

2016 年广西崇左市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确答案的标号填（涂）在答题卡内相应的位置上.

1. 9 的绝对值是 ()

- A. 9 B. -9 C. 3 D. ± 3

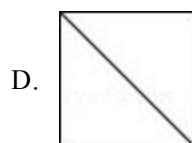
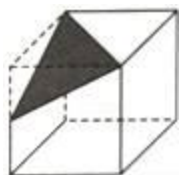
2. $\sin 30^\circ =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. 今年我们三个市参加中考的考生共约 11 万人，用科学记数法表示 11 万这个数是 ()

- A. 1.1×10^3 B. 1.1×10^4 C. 1.1×10^5 D. 1.1×10^6

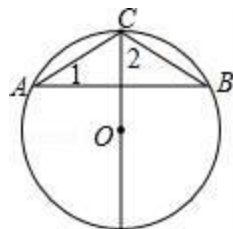
4. 如图，一个正方体切去一个三棱锥后所得几何体的俯视图是 ()



5. 下列命题是真命题的是 ()

- A. 必然事件发生的概率等于 0.5
B. 5 名同学二模的数学成绩是 92, 95, 95, 98, 110, 则他们的平均分是 98 分, 众数是 95
C. 射击运动员甲、乙分别射击 10 次且击中环数的方差分别是 5 和 18, 则乙较甲稳定
D. 要了解金牌获得者的兴奋剂使用情况, 可采用抽样调查的方法

6. 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, 已知 $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle 2 =$ ()



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 70°

7. 关于 x 的一元二次方程: $x^2 - 4x - m^2 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 , 则 $m^2 (\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}) =$ ()

- A. $\frac{m^4}{4}$ B. $-\frac{m^4}{4}$ C. 4 D. -4

8. 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=x^2$, $y=-x^2$ 的共同性质是:

- ①都是开口向上; ②都以点 (0, 0) 为顶点;
③都以 y 轴为对称轴; ④都关于 x 轴对称.

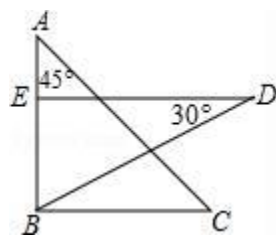
其中正确的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. 关于直线 $l: y=kx+k$ ($k \neq 0$), 下列说法不正确的是 ()

- A. 点 (0, k) 在 l 上 B. l 经过定点 (-1, 0)
C. 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大 D. l 经过第一、二、三象限

10. 把一副三角板按如图放置, 其中 $\angle ABC = \angle DEB = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, 斜边 $AC = BD = 10$, 若将三角板 DEB 绕点 B 逆时针旋转 45° 得到 $\triangle D'E'B$, 则点 A 在 $\triangle D'E'B$ 的 ()



- A. 内部 B. 外部 C. 边上 D. 以上都有可能

11. 如图, 把八个等圆按相邻两两外切摆放, 其圆心连线构成一个正八边形, 设正八边形内侧八个扇形 (无阴影部分) 面积之和为 S_1 , 正八边形外侧八个扇形 (阴影部分) 面积之和为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2} = ()$



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

12. 若一次函数 $y=mx+6$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{n}{x}$ 在第一象限的图象有公共点, 则有 ()

- A. $mn \geq -9$ B. $-9 \leq mn \leq 0$ C. $mn \geq -4$ D. $-4 \leq mn \leq 0$

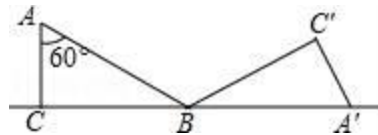
二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，把答案填在答题卡中的横线上.

13. 计算： $0 - 10 =$ _____.

14. 计算： $a^2 \cdot a^4 =$ _____.

15. 要使代数式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义，则 x 的最大值是_____.

16. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $AB=2\sqrt{3}$. 将 $\triangle ABC$ 沿直线 CB 向右作无滑动滚动一次，则点 C 经过的路径长是_____.

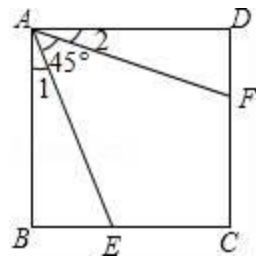


17. 同时投掷两个骰子，它们点数之和不大于 4 的概率是_____.

18. 如图，已知正方形 $ABCD$ 边长为 1， $\angle EAF=45^\circ$ ， $AE=AF$ ，则有下列结论：

- ① $\angle 1 = \angle 2 = 22.5^\circ$;
- ② 点 C 到 EF 的距离是 $\sqrt{2} - 1$;
- ③ $\triangle ECF$ 的周长为 2;
- ④ $BE + DF > EF$.

其中正确的结论是_____。（写出所有正确结论的序号）

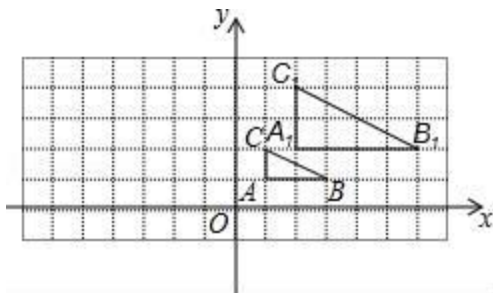


三、解答题：本大题共 8 小题，满分 66 分，解答过程写在答题卡上，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

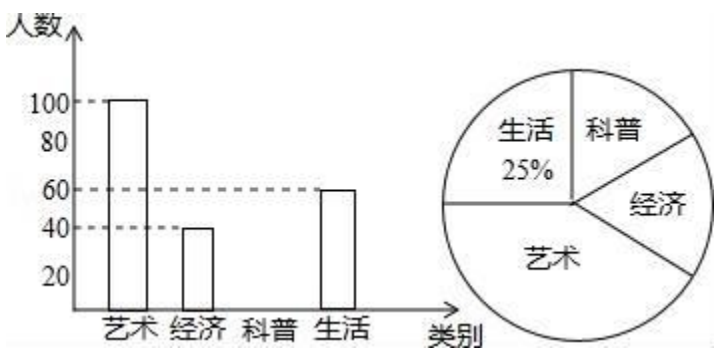
19. 计算： $3\sqrt{25} + (-2)^3 - (\pi - 3)^0$.

20. 化简： $\left(\frac{a}{a-2} - \frac{4}{a^2-2a}\right) \div \frac{a+2}{a}$.

21. 如图，在平面直角坐标系网格中，将 $\triangle ABC$ 进行位似变换得到 $\triangle A_1B_1C_1$.
- (1) $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 的位似比是_____;
 - (2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于y轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$;
 - (3) 设点P (a, b) 为 $\triangle ABC$ 内一点，则依上述两次变换后，点P在 $\triangle A_2B_2C_2$ 内的对应点 P_2 的坐标是_____.

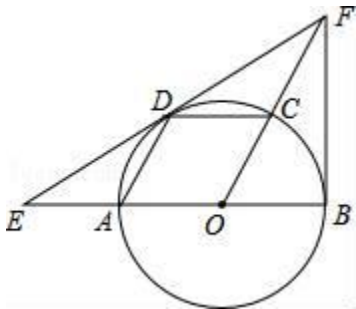


22. 为了了解学校图书馆上个月借阅情况，管理老师从学生对艺术、经济、科普及生活四类图书借阅情况进行了统计，并绘制了下列不完整的统计图，请根据图中信息解答下列问题:
- (1) 上个月借阅图书的学生有多少人？扇形统计图中“艺术”部分的圆心角度数是多少？
 - (2) 把条形统计图补充完整；
 - (3) 从借阅情况分析，如果要添置这四类图书 300 册，请你估算“科普”类图书应添置多少册合适？



23. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C、D 在圆上，且四边形 A OCD 是平行四边形，过点 D 作 $\odot O$ 的切线，分别交 OA 延长线与 OC 延长线于点 E、F，连接 BF.

- (1) 求证：BF 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 已知圆的半径为 1，求 EF 的长.



24. 蔬菜经营户老王，近两天经营的是青菜和西兰花.

(1) 昨天的青菜和西兰花的进价和售价如表，老王用 600 元批发青菜和西兰花共 200 市斤，当天售完后老王一共能赚多少元钱？

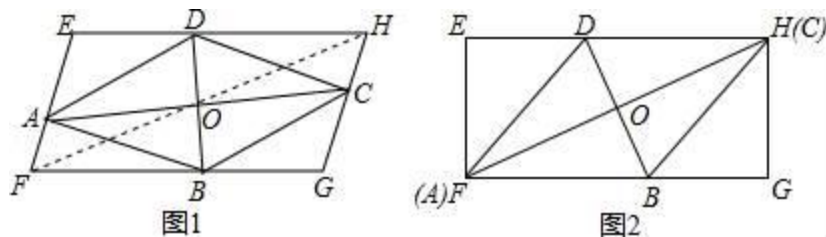
	青菜	西兰花
进价（元/市斤）	2.8	3.2
售价（元/市斤）	4	4.5

(2) 今天因进价不变，老王仍用 600 元批发青菜和西兰花共 200 市斤，但在运输中青菜损坏了 10%，而西兰花没有损坏仍按昨天的售价销售，要想当天售完后所赚的钱不少于昨天所赚的钱，请你帮老王计算，应怎样给青菜定售价？（精确到 0.1 元）

25. 如图 (1), 菱形 $ABCD$ 对角线 AC 、 BD 的交点 O 是四边形 $EFGH$ 对角线 FH 的中点, 四个顶点 A 、 B 、 C 、 D 分别在四边形 $EFGH$ 的边 EF 、 FG 、 GH 、 HE 上.

(1) 求证: 四边形 $EFGH$ 是平行四边形;

(2) 如图 (2) 若四边形 $EFGH$ 是矩形, 当 AC 与 FH 重合时, 已知 $\frac{AC}{BD}=2$, 且菱形 $ABCD$ 的面积是 20, 求矩形 $EFGH$ 的长与宽.

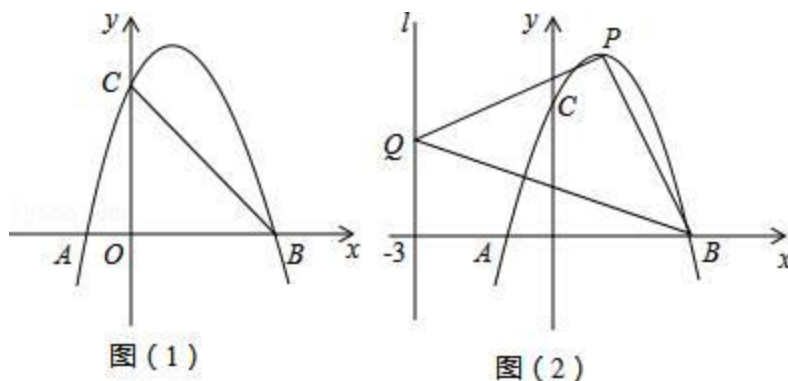


26. 如图, 抛物线 $L: y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A 、 $B(3, 0)$ 两点 (A 在 B 的左侧), 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$, 已知对称轴 $x=1$.

(1) 求抛物线 L 的解析式;

(2) 将抛物线 L 向下平移 h 个单位长度, 使平移后所得抛物线的顶点落在 $\triangle OBC$ 内 (包括 $\triangle OBC$ 的边界), 求 h 的取值范围;

(3) 设点 P 是抛物线 L 上任一点, 点 Q 在直线 $l: x=-3$ 上, $\triangle PBQ$ 能否成为以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形? 若能, 求出符合条件的点 P 的坐标; 若不能, 请说明理由.



2016 年广西崇左市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确答案的标号填（涂）在答题卡内相应的位置上.

1. 9 的绝对值是 ()

A. 9 B. -9 C. 3 D. ± 3

【考点】绝对值.

【分析】根据正数的绝对值等于它本身即可求解.

【解答】解：9 的绝对值是 9.

故选：A.

2. $\sin 30^\circ =$ ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角的三角函数值进行解答即可.

【解答】解： $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

故选：B.

3. 今年我们三个市参加中考的考生共约 11 万人，用科学记数法表示 11 万这个数是 ()

A. 1.1×10^3 B. 1.1×10^4 C. 1.1×10^5 D. 1.1×10^6

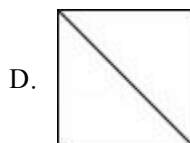
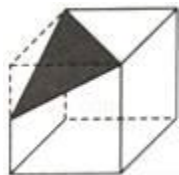
【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：11 万 $= 1.1 \times 10^5$.

故选：C.

4. 如图，一个正方体切去一个三棱锥后所得几何体的俯视图是 ()



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】俯视图是从上向下看得到的视图，结合选项即可作出判断.

【解答】解：所给图形的俯视图是 D 选项所给的图形。
故选 D.

5. 下列命题是真命题的是 ()
- A. 必然事件发生的概率等于 0.5
- B. 5 名同学二模的数学成绩是 92, 95, 95, 98, 110, 则他们的平均分是 98 分, 众数是 95
- C. 射击运动员甲、乙分别射击 10 次且击中环数的方差分别是 5 和 18, 则乙较甲稳定
- D. 要了解金牌获得者的兴奋剂使用情况, 可采用抽样调查的方法

【考点】命题与定理.

【分析】命题的“真”“假”是就命题的内容而言. 任何一个命题非真即假. 要说明一个命题的正确性, 一般需要推理、论证, 而判断一个命题是假命题, 只需举出一个反例即可.

【解答】解: A、必然事件发生的概率等于 1, 错误;

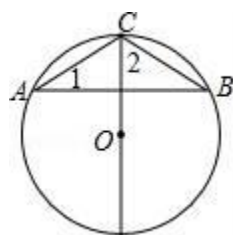
B、5 名同学二模的数学成绩是 92, 95, 95, 98, 110, 则他们的平均分是 98 分, 众数是 95, 正确;

C、射击运动员甲、乙分别射击 10 次且击中环数的方差分别是 5 和 18, 则甲稳定, 错误;

D、要了解金牌获得者的兴奋剂使用情况, 可采用全面调查的方法, 错误;

故选 B

6. 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, 已知 $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle 2 =$ ()

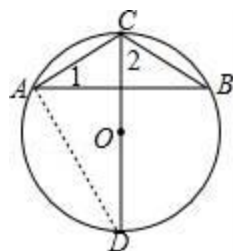


- A. 30° B. 45° C. 60° D. 70°

【考点】圆周角定理.

【分析】连接 AD, 构建直角三角形 ACD. 根据直径所对的圆周角是 90° 知三角形 ACD 是直角三角形, 然后在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中求得 $\angle BAD = 60^\circ$; 然后由圆周角定理 (同弧所对的圆周角相等) 求 $\angle 2$ 的度数即可.

【解答】解: 如图, 连接 AD.



$\because$ CD 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle CAD = 90^\circ$ (直径所对的圆周角是 90°);
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle CAD = 90^\circ$, $\angle 1 = 30^\circ$,
 $\therefore \angle DAB = 60^\circ$;
又 $\because \angle DAB = \angle 2$ (同弧所对的圆周角相等),
 $\therefore \angle 2 = 60^\circ$,
故选 C.

7. 关于 x 的一元二次方程: $x^2 - 4x - m^2 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 , 则 $m^2 \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = (\quad)$

- A. $\frac{m^4}{4}$ B. $-\frac{m^4}{4}$ C. 4 D. -4

【考点】根与系数的关系.

【分析】根据所给一元二次方程, 写出韦达定理, 代入所求式子化简.

【解答】解: $\because x^2 - 4x - m^2 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 ,

$$\therefore \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -m^2 \end{cases}$$

$$\therefore \text{则 } m^2 \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = m^2 \cdot \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = m^2 \cdot \frac{4}{-m^2} = -4.$$

故答案选 D.

8. 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = x^2$, $y = -x^2$ 的共同性质是:

- ①都是开口向上;
- ②都以点 $(0, 0)$ 为顶点;
- ③都以 y 轴为对称轴;
- ④都关于 x 轴对称.

其中正确的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】二次函数的性质.

【分析】利用二次函数的性质, 利用开口方向, 对称轴, 顶点坐标逐一探讨得出答案即可.

【解答】解: 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = x^2$ 的开口向上, $y = -x^2$ 的开口向下, ①错误;

抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = x^2$, $y = -x^2$ 的顶点为 $(0, 0)$, 对称轴为 y 轴, ②③正确; ④错误;

故选: B.

9. 关于直线 $l: y = kx + k$ ($k \neq 0$), 下列说法不正确的是 ()

- A. 点 $(0, k)$ 在 l 上 B. l 经过定点 $(-1, 0)$
C. 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大 D. l 经过第一、二、三象限

【考点】一次函数的性质.

【分析】直接根据一次函数的性质选择不正确选项即可.

【解答】解: A、当 $x = 0$ 时, $y = k$, 即点 $(0, k)$ 在 l 上, 故此选项正确;

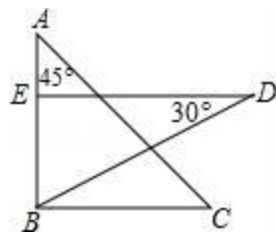
B、当 $x = -1$ 时, $y = -k + k = 0$, 此选项正确;

C、当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 此选项正确;

D、不能确定 l 经过第一、二、三象限, 此选项错误;

故选 D.

10. 把一副三角板按如图放置，其中 $\angle ABC = \angle DEB = 90^\circ$ ， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，斜边 $AC = BD = 10$ ，若将三角板 DEB 绕点 B 逆时针旋转 45° 得到 $\triangle D'E'B$ ，则点 A 在 $\triangle D'E'B$ 的 ()



- A. 内部 B. 外部 C. 边上 D. 以上都有可能

【考点】旋转的性质.

【分析】先根据勾股定理求出两直角三角形的各边长，再由旋转的性质得： $\angle EBE' = 45^\circ$ ， $\angle E' = \angle DEB = 90^\circ$ ，求出 $E'D'$ 与直线 AB 的交点到 B 的距离也是 $5\sqrt{2}$ ，与 AB 的值相等，所以点 A 在 $\triangle D'E'B$ 的边上.

【解答】解： $\because AC = BD = 10$,

又 $\because \angle ABC = \angle DEB = 90^\circ$ ， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$,

$\therefore BE = 5$ ， $AB = BC = 5\sqrt{2}$,

由三角板 DEB 绕点 B 逆时针旋转 45° 得到 $\triangle D'E'B$ ，设 $\triangle D'E'B$ 与直线 AB 交于 G ，可知：

$\angle EBE' = 45^\circ$ ， $\angle E' = \angle DEB = 90^\circ$ ，

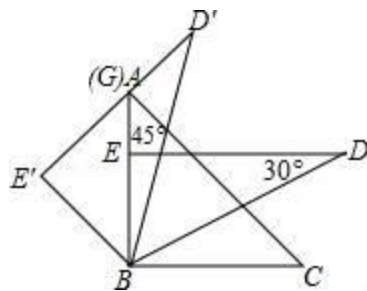
$\therefore \triangle GE'B$ 是等腰直角三角形，且 $BE' = BE = 5$ ，

$\therefore BG = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

$\therefore BG = AB$,

$\therefore$ 点 A 在 $\triangle D'E'B$ 的边上，

故选 C.



11. 如图，把八个等圆按相邻两两外切摆放，其圆心连线构成一个正八边形，设正八边形内侧八个扇形（无阴影部分）面积之和为 S_1 ，正八边形外侧八个扇形（阴影部分）面积之和

为 S_2 ，则 $\frac{S_1}{S_2} = ()$



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

【考点】扇形面积的计算；正多边形和圆.

【分析】先根据正多边形的内角和公式可求正八边形的内角和，根据周角的定义可求正八边形外侧八个扇形（阴影部分）的内角和，再根据半径相等的扇形面积与圆周角成正比即可求解.

【解答】解：∵正八边形的内角和为 $(8-2) \times 180^\circ = 6 \times 180^\circ = 1080^\circ$ ，
正八边形外侧八个扇形（阴影部分）的内角和为 $360^\circ \times 8 - 1080^\circ = 2880^\circ - 1080^\circ = 1800^\circ$ ，

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{1080^\circ}{1800^\circ} = \frac{3}{5}.$$

故选：B.

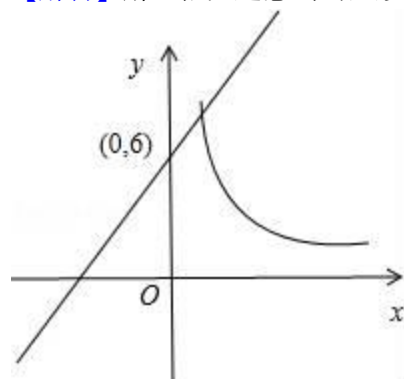
12. 若一次函数 $y=mx+6$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{n}{x}$ 在第一象限的图象有公共点，则有 ()

- A. $mn \geq -9$ B. $-9 \leq mn \leq 0$ C. $mn \geq -4$ D. $-4 \leq mn \leq 0$

【考点】反比例函数与一次函数的交点问题；根的判别式.

【分析】依照题意画出图形，将一次函数解析式代入反比例函数解析式中，得出关于 x 的一元二次方程，由两者有交点，结合根的判别式即可得出结论.

【解答】解：依照题意画出图形，如下图所示.



将 $y=mx+6$ 代入 $y=\frac{n}{x}$ 中，

得： $mx+6=\frac{n}{x}$ ，整理得： $mx^2+6x-n=0$ ，

∵二者有交点，

$$\therefore \Delta = 6^2 + 4mn \geq 0,$$

$$\therefore mn \geq -9.$$

故选 A.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，把答案填在答题卡中的横线上.

13. 计算： $0-10=$ -10 .

【考点】有理数的减法.

【分析】根据有理数的减法，可得答案.

【解答】解： $0-10=0+(-10)=-10$ ，

故答案为： -10 .

14. 计算: $a^2 \cdot a^4 = \underline{a^6}$.

【考点】同底数幂的乘法.

【分析】根据同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加, 进行运算即可.

【解答】解: $a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6$.

故答案为: a^6 .

15. 要使代数式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义, 则 x 的最大值是 $\underline{\frac{1}{2}}$.

【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式, 求出 x 的取值范围即可.

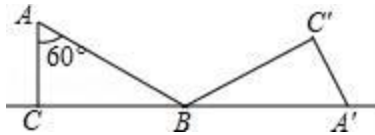
【解答】解: $\because$ 代数式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义,

$\therefore 1-2x \geq 0$, 解得 $x \leq \frac{1}{2}$,

$\therefore x$ 的最大值是 $\frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=60^\circ$, $AB=2\sqrt{3}$. 将 $\triangle ABC$ 沿直线 CB 向右作无滑动滚动一次, 则点 C 经过的路径长是 $\underline{\frac{5\pi}{2}}$.



【考点】轨迹.

【分析】根据锐角三角函数, 可得 BC 的长, 根据线段旋转, 可得圆弧, 根据弧长公式, 可得答案.

【解答】解: 由锐角三角函数, 得

$BC = AB \cdot \sin \angle A = 3$,

由旋转的性质, 得

$\widehat{CC'}$ 是以 B 为圆心, BC 长为半径, 旋转了 150° ,

由弧长公式, 得

$$\widehat{CC'} = \frac{2\pi \times 3 \times 150}{360} = \frac{5\pi}{2},$$

故答案为: $\frac{5\pi}{2}$.

17. 同时投掷两个骰子, 它们点数之和不大于 4 的概率是 $\underline{\frac{1}{6}}$.

【考点】列表法与树状图法.

【分析】根据题意，设第一颗骰子的点数为 x ，第二颗骰子的点数为 y ，用 (x, y) 表示抛掷两个骰子的点数情况，由分步计数原理可得 (x, y) 的情况数目，由列举法可得其中 $x+y \leq 4$ 的情况数目，进而由等可能事件的概率公式计算可得答案.

【解答】解：设第一颗骰子的点数为 x ，第二颗骰子的点数为 y ，用 (x, y) 表示抛掷两个骰子的点数情况，

x, y 都有 6 种情况，则 (x, y) 共有 $6 \times 6 = 36$ 种情况，

而其中点数之和不大于 4 即 $x+y \leq 4$ 的情况有 $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)$ ，共 6 种情况，

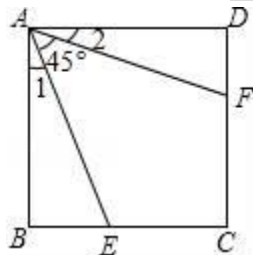
则其概率为 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

故答案为 $\frac{1}{6}$.

18. 如图，已知正方形 $ABCD$ 边长为 1， $\angle EAF = 45^\circ$ ， $AE = AF$ ，则有下列结论：

- ① $\angle 1 = \angle 2 = 22.5^\circ$ ；
- ② 点 C 到 EF 的距离是 $\sqrt{2} - 1$ ；
- ③ $\triangle ECF$ 的周长为 2；
- ④ $BE + DF > EF$.

其中正确的结论是 ①②③. (写出所有正确结论的序号)



【考点】四边形综合题.

【分析】先证明 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ 得到 $\angle 1 = \angle 2$ ，易得 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 22.5^\circ$ ，于是可对①进行判断；连结 EF, AC ，它们相交于点 H ，如图，利用 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ 得到 $BE = DF$ ，则 $CE = CF$ ，接着判断 AC 垂直平分 EF ， AH 平分 $\angle EAF$ ，于是利用角平分线的性质定理得到 $EB = EH$ ， $FD = FH$ ，则可对③④进行判断；设 $BE = x$ ，则 $EF = 2x$ ， $CE = 1 - x$ ，利用等腰直角三角形的性质得到 $2x = \sqrt{2}(1 - x)$ ，解得 $x = \sqrt{2} - 1$ ，则可对④进行判断.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore AB = AD$ ， $\angle BAD = \angle B = \angle D = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中

$$\begin{cases} AE = AF \\ AB = AD \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ，

$\because \angle EAF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 22.5^\circ$ ，所以①正确；

连结 EF, AC ，它们相交于点 H ，如图，

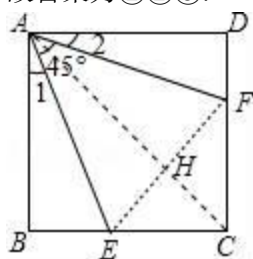
$\because \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ ，

$\therefore BE = DF$ ，

而 $BC = DC$ ，

$\therefore CE=CF$,
 而 $AE=AF$,
 $\therefore AC$ 垂直平分 EF , AH 平分 $\angle EAF$,
 $\therefore EB=EH$, $FD=HF$,
 $\therefore BE+DF=EH+HF=EF$, 所以④错误;
 $\therefore \triangle ECF$ 的周长 $=CE+CF+EF=CE+BE+CF+DF=CB+CD=1+1=2$, 所以③正确;
 设 $BE=x$, 则 $EF=2x$, $CE=1-x$,
 $\therefore \triangle CEF$ 为等腰直角三角形,
 $\therefore EF=\sqrt{2}CE$, 即 $2x=\sqrt{2}(1-x)$, 解得 $x=\sqrt{2}-1$,
 $\therefore EF=2(\sqrt{2}-1)$,
 $\therefore CH=\frac{1}{2}EF=\sqrt{2}-1$, 所以②正确.

故答案为①②③.



三、解答题：本大题共 8 小题，满分 66 分，解答过程写在答题卡上，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19. 计算： $3\sqrt{25}+(-2)^3-(\pi-3)^0$.

【考点】实数的运算；零指数幂.

【分析】分别进行二次根式的化简、乘方、零指数幂等运算，然后合并.

【解答】解：原式 $=15-8-1$

$=6$.

20. 化简： $(\frac{a}{a-2}-\frac{4}{a^2-2a})\div\frac{a+2}{a}$.

【考点】分式的混合运算.

【分析】先把括号内通分，再把除法运算化为乘法运算，然后把分子分解因式后约分即可.

【解答】解：原式 $=\frac{a^2-4}{a(a-2)}\cdot\frac{a}{a+2}$

$=\frac{(a+2)(a-2)}{a(a-2)}\cdot\frac{a}{a+2}$

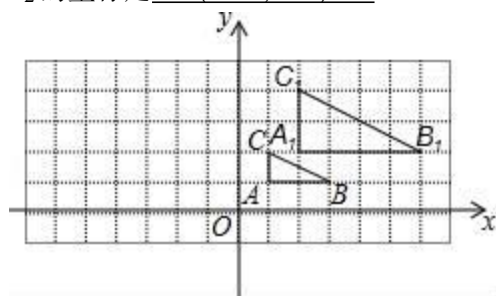
$=1$.

21. 如图，在平面直角坐标系网格中，将 $\triangle ABC$ 进行位似变换得到 $\triangle A_1B_1C_1$.

(1) $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 的位似比是 $\frac{1}{2}$;

(2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 设点 $P(a, b)$ 为 $\triangle ABC$ 内一点, 则依上述两次变换后, 点 P 在 $\triangle A_2B_2C_2$ 内的对应点 P_2 的坐标是 $(-2a, 2b)$.



【考点】 作图-位似变换; 作图-轴对称变换.

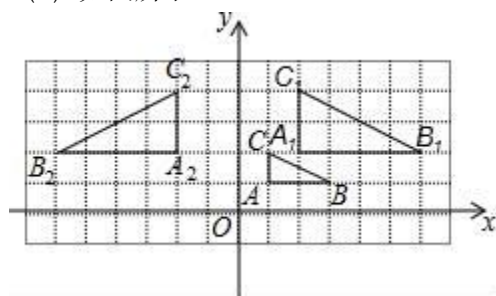
【分析】 (1) 根据位似图形可得位似比即可;

(2) 根据轴对称图形的画法画出图形即可;

(3) 根据三次变换规律得出坐标即可.

【解答】 解: (1) $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位似比等于 $= \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$;

(2) 如图所示



(3) 点 $P(a, b)$ 为 $\triangle ABC$ 内一点, 依次经过上述两次变换后, 点 P 的对应点的坐标为 $(-2a, 2b)$.

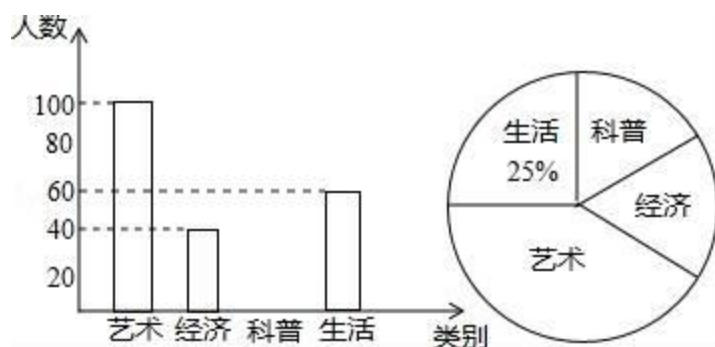
故答案为: $\frac{1}{2}$, $(-2a, 2b)$.

22. 为了了解学校图书馆上个月借阅情况, 管理老师从学生对艺术、经济、科普及生活四类图书借阅情况进行了统计, 并绘制了下列不完整的统计图, 请根据图中信息解答下列问题:

(1) 上个月借阅图书的学生有多少人? 扇形统计图中“艺术”部分的圆心角度数是多少?

(2) 把条形统计图补充完整;

(3) 从借阅情况分析, 如果要添置这四类图书 300 册, 请你估算“科普”类图书应添置多少册合适?



【考点】条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

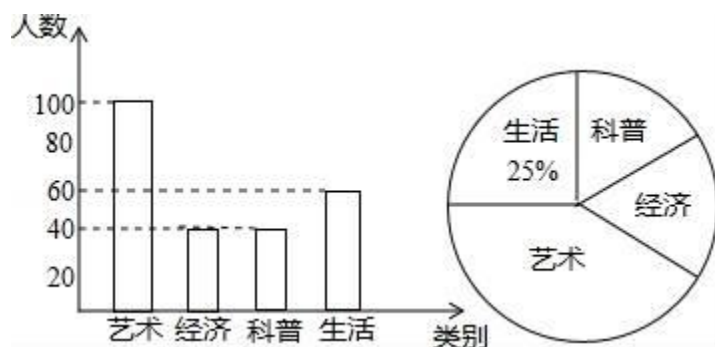
【分析】(1) 用借“生活”类的书的人数除以它所占的百分比即可得到调查的总人数；然后用 360° 乘以借阅“艺术”的人数所占的百分比得到“艺术”部分的圆心角度；

(2) 先计算出借阅“科普”的学生数，然后补全条形统计图；

(3) 利用样本估计总体，用样本中“科普”类所占的百分比乘以 300 即可.

【解答】解：(1) 上个月借阅图书的学生总人数为 $60 \div 25\% = 240$ (人)；扇形统计图中“艺术”部分的圆心角度数 $= 360^\circ \times \frac{100}{240} = 150^\circ$ ；

(2) 借阅“科普”的学生数 $= 240 - 100 - 60 - 40 = 40$ (人)，
条形统计图为：



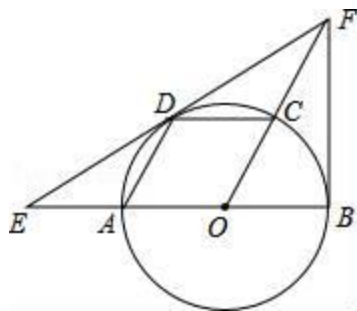
$$(3) 300 \times \frac{40}{240} = 50,$$

估计“科普”类图书应添置 50 册合适.

23. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C、D 在圆上，且四边形 AOCD 是平行四边形，过点 D 作 $\odot O$ 的切线，分别交 OA 延长线与 OC 延长线于点 E、F，连接 BF.

(1) 求证：BF 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 已知圆的半径为 1，求 EF 的长.



【考点】切线的判定与性质；平行四边形的性质.

【分析】(1) 先证明四边形 AOCD 是菱形，从而得到 $\angle AOD = \angle COD = 60^\circ$ ，再根据切线的性质得 $\angle FDO = 90^\circ$ ，接着证明 $\triangle FDO \cong \triangle FBO$ 得到 $\angle ODF = \angle OBF = 90^\circ$ ，然后根据切线的判定定理即可得到结论；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle OBF$ 中，利用 60 度的正切的定义求解.

【解答】(1) 证明：连结 OD，如图， $\because$ 四边形 AOCD 是平行四边形，
而 $OA = OC$ ，

$\therefore$ 四边形 AOCD 是菱形，

$\therefore \triangle OAD$ 和 $\triangle OCD$ 都是等边三角形，

$\therefore \angle AOD = \angle COD = 60^\circ$,
 $\therefore \angle FOB = 60^\circ$,
 $\because EF$ 为切线,
 $\therefore OD \perp EF$,
 $\therefore \angle FDO = 90^\circ$,

在 $\triangle FDO$ 和 $\triangle FBO$ 中

$$\begin{cases} OD=OB \\ \angle FOD=\angle FOB, \\ FO=FO \end{cases}$$

$\therefore \triangle FDO \cong \triangle FBO$,
 $\therefore \angle ODF = \angle OBF = 90^\circ$,
 $\therefore OB \perp BF$,

$\therefore BF$ 是 $\odot O$ 的切线;

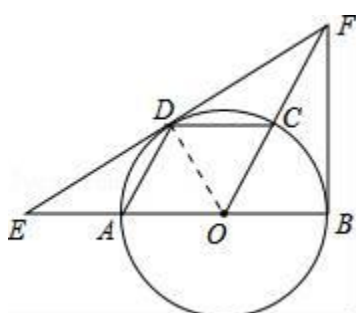
(2) 解: 在 $Rt\triangle OBF$ 中, $\because \angle FOB = 60^\circ$,

而 $\tan \angle FOB = \frac{BF}{OB}$,

$\therefore BF = 1 \times \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

$\because \angle E = 30^\circ$,

$\therefore EF = 2BF = 2\sqrt{3}$.



24. 蔬菜经营户老王, 近两天经营的是青菜和西兰花.

(1) 昨天的青菜和西兰花的进价和售价如表, 老王用 600 元批发青菜和西兰花共 200 市斤, 当天售完后老王一共能赚多少元钱?

	青菜	西兰花
进价 (元/市斤)	2.8	3.2
售价 (元/市斤)	4	4.5

(2) 今天因进价不变, 老王仍用 600 元批发青菜和西兰花共 200 市斤. 但在运输中青菜损坏了 10%, 而西兰花没有损坏仍按昨天的售价销售, 要想当天售完后所赚的钱不少于昨天所赚的钱, 请你帮老王计算, 应怎样给青菜定售价? (精确到 0.1 元)

【考点】一元一次不等式的应用; 二元一次方程组的应用.

【分析】(1) 设批发青菜 x 市斤, 西兰花 y 市斤, 根据题意列出方程组, 解方程组青菜青菜和西兰花的重量, 即可得出老王一共能赚的钱;

(2) 设给青菜定售价为 a 元; 根据题意列出不等式, 解不等式即可.

【解答】解: (1) 设批发青菜 x 市斤, 西兰花 y 市斤;

根据题意得:
$$\begin{cases} x+y=200 \\ 2.8x+3.2y=600 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x=100 \\ y=100 \end{cases}$,

即批发青菜 100 市斤, 西兰花 100 市斤,

$$\therefore 100(4-2.8)+100(4.5-3.2)=120+130=250 \text{ (元)};$$

答: 当天售完后老王一共能赚 250 元钱;

(2) 设给青菜定售价为 a 元/市斤;

$$\text{根据题意得: } 100(1-10\%) \times (x-2.8)+100(4.5-3.2) \geq 250,$$

$$\text{解得: } x \geq 4\frac{2}{15} \approx 4.1;$$

答: 给青菜定售价为不低于 4.1 元/市斤.

25. 如图 (1), 菱形 ABCD 对角线 AC、BD 的交点 O 是四边形 EFGH 对角线 FH 的中点, 四个顶点 A、B、C、D 分别在四边形 EFGH 的边 EF、FG、GH、HE 上.

(1) 求证: 四边形 EFGH 是平行四边形;

(2) 如图 (2) 若四边形 EFGH 是矩形, 当 AC 与 FH 重合时, 已知 $\frac{AC}{BD}=2$, 且菱形 ABCD 的面积是 20, 求矩形 EFGH 的长与宽.

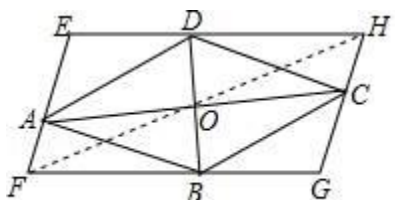


图1

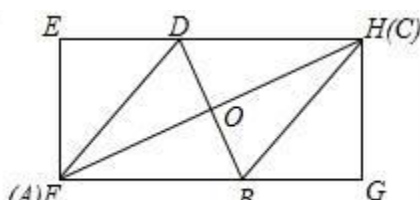


图2

【考点】相似三角形的判定与性质; 平行四边形的判定; 菱形的性质; 矩形的性质.

【分析】(1) 根据菱形的性质可得出 $OA=OC$, $OD=OB$, 再由中点的性质可得出 $OF=OH$, 结合对顶角相等即可利用全等三角形的判定定理 (SAS) 证出 $\triangle AOF \cong \triangle COH$, 从而得出 $AF \parallel CH$, 同理可得出 $DH \parallel BF$, 依据平行四边形的判定定理即可证出结论;

(2) 设矩形 EFGH 的长为 a 、宽为 b . 根据勾股定理及边之间的关系可找出 $AC=\sqrt{a^2+b^2}$,

$BD=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$, 利用菱形的性质、矩形的性质可得出 $\angle AOB=\angle AGH=90^\circ$, 从而可证出 $\triangle$

$BAO \sim \triangle CAG$, 根据相似三角形的性质可得出 $\frac{BO}{CG}=\frac{OA}{AG}$, 套入数据即可得出 $a=2b$ ①, 再根据菱形的面积公式得出 $a^2+b^2=80$ ②, 联立①②解方程组即可得出结论.

【解答】(1) 证明: $\because$ 点 O 是菱形 ABCD 对角线 AC、BD 的交点,

$$\therefore OA=OC, OD=OB,$$

$\because$ 点 O 是线段 FH 的中点,

$$\therefore OF=OH.$$

$$\text{在 } \triangle AOF \text{ 和 } \triangle COH \text{ 中, 有 } \begin{cases} OA=OC \\ \angle AOF=\angle COH \\ OF=OH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COH \text{ (SAS),}$$

$$\therefore \angle AFO=\angle CHO,$$

∴ AF//CH.

同理可得: DH//BF.

∴ 四边形 EFGH 是平行四边形.

(2) 设矩形 EFGH 的长为 a、宽为 b, 则 $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$.

$$\therefore \frac{AC}{BD} = 2,$$

$$\therefore BD = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}, \quad OB = \frac{1}{2}BD = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{4}, \quad OA = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}.$$

∴ 四边形 ABCD 为菱形,

∴ AC ⊥ BD,

∴ ∠AOB = 90°.

∴ 四边形 EFGH 是矩形,

∴ ∠AGH = 90°.

∴ ∠AOB = ∠AGH = 90°.

又 ∵ ∠BAO = ∠CAG,

∴ △BAO ∽ △CAG,

$$\therefore \frac{BO}{CG} = \frac{OA}{AG}, \quad \text{即} \quad \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{4b} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2a},$$

解得: $a = 2b$ ①.

$$\therefore S_{\text{菱形} ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2} = 20,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 80 \text{ ②}.$$

$$\text{联立 ①② 得: } \begin{cases} a = 2b \\ a^2 + b^2 = 80 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = 8 \\ b = 4 \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} a = -8 \\ b = -4 \end{cases} \text{ (舍去).}$$

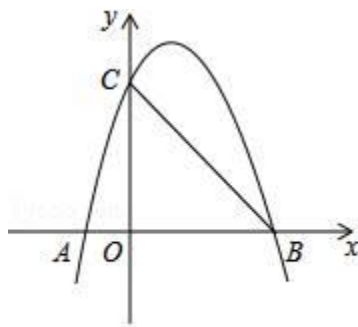
∴ 矩形 EFGH 的长为 8, 宽为 4.

26. 如图, 抛物线 L: $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A、B (3, 0) 两点 (A 在 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C (0, 3), 已知对称轴 $x = 1$.

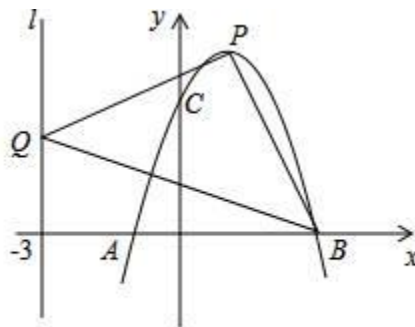
(1) 求抛物线 L 的解析式;

(2) 将抛物线 L 向下平移 h 个单位长度, 使平移后所得抛物线的顶点落在 △OBC 内 (包括 △OBC 的边界), 求 h 的取值范围;

(3) 设点 P 是抛物线 L 上任一点, 点 Q 在直线 l: $x = -3$ 上, △PBQ 能否成为以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形? 若能, 求出符合条件的点 P 的坐标; 若不能, 请说明理由.



图(1)



图(2)

【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法求出抛物线的解析式即可;

(2) 先求出直线 BC 解析式为 $y = -x + 3$, 再求出抛物线顶点坐标, 得出当 $x = 1$ 时, $y = 2$; 结合抛物线顶点坐标即可得出结果;

(3) 设 $P(m, -m^2 + 2m + 3)$, $Q(-3, n)$, 由勾股定理得出 $PB^2 = (m - 3)^2 + (-m^2 + 2m + 3)^2$, $PQ^2 = (m + 3)^2 + (-m^2 + 2m + 3 - n)^2$, $BQ^2 = n^2 + 36$, 过 P 点作 PM 垂直于 y 轴, 交 y 轴与 M 点, 过 B 点作 BN 垂直于 MP 的延长线于 N 点, 由 AAS 证明 $\triangle PQM \cong \triangle BPN$, 得出 $MQ = NP$, $PM = BN$, 则 $MQ = -m^2 + 2m + 3 - n$, $PN = 3 - m$, 得出方程 $-m^2 + 2m + 3 - n = 3 - m$, 解方程即可.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线的对称轴 $x = 1$, $B(3, 0)$,

$\therefore A(-1, 0)$

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $C(0, 3)$

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时, $c = 3$.

又 $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$

$$\therefore \begin{cases} a - b + 3 = 0 \\ 9a + 3b + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = -x^2 + 2x + 3$;

(2) $\because C(0, 3)$, $B(3, 0)$,

$\therefore$ 直线 BC 解析式为 $y = -x + 3$,

$\because y = -x^2 + 2x + 3 = -(x - 1)^2 + 4$,

$\therefore$ 顶点坐标为 $(1, 4)$

$\therefore$ 对于直线 BC: $y = -x + 1$, 当 $x = 1$ 时, $y = 2$; 将抛物线 L 向下平移 h 个单位长度,

$\therefore$ 当 $h = 2$ 时, 抛物线顶点落在 BC 上;

当 $h = 4$ 时, 抛物线顶点落在 OB 上,

$\therefore$ 将抛物线 L 向下平移 h 个单位长度, 使平移后所得抛物线的顶点落在 $\triangle OBC$ 内 (包括 $\triangle OBC$ 的边界),

则 $2 \leq h \leq 4$;

(3) 设 $P(m, -m^2 + 2m + 3)$, $Q(-3, n)$,

①当 P 点在 x 轴上方时, 过 P 点作 PM 垂直于 y 轴, 交 y 轴与 M 点, 过 B 点作 BN 垂直于 MP 的延长线于 N 点, 如图所示:

$\because B(3, 0)$,

$\therefore \triangle PBQ$ 是以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形,

$\therefore \angle BPQ = 90^\circ$, $BP = PQ$,

则 $\angle PMQ = \angle BNP = 90^\circ$, $\angle MPQ = \angle NBP$,

$$\text{在} \triangle PQM \text{ 和 } \triangle BPN \text{ 中, } \begin{cases} \angle PMQ = \angle BNP \\ \angle MPQ = \angle BNP \\ PQ = BP \end{cases},$$

$\therefore \triangle PQM \cong \triangle BPN$ (AAS),

$\therefore PM = BN$,

$\because PM = BN = -m^2 + 2m + 3$, 根据 B 点坐标可得 $PN = 3 - m$, 且 $PM + PN = 6$,

$\therefore -m^2 + 2m + 3 + 3 - m = 6$,

解得: $m = 1$ 或 $m = 0$,

$\therefore P(1, 4)$ 或 $P(0, 3)$.

②当 P 点在 x 轴下方时, 过 P 点作 PM 垂直于 l 于 M 点, 过 B 点作 BN 垂直于 MP 的延长线与 N 点,

同理可得 $\triangle PQM \cong \triangle BPN$,

$\therefore PM = BN$,

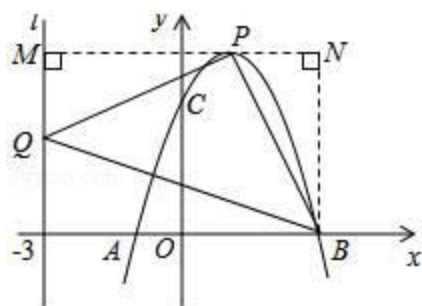
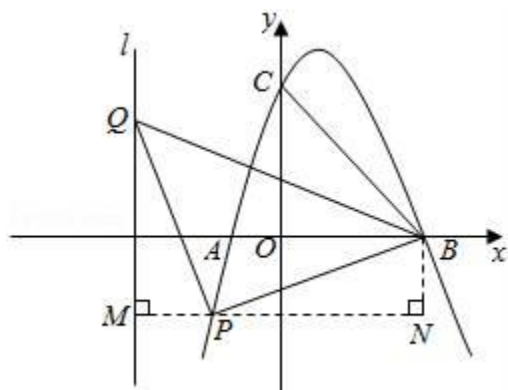
$\therefore PM = 6 - (3 - m) = 3 + m$, $BN = m^2 - 2m - 3$,

则 $3 + m = m^2 - 2m - 3$,

解得 $m = \frac{3 + \sqrt{33}}{2}$ 或 $\frac{3 - \sqrt{33}}{2}$.

$\therefore P\left(\frac{3 + \sqrt{33}}{2}, \frac{-\sqrt{33} - 9}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{3 - \sqrt{33}}{2}, \frac{\sqrt{33} - 9}{2}\right)$.

综上可得, 符合条件的点 P 的坐标是 $(1, 4)$, $(0, 3)$, $\left(\frac{3 + \sqrt{33}}{2}, \frac{-\sqrt{33} - 9}{2}\right)$ 和 $\left(\frac{3 - \sqrt{33}}{2}, \frac{\sqrt{33} - 9}{2}\right)$.



2016 年 8 月 12 日