

2017 年广西来宾市中考数学试卷

一、选择题（本题共 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1. (3 分) 若实数 a 与 2017 互为相反数，则 a 的值是 ()

- A. -2017 B. $-\frac{1}{2017}$ C. $\frac{1}{2017}$ D. 2017

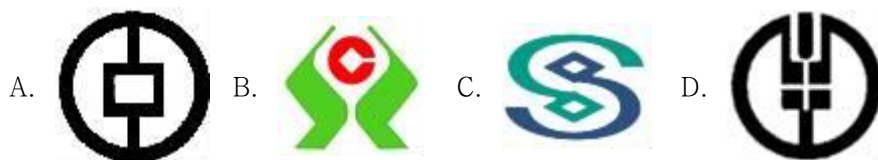
2. (3 分) 将 356000 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.356×10^6 B. 3.56×10^5 C. 3.56×10^4 D. 3.56×10^5

3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot a^3 = 2a^3$ B. $(a^5)^2 = a^7$ C. $(ab^2)^3 = ab^6$ D. $(a^3)^2 \div (a^2)^3 = 1$

4. (3 分) 下列图案中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()



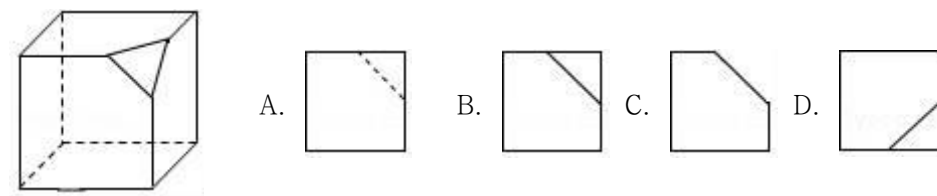
5. (3 分) 分式方程 $\frac{3}{x+1} = \frac{1}{x-1}$ 的解是 ()

- A. $x=2$ B. $x=1$ C. $x=-\frac{1}{2}$ D. $x=-1$

6. (3 分) 某文具店二月销售签字笔 40 支，三月、四月销售量连续增长，四月销售量为 90 支，求月平均增长率. 设月平均增长率为 x ，则由已知条件列出的方程是 ()

- A. $40(1+x^2) = 90$ B. $40(1+2x) = 90$ C. $40(1+x)^2 = 90$ D. $90(1-x)^2 = 40$

7. (3 分) 如图所示的几何体的主视图是 ()



8. (3 分) 设 $M = -x^2 + 4x - 4$ ，则 ()

- A. $M < 0$ B. $M \leq 0$ C. $M \geq 0$ D. $M > 0$

9. (3 分) 下列命题中，是真命题的是 ()

- A. 有一个角是直角的四边形是矩形
B. 对角线相等的四边形是矩形
C. 一组邻边相等的四边形是菱形

D. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形

10. (3分) 某校举行“社会主义核心价值观”演讲比赛, 学校对 30 名参赛选手的成绩进行了分组统计, 结果如下表:

分数 x (分)	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x < 6$	$6 \leq x < 7$	$7 \leq x < 8$	$8 \leq x < 9$	$9 \leq x < 10$
频数	2	6	8	5	5	4

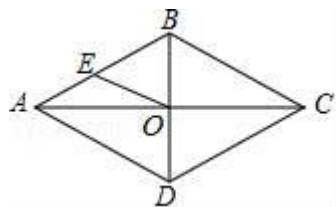
由上可知, 参赛选手分数的中位数所在的分数段为 ()

A. $5 \leq x < 6$ B. $6 \leq x < 7$ C. $7 \leq x < 8$ D. $8 \leq x < 9$

11. (3分) 计算: $(-2)^3 - \sqrt[3]{8}$ 的结果是 ()

A. -10 B. -6 C. 6 D. 10

12. (3分) 如图, 菱形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 交于点 O, $AC=8$, $BD=6$, E 是 AB 的中点, 则 $\triangle OAE$ 的周长是 ()



A. 18 B. 16 C. 9 D. 8

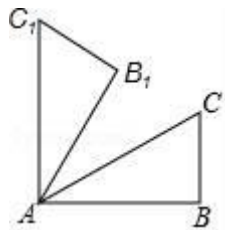
13. (3分) 使函数 $y = \frac{2}{\sqrt{2-x}}$ 有意义的自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x < 2$ B. $x \leq 2$ C. $x \geq 2$ D. $x > 2$

14. (3分) 已知 x_1, x_2 是方程 $2x^2 + \sqrt{5}x - 2 = 0$ 的两个实数根, 则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值是 ()

A. $-\frac{3}{4}$ B. 1 C. $\frac{13}{4}$ D. 9

15. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $AC=2$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转至 $\triangle AB_1C_1$, 使 $AC_1 \perp AB$, 则 BC 扫过的面积为 ()

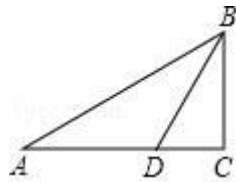


A. $\frac{5\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

16. (3 分) 化简: $(7a - 5b) - (4a - 3b) =$ _____.

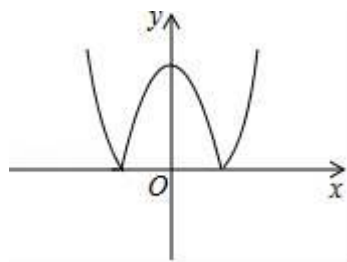
17. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D , 已知 $AC=3$, $AD=2$, 则点 D 到 AB 边的距离为_____.



18. (3 分) 在长度为 2, 5, 6, 8 的四条线段中, 任取三条线段, 可构成_____个不同的三角形.

19. (3 分) 已知一个多边形的内角和是外角和的 2 倍, 此多边形是_____ 边形.

20. (3 分) 已知函数 $y=|x^2 - 4|$ 的大致图象如图所示, 如果方程 $|x^2 - 4|=m$ (m 为实数) 有 4 个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是_____.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 60 分）

21. (8 分) 某校七、八年级各有 10 名同学参加市级数学竞赛, 各参赛选手的成绩如下 (单位: 分):

七年级: 89, 92, 92, 92, 93, 95, 95, 96, 98, 98

八年级: 88, 93, 93, 93, 94, 94, 95, 95, 97, 98

整理得到如下统计表:

年级	最高分	平均分	众数	方差
七年级	98	94	m	7.6
八年级	98	94	93	s^2

根据以上信息, 完成下列问题:

(1) 填空: $m=$ _____;

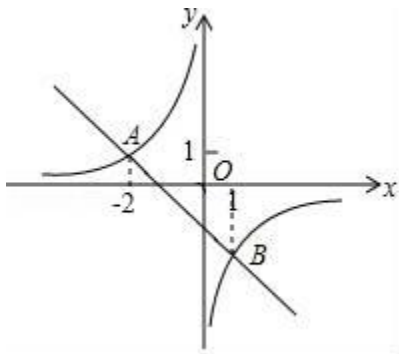
(2) 求表中 s^2 的值，并判断两个年级中哪个年级成绩更稳定；

(3) 七年级两名最高分选手分别记为： A_1 ， A_2 ，八年级第一、第二名选手分别记为： B_1 ， B_2 ，现从这四人中，任意选取两人参加市级经验交流，请用树状图法或列表法求出这两人分别来自不同年级的概率.

22. (8分) 如图，一次函数 $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 $A(-2, 1)$ ， $B(1, -2)$.

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式；

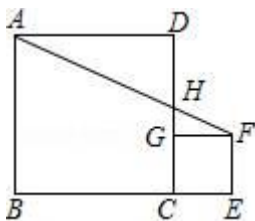
(2) 观察图象，直接写出不等式 $ax+b \leq \frac{k}{x}$ 的解集.



23. (8分) 如图，在正方形 ABCD 中，H 为 CD 的中点，延长 AH 至 F，使 $AH=3FH$ ，过 F 作 $FG \perp CD$ ，垂足为 G，过 F 作 BC 的垂线交 BC 的延长线于点 E.

(1) 求证： $\triangle ADH \sim \triangle FGH$ ；

(2) 求证：四边形 CEFH 是正方形.



24. (10 分) 某商店计划购进甲、乙两种笔记本, 已知 2 本甲笔记本与 3 本乙笔记本的总进价为 42 元, 2 本甲笔记本与 1 本乙笔记本的总进价为 22 元.

(1) 求甲、乙两种笔记本的进价分别是多少元?

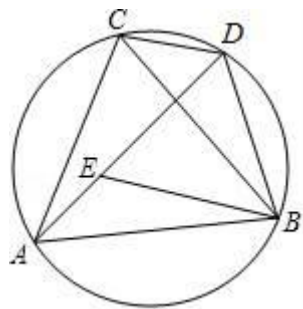
(2) 该商店计划购进两种笔记本共 40 本, 其中甲笔记本的数量不超过乙笔记本的数量, 且总金额不超过 330 元, 求共有几种进货方案, 并指出哪种方案最省钱.

25. (12 分) 如图, 点 D 是等边三角形 ABC 外接圆的 $\widehat{BC}$ 上一点 (与点 B, C 不重合), BE $\parallel$ DC 交 AD 于点 E.

(1) 求证: $\triangle BDE$ 是等边三角形;

(2) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CBD$;

(3) 如果 $BD=2$, $CD=1$, 求 $\triangle ABC$ 的边长.

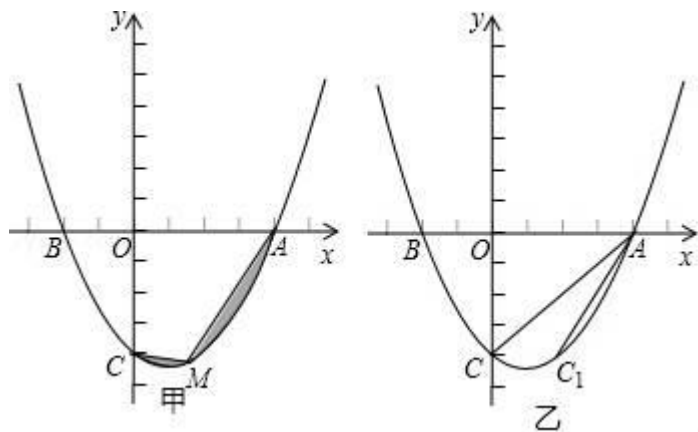


26. (14 分) 如图, 已知抛物线过点 $A(4, 0)$, $B(-2, 0)$, $C(0, -4)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在图甲中, 点 M 是抛物线 AC 段上的一个动点, 当图中阴影部分的面积最小值时, 求点 M 的坐标;

(3) 在图乙中, 点 C 和点 C_1 关于抛物线的对称轴对称, 点 P 在抛物线上, 且 $\angle PAB = \angle CAC_1$, 求点 P 的横坐标.



2017 年广西来宾市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本题共 15 个小题, 每小题 3 分, 共 45 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求)

1. (3 分) 若实数 a 与 2017 互为相反数, 则 a 的值是 ()

- A. -2017 B. $-\frac{1}{2017}$ C. $\frac{1}{2017}$ D. 2017

【解答】解: 由实数 a 与 2017 互为相反数, 得 $a = -2017$,
故选 A

2. (3 分) 将 356000 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.356×10^6 B. 3.56×10^5 C. 3.56×10^4 D. 3.56×10^5

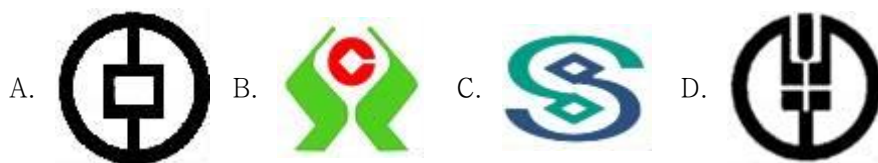
【解答】解: 将 356000 用科学记数法表示为 3.56×10^5 .
故选 B.

3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot a^3 = 2a^3$ B. $(a^5)^2 = a^7$ C. $(ab^2)^3 = ab^6$ D. $(a^3)^2 \div (a^2)^3 = 1$

【解答】解: (A) 原式 $= a^6$, 故 A 错误;
(B) 原式 $= a^{10}$, 故 B 错误;
(C) 原式 $= a^3 b^6$, 故 C 错误;
故选 (D)

4. (3 分) 下列图案中, 是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()



【解答】解: A、是轴对称图形, 也是中心对称图形, 故此选项错误;
B、不是轴对称图形, 也不是中心对称图形, 故此选项错误;
C、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 故此选项错误;
D、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故此选项正确.
故选: D.

5. (3 分) 分式方程 $\frac{3}{x+1} = \frac{1}{x-1}$ 的解是 ()

- A. $x=2$ B. $x=1$ C. $x=-\frac{1}{2}$ D. $x=-1$

【解答】解: 去分母得: $3x - 3 = x + 1$,
解得: $x=2$,
经检验 $x=2$ 是分式方程的解,
故选 A

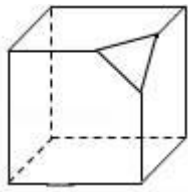
6. (3分) 某文具店二月销售签字笔 40 支, 三月、四月销售量连续增长, 四月销售量为 90 支, 求月平均增长率. 设月平均增长率为 x , 则由已知条件列出的方程是 ()

- A. $40(1+x^2) = 90$ B. $40(1+2x) = 90$ C. $40(1+x)^2 = 90$ D. $90(1-x)^2 = 40$

【解答】解: 若月平均增长率为 x , 则该文具店四月份销售铅笔的支数是: $40(1+x)^2$, 则 $40(1+x)^2 = 90$.

故选: C.

7. (3分) 如图所示的几何体的主视图是 ()



- A. B. C. D.

【解答】解: 从几何体的正面看可得图形 .

故选: B.

8. (3分) 设 $M = -x^2 + 4x - 4$, 则 ()

- A. $M < 0$ B. $M \leq 0$ C. $M \geq 0$ D. $M > 0$

【解答】解: $M = -x^2 + 4x - 4 = -(x-2)^2$.

$\therefore (x-2)^2 \geq 0$,

$\therefore -(x-2)^2 \leq 0$, 即 $M \leq 0$.

故选 B.

9. (3分) 下列命题中, 是真命题的是 ()

- A. 有一个角是直角的四边形是矩形
B. 对角线相等的四边形是矩形
C. 一组邻边相等的四边形是菱形
D. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形

【解答】解: A、有一个角是直角的平行四边形是矩形, 错误;

B、对角线平分且相等的四边形是矩形, 错误;

C、一组邻边相等的平行四边形是菱形, 错误;

D、对角线互相垂直平分的四边形是菱形, 正确;

故选 D

10. (3分) 某校举行“社会主义核心价值观”演讲比赛, 学校对 30 名参赛选手的成绩进行了分组统计, 结果如下表:

分数 x (分)	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x < 6$	$6 \leq x < 7$	$7 \leq x < 8$	$8 \leq x < 9$	$9 \leq x < 10$
	5	7	9	6	4	3

						10
频数	2	6	8	5	5	4

由上可知，参赛选手分数的中位数所在的分数段为（ ）

- A. $5 \leq x < 6$ B. $6 \leq x < 7$ C. $7 \leq x < 8$ D. $8 \leq x < 9$

【解答】解：共有 30 个数，中位数是第 15、16 个数的平均数，而第 15、16 个数所在分数段均为 $6 \leq x < 7$ ，

所以参赛选手分数的中位数所在的分数段为 $6 \leq x < 7$ 。

故选 B.

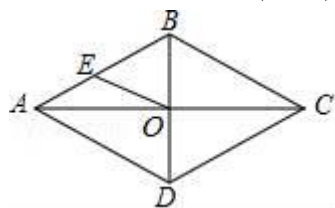
11. (3 分) 计算： $(-2)^3 - \sqrt[3]{8}$ 的结果是（ ）

- A. -10 B. -6 C. 6 D. 10

【解答】解： $(-2)^3 - \sqrt[3]{8} = -8 - 2 = -10$ ，

故选：A.

12. (3 分) 如图，菱形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 交于点 O，AC=8，BD=6，E 是 AB 的中点，则 $\triangle OAE$ 的周长是（ ）



- A. 18 B. 16 C. 9 D. 8

【解答】解：

$\because$ 四边形 ABCD 为菱形，

$\therefore AC \perp BD$ ， $OB = \frac{1}{2}BD = 3$ ， $OA = \frac{1}{2}AC = 4$ ，

$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5$ ，

$\because$ E 为 AB 的中点，

$\therefore AE = OE = \frac{1}{2}AB = 2.5$ ，

$\therefore AE + EO + AO = 4 + 5 = 9$ ，

故选 C.

13. (3 分) 使函数 $y = \frac{2}{\sqrt{2-x}}$ 有意义的自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x < 2$ B. $x \leq 2$ C. $x \geq 2$ D. $x > 2$

【解答】解：由题意得， $2 - x > 0$ ，

解得 $x < 2$ 。

故选：A.

14. (3 分) 已知 x_1 ， x_2 是方程 $2x^2 + \sqrt{5}x - 2 = 0$ 的两个实数根，则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值是（ ）

A. $-\frac{3}{4}$ B. 1 C. $\frac{13}{4}$ D. 9

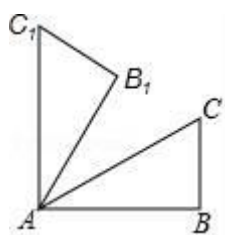
【解答】解：∵ x_1, x_2 是方程 $2x^2 + \sqrt{5}x - 2 = 0$ 的两个实数根，

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \quad x_1 x_2 = -1,$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 2 \times (-1) = \frac{13}{4}.$$

故选 C.

15. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $AC = 2$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转至 $\triangle AB_1C_1$ ，使 $AC_1 \perp AB$ ，则 BC 扫过的面积为 ()



A. $\frac{5\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

【解答】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $AC = 2$ ，

$$\therefore BC = 1, \quad AB = \sqrt{3},$$

∵ 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转至 $\triangle AB_1C_1$ ，使 $AC_1 \perp AB$ ，

∴ $\triangle ABC$ 的面积等于 $\triangle AB_1C_1$ 的面积， $\angle CAB = \angle C_1AB_1$ ， $AB_1 = AB = \sqrt{3}$ ， $AC_1 = AC = 2$ ，

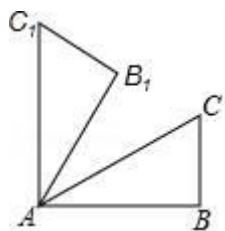
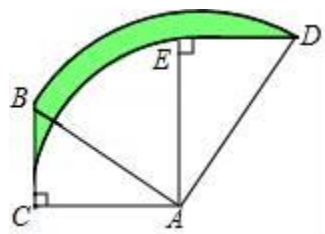
∴ $\angle BAB_1 = \angle CAC_1 = 60^\circ$ ，

∴ 阴影部分的面积 $S = S_{\text{扇形} CAC_1} + S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形} BAB_1} - S_{\triangle AB_1C_1}$

$$= \frac{60\pi \times 2^2}{360} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 - \frac{60\pi \times (\sqrt{3})^2}{360} - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1$$

$$= \frac{\pi}{6}.$$

故选 B.



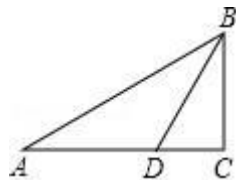
二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

16. (3 分) 化简: $(7a - 5b) - (4a - 3b) = \underline{3a - 2b}$.

【解答】解: 原式 $= 7a - 5b - 4a + 3b = 3a - 2b$,

故答案为: $3a - 2b$.

17. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D , 已知 $AC = 3$, $AD = 2$, 则点 D 到 AB 边的距离为 1.



· 【解答】解:

如图, 过 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ,

$\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore DC \perp BC$,

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

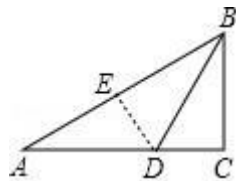
$\therefore DE = DC$,

$\because AC = 3$, $AD = 2$,

$\therefore CD = 3 - 2 = 1$,

$\therefore DE = 1$,

故答案为: 1.



18. (3 分) 在长度为 2, 5, 6, 8 的四条线段中, 任取三条线段, 可构成 2 个不同的三角形.

【解答】解: $\because$ 从长度分别为 2, 5, 6, 8 的四条线段中任取三条, 能组成三角形的有: 2、5、6; 5、6、8;

故答案为 2.

19. (3 分) 已知一个多边形的内角和是外角和的 2 倍, 此多边形是 六 边形.

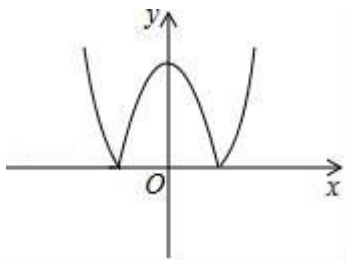
【解答】解: 设这个多边形的边数为 n ,

$\therefore (n - 2) \cdot 180^\circ = 2 \times 360^\circ$,

解得: $n = 6$,

故答案为: 六.

20. (3 分) 已知函数 $y = |x^2 - 4|$ 的大致图象如图所示, 如果方程 $|x^2 - 4| = m$ (m 为实数) 有 4 个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 $0 < m < 4$.



【解答】解：方程 $|x^2 - 4| = m$ (m 为实数) 有 4 个不相等的实数根，可以转化为函数 $y = |x^2 - 4|$ 的图象与直线 $y = m$ 的图象有四个交点，
因为函数 $y = |x^2 - 4|$ 与 y 轴交点 $(0, 4)$ ，
观察图象可知，两个函数图象有四交点时， $0 < m < 4$.
故答案为 $0 < m < 4$.

三、解答题 (本大题共 6 小题，共 60 分)

21. (8 分) 某校七、八年级各有 10 名同学参加市级数学竞赛，各参赛选手的成绩如下 (单位：分)：

七年级：89, 92, 92, 92, 93, 95, 95, 96, 98, 98

八年级：88, 93, 93, 93, 94, 94, 95, 95, 97, 98

整理得到如下统计表：

年级	最高分	平均分	众数	方差
七年级	98	94	m	7.6
八年级	98	94	93	s^2

根据以上信息，完成下列问题：

(1) 填空： $m = \underline{92}$ ；

(2) 求表中 s^2 的值，并判断两个年级中哪个年级成绩更稳定；

(3) 七年级两名最高分选手分别记为： A_1, A_2 ，八年级第一、第二名选手分别记为： B_1, B_2 ，现从这四人中，任意选取两人参加市级经验交流，请用树状图法或列表法求出这两人分别来自不同年级的概率。

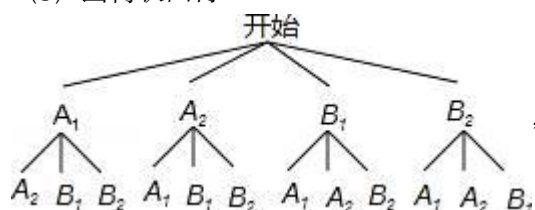
【解答】解：(1) 七年级 10 名同学的成绩中 92 分出现次数最多，
所以众数 $m = 92$ ，
故答案为：92；

$$(2) s^2 = \frac{1}{10} \times [(88 - 94)^2 + 3 \times (93 - 94)^2 + 2 \times (94 - 94)^2 + 2 \times (95 - 94)^2 + (97 - 94)^2 + (98 - 94)^2] = 6.6,$$

因为 $6.6 < 7.6$,

所以八年级成绩更稳定；

(3) 画树状图得：



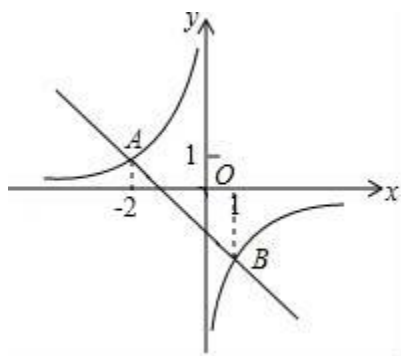
∴共有 12 种等可能的结果，这两人分别来自不同年级的有 8 种情况，

∴这两人分别来自不同年级的概率为： $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

22. (8 分) 如图，一次函数 $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 A (-2, 1), B (1, -2).

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式；

(2) 观察图象，直接写出不等式 $ax+b \leq \frac{k}{x}$ 的解集.



【解答】解：(1) 将点 A (-2, 1)、B (1, -2) 代入 $y=ax+b$,

$$\text{得: } \begin{cases} -2a+b=1 \\ a+b=-2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases},$$

则一次函数解析式为 $y=-x-1$,

将点 A (-2, 1) 代入 $y=\frac{k}{x}$ 可得: $1=\frac{k}{-2}$,

解得: $k=-2$,

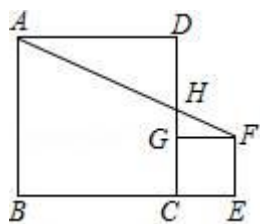
则反比例函数解析式为 $y=-\frac{2}{x}$;

(2) 由函数图象知 $ax+b \leq \frac{k}{x}$ 的解集为 $-2 \leq x < 0$ 或 $x \geq 1$.

23. (8 分) 如图，在正方形 ABCD 中，H 为 CD 的中点，延长 AH 至 F，使 $AH=3FH$ ，过 F 作 $FG \perp CD$ ，垂足为 G，过 F 作 BC 的垂线交 BC 的延长线于点 E.

(1) 求证: $\triangle ADH \sim \triangle FGH$;

(2) 求证: 四边形 CEFH 是正方形.



【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore \angle ADH = 90^\circ$, $AD = DC$,

$\because FG \perp CD$,

$\therefore \angle ADH = \angle FGH = 90^\circ$,

$\because \angle AHD = \angle FHG$,

$\therefore \triangle ADH \sim \triangle FGH$;

(2) 证明: $\because \triangle ADH \sim \triangle FGH$,

$$\therefore \frac{AD}{GF} = \frac{DH}{GH} = \frac{AH}{HF},$$

$\because AH = 3FH$,

$$\therefore \frac{AD}{GF} = \frac{DH}{GH} = 3,$$

$$\therefore GF = \frac{1}{3}AD,$$

$\because DH = CH$,

$\therefore CG = 2GH$,

$\therefore CD = 6GH$,

$$\therefore CG = \frac{1}{3}CD,$$

$\therefore GF = CG$,

$\because FG \perp CD$, $DC \perp BE$, $FE \perp BE$,

$\therefore$ 四边形 CEFG 是正方形.

24. (10 分) 某商店计划购进甲、乙两种笔记本, 已知 2 本甲笔记本与 3 本乙笔记本的总进价为 42 元, 2 本甲笔记本与 1 本乙笔记本的总进价为 22 元.

(1) 求甲、乙两种笔记本的进价分别是多少元?

(2) 该商店计划购进两种笔记本共 40 本, 其中甲笔记本的数量不超过乙笔记本的数量, 且总金额不超过 330 元, 求共有几种进货方案, 并指出哪种方案最省钱.

【解答】解: (1) 设甲、乙两种笔记本的进价分别是 x 元、 y 元,

$$\begin{cases} 2x+3y=42 \\ 2x+y=22 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x=6 \\ y=10 \end{cases},$$

答: 甲、乙两种笔记本的进价分别是 6 元、10 元;

(2) 设购进甲笔记本 a 本,

$$\begin{cases} a \leq 40-a \\ 6a+10(40-a) \leq 330 \end{cases},$$

解得, $17.5 \leq a \leq 20$,

$\therefore a = 18, 19, 20$, 即共有三种进货方案,

$\because$ 甲、乙两种笔记本的进价分别是 6 元、10 元,

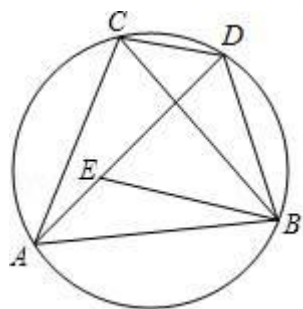
$\therefore$ 当购买甲笔记本 20 本, 乙笔记本 20 本时最省钱.

25. (12 分) 如图, 点 D 是等边三角形 ABC 外接圆的 $\widehat{BC}$ 上一点 (与点 B, C 不重合), $BE \parallel DC$ 交 AD 于点 E.

(1) 求证: $\triangle BDE$ 是等边三角形;

(2) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CBD$;

(3) 如果 $BD=2$, $CD=1$, 求 $\triangle ABC$ 的边长.



【解答】(1) 证明: $\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle 3 = \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 3 = 60^\circ, \quad \angle 5 = \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore BE \parallel DC,$$

$$\therefore \angle 6 = \angle 5 = 60^\circ,$$

在 $\triangle BED$ 中, $\because \angle 4 = \angle 6 = 60^\circ$,

$\therefore \triangle BDE$ 为等边三角形;

(2) 证明: $\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore CB = BA,$$

$\because \triangle BDE$ 为等边三角形,

$$\therefore BD = BE,$$

$$\therefore \angle AEB = 180^\circ - \angle 6 = 120^\circ, \quad \angle BDC = \angle 4 + \angle 5 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle BDC,$$

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle CDB$ 中

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle CDB \\ \angle 2 = \angle 1 \\ AB = CB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBD;$$

(3) 解: 作 $BH \perp AD$ 于 H , 如图,

$$\because \triangle ABE \cong \triangle CBD,$$

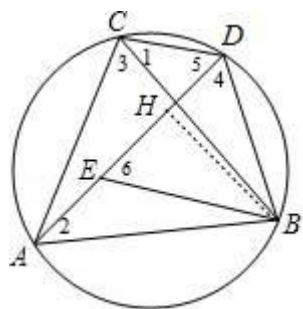
$$\therefore AE = CD = 1,$$

$\because \triangle BDE$ 为等边三角形,

$$\therefore EH = DH = 1, \quad BH = \sqrt{3}DH = \sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABH \text{ 中, } AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7},$$

即 $\triangle ABC$ 的边长为 $\sqrt{7}$.

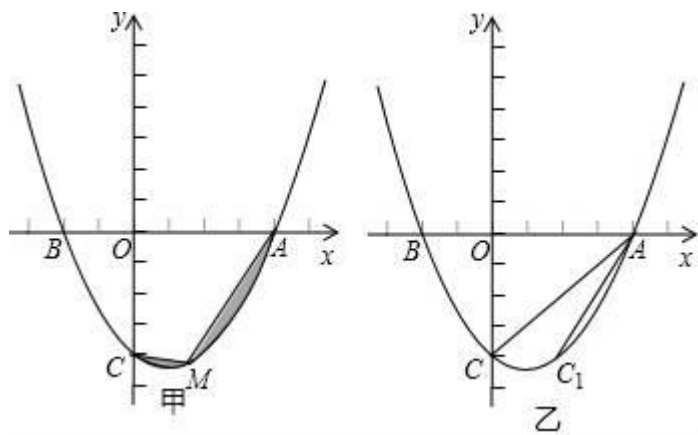


26. (14 分) 如图, 已知抛物线过点 A (4, 0), B (-2, 0), C (0, -4).

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在图甲中, 点 M 是抛物线 AC 段上的一个动点, 当图中阴影部分的面积最小值时, 求点 M 的坐标;

(3) 在图乙中, 点 C 和点 C_1 关于抛物线的对称轴对称, 点 P 在抛物线上, 且 $\angle PAB = \angle CAC_1$, 求点 P 的横坐标.



【解答】解: (1) 设抛物线解析式为 $y = a(x+2)(x-4)$,

把 C (0, -4) 代入得 $a \cdot 2 \cdot (-4) = -4$, 解得 $a = \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{2}(x+2)(x-4)$,

即 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$;

(2) 连接 AC, 则 AC 与抛物线所围成的图形的面积为定值, 当 $\triangle ACM$ 的面积最大时, 图中阴影部分的面积最小值, 作 $MN \parallel y$ 轴交 AC 于 N, 如图甲,

设 M $(x, \frac{1}{2}x^2 - x - 4)$, 则 N $(x, x - 4)$,

$\therefore MN = x - 4 - (\frac{1}{2}x^2 - x - 4) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$,

$\therefore S_{\triangle ACM} = S_{\triangle MNC} + S_{\triangle MNA} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot MN = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$,

当 $x=2$ 时, $\triangle ACM$ 的面积最大, 图中阴影部分的面积最小值, 此时 M 点坐标为 (2, -4);

(3) 作 $C_1H \perp AC$ 于 H, 如图乙, AP 交 y 轴于 Q,

$\because OA = OC = 4$,

$\therefore \triangle OAC$ 为等腰直角三角形,

$\therefore \angle OAC = 45^\circ$, $AC = 4\sqrt{2}$,

$\because$ 点 C 和点 C_1 关于抛物线的对称轴对称,

$\therefore C_1 (2, -4)$, $CC_1 \parallel x$ 轴,

$\therefore \angle C_1CH = 45^\circ$,

$\therefore \triangle C_1CH$ 为等腰直角三角形,

$\therefore CH = C_1H = \sqrt{2}$.

$$\therefore AH = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore \tan \angle HAC_1 = \frac{HC_1}{AH} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \angle PAB = \angle CAC_1,$$

$$\therefore \tan \angle PAB = \frac{1}{3},$$

$$\text{在 Rt} \triangle OAQ \text{ 中, } \tan \angle OAQ = \frac{OQ}{OA} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OQ = \frac{4}{3},$$

$$\therefore Q \text{ 点的坐标为 } (0, \frac{4}{3}) \text{ 或 } (0, -\frac{4}{3}),$$

$$\text{当 } Q \text{ 点的坐标为 } (0, \frac{4}{3}), \text{ 易得直线 } AQ \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}, \text{ 解方程 } \frac{1}{2}x^2 - x - 4 = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$\text{得 } x_1 = 4, x_2 = -\frac{8}{3}, \text{ 此时 } P \text{ 点的横坐标为 } -\frac{8}{3};$$

$$\text{当 } Q \text{ 点的坐标为 } (0, -\frac{4}{3}), \text{ 易得直线 } AQ \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}, \text{ 解方程 } \frac{1}{2}x^2 - x - 4 = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$$

$$-\frac{4}{3} \text{ 得 } x_1 = 4, x_2 = -\frac{4}{3}, \text{ 此时 } P \text{ 点的横坐标为 } -\frac{4}{3},$$

$$\text{综上所述, } P \text{ 点的横坐标为 } -\frac{8}{3} \text{ 或 } -\frac{4}{3}.$$

