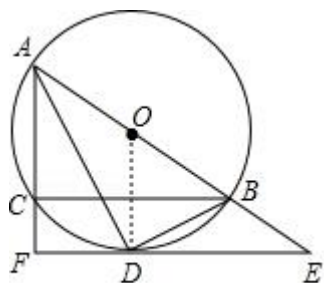


图1

$\because EF$ 是 $\odot O$ 的切线，且点 D 在 $\odot O$ 上，

$$\therefore OD \perp EF,$$

$$\because OA=OD,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle ADO,$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle DAC,$$

$$\therefore AF \parallel OD,$$

$$\therefore AF \perp EF;$$

(2) 解：

如图 2，过 D 作 $DG \perp AE$ 于点 G ，连接 CD ，

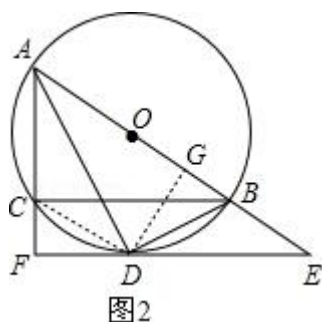


图2

$\because \angle BAD = \angle DAF$, $AF \perp EF$, $DG \perp AE$,
 $\therefore BD = CD$, $DG = DF$,
 在 $Rt\triangle ADF$ 和 $Rt\triangle ADG$ 中

$$\begin{cases} AD = AD \\ DF = DG \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle ADF \cong Rt\triangle ADG$ (HL),
 同理可得 $Rt\triangle CDF \cong Rt\triangle BDG$,
 $\therefore BG = CF = 2$, $AG = AF = AC + CF = 6 + 2 = 8$,
 $\therefore AB = AG + BG = 8 + 2 = 10$,
 $\therefore \odot O$ 的半径 $OA = \frac{1}{2}AB = 5$.

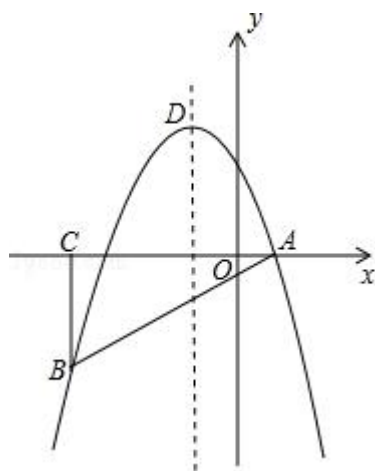
【点评】 本题主要考查切线的性质及圆周角定理，掌握过切点的半径与切线垂直是解题的关键，注意全等三角形的应用.

26. (12分) (2017•贺州) 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\angle ACB = 90^\circ$ ，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 A, B 两点，其中点 A, C 的坐标分别为 (1, 0), (-4, 0)，抛物线的顶点为点 D.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 点 E 是直角三角形 ABC 斜边 AB 上的一个动点 (不与 A, B 重合)，过点 E 作 x 轴的垂线，交抛物线于点 F，当线段 FE 的长度最大时，求点 E 的坐标；

(3) 在 (2) 的条件下，抛物线上是否存在一点 P，使 $\triangle PEF$ 是以 EF 为直角边的直角三角形？若存在，求出所有点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 首先依据等腰直角三角形的性质求得点 B 的坐标，然后将点 A 和点 B 的坐标

代入抛物线的解析式求解即可；

(2) 设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$ ，将点 A 和点 B 的坐标代入可求得直线 AB 的解析式，设点 E 的坐标为 $(t, t-1)$ ，则点 F 的坐标为 $(t, -t^2-2t+3)$ ，然后列出 EF 关于 t 的函数关系式，最后利用配方法求得 EF 的最大值即可；

(3) 过点 F 作直线 $a \perp EF$ ，交抛物线于点 P，过点 E 作直线 $b \perp EF$ ，交抛物线 P' 、 P'' ，先求得点 E 和点 F 的纵坐标，然后将点 E 和点 F 的纵坐标代入抛物线的解析式求得对应的 x 的值，从而可求得点 P、 P' 、 P'' 的坐标。

【解答】解：(1) $\because A, C$ 的坐标分别为 $(1, 0), (-4, 0)$ ，

$$\therefore AC=5.$$

$\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\angle C=90^\circ$ ，

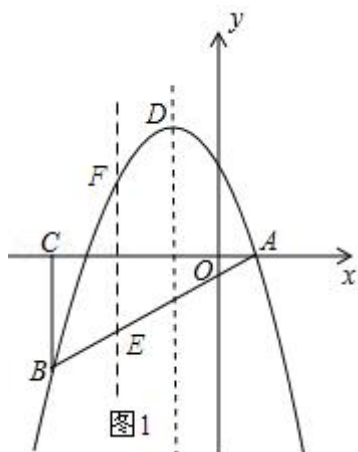
$$\therefore BC=AC=5.$$

$$\therefore B(-4, -5).$$

将点 A 和点 B 的坐标代入得：
$$\begin{cases} -1+b+c=0 \\ -16-4b+c=-5 \end{cases}$$
 解得：
$$\begin{cases} b=-2 \\ c=3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-x^2-2x+3$ 。

(2) 如图 1 所示：



设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$ ，将点 A 和点 B 的坐标代入得：
$$\begin{cases} k+b=0 \\ -4k+b=-5 \end{cases}$$
 解得： $k=1$ ，

$$b=-1.$$

所以直线 AB 的解析式为 $y=x-1$ 。

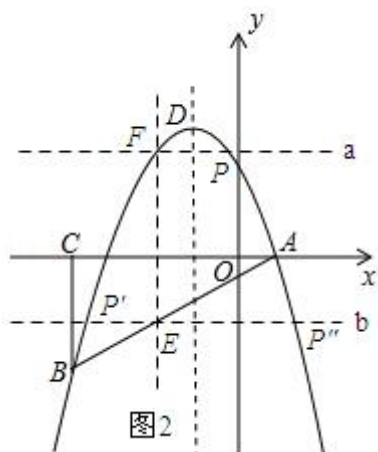
设点 E 的坐标为 $(t, t-1)$ ，则点 F 的坐标为 $(t, -t^2-2t+3)$ 。

$$\therefore EF = -t^2 - 2t + 3 - (t - 1) = -t^2 - 3t + 4 = \left(t + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}.$$

$\therefore$ 当 $t = -\frac{3}{2}$ 时，FE 取最大值 $\frac{25}{4}$ ，此时，点 E 的坐标为 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ 。

(3) 存在点 P，能使 $\triangle PEF$ 是以 EF 为直角边的直角三角形。

理由：如图所示：过点 F 作直线 $a \perp EF$ ，交抛物线于点 P，过点 E 作直线 $b \perp EF$ ，交抛物线 P' 、 P'' 。



由 (2) 可知点 E 的坐标为 $(t, t-1)$, 则点 F 的坐标为 $(t, -t^2-2t+3)$, $t=-\frac{3}{2}$,

$\therefore$ 点 E $(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2})$ 、F $(-\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$.

①当 $-t^2-2t+3=\frac{15}{4}$ 时, 解得: $x=-\frac{1}{2}$ 或 $x=-\frac{3}{2}$ (舍去).

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-\frac{1}{2}, \frac{15}{4})$.

②当 $-t^2-2t+3=-\frac{5}{2}$ 时, 解得: $x=-1+\frac{\sqrt{26}}{2}$ 或 $x=-1-\frac{\sqrt{26}}{2}$.

$\therefore$ 点 P' $(-1-\frac{\sqrt{26}}{2}, -\frac{5}{2})$, P'' $(-1+\frac{\sqrt{26}}{2}, -\frac{5}{2})$.

综上所述, 点 P 的坐标为 $(-\frac{1}{2}, \frac{15}{4})$ 或 $(-1-\frac{\sqrt{26}}{2}, -\frac{5}{2})$ 或 P'' $(-1+\frac{\sqrt{26}}{2}, -\frac{5}{2})$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式、等腰直角三角形的性质、二次函数的性质, 列出 EF 的长关于 t 的函数关系式是解题的关键.