

2017 年广西贵港市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

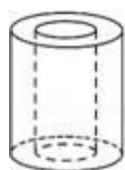
1. 7 的相反数是 ()

- A. 7 B. -7 C. $\frac{1}{7}$ D. $-\frac{1}{7}$

2. 数据 3, 2, 4, 2, 5, 3, 2 的中位数和众数分别是 ()

- A. 2, 3 B. 4, 2 C. 3, 2 D. 2, 2

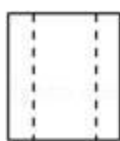
3. 如图是一个空心圆柱体，它的左视图是 ()



A.



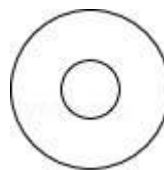
B.



C.



D.



4. 下列二次根式中，最简二次根式是 ()

- A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{\frac{1}{5}}$ D. $\sqrt{a^2}$

5. 下列运算正确的是 ()

- A. $3a^2+a=3a^3$ B. $2a^3 \cdot (-a^2) = -2a^5$ C. $4a^6+2a^2=2a^3$ D. $(-3a)^2 - a^2 = 8a^2$

6. 在平面直角坐标系中，点 P (m-3, 4-2m) 不可能在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

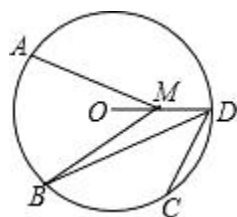
7. 下列命题中假命题是 ()

- A. 正六边形的外角和等于 360° B. 位似图形必定相似
C. 样本方差越大，数据波动越小 D. 方程 $x^2+x+1=0$ 无实数根

8. 从长为 3, 5, 7, 10 的四条线段中任意选取三条作为边，能构成三角形的概率是 ()

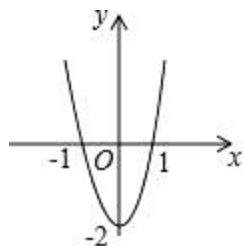
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

9. 如图，A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的四个点，B 是 $\widehat{AC}$ 的中点，M 是半径 OD 上任意一点. 若 $\angle BDC = 40^\circ$ ，则 $\angle AMB$ 的度数不可能是 ()



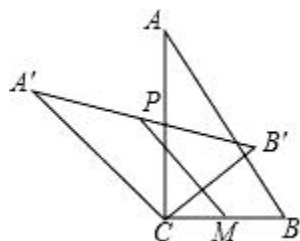
- A. 45° B. 60° C. 75° D. 85°

10. 将如图所示的抛物线向右平移 1 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度后，得到的抛物线解析式是 ()



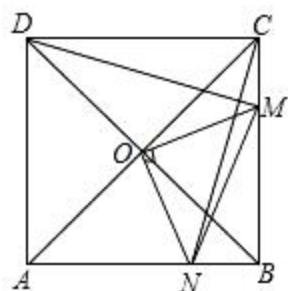
- A. $y = (x - 1)^2 + 1$ B. $y = (x + 1)^2 + 1$
C. $y = 2(x - 1)^2 + 1$ D. $y = 2(x + 1)^2 + 1$

11. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 逆时针旋转得到 $\triangle A'B'C$ ， M 是 BC 的中点， P 是 $A'B'$ 的中点，连接 PM 。若 $BC = 2$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，则线段 PM 的最大值是 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

12. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， O 是对角线 AC 与 BD 的交点， M 是 BC 边上的动点 (点 M 不与 B , C 重合)， $CN \perp DM$ ， CN 与 AB 交于点 N ，连接 OM ， ON ， MN 。下列五个结论：① $\triangle CNB \cong \triangle DMC$ ；② $\triangle CON \cong \triangle DOM$ ；③ $\triangle OMN \sim \triangle OAD$ ；④ $AN^2 + CM^2 = MN^2$ ；⑤若 $AB = 2$ ，则 $S_{\triangle OMN}$ 的最小值是 $\frac{1}{2}$ ，其中正确结论的个数是 ()



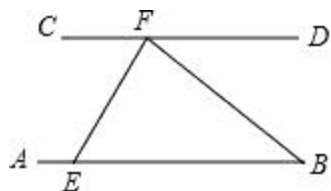
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题 (每题 3 分，满分 18 分，将答案填在答题纸上)

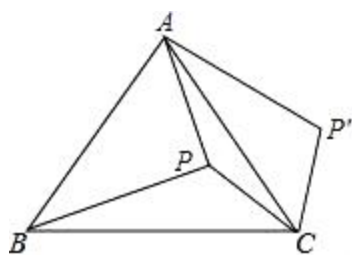
13. 计算： $-3 - 5 =$ _____.

14. 中国的领水面积约为 $370\,000\text{km}^2$ ，将数 370 000 用科学记数法表示为_____.

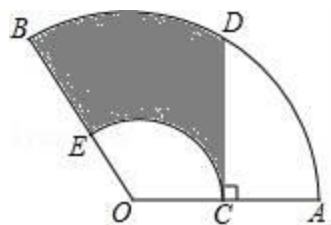
15. 如图， $AB \parallel CD$ ，点 E 在 AB 上，点 F 在 CD 上，如果 $\angle CFE : \angle EFB = 3 : 4$ ， $\angle ABF = 40^\circ$ ，那么 $\angle BEF$ 的度数为_____.



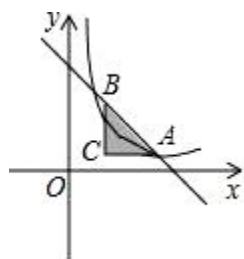
16. 如图，点 P 在等边 $\triangle ABC$ 的内部，且 $PC=6$ ， $PA=8$ ， $PB=10$ ，将线段 PC 绕点 C 顺时针旋转 60° 得到 $P'C$ ，连接 AP' ，则 $\sin \angle PAP'$ 的值为_____.



17. 如图，在扇形 OAB 中，C 是 OA 的中点， $CD \perp OA$ ，CD 与 $\widehat{AB}$ 交于点 D，以 O 为圆心，OC 的长为半径作 $\widehat{CE}$ 交 OB 于点 E，若 $OA=4$ ， $\angle AOB=120^\circ$ ，则图中阴影部分的面积为_____。（结果保留 π ）



18. 如图，过 $C(2, 1)$ 作 $AC \parallel x$ 轴， $BC \parallel y$ 轴，点 A，B 都在直线 $y = -x + 6$ 上，若双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 与 $\triangle ABC$ 总有公共点，则 k 的取值范围是_____.



三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

19. (1) 计算: $|-3| + (\sqrt{5} + \pi)^0 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - 2\cos 60^\circ$;

(2) 先化简, 再求值: $\left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1}\right) + \frac{4+2a}{a^2-1}$, 其中 $a = -2 + \sqrt{2}$.

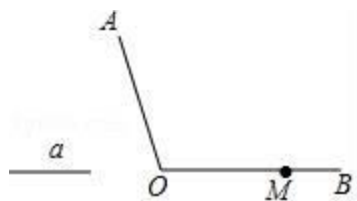
20. 尺规作图（不写作法，保留作图痕迹）:

已知线段 a 和 $\angle AOB$, 点 M 在 OB 上（如图所示）.

(1) 在 OA 边上作点 P , 使 $OP=2a$;

(2) 作 $\angle AOB$ 的平分线;

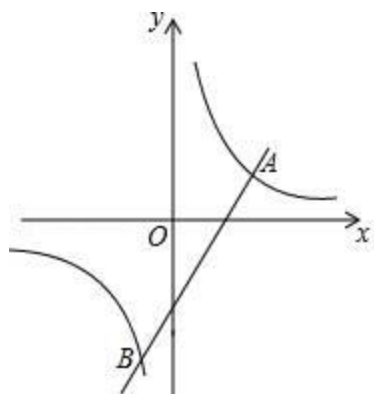
(3) 过点 M 作 OB 的垂线.



21. 如图, 一次函数 $y=2x-4$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象交于 A, B 两点, 且点 A 的横坐标为 3.

(1) 求反比例函数的解析式;

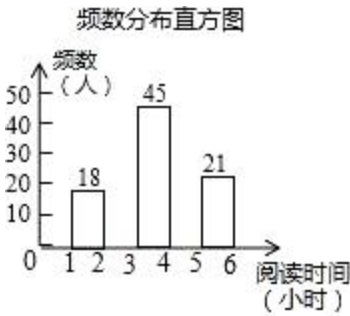
(2) 求点 B 的坐标.



22. 在开展“经典阅读”活动中，某学校为了解全校学生利用课外时间阅读的情况，学校团委随机抽取若干名学生，调查他们一周的课外阅读时间，并根据调查结果绘制了如下尚不完整的统计表。根据图表信息，解答下列问题：

频率分布表

阅读时间 (小时)	频数 (人)	频率
$1 \leq x < 2$	18	0.12
$2 \leq x < 3$	a	m
$3 \leq x < 4$	45	0.3
$4 \leq x < 5$	36	n
$5 \leq x < 6$	21	0.14
合计	b	1



- (1) 填空：a=_____，b=_____，m=_____，n=_____；
- (2) 将频数分布直方图补充完整（画图后请标注相应的频数）；
- (3) 若该校有 3000 名学生，请根据上述调查结果，估算该校学生一周的课外阅读时间不足三小时的人数。

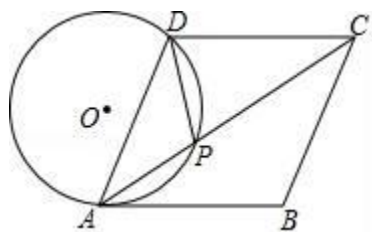
23. 某次篮球联赛初赛阶段，每队有 10 场比赛，每场比赛都要分出胜负，每队胜一场得 2 分，负一场得 1 分，积分超过 15 分才能获得参赛资格。

- (1) 已知甲队在初赛阶段的积分为 18 分，求甲队初赛阶段胜、负各多少场；
- (2) 如果乙队要获得参加决赛资格，那么乙队在初赛阶段至少要胜多少场？

24. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 P 在对角线 AC 上，且 $PA=PD$ ， $\odot O$ 是 $\triangle PAD$ 的外接圆.

(1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AC=8$, $\tan \angle BAC = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 $\odot O$ 的半径.

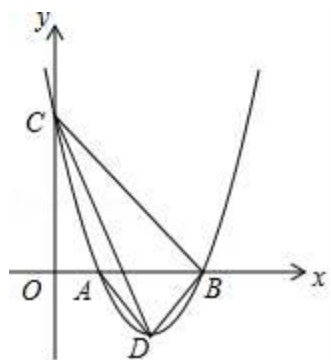


25. 如图，抛物线 $y=a(x-1)(x-3)$ 与 x 轴交于 A , B 两点，与 y 轴的正半轴交于点 C , 其顶点为 D .

(1) 写出 C , D 两点的坐标 (用含 a 的式子表示);

(2) 设 $S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ABD} = k$, 求 k 的值;

(3) 当 $\triangle BCD$ 是直角三角形时，求对应抛物线的解析式.



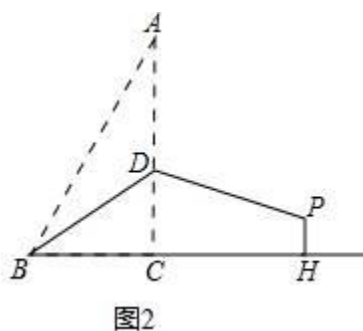
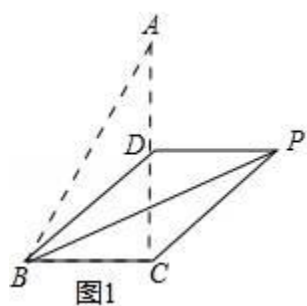
26. 已知，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=2$ ， D 是 AC 边上的一个动点，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 所在直线折叠，使点 A 落在点 P 处.

(1) 如图 1，若点 D 是 AC 中点，连接 PC .

①写出 BP ， BD 的长；

②求证：四边形 $BCPD$ 是平行四边形.

(2) 如图 2，若 $BD=AD$ ，过点 P 作 $PH\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 H ，求 PH 的长.



2017 年广西贵港市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 7 的相反数是 ()

- A. 7 B. -7 C. $\frac{1}{7}$ D. $-\frac{1}{7}$

【考点】14: 相反数.

【分析】根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号，求解即可.

【解答】解：7 的相反数是 -7，

故选：B.

2. 数据 3, 2, 4, 2, 5, 3, 2 的中位数和众数分别是 ()

- A. 2, 3 B. 4, 2 C. 3, 2 D. 2, 2

【考点】W5: 众数; W4: 中位数.

【分析】根据中位数和众数的定义分别进行解答即可.

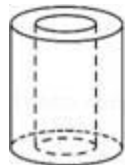
【解答】解：把这组数据从小到大排列：2, 2, 2, 3, 3, 4, 5，
最中间的数是 3，

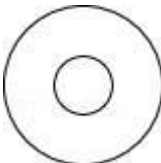
则这组数据的中位数是 3；

2 出现了 3 次，出现的次数最多，则众数是 2.

故选：C.

3. 如图是一个空心圆柱体，它的左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

【考点】U1: 简单几何体的三视图.

【分析】根据从左边看得到的图形是左视图，可得答案.

【解答】解：从左边看是三个矩形，中间矩形的左右两边是虚线，
故选：B.

4. 下列二次根式中，最简二次根式是 ()

- A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{\frac{1}{5}}$ D. $\sqrt{a^2}$

【考点】74: 最简二次根式.

【分析】检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

【解答】解：A、被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式，故 A 符合题意；

B、被开方数含能开得尽方的因数或因式，故 B 不符合题意；

C、被开方数含分母，故 C 不符合题意；

D、被开方数含能开得尽方的因数或因式，故 D 不符合题意；

故选：A.

5. 下列运算正确的是 ()

A. $3a^2+a=3a^3$ B. $2a^3 \cdot (-a^2) = 2a^5$ C. $4a^6+2a^2=2a^3$ D. $(-3a)^2 - a^2 = 8a^2$

【考点】49: 单项式乘单项式; 35: 合并同类项; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】运用合并同类项, 单项式乘以单项式, 幂的乘方等运算法则运算即可.

【解答】解: A. $3a^2$ 与 a 不是同类项, 不能合并, 所以 A 错误;

B. $2a^3 \cdot (-a^2) = 2 \times (-1) a^5 = -2a^5$, 所以 B 错误;

C. $4a^6$ 与 $2a^2$ 不是同类项, 不能合并, 所以 C 错误;

D. $(-3a)^2 - a^2 = 9a^2 - a^2 = 8a^2$, 所以 D 正确,

故选 D.

6. 在平面直角坐标系中, 点 P ($m-3$, $4-2m$) 不可能在 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】D1: 点的坐标.

【分析】分点 P 的横坐标是正数和负数两种情况讨论求解.

【解答】解: ① $m-3 > 0$, 即 $m > 3$ 时, $-2m < -6$,

$4-2m < -2$,

所以, 点 P ($m-3$, $4-2m$) 在第四象限, 不可能在第一象限;

② $m-3 < 0$, 即 $m < 3$ 时, $-2m > -6$,

$4-2m > -2$,

点 P ($m-3$, $4-2m$) 可以在第二或三象限,

综上所述, 点 P 不可能在第一象限.

故选 A.

7. 下列命题中假命题是 ()

A. 正六边形的外角和等于 360°

B. 位似图形必定相似

C. 样本方差越大, 数据波动越小

D. 方程 $x^2+x+1=0$ 无实数根

【考点】O1: 命题与定理.

【分析】根据正确的命题是真命题, 错误的命题是假命题进行分析即可.

【解答】解: A、正六边形的外角和等于 360° , 是真命题;

B、位似图形必定相似, 是真命题;

C、样本方差越大, 数据波动越小, 是假命题;

D、方程 $x^2+x+1=0$ 无实数根, 是真命题;

故选: C.

8. 从长为 3, 5, 7, 10 的四条线段中任意选取三条作为边, 能构成三角形的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

【考点】X6: 列表法与树状图法; K6: 三角形三边关系.

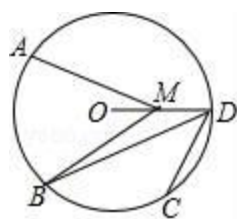
【分析】列举出所有等可能的情况数, 找出能构成三角形的情况数, 即可求出所求概率.

【解答】解: 从长为 3, 5, 7, 10 的四条线段中任意选取三条作为边, 所有等可能情况有: 3, 5, 7; 3, 5, 10; 3, 7, 10; 5, 7, 10, 共 4 种, 其中能构成三角形的情况有: 3, 5, 7; 5, 7, 10, 共 2 种,

$$\text{则 } P(\text{能构成三角形}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

故选 B

9. 如图, A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的四个点, B 是 $\widehat{AC}$ 的中点, M 是半径 OD 上任意一点. 若 $\angle BDC = 40^\circ$, 则 $\angle AMB$ 的度数不可能是 ()

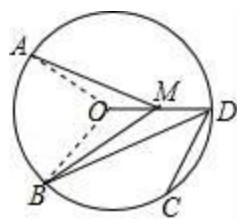


- A. 45° B. 60° C. 75° D. 85°

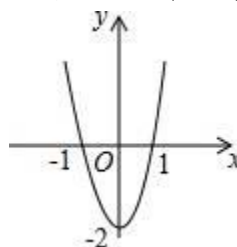
【考点】M5: 圆周角定理; M4: 圆心角、弧、弦的关系.

【分析】根据圆周角定理求得 $\angle AOB$ 的度数, 则 $\angle AOB$ 的度数一定不小于 $\angle AMB$ 的度数, 据此即可判断.

【解答】解: $\because B$ 是 $\widehat{AC}$ 的中点,
 $\therefore \angle AOB = 2\angle BDC = 80^\circ$,
 又 $\because M$ 是 OD 上一点,
 $\therefore \angle AMB \leq \angle AOB = 80^\circ$.
 则不符合条件的只有 85° .
 故选 D.



10. 将如图所示的抛物线向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 3 个单位长度后, 得到的抛物线解析式是 ()



A. $y = (x-1)^2 + 1$ B. $y = (x+1)^2 + 1$ C. $y = 2(x-1)^2 + 1$ D. $y = 2(x+1)^2 + 1$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】根据平移规律, 可得答案.

【解答】解: 由图象, 得

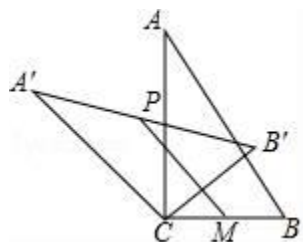
$$y = 2x^2 - 2,$$

由平移规律, 得

$$y = 2(x-1)^2 + 1,$$

故选: C.

11. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 逆时针旋转得到 $\triangle A'B'C$, M 是 BC 的中点, P 是 $A'B'$ 的中点, 连接 PM . 若 $BC = 2$, $\angle BAC = 30^\circ$, 则线段 PM 的最大值是 ()



A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

【考点】R2: 旋转的性质.

【分析】如图连接 PC . 思想求出 $PC = 2$, 根据 $PM \leq PC + CM$, 可得 $PM \leq 3$, 由此即可解决问题.

【解答】解: 如图连接 PC .

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle A = 30^\circ$, $BC = 2$,

$$\therefore AB = 4,$$

根据旋转不变性可知, $A'B' = AB = 4$,

$$\therefore A'P = PB',$$

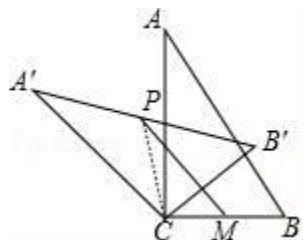
$$\therefore PC = \frac{1}{2}A'B' = 2,$$

$$\because CM = BM = 1,$$

又 $\because PM \leq PC + CM$, 即 $PM \leq 3$,

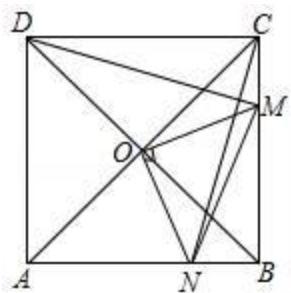
$\therefore PM$ 的最大值为 3 (此时 P, C, M 共线).

故选 B.



12. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, O 是对角线 AC 与 BD 的交点, M 是 BC 边上的动点 (点 M 不与 B, C 重合), $CN \perp DM$, CN 与 AB 交于点 N , 连接 OM, ON, MN . 下列五个结论: ① $\triangle CNB \cong \triangle DMC$; ② $\triangle CON \cong \triangle DOM$; ③ $\triangle OMN \sim \triangle OAD$; ④ $AN^2 + CM^2 = MN^2$; ⑤ 若 $AB = 2$,

则 $S_{\triangle OMN}$ 的最小值是 $\frac{1}{2}$, 其中正确结论的个数是 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; KD: 全等三角形的判定与性质; LE: 正方形的性质.

【分析】 根据正方形的性质, 依次判定 $\triangle CNB \cong \triangle DMC$, $\triangle OCM \cong \triangle OBN$, $\triangle CON \cong \triangle DOM$, $\triangle OMN \sim \triangle OAD$, 根据全等三角形的性质以及勾股定理进行计算即可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 正方形 $ABCD$ 中, $CD=BC$, $\angle BCD=90^\circ$,
 $\therefore \angle BCN + \angle DCN = 90^\circ$,
 又 $\because CN \perp DM$,
 $\therefore \angle CDM + \angle DCN = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BCN = \angle CDM$,
 又 $\because \angle CBN = \angle DCM = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle CNB \cong \triangle DMC$ (ASA), 故①正确;

根据 $\triangle CNB \cong \triangle DMC$, 可得 $CM=BN$,
 又 $\because \angle OCM = \angle OBN = 45^\circ$, $OC=OB$,
 $\therefore \triangle OCM \cong \triangle OBN$ (SAS),
 $\therefore OM=ON$, $\angle COM = \angle BON$,
 $\therefore \angle DOC + \angle COM = \angle COB + \angle BON$, 即 $\angle DOM = \angle CON$,
 又 $\because DO=CO$,
 $\therefore \triangle CON \cong \triangle DOM$ (SAS), 故②正确;

$\because \angle BON + \angle BOM = \angle COM + \angle BOM = 90^\circ$,
 $\therefore \angle MON = 90^\circ$, 即 $\triangle MON$ 是等腰直角三角形,
 又 $\because \triangle AOD$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore \triangle OMN \sim \triangle OAD$, 故③正确;

$\because AB=BC$, $CM=BN$,
 $\therefore BM=AN$,
 又 $\because$ 在 $Rt\triangle BMN$ 中, $BM^2 + BN^2 = MN^2$,
 $\therefore AN^2 + CM^2 = MN^2$, 故④正确;

$\because \triangle OCM \cong \triangle OBN$,
 $\therefore$ 四边形 $BMON$ 的面积 $= \triangle BOC$ 的面积 $= 1$, 即四边形 $BMON$ 的面积是定值 1,
 $\therefore$ 当 $\triangle MNB$ 的面积最大时, $\triangle MNO$ 的面积最小,

设 $BN=x=CM$, 则 $BM=2-x$,

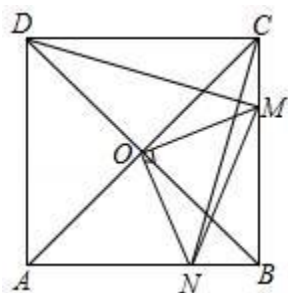
$$\therefore \triangle MNB \text{ 的面积} = \frac{1}{2}x(2-x) = -\frac{1}{2}x^2+x,$$

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, $\triangle MNB$ 的面积有最大值 $\frac{1}{2}$,

此时 $S_{\triangle OMN}$ 的最小值是 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, 故⑤正确;

综上所述, 正确结论的个数是 5 个,

故选: D.



二、填空题 (每题 3 分, 满分 18 分, 将答案填在答题纸上)

13. 计算: $-3-5=$ -8 .

【考点】1A: 有理数的减法.

【分析】根据有理数的减法运算法则进行计算即可得解.

【解答】解: $-3-5=-8$.

故答案为: -8 .

14. 中国的领水面积约为 $370\,000\text{km}^2$, 将数 $370\,000$ 用科学记数法表示为 3.7×10^5 .

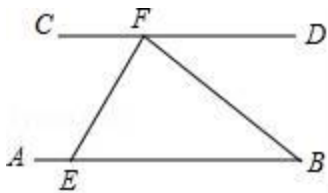
【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数. 确定 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$, n 为整数) 中 n 的值, 由于 $370\,000$ 有 6 位, 所以可以确定 $n=6-1=5$.

【解答】解: $370\,000=3.7 \times 10^5$,

故答案为: 3.7×10^5 .

15. 如图, $AB \parallel CD$, 点 E 在 AB 上, 点 F 在 CD 上, 如果 $\angle CFE: \angle EFB=3: 4$, $\angle ABF=40^\circ$, 那么 $\angle BEF$ 的度数为 60° .

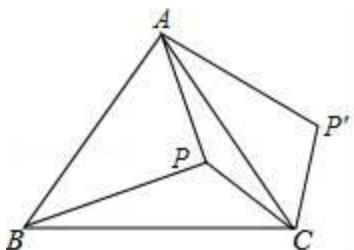


【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】先根据平行线的性质, 得到 $\angle CFB$ 的度数, 再根据 $\angle CFE: \angle EFB=3: 4$ 以及平行线的性质, 即可得出 $\angle BEF$ 的度数.

【解答】解：∵ $AB \parallel CD$, $\angle ABF = 40^\circ$,
 $\therefore \angle CFB = 180^\circ - \angle B = 140^\circ$,
 又∵ $\angle CFE : \angle EFB = 3 : 4$,
 $\therefore \angle CFE = \frac{3}{7} \angle CFB = 60^\circ$,
 $\therefore AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle BEF = \angle CFE = 60^\circ$,
 故答案为： 60° .

16. 如图，点 P 在等边 $\triangle ABC$ 的内部，且 $PC=6$, $PA=8$, $PB=10$ ，将线段 PC 绕点 C 顺时针旋转 60° 得到 $P'C$ ，连接 AP' ，则 $\sin \angle PAP'$ 的值为 $\frac{3}{5}$.

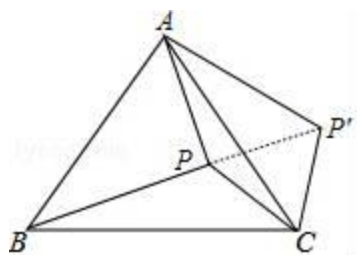


【考点】R2：旋转的性质；KK：等边三角形的性质；T7：解直角三角形.

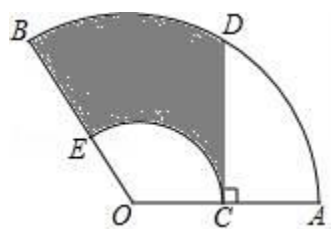
【分析】连接 PP' ，如图，先利用旋转的性质得 $CP=CP'=6$, $\angle PCP' = 60^\circ$ ，则可判定 $\triangle CPP'$ 为等边三角形得到 $PP' = PC = 6$ ，再证明 $\triangle PCB \cong \triangle P'CA$ 得到 $PB=P'A=10$ ，接着利用勾股定理的逆定理证明 $\triangle APP'$ 为直角三角形， $\angle APP' = 90^\circ$ ，然后根据正弦的定义求解.

【解答】解：连接 PP' ，如图，
 $\therefore$ 线段 PC 绕点 C 顺时针旋转 60° 得到 $P'C$,
 $\therefore CP=CP' = 6$, $\angle PCP' = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle CPP'$ 为等边三角形,
 $\therefore PP' = PC = 6$,
 $\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形,
 $\therefore CB=CA$, $\angle ACB = 60^\circ$,
 $\therefore \angle PCB = \angle P'CA$,
 在 $\triangle PCB$ 和 $\triangle P'CA$ 中

$$\begin{cases} PC=P'C \\ \angle PCB = \angle P'CA \\ CB=CA \end{cases}$$
 $\therefore \triangle PCB \cong \triangle P'CA$,
 $\therefore PB=P'A=10$,
 $\therefore 6^2 + 8^2 = 10^2$,
 $\therefore PP'^2 + AP^2 = P'A^2$,
 $\therefore \triangle APP'$ 为直角三角形， $\angle APP' = 90^\circ$,
 $\therefore \sin \angle PAP' = \frac{PP'}{P'A} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.
 故答案为 $\frac{3}{5}$.



17. 如图, 在扇形 OAB 中, C 是 OA 的中点, $CD \perp OA$, CD 与 $\widehat{AB}$ 交于点 D, 以 O 为圆心, OC 的长为半径作 $\widehat{CE}$ 交 OB 于点 E, 若 $OA=4$, $\angle AOB=120^\circ$, 则图中阴影部分的面积为 $\frac{4}{3}\pi + 2\sqrt{3}$. (结果保留 π)



【考点】MO: 扇形面积的计算; KG: 线段垂直平分线的性质.

【分析】连接 OD、AD, 根据点 C 为 OA 的中点可得 $\angle CDO=30^\circ$, 继而可得 $\triangle ADO$ 为等边三角形, 求出扇形 AOD 的面积, 最后用扇形 AOB 的面积减去扇形 COE 的面积, 再减去 $S_{\triangle ADC}$ 即可求出阴影部分的面积.

【解答】解: 连接 O、AD,

$\because$ 点 C 为 OA 的中点,

$\therefore \angle CDO=30^\circ$, $\angle DOC=60^\circ$,

$\therefore \triangle ADO$ 为等边三角形,

$$\therefore S_{\text{扇形 AOD}} = \frac{60\pi \times 4^2}{360} = \frac{8}{3}\pi,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 AOB}} - S_{\text{扇形 COE}} - (S_{\text{扇形 AOD}} - S_{\triangle COD})$$

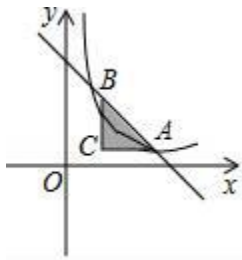
$$= \frac{120\pi \cdot 4^2}{360} - \frac{120\pi \cdot 2^2}{360} - \left(\frac{8}{3}\pi - \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} \right)$$

$$= \frac{16}{3}\pi - \frac{4}{3}\pi - \frac{8}{3}\pi + 2\sqrt{3}$$

$$= \frac{4}{3}\pi + 2\sqrt{3}.$$

故答案为 $\frac{4}{3}\pi + 2\sqrt{3}$.

18. 如图, 过 C (2, 1) 作 $AC \parallel x$ 轴, $BC \parallel y$ 轴, 点 A, B 都在直线 $y = -x + 6$ 上, 若双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 与 $\triangle ABC$ 总有公共点, 则 k 的取值范围是 $2 \leq k \leq 9$.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 把 C 的坐标代入求出 $k \geq 2$, 解两函数组成的方程组, 根据根的判别式求出 $k \leq 9$, 即可得出答案.

【解答】 解: 当反比例函数的图象过 C 点时, 把 C 的坐标代入得: $k = 2 \times 1 = 2$;

把 $y = -x + 6$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得: $-x + 6 = \frac{k}{x}$,

$$x^2 - 6x + k = 0,$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4k = 36 - 4k,$$

$\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与 $\triangle ABC$ 有公共点,

$$\therefore 36 - 4k \geq 0,$$

$$k \leq 9,$$

即 k 的范围是 $2 \leq k \leq 9$,

故答案为: $2 \leq k \leq 9$.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (1) 计算: $|-3| + (\sqrt{5} + \pi)^0 - (-\frac{1}{2})^{-2} - 2\cos 60^\circ$;

(2) 先化简, 在求值: $(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1}) + \frac{4+2a}{a^2-1}$, 其中 $a = -2 + \sqrt{2}$.

【考点】 6D: 分式的化简求值; 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 (1) 根据零指数幂的意义、特殊角的锐角三角函数以及负整数指数幂的意义即可求出答案;

(2) 先化简原式, 然后将 a 的值代入即可求出答案.

【解答】 解: (1) 原式 $= 3 + 1 - (-2)^2 - 2 \times \frac{1}{2} = 4 - 4 - 1 = -1$

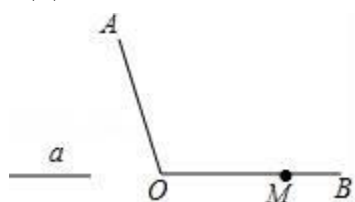
(2) 当 $a = -2 + \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{2}{(a-1)(a+1)} + \frac{4+2a}{(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{6+2a}{a^2-1} \\ &= \frac{2+2\sqrt{2}}{6-4\sqrt{2}} \\ &= 7+5\sqrt{2} \end{aligned}$$

20. 尺规作图 (不写作法, 保留作图痕迹):

已知线段 a 和 $\angle AOB$ ，点 M 在 OB 上（如图所示）.

- (1) 在 OA 边上作点 P ，使 $OP=2a$;
- (2) 作 $\angle AOB$ 的平分线;
- (3) 过点 M 作 OB 的垂线.



【考点】 N3: 作图—复杂作图.

【分析】 (1) 在 OA 上截取 $OP=2a$ 即可求出点 P 的位置;

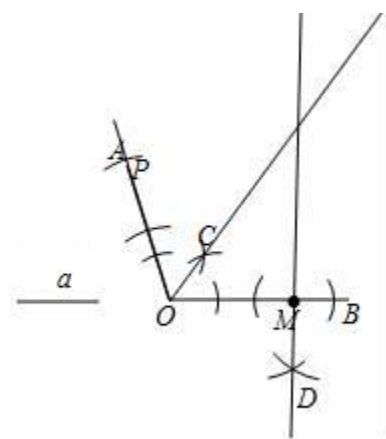
(2) 根据角平分线的作法即可作出 $\angle AOB$ 的平分线;

(3) 以 M 为圆心，作一圆与射线 OB 交于两点，再以这两点分别为圆心，作两个相等半径的圆交于 D 点，连接 MD 即为 OB 的垂线;

【解答】 解: (1) 点 P 为所求作;

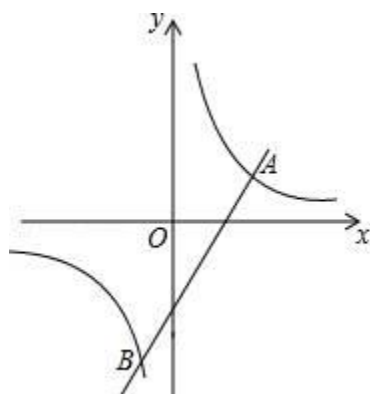
(2) OC 为所求作;

(3) MD 为所求作;



21. 如图，一次函数 $y=2x-4$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象交于 A ， B 两点，且点 A 的横坐标为 3.

- (1) 求反比例函数的解析式;
- (2) 求点 B 的坐标.



【考点】G8：反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】(1) 把 $x=3$ 代入一次函数解析式求得 A 的坐标，利用待定系数法求得反比例函数解析式；

(2) 解一次函数与反比例函数解析式组成的方程组求得 B 的坐标.

【解答】解：(1) 把 $x=3$ 代入 $y=2x-4$ 得 $y=6-4=2$ ，
则 A 的坐标是 $(3, 2)$.

把 $(3, 2)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=6$ ，

则反比例函数的解析式是 $y=\frac{6}{x}$ ；

(2) 根据题意得 $2x-4=\frac{6}{x}$ ，

解得 $x=3$ 或 -1 ，

把 $x=-1$ 代入 $y=2x-4$ 得 $y=-6$ ，则 B 的坐标是 $(-1, -6)$.

22. 在开展“经典阅读”活动中，某学校为了了解全校学生利用课外时间阅读的情况，学校团委随机抽取若干名学生，调查他们一周的课外阅读时间，并根据调查结果绘制了如下尚不完整的统计表. 根据图表信息，解答下列问题：

频率分布表

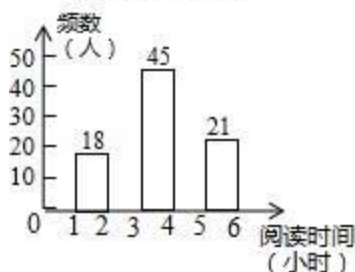
阅读时间 (小时)	频数 (人)	频率
$1 \leq x < 2$	18	0.12
$2 \leq x < 3$	a	m
$3 \leq x < 4$	45	0.3
$4 \leq x < 5$	36	n
$5 \leq x < 6$	21	0.14
合计	b	1

(1) 填空： $a=30$ ， $b=150$ ， $m=0.2$ ， $n=0.24$ ；

(2) 将频数分布直方图补充完整（画图后请标注相应的频数）；

(3) 若该校由 3000 名学生，请根据上述调查结果，估算该校学生一周的课外阅读时间不足三小时的人数.

频数分布直方图



【考点】V8：频数（率）分布直方图；V5：用样本估计总体；V7：频数（率）分布表.

【分析】(1) 根据阅读时间为 $1 \leq x < 2$ 的人数及所占百分比可得，求出总人数 $b=150$ ，再根据频率、频数、总人数的关系即可求出 m 、 n 、 a ；

(2) 根据数据将频数分布直方图补充完整即可；

(3) 由总人数乘以时间不足三小时的人数的频率即可.

【解答】解：(1) $b=18\div0.12=150$ (人)，

$$\therefore n=36\div150=0.24,$$

$$\therefore m=1-0.12-0.3-0.24-0.14=0.2,$$

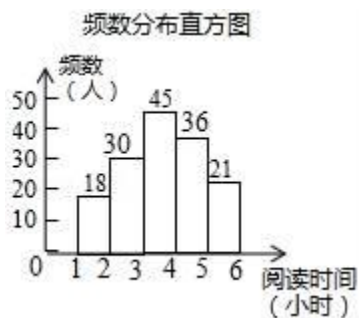
$$\therefore a=0.2\times150=30;$$

故答案为：30，150，0.2，0.24；

(2) 如图所示：

$$(3) 3000\times(0.12+0.2)=960 \text{ (人)};$$

即估算该校学生一周的课外阅读时间不足三小时的人数为 960 人.



23. 某次篮球联赛初赛阶段，每队有 10 场比赛，每场比赛都要分出胜负，每队胜一场得 2 分，负一场得 1 分，积分超过 15 分才能获得参赛资格.

(1) 已知甲队在初赛阶段的积分为 18 分，求甲队初赛阶段胜、负各多少场；

(2) 如果乙队要获得参加决赛资格，那么乙队在初赛阶段至少要胜多少场？

【考点】C9：一元一次不等式的应用；8A：一元一次方程的应用.

【分析】(1) 设甲队胜了 x 场，则负了 $(10-x)$ 场，根据每队胜一场得 2 分，负一场得 1 分，利用甲队在初赛阶段的积分为 18 分，进而得出等式求出答案；

(2) 设乙队在初赛阶段胜 a 场，根据积分超过 15 分才能获得参赛资格，进而得出答案.

【解答】解：(1) 设甲队胜了 x 场，则负了 $(10-x)$ 场，根据题意可得：

$$2x+10-x=18,$$

$$\text{解得：} x=8,$$

$$\text{则 } 10-x=2,$$

答：甲队胜了 8 场，则负了 2 场；

(2) 设乙队在初赛阶段胜 a 场，根据题意可得：

$$2a+(10-a)\geq15,$$

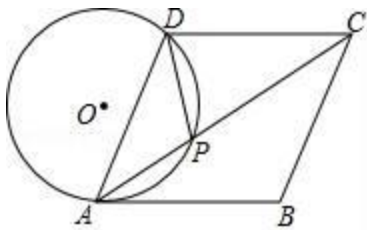
$$\text{解得：} a\geq5,$$

答：乙队在初赛阶段至少要胜 5 场.

24. 如图，在菱形 ABCD 中，点 P 在对角线 AC 上，且 $PA=PD$ ， $\odot O$ 是 $\triangle PAD$ 的外接圆.

(1) 求证：AB 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AC=8$ ， $\tan\angle BAC=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，求 $\odot O$ 的半径.



【考点】 ME: 切线的判定与性质; L8: 菱形的性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 连结 OP、OA, OP 交 AD 于 E, 由 PA=PD 得弧 AP=弧 DP, 根据垂径定理的推理得 $OP \perp AD$, $AE=DE$, 则 $\angle 1 + \angle OPA = 90^\circ$, 而 $\angle OAP = \angle OPA$, 所以 $\angle 1 + \angle OAP = 90^\circ$, 再根据菱形的性质得 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 2 + \angle OAP = 90^\circ$, 然后根据切线的判定定理得到直线 AB 与 $\odot O$ 相切;

(2) 连结 BD, 交 AC 于点 F, 根据菱形的性质得 DB 与 AC 互相垂直平分, 则 $AF=4$, $\tan \angle DAC = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 得到 $DF=2\sqrt{2}$, 根据勾股定理得到 $AD = \sqrt{AF^2 + DF^2} = 2\sqrt{6}$, 求得 $AE = \sqrt{6}$, 设 $\odot O$ 的半径为 R, 则 $OE = R - \sqrt{3}$, $OA = R$, 根据勾股定理列方程即可得到结论.

【解答】 解: (1) 连结 OP、OA, OP 交 AD 于 E, 如图,

$\because PA=PD$,
 $\therefore$ 弧 AP=弧 DP,
 $\therefore OP \perp AD$, $AE=DE$,
 $\therefore \angle 1 + \angle OPA = 90^\circ$,
 $\because OP=OA$,
 $\therefore \angle OAP = \angle OPA$,
 $\therefore \angle 1 + \angle OAP = 90^\circ$,
 $\because$ 四边形 ABCD 为菱形,
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$,
 $\therefore \angle 2 + \angle OAP = 90^\circ$,
 $\therefore OA \perp AB$,
 $\therefore$ 直线 AB 与 $\odot O$ 相切;

(2) 连结 BD, 交 AC 于点 F, 如图,

$\because$ 四边形 ABCD 为菱形,
 $\therefore DB$ 与 AC 互相垂直平分,
 $\because AC=8$, $\tan \angle BAC = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
 $\therefore AF=4$, $\tan \angle DAC = \frac{DF}{AF} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
 $\therefore DF=2\sqrt{2}$,
 $\therefore AD = \sqrt{AF^2 + DF^2} = 2\sqrt{6}$,
 $\therefore AE = \sqrt{6}$,

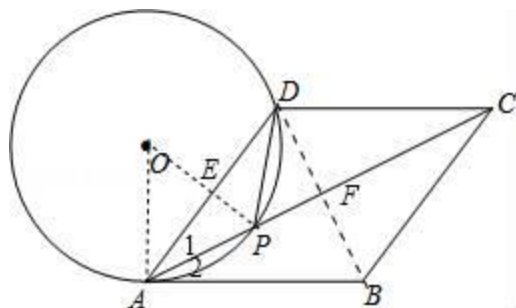
在 $Rt\triangle PAE$ 中, $\tan \angle 1 = \frac{PE}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore PE = \sqrt{3}$,

设 $\odot O$ 的半径为 R, 则 $OE = R - \sqrt{3}$, $OA = R$,

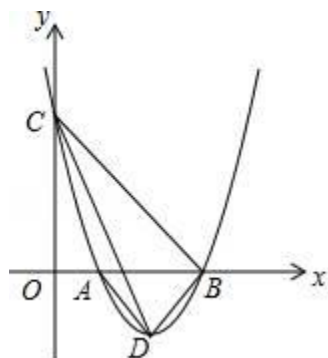
$$\therefore R = \frac{3\sqrt{6}}{4},$$

即⊙O 的半径为 $\frac{3\sqrt{6}}{4}$.



25. 如图, 抛物线 $y=a(x-1)(x-3)$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴的正半轴交于点 C, 其顶点为 D.

- (1) 写出 C, D 两点的坐标 (用含 a 的式子表示);
- (2) 设 $S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ABD} = k$, 求 k 的值;
- (3) 当 $\triangle BCD$ 是直角三角形时, 求对应抛物线的解析式.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 令 $x=0$ 可求得 C 点坐标, 化为顶点式可求得 D 点坐标;

(2) 令 $y=0$ 可求得 A、B 的坐标，结合 D 点坐标可求得 $\triangle ABD$ 的面积，设直线 CD 交 x 轴于点 E，由 C、D 坐标，利用待定系数法可求得直线 CD 的解析式，则可求得 E 点坐标，从而可表示出 $\triangle BCD$ 的面积，可求得 k 的值；

(3) 由 B、C、D 的坐标, 可表示出 BC^2 、 BD^2 和 CD^2 , 分 $\angle CBD=90^\circ$ 和 $\angle CDB=90^\circ$ 两种情况, 分别利用勾股定理可得到关于 a 的方程, 可求得 a 的值, 则可求得抛物线的解析式.

【解答】 解:

(1) 在 $y=a(x-1)(x-3)$, 令 $x=0$ 可得 $y=3a$,

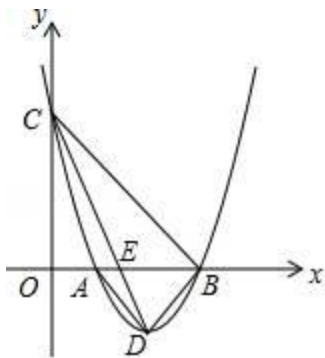
$$\therefore C \in (0, 3a),$$
$$\therefore y = a(x-1)(x-3) = a(x^2 - 4x + 3) = a(x-2)^2 - a,$$
$$\therefore D(2, -a);$$

(2) 在 $y=a(x-1)(x-3)$ 中, 令 $y=0$ 可解得 $x=1$ 或 $x=3$.

$$\therefore A(1, 0), B(3, 0),$$
$$\therefore AB = 3 - 1 = 2.$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 2 \times a = a,$$

如图，设直线 CD 交 x 轴于点 E，设直线 CD 解析式为 $y=kx+b$,



把 C、D 的坐标代入可得 $\begin{cases} b=3a \\ 2k+b=-a \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=-2a \\ b=3a \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 CD 解析式为 $y=-2ax+3a$, 令 $y=0$ 可解得 $x=\frac{3}{2}$,

$\therefore E(\frac{3}{2}, 0)$,

$$\therefore BE = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BEC} + S_{\triangle BED} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times (3a+a) = 3a,$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ABD} = (3a) : a = 3,$$

$$\therefore k=3;$$

$$(3) \because B(3, 0), C(0, 3a), D(2, -a),$$

$$\therefore BC^2 = 3^2 + (3a)^2 = 9 + 9a^2, CD^2 = 2^2 + (-a - 3a)^2 = 4 + 16a^2, BD^2 = (3-2)^2 + a^2 = 1 + a^2,$$

$$\therefore \angle BCD < \angle BCO < 90^\circ,$$

$\therefore \triangle BCD$ 为直角三角形时, 只能有 $\angle CBD=90^\circ$ 或 $\angle CDB=90^\circ$ 两种情况,

①当 $\angle CBD=90^\circ$ 时, 则有 $BC^2 + BD^2 = CD^2$, 即 $9 + 9a^2 + 1 + a^2 = 4 + 16a^2$, 解得 $a=-1$ (舍去) 或 $a=1$, 此时抛物线解析式为 $y=x^2 - 4x + 3$;

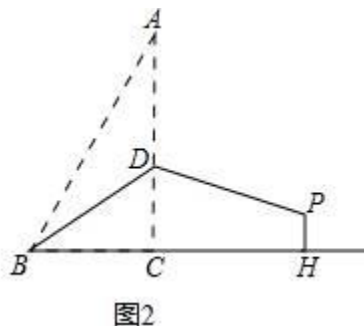
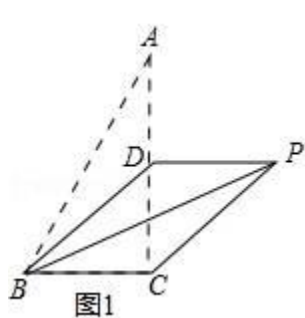
②当 $\angle CDB=90^\circ$ 时, 则有 $CD^2 + BD^2 = BC^2$, 即 $4 + 16a^2 + 1 + a^2 = 9 + 9a^2$, 解得 $a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (舍去) 或

$$a = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 此时抛物线解析式为 } y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - 2\sqrt{2}x + \frac{3\sqrt{2}}{2};$$

综上所述可知当 $\triangle BCD$ 是直角三角形时, 抛物线的解析式为 $y=x^2 - 4x + 3$ 或 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - 2\sqrt{2}x + \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

$$2\sqrt{2}x + \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

26. 已知, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=4$, $BC=2$, D 是 AC 边上的一个动点, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 所在直线折叠, 使点 A 落在点 P 处.



(1) 如图 1, 若点 D 是 AC 中点, 连接 PC.

①写出 BP, BD 的长;

②求证: 四边形 BCPD 是平行四边形.

(2) 如图 2, 若 $BD=AD$, 过点 P 作 $PH \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 H, 求 PH 的长.

【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 (1) ①分别在 $Rt\triangle ABC$, $Rt\triangle BDC$ 中, 求出 AB、BD 即可解决问题;

②想办法证明 $DP \parallel BC$, $DP=BC$ 即可;

(2) 如图 2 中, 作 $DN \perp AB$ 于 N, $PE \perp AC$ 于 E, 延长 BD 交 PA 于 M. 设 $BD=AD=x$, 则 $CD=4-x$, 在 $Rt\triangle BDC$ 中, 可得 $x^2 = (4-x)^2 + 2^2$, 推出 $x = \frac{5}{2}$, 推出 $DN = \sqrt{BD^2 - BN^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 由 $\triangle BDN \sim \triangle BAM$, 可得 $\frac{DN}{AM} = \frac{BD}{AB}$, 由此求出 AM, 由 $\triangle ADM \sim \triangle APE$, 可得 $\frac{AM}{AE} = \frac{AD}{AP}$, 由此求出 $AE = \frac{16}{5}$, 可得 $EC = AC - AE = 4 - \frac{16}{5} = \frac{4}{5}$ 由此即可解决问题.

【解答】 解: (1) ①在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\because BC=2$, $AC=4$,

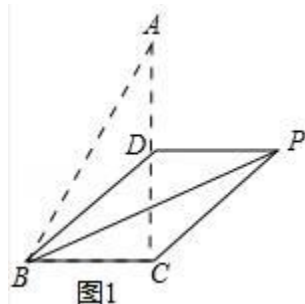
$$\therefore AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\because AD=CD=2,$$

$$\therefore BD = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

由翻折可知, $BP=BA=2\sqrt{5}$.

②如图 1 中,



$\because \triangle BCD$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle BDC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle BDP = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle PDC = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle PDC = 90^\circ,$$

$\therefore DP \parallel BC$, $\therefore PD=AD=BC=2$,
 $\therefore$ 四边形 BCPD 是平行四边形.

(2) 如图 2 中, 作 $DN \perp AB$ 于 N , $PE \perp AC$ 于 E , 延长 BD 交 PA 于 M .

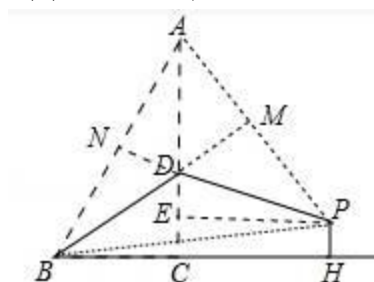


图2

设 $BD=AD=x$, 则 $CD=4-x$,

在 $Rt\triangle BDC$ 中, $\therefore BD^2=CD^2+BC^2$,

$$\therefore x^2 = (4-x)^2 + 2^2,$$

$$\therefore x = \frac{5}{2},$$

$\therefore DB=DA$, $DN \perp AB$,

$$\therefore BN=AN=\sqrt{5},$$

在 $Rt\triangle BDN$ 中, $DN = \sqrt{BD^2 - BN^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$,

由 $\triangle BDN \sim \triangle BAM$, 可得 $\frac{DN}{AM} = \frac{BD}{AB}$,

$$\therefore \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{AM} = \frac{\frac{5}{2}}{2\sqrt{5}},$$

$$\therefore AM=2,$$

$$\therefore AP=2AM=4,$$

由 $\triangle ADM \sim \triangle APE$, 可得 $\frac{AM}{AE} = \frac{AD}{AP}$,

$$\therefore \frac{2}{AE} = \frac{\frac{5}{2}}{4},$$

$$\therefore AE = \frac{16}{5},$$

$$\therefore EC = AC - AE = 4 - \frac{16}{5} = \frac{4}{5},$$

易证四边形 PECH 是矩形,

$$\therefore PH = EC = \frac{4}{5}.$$

2017 年 7 月 4 日