

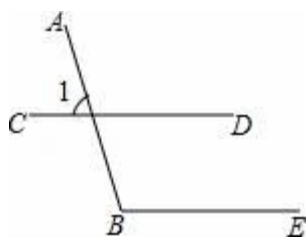
2016 年广西贺州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，在试卷上作答无效.

1. $\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

2. 如图，已知 $\angle 1 = 60^\circ$ ，如果 $CD \parallel BE$ ，那么 $\angle B$ 的度数为 ()



- A. 70° B. 100° C. 110° D. 120°

3. 下列实数中，属于有理数的是 ()

- A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt[3]{4}$ C. π D. $\frac{1}{11}$

4. 一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体是 ()



- A. 三棱锥 B. 三棱柱 C. 圆柱 D. 长方体

5. 从分别标有数 -3 ， -2 ， -1 ， 0 ， 1 ， 2 ， 3 的七张没有明显差别的卡片中，随机抽取一张，所抽卡片上的数的绝对值不小于 2 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$

6. 下列运算正确的是 ()

- A. $(a^5)^2 = a^{10}$ B. $x^{16} \div x^4 = x^4$ C. $2a^2 + 3a^2 = 5a^4$ D. $b^3 \cdot b^3 = 2b^3$

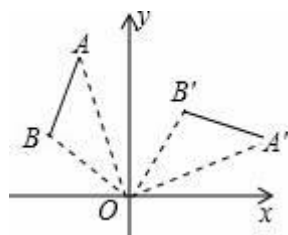
7. 一个等腰三角形的两边长分别为 4，8，则它的周长为 ()

- A. 12 B. 16 C. 20 D. 16 或 20

8. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x-a}{x-2} = \frac{1}{2}$ 的解为非负数，则 a 的取值范围是 ()

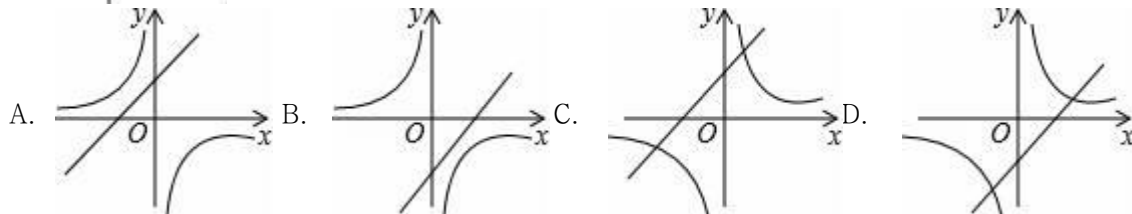
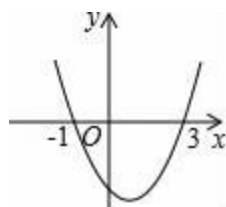
- A. $a \geq 1$ B. $a > 1$ C. $a \geq 1$ 且 $a \neq 4$ D. $a > 1$ 且 $a \neq 4$

9. 如图，将线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 $A'B'$ ，那么 A $(-2, 5)$ 的对应点 A' 的坐标是 ()



- A. $(2, 5)$ B. $(5, 2)$ C. $(2, -5)$ D. $(5, -2)$

10. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则一次函数 $y=ax+b$ 与反比例函数 $y=\frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的图象大致为 ()



11. 已知圆锥的母线长是 12，它的侧面展开图的圆心角是 120° ，则它的底面圆的直径为 ()

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

12. n 是整数，式子 $\frac{1}{8} [1 - (-1)^n] (n^2 - 1)$ 计算的结果 ()

- A. 是 0 B. 总是奇数
C. 总是偶数 D. 可能是奇数也可能是偶数

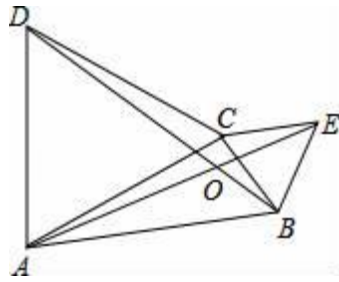
二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，请把答案填在答题卡对应的位置上，在试卷上作答无效.

13. 要使代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

14. 有一组数据：2, a , 4, 6, 7，它们的平均数是 5，则这组数据的中位数是_____.

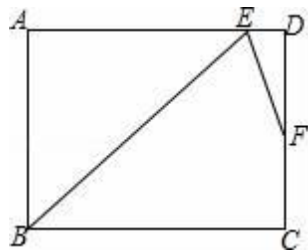
15. 据教育部统计，参加 2016 年全国统一高考的考生有 940 万人，940 万人用科学记数法表示为_____人.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，分别以 AC 、 BC 为边作等边三角形 ACD 和等边三角形 BCE ，连接 AE 、 BD 交于点 O ，则 $\angle AOB$ 的度数为_____.



17. 将 $m^3(x-2) + m(2-x)$ 分解因式的结果是_____.

18. 在矩形 $ABCD$ 中， $\angle B$ 的角平分线 BE 与 AD 交于点 E ， $\angle BED$ 的角平分线 EF 与 DC 交于点 F ，若 $AB=9$ ， $DF=2FC$ ，则 $BC=_____$. (结果保留根号)



三、解答题：本大题共 8 题，满分 66 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，在试卷上作答无效.

19. 计算： $\sqrt{4} - (\pi - 2016)^0 + |\sqrt{3} - 2| + 2\sin 60^\circ$.

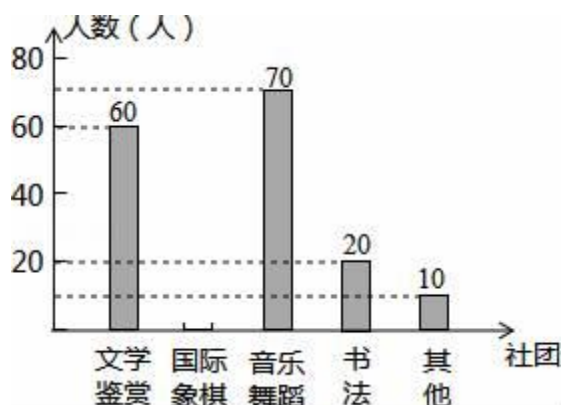
20. 解方程： $\frac{x}{6} - \frac{30-x}{4} = 5$.

21. 为了深化课程改革, 某校积极开展校本课程建设, 计划成立“文学鉴赏”、“国际象棋”、“音乐舞蹈”和“书法”等多个社团, 要求每位学生都自主选择其中一个社团, 为此, 随机调查了本校部分学生选择社团的意向. 并将调查结果绘制成如下统计图表 (不完整):

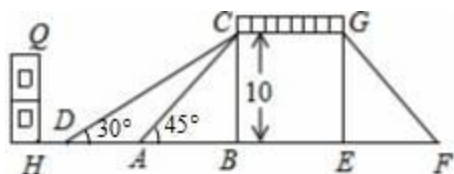
选择意向	文学鉴赏	国际象棋	音乐舞蹈	书法	其他
所占百分比	a	20%	b	10%	5%

根据统计图表的信息, 解答下列问题:

- (1) 求本次抽样调查的学生总人数及 a、b 的值;
- (2) 将条形统计图补充完整;
- (3) 若该校共有 1300 名学生, 试估计全校选择“音乐舞蹈”社团的学生人数.



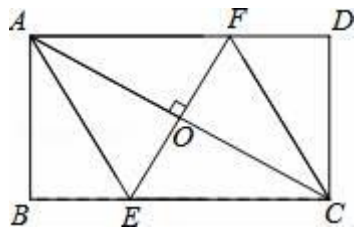
22. 如图, 是某市一座人行天桥的示意图, 天桥离地面的高 BC 是 10 米, 坡面 10 米处有一建筑物 HQ, 为了方便使行人推车过天桥, 市政府部门决定降低坡度, 使新坡面 DC 的倾斜角 $\angle BDC = 30^\circ$, 若新坡面下 D 处与建筑物之间需留下至少 3 米宽的人行道, 问该建筑物是否需要拆除 (计算最后结果保留一位小数). (参考数据: $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$)



23. 如图，AC 是矩形 ABCD 的对角线，过 AC 的中点 O 作 $EF \perp AC$ ，交 BC 于点 E，交 AD 于点 F，连接 AE，CF.

(1) 求证：四边形 AECF 是菱形；

(2) 若 $AB=\sqrt{3}$ ， $\angle DCF=30^\circ$ ，求四边形 AECF 的面积. (结果保留根号)



24. 某地区 2014 年投入教育经费 2900 万元，2016 年投入教育经费 3509 万元.

(1) 求 2014 年至 2016 年该地区投入教育经费的年平均增长率；

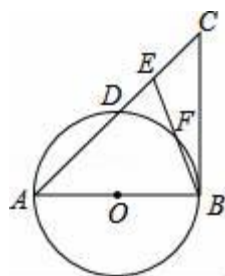
(2) 按照义务教育法规定，教育经费的投入不低于国民生产总值的百分之四，结合该地区国民生产总值的增长情况，该地区到 2018 年需投入教育经费 4250 万元，如果按 (1) 中教育经费投入的增长率，到 2018 年该地区投入的教育经费是否能达到 4250 万元？请说明理由.

(参考数据: $\sqrt{1.21}=1.1$, $\sqrt{1.44}=1.2$, $\sqrt{1.69}=1.3$, $\sqrt{1.96}=1.4$)

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，E 是 AC 边上的一点，且 $AE=AB$ ， $\angle BAC=2\angle CBE$ ，以 AB 为直径作 $\odot O$ 交 AC 于点 D，交 BE 于点 F.

(1) 求证：BC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AB=8$ ， $BC=6$ ，求 DE 的长.

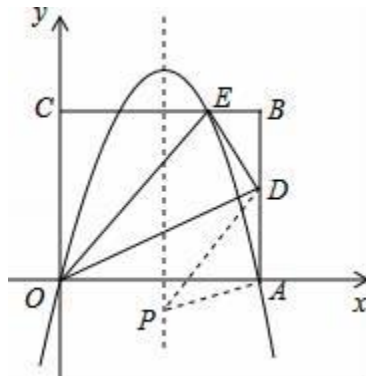


26. 如图，矩形的边 OA 在 x 轴上，边 OC 在 y 轴上，点 B 的坐标为 $(10, 8)$ ，沿直线 OD 折叠矩形，使点 A 正好落在 BC 上的 E 处， E 点坐标为 $(6, 8)$ ，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 O 、 A 、 E 三点.

(1) 求此抛物线的解析式；

(2) 求 AD 的长；

(3) 点 P 是抛物线对称轴上的一动点，当 $\triangle PAD$ 的周长最小时，求点 P 的坐标.



2016 年广西贺州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，在试卷上作答无效.

1. $\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

【考点】相反数.

【专题】常规题型.

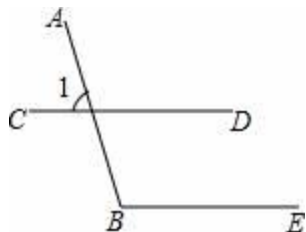
【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数解答.

【解答】解： $\frac{1}{2}$ 的相反数是 $-\frac{1}{2}$.

故选 A.

【点评】本题主要考查了互为相反数的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键.

2. 如图，已知 $\angle 1=60^\circ$ ，如果 $CD \parallel BE$ ，那么 $\angle B$ 的度数为 ()



A. 70° B. 100° C. 110° D. 120°

【考点】平行线的性质.

【分析】先根据补角的定义求出 $\angle 2$ 的度数，再由平行线的性质即可得出结论.

【解答】解： $\because \angle 1=60^\circ$,

$$\therefore \angle 2=180^\circ - 60^\circ =120^\circ .$$

$\because CD \parallel BE$,

$$\therefore \angle 2=\angle B=120^\circ .$$

故选 D.

【点评】本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，同位角相等.

3. 下列实数中, 属于有理数的是 ()

- A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt[3]{4}$ C. π D. $\frac{1}{11}$

【考点】实数.

【分析】根据有理数是有限小数或无限循环小数, 可得答案.

【解答】解: A、 $-\sqrt{2}$ 是无理数, 故 A 错误;

B、 $\sqrt[3]{4}$ 是无理数, 故 B 错误;

C、 π 是无理数, 故 C 错误;

D、 $\frac{1}{11}$ 是有理数, 故 D 正确;

故选: D.

【点评】本题考查了实数, 有限小数或无限循环小数是有理数, 无限不循环小数是无理数.

4. 一个几何体的三视图如图所示, 则这个几何体是 ()



- A. 三棱锥 B. 三棱柱 C. 圆柱 D. 长方体

【考点】由三视图判断几何体.

【分析】根据三视图的知识, 正视图为两个矩形, 左视图为一个矩形, 俯视图为一个三角形, 故这个几何体为直三棱柱

【解答】解: 根据图中三视图的形状, 符合条件的只有直三棱柱, 因此这个几何体的名称是直三棱柱.

故选: B.

【点评】本题考查由三视图确定几何体的形状, 主要考查学生空间想象能力及对立体图形的认识.

5. 从分别标有数 -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 的七张没有明显差别的卡片中, 随机抽取一张, 所抽卡片上的数的绝对值不小于 2 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$

【考点】概率公式; 绝对值.

【分析】由标有数 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 的七张没有明显差别的卡片中, 随机抽取一张, 所抽卡片上的数的绝对值不小于 2 的有 4 种情况, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 标有数 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 的七张没有明显差别的卡片中, 随机抽取一张, 所抽卡片上的数的绝对值不小于 2 的有 4 种情况,

$\therefore$ 随机抽取一张, 所抽卡片上的数的绝对值不小于 2 的概率是: $\frac{4}{7}$.

故选 D.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 注意找到绝对值不小于 2 的个数是关键.

6. 下列运算正确的是 ()

A. $(a^5)^2 = a^{10}$ B. $x^{16} \div x^4 = x^4$ C. $2a^2 + 3a^2 = 5a^4$ D. $b^3 \cdot b^3 = 2b^3$

【考点】同底数幂的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据幂的乘方底数不变指数相乘, 同底数幂的除法底数不变指数相减, 合并同类项系数相加字母及指数不变, 同底数幂的乘法底数不变指数相加, 可得答案.

【解答】解: A、幂的乘方底数不变指数相乘, 故 A 正确;

B、同底数幂的除法底数不变指数相减, 故 B 错误;

C、合并同类项系数相加字母及指数不变, 故 C 错误;

D、同底数幂的乘法底数不变指数相加, 故 D 错误;

故选: A.

【点评】本题考查了同底数幂的除法, 熟记法则并根据法则计算是解题关键.

7. 一个等腰三角形的两边长分别为 4, 8, 则它的周长为 ()

A. 12 B. 16 C. 20 D. 16 或 20

【考点】等腰三角形的性质; 三角形三边关系.

【分析】由于题中没有指明哪边是底哪边是腰, 则应该分两种情况分析.

【解答】解: ①当 4 为腰时, $4+4=8$, 故此种情况不存在;

②当 8 为腰时, $8-4 < 8 < 8+4$, 符合题意.

故此三角形的周长 $= 8+8+4=20$.

故选 C.

【点评】本题考查的是等腰三角形的性质和三边关系, 解答此题时注意分类讨论, 不要漏解.

8. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x-a}{x-2} = \frac{1}{2}$ 的解为非负数，则 a 的取值范围是 ()

A. $a \geq 1$ B. $a > 1$ C. $a \geq 1$ 且 $a \neq 4$ D. $a > 1$ 且 $a \neq 4$

【考点】分式方程的解.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，表示出整式方程的解，根据解为非负数及分式方程分母不为 0 求出 a 的范围即可.

【解答】解：去分母得： $2(2x-a) = x-2$,

解得： $x = \frac{2a-2}{3}$,

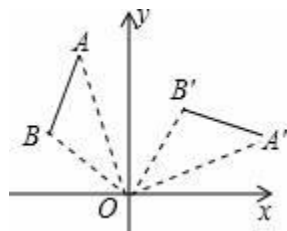
由题意得： $\frac{2a-2}{3} \geq 0$ 且 $\frac{2a-2}{3} \neq 2$,

解得： $a \geq 1$ 且 $a \neq 4$,

故选：C.

【点评】此题考查了分式方程的解，需注意在任何时候都要考虑分母不为 0.

9. 如图，将线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 $A'B'$ ，那么 $A(-2, 5)$ 的对应点 A' 的坐标是 ()



A. $(2, 5)$ B. $(5, 2)$ C. $(2, -5)$ D. $(5, -2)$

【考点】坐标与图形变化-旋转.

【分析】由线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 $A'B'$ 可以得出

$\triangle ABO \cong \triangle A'B'O'$ ， $\angle AOA' = 90^\circ$ ，作 $AC \perp y$ 轴于 C ， $A'C' \perp x$ 轴于 C' ，就可以得出 $\triangle ACO \cong \triangle A'C'O$ ，就可以得出 $AC = A'C'$ ， $CO = C'O$ ，由 A 的坐标就可以求出结论.

【解答】解： $\because$ 线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 $A'B'$ ，

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle A'B'O'$ ， $\angle AOA' = 90^\circ$ ，

$\therefore AO = A'O$.

作 $AC \perp y$ 轴于 C ， $A'C' \perp x$ 轴于 C' ，

$$\therefore \angle ACO = \angle A' C' O = 90^\circ.$$

$$\because \angle COC' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOA' - \angle COA' = \angle COC' - \angle COA',$$

$$\therefore \angle AOC = \angle A' OC'.$$

在 $\triangle ACO$ 和 $\triangle A' C' O$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACO = \angle A' C' O \\ \angle AOC = \angle A' OC', \\ AO = A' O \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACO \cong \triangle A' C' O \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AC = A' C', CO = C' O.$$

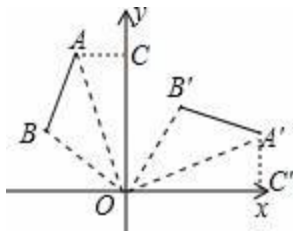
$$\because A(-2, 5),$$

$$\therefore AC = 2, CO = 5,$$

$$\therefore A' C' = 2, OC' = 5,$$

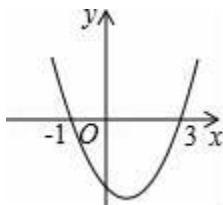
$$\therefore A'(5, 2).$$

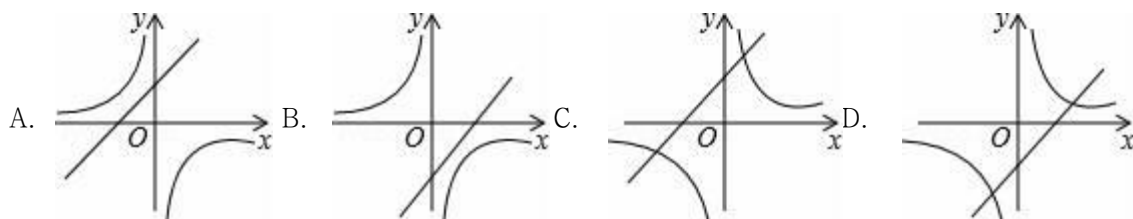
故选: B.



【点评】 本题考查了旋转的性质的运用, 全等三角形的判定及性质的运用, 等式的性质的运用, 点的坐标的运用, 解答时证明三角形全等是关键.

10. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则一次函数 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的图象大致为 ()





【考点】 二次函数的图象；一次函数的图象；反比例函数的图象.

【专题】 压轴题.

【分析】 根据二次函数图象与系数的关系确定 $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$, 根据一次函数和反比例函数的性质确定答案.

【解答】 解: 由抛物线可知, $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$,

$\therefore$ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象经过第一、三、四象限,

反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 的图象在第二、四象限,

故选: B.

【点评】 本题考查的是二次函数、一次函数和反比例函数的图象与系数的关系, 掌握二次函数、一次函数和反比例函数的性质是解题的关键.

11. 已知圆锥的母线长是 12, 它的侧面展开图的圆心角是 120° , 则它的底面圆的直径为 ()

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

【考点】 圆锥的计算.

【分析】 根据圆锥侧面展开图的圆心角与半径 (即圆锥的母线的长度) 求得的弧长, 就是圆锥的底面的周长, 然后根据圆的周长公式 $l = 2\pi r$ 解出 r 的值即可.

【解答】 解: 设圆锥的底面半径为 r .

圆锥的侧面展开扇形的半径为 12,

$\therefore$ 它的侧面展开图的圆心角是 120° ,

$$\therefore \text{弧长} = \frac{120\pi \times 12}{180} = 8\pi,$$

即圆锥底面的周长是 8π ,

$$\therefore 8\pi = 2\pi r, \text{ 解得, } r = 4,$$

$\therefore$ 底面圆的直径为 8.

故选 D.

【点评】本题考查了圆锥的计算. 正确理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键, 理解圆锥的母线长是扇形的半径, 圆锥的底面圆周长是扇形的弧长.

12. n 是整数, 式子 $\frac{1}{8} [1 - (-1)^n] (n^2 - 1)$ 计算的结果 ()

- A. 是 0 B. 总是奇数
C. 总是偶数 D. 可能是奇数也可能是偶数

【考点】因式分解的应用.

【专题】探究型.

【分析】根据题意, 可以利用分类讨论的数学思想探索式子 $\frac{1}{8} [1 - (-1)^n] (n^2 - 1)$ 计算的结果等于什么, 从而可以得到哪个选项是正确的.

【解答】解: 当 n 是偶数时,

$$\frac{1}{8} [1 - (-1)^n] (n^2 - 1) = \frac{1}{8} [1 - 1] (n^2 - 1) = 0,$$

当 n 是奇数时,

$$\frac{1}{8} [1 - (-1)^n] (n^2 - 1) = \frac{1}{8} \times (1+1) (n+1) (n-1) = \frac{(n+1)(n-1)}{4},$$

设 $n=2k-1$ (k 为整数),

$$\text{则 } \frac{(n+1)(n-1)}{4} = \frac{(2k-1+1)(2k-1-1)}{4} = k(k-1),$$

$\therefore 0$ 或 $k(k-1)$ (k 为整数) 都是偶数,

故选 C.

【点评】本题考查因式分解的应用, 解题的关键是明确题意, 利用分类讨论的数学思想解答问题.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 请把答案填在答题卡对应的位置上, 在试卷上作答无效.

13. 要使代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$.

【考点】二次根式有意义的条件; 分式有意义的条件.

【分析】根据二次根式和分式有意义的条件: 被开方数大于等于 0, 分母不等于 0, 列不等式组求解.

【解答】解: 根据题意, 得

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases},$$

解得 $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$.

【点评】 本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数.

本题应注意在求得取值范围后，应排除不在取值范围内的值.

14. 有一组数据：2, a, 4, 6, 7, 它们的平均数是 5, 则这组数据的中位数是 6.

【考点】 中位数；算术平均数.

【分析】 根据平均数为 5, 求出 a 的值, 然后根据中位数的概念, 求解即可.

【解答】 解: $\because$ 该组数据的平均数为 5,

$$\therefore \frac{2+a+4+6+7}{5} = 5,$$

$$\therefore a = 6,$$

将这组数据按照从小到大的顺序排列为: 2, 4, 6, 6, 7,

可得中位数为: 6,

故答案为: 6.

【点评】 本题考查了中位数和算术平均数的知识, 解答本题的关键是排好顺序, 然后根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求, 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

15. 据教育部统计, 参加 2016 年全国统一高考的考生有 940 万人, 940 万人用科学记数法表示为 9.4×10^6 人.

【考点】 科学记数法—表示较大的数.

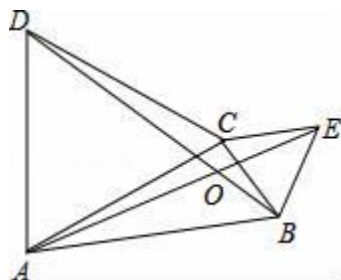
【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 940 万人用科学记数法表示为 9.4×10^6 人,

故答案为: 9.4×10^6 .

【点评】 本题考查了科学记数法表示大数, 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，分别以 AC 、 BC 为边作等边三角形 ACD 和等边三角形 BCE ，连接 AE 、 BD 交于点 O ，则 $\angle AOB$ 的度数为 120° 。



【考点】 全等三角形的判定与性质；等边三角形的性质.

【分析】 先证明 $\triangle DCB \cong \triangle ACE$ ，再利用“8字型”证明 $\angle AOH = \angle DCH = 60^\circ$ 即可解决问题.

【解答】 解：如图：AC与BD交于点H.

$\because \triangle ACD, \triangle BCE$ 都是等边三角形，

$\therefore CD = CA, CB = CE, \angle ACD = \angle BCE = 60^\circ$,

$\therefore \angle DCB = \angle ACE$,

在 $\triangle DCB$ 和 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases} CD = CA \\ \angle DCB = \angle ACE, \\ CB = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCB \cong \triangle ACE$,

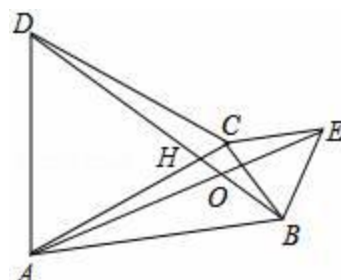
$\therefore \angle CAE = \angle CDB$,

$\because \angle DCH + \angle CHD + \angle BDC = 180^\circ, \angle AOH + \angle AHO + \angle CAE = 180^\circ, \angle DHC = \angle OHA$,

$\therefore \angle AOH = \angle DCH = 60^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle AOH = 120^\circ$.

故答案为 120°



【点评】 本题考查全等三角形的判定和性质、等边三角形的性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形，学会利用“8字型”证明角相等，属于中考常考题型.

17. 将 $m^3(x-2) + m(2-x)$ 分解因式的结果是 $m(x-2)(m-1)(m+1)$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提公因式，再利用平方差公式进行因式分解即可.

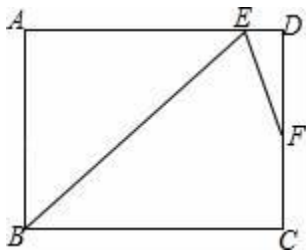
【解答】解：原式= $m(x-2)(m^2-1)$

= $m(x-2)(m-1)(m+1)$.

故答案为： $m(x-2)(m-1)(m+1)$.

【点评】本题考查的是多项式的因式分解，掌握提公因式法和平方差公式是解题的关键.

18. 在矩形 ABCD 中， $\angle B$ 的角平分线 BE 与 AD 交于点 E， $\angle BED$ 的角平分线 EF 与 DC 交于点 F，若 $AB=9$ ， $DF=2FC$ ，则 $BC=$ $6\sqrt{2}+3$. (结果保留根号)



【考点】矩形的性质；等腰三角形的判定；相似三角形的判定与性质.

【分析】先延长 EF 和 BC，交于点 G，再根据条件可以判断三角形 ABE 为等腰直角三角形，并求得斜边 BE 的长，然后根据条件判断三角形 BEG 为等腰三角形，最后根据 $\triangle EFD \sim \triangle GFC$ 得出 CG 与 DE 的倍数关系，并根据 $BG=BC+CG$ 进行计算即可.

【解答】解：延长 EF 和 BC，交于点 G

$\because$ 矩形 ABCD 中， $\angle B$ 的角平分线 BE 与 AD 交于点 E，

$\therefore \angle ABE = \angle AEB = 45^\circ$,

$\therefore AB = AE = 9$,

$\therefore$ 直角三角形 ABE 中， $BE = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$,

又 $\because \angle BED$ 的角平分线 EF 与 DC 交于点 F，

$\therefore \angle BEG = \angle DEF$

$\because AD \parallel BC$

$\therefore \angle G = \angle DEF$

$\therefore \angle BEG = \angle G$

$$\therefore BG=BE=9\sqrt{2}$$

由 $\angle G = \angle DEF$, $\angle EFD = \angle GFC$, 可得 $\triangle EFD \sim \triangle GFC$

$$\therefore \frac{CG}{DE} = \frac{CF}{DF} = \frac{CF}{2CF} = \frac{1}{2}$$

设 $CG=x$, $DE=2x$, 则 $AD=9+2x=BC$

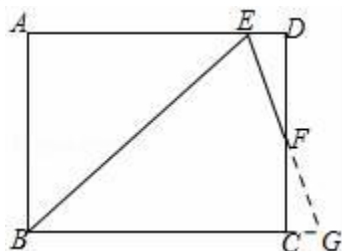
$$\therefore BG=BC+CG$$

$$\therefore 9\sqrt{2}=9+2x+x$$

$$\text{解得 } x=3\sqrt{2}-3$$

$$\therefore BC=9+2(-3)=6\sqrt{2}+3$$

故答案为: $6\sqrt{2}+3$



【点评】 本题主要考查了矩形、相似三角形以及等腰三角形, 解决问题的关键是掌握矩形的性质: 矩形的四个角都是直角, 矩形的对边相等. 解题时注意: 有两个角对应相等的两个三角形相似.

三、解答题: 本大题共 8 题, 满分 66 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤, 在试卷上作答无效.

$$19. \text{ 计算: } \sqrt{4} - (\pi - 2016)^0 + \sqrt{3} - 2 + 2\sin 60^\circ.$$

【考点】 实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】 直接利用绝对值的性质以及特殊角的三角函数值和零指数幂的性质分别化简求出答案.

$$\text{【解答】 解: 原式} = 2 - 1 + 2 - \sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 3 - \sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= 3.$$

【点评】 此题主要考查了绝对值的性质以及特殊角的三角函数值和零指数幂的性质等知识, 正确化简各数是解题关键.

20. 解方程: $\frac{x}{6} - \frac{30-x}{4} = 5$.

【考点】解一元一次方程.

【专题】计算题; 一次方程 (组) 及应用.

【分析】方程去分母, 去括号, 移项合并, 把 x 系数化为 1, 即可求出解.

【解答】解: 去分母得: $2x - 3(30 - x) = 60$,

去括号得: $2x - 90 + 3x = 60$,

移项合并得: $5x = 150$,

解得: $x = 30$.

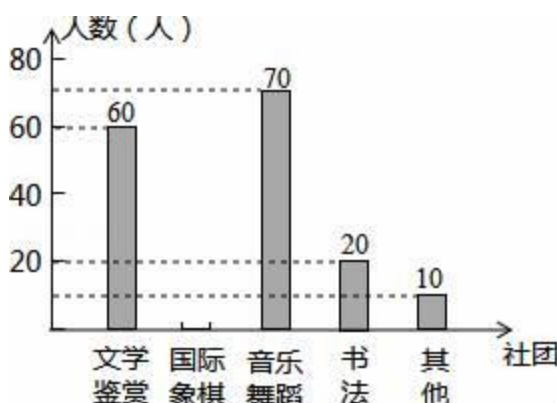
【点评】此题考查了解一元一次方程, 其步骤为: 去分母, 去括号, 移项合并, 把未知数系数化为 1, 求出解.

21. 为了深化课程改革, 某校积极开展校本课程建设, 计划成立“文学鉴赏”、“国际象棋”、“音乐舞蹈”和“书法”等多个社团, 要求每位学生都自主选择其中一个社团, 为此, 随机调查了本校部分学生选择社团的意向, 并将调查结果绘制成如下统计图表 (不完整):

选择意向	文学鉴赏	国际象棋	音乐舞蹈	书法	其他
所占百分比	a	20%	b	10%	5%

根据统计图表的信息, 解答下列问题:

- (1) 求本次抽样调查的学生总人数及 a 、 b 的值;
- (2) 将条形统计图补充完整;
- (3) 若该校共有 1300 名学生, 试估计全校选择“音乐舞蹈”社团的学生人数.



【考点】条形统计图; 用样本估计总体.

【分析】(1) 用书法的人数除以其所占的百分比即可求出抽样调查的学生总人数, 用文学鉴赏、音乐舞蹈的人数除以总人数即可求出 a 、 b 的值;

(2) 用总人数乘以国际象棋的人数所占的百分比求出国际象棋的人数，再把条形统计图补充即可；

(3) 用该校总人数乘以全校选择“音乐舞蹈”社团的学生所占的百分比即可.

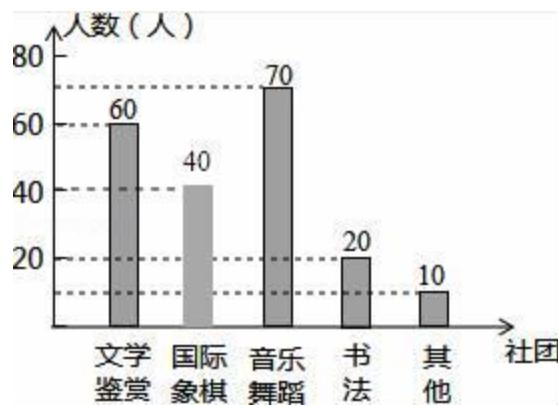
【解答】解：（1）本次抽样调查的学生总人数是： $20 \div 10\% = 200$ ，

$$a = \frac{60}{200} \times 100\% = 30\%,$$

$$b = \frac{70}{200} \times 100\% = 35\%,$$

(2) 国际象棋的人数是： $200 \times 20\% = 40$ ，

条形统计图补充如下：

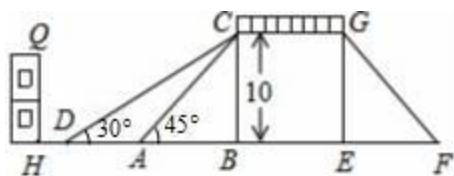


(3) 若该校共有 1300 名学生，则全校选择“音乐舞蹈”社团的学生人数是 $1300 \times 35\% = 455$ (人)，

答：全校选择“音乐舞蹈”社团的学生人数是 $1300 \times 35\% = 455$ 人.

【点评】 本题考查的是条形统计图的综合运用. 读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键，条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

22. 如图，是某市一座人行天桥的示意图，天桥离地面的高 BC 是 10 米，坡面 10 米处有一建筑物 HQ，为了方便使行人推车过天桥，市政府部门决定降低坡度，使新坡面 DC 的倾斜角 $\angle BDC = 30^\circ$ ，若新坡面下 D 处与建筑物之间需留下至少 3 米宽的人行道，问该建筑物是否需要拆除（计算最后结果保留一位小数）. （参考数据： $\sqrt{2} = 1.414$ ， $\sqrt{3} = 1.732$ ）



【考点】解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

【分析】根据正切的定义分别求出 AB、DB 的长，结合图形求出 DH，比较即可.

【解答】解：由题意得，AH=10 米，BC=10 米，

在 Rt△ABC 中， $\angle CAB=45^\circ$ ，

$$\therefore AB=BC=10,$$

在 Rt△DBC 中， $\angle CDB=30^\circ$ ，

$$\therefore DB=\frac{BC}{\tan \angle CDB}=10\sqrt{3},$$

$$\therefore DH=AH-AD=AH-(DB-AB)=10-10\sqrt{3}+10=20-10\sqrt{3}\approx 2.7 \text{ (米)},$$

$$\therefore 2.7 \text{ 米} < 3 \text{ 米},$$

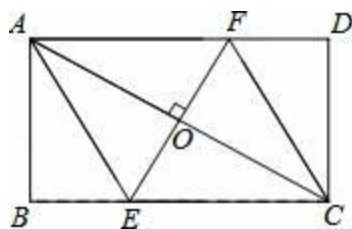
$\therefore$ 该建筑物需要拆除.

【点评】本题考查的是解直角三角形的应用-坡度坡角问题，掌握锐角三角函数的定义、熟记特殊角的三角函数值是解题的关键.

23. 如图，AC 是矩形 ABCD 的对角线，过 AC 的中点 O 作 $EF \perp AC$ ，交 BC 于点 E，交 AD 于点 F，连接 AE，CF.

(1) 求证：四边形 AECF 是菱形；

(2) 若 $AB=\sqrt{3}$ ， $\angle DCF=30^\circ$ ，求四边形 AECF 的面积. (结果保留根号)



【考点】矩形的性质；菱形的判定.

【分析】(1) 由过 AC 的中点 O 作 $EF \perp AC$ ，根据线段垂直平分线的性质，可得 $AF=CF$ ， $AE=CE$ ， $OA=OC$ ，然后由四边形 ABCD 是矩形，易证得 $\triangle AOF \cong \triangle COE$ ，则可得 $AF=CE$ ，继而证得结论；

(2) 由四边形 ABCD 是矩形，易求得 CD 的长，然后利用三角函数求得 CF 的长，继而求得答案.

【解答】 (1) 证明: $\because O$ 是 AC 的中点, 且 $EF \perp AC$,

$$\therefore AF=CF, AE=CE, OA=OC,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AFO = \angle CEO,$$

在 $\triangle AOF$ 和 $\triangle COE$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFO = \angle CEO \\ \angle AOF = \angle COE, \\ OA = OC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AF=CE,$$

$$\therefore AF=CF=CE=AE,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形;

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore CD=AB=\sqrt{3},$$

在 $Rt\triangle CDF$ 中, $\cos \angle DCF = \frac{CD}{CF}$, $\angle DCF = 30^\circ$,

$$\therefore CF = \frac{CD}{\cos 30^\circ} = 2,$$

$\because$ 四边形 $AECF$ 是菱形,

$$\therefore CE=CF=2,$$

$$\therefore \text{四边形 } AECF \text{ 的面积} = EC \cdot AB = 2\sqrt{3}.$$

【点评】此题考查了矩形的性质、菱形的判定与性质以及三角函数等知识. 注意证得 $\triangle AOF \cong \triangle COE$ 是关键.

24. 某地区 2014 年投入教育经费 2900 万元, 2016 年投入教育经费 3509 万元.

(1) 求 2014 年至 2016 年该地区投入教育经费的年平均增长率;

(2) 按照义务教育法规定, 教育经费的投入不低于国民生产总值的百分之四, 结合该地区国民生产总值的增长情况, 该地区到 2018 年需投入教育经费 4250 万元, 如果按 (1) 中教育经费投入的增长率, 到 2018 年该地区投入的教育经费是否能达到 4250 万元? 请说明理由.

(参考数据: $\sqrt{1.21} = 1.1$, $\sqrt{1.44} = 1.2$, $\sqrt{1.69} = 1.3$, $\sqrt{1.96} = 1.4$)

【考点】一元二次方程的应用.

【专题】增长率问题.

【分析】(1) 一般用增长后的量=增长前的量 $\times$ (1+增长率), 2015 年要投入教育经费是 2900 (1+x) 万元, 在 2015 年的基础上再增长 x, 就是 2016 年的教育经费数额, 即可列出方程求解.

(2) 利用 (1) 中求得的增长率来求 2018 年该地区将投入教育经费.

【解答】解: (1) 设增长率为 x, 根据题意 2015 年为 2900 (1+x) 万元, 2016 年为 2900 (1+x)² 万元.

则 $2900(1+x)^2=3509$,

解得 $x=0.1=10\%$, 或 $x=-2.1$ (不合题意舍去).

答: 这两年投入教育经费的平均增长率为 10%.

(2) 2018 年该地区投入的教育经费是 $3509 \times (1+10\%)^2=4245.89$ (万元).

$4245.89 < 4250$,

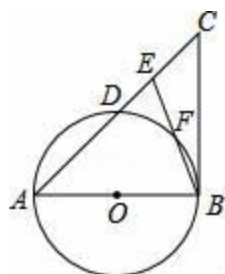
答: 按 (1) 中教育经费投入的增长率, 到 2018 年该地区投入的教育经费不能达到 4250 万元.

【点评】本题考查了一元二次方程中增长率的知识. 增长前的量 $\times$ (1+年平均增长率)^{年数}=增长后的量.

25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, E 是 AC 边上的一点, 且 $AE=AB$, $\angle BAC=2\angle CBE$, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 交 AC 于点 D, 交 BE 于点 F.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AB=8$, $BC=6$, 求 DE 的长.



【考点】切线的判定.

【分析】(1) 由 $AE=AB$, 可得 $\angle ABE=90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC$, 又由 $\angle BAC=2\angle CBE$, 可求得 $\angle ABC=\angle ABE+\angle CBE=90^\circ$, 继而证得结论;

(2) 首先连接 BD, 易证得 $\triangle ABD \sim \triangle ACB$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 求得答案.

【解答】 (1) 证明: $\because AE=AB$,

$\therefore \triangle ABE$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle ABE = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BAC) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BAC,$$

$$\because \angle BAC = 2 \angle CBE,$$

$$\therefore \angle CBE = \frac{1}{2} \angle BAC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABE + \angle CBE = (90^\circ - \frac{1}{2} \angle BAC) + \frac{1}{2} \angle BAC = 90^\circ,$$

即 $AB \perp BC$,

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 连接 BD,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ABC,$$

$$\because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC},$$

$\because$ 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $AB=8$, $BC=6$,

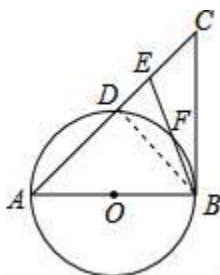
$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10,$$

$$\therefore \frac{AD}{8} = \frac{8}{10},$$

解得: $AD=6.4$,

$$\because AE=AB=8,$$

$$\therefore DE = AE - AD = 8 - 6.4 = 1.6.$$



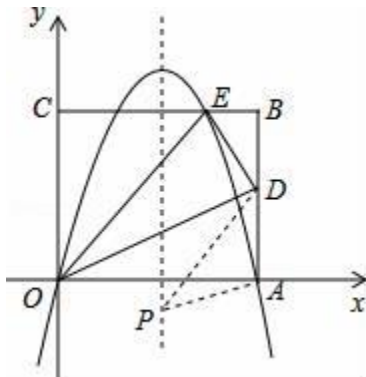
【点评】此题考查了切线的判定与性质、相似三角形的判定与性质、等腰三角形的性质以及勾股定理. 注意准确作出辅助线, 证得 $\triangle ABD \sim \triangle ACB$ 是解此题的关键.

26. 如图, 矩形的边 OA 在 x 轴上, 边 OC 在 y 轴上, 点 B 的坐标为 $(10, 8)$, 沿直线 OD 折叠矩形, 使点 A 正好落在 BC 上的 E 处, E 点坐标为 $(6, 8)$, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 O 、 A 、 E 三点.

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 求 AD 的长;

(3) 点 P 是抛物线对称轴上的一动点, 当 $\triangle PAD$ 的周长最小时, 求点 P 的坐标.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 利用矩形的性质和 B 点的坐标可求出 A 点的坐标, 再利用待定系数法可求得抛物线的解析式;

(2) 设 $AD=x$, 利用折叠的性质可知 $DE=AD$, 在 $Rt\triangle BDE$ 中, 利用勾股定理可得到关于 x 的方程, 可求得 AD 的长;

(3) 由于 O 、 A 两点关于对称轴对称, 所以连接 OD , 与对称轴的交点即为满足条件的点 P , 利用待定系数法可求得直线 OD 的解析式, 再由抛物线解析式可求得对称轴方程, 从而可求得 P 点坐标.

【解答】解:

(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $B(10, 8)$,

$\therefore A(10, 0)$,

又抛物线经过 A 、 E 、 O 三点, 把点的坐标代入抛物线解析式可得

$$\begin{cases} 100a+10b+c=0 \\ 36a+6b+c=8 \\ c=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ b=\frac{10}{3} \\ c=0 \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{10}{3}x$;

(2) 由题意可知: $AD=DE$, $BE=10-6=4$, $AB=8$,

设 $AD=x$, 则 $ED=x$, $BD=AB-AD=8-x$,

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, 由勾股定理可知 $ED^2=EB^2+BD^2$, 即 $x^2=4^2+(8-x)^2$, 解得 $x=5$,

∴ $AD=5$;

$$(3) \because y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{10}{3}x,$$

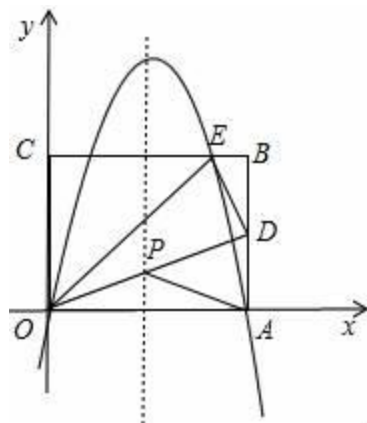
∴ 其对称轴为 $x=5$,

∵ A 、 O 两点关于对称轴对称,

∴ $PA=PO$,

当 P 、 O 、 D 三点在一条直线上时, $PA+PD=PO+PD=OD$, 此时 $\triangle PAD$ 的周长最小,

如图, 连接 OD 交对称轴于点 P , 则该点即为满足条件的点 P ,



由 (2) 可知 D 点的坐标为 $(10, 5)$,

设直线 OD 解析式为 $y=kx$, 把 D 点坐标代入可得 $5=10k$, 解得 $k=\frac{1}{2}$,

∴ 直线 OD 解析式为 $y=\frac{1}{2}x$,

令 $x=5$, 可得 $y=\frac{5}{2}$,

∴ P 点坐标为 $(5, \frac{5}{2})$.

【点评】 本题主要考查二次函数的综合应用，涉及知识点有待定系数法、矩形的性质、勾股定理、轴对称的性质及方程思想．在（2）中注意方程思想的应用，在（3）中确定出满足条件的 P 点的位置是解题的关键． 本题考查知识点虽然较多，但题目属于基础性的题目，难度不大．