

2016 年广西贵港市中考数学试卷

一、(共 12 小题, 每小题 3 分, 满分 36 分) 每小题都给出标号为 (A)、(B)、(C)、(D) 的四个选项, 其中只有一个是正确的. 请考生用 2B 铅笔在答题卡上将选定的答案标号涂黑.

1. -2 的绝对值是 ()

A. 2 B. -2 C. 0 D. 1

2. 下列运算正确的是 ()

A. $3a+2b=5ab$ B. $3a \cdot 2b=6ab$ C. $(a^3)^2=a^5$ D. $(ab^2)^3=ab^6$

3. 用科学记数法表示的数是 1.69×10^5 , 则原来的数是 ()

A. 169 B. 1690 C. 16900 D. 169000

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A=95^\circ$, $\angle B=40^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为 ()

A. 35° B. 40° C. 45° D. 50°

5. 式子 $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

A. $x < 1$ B. $x \leq 1$ C. $x > 1$ D. $x \geq 1$

6. 在平面直角坐标系中, 将点 A (1, -2) 向上平移 3 个单位长度, 再向左平移 2 个单位长度, 得到点 A', 则点 A' 的坐标是 ()

A. $(-1, 1)$ B. $(-1, -2)$ C. $(-1, 2)$ D. $(1, 2)$

7. 从 $-\sqrt{5}$, 0, $\sqrt{4}$, π , 3.5 这五个数中, 随机抽取一个, 则抽到无理数的概率是 ()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

8. 下列命题中错误的是 ()

A. 两组对角分别相等的四边形是平行四边形

B. 矩形的对角线相等

C. 对角线互相垂直的四边形是菱形

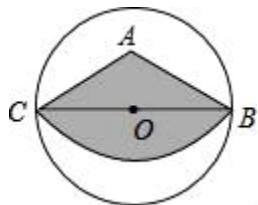
D. 对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形

9. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + p = 0$ ($p \neq 0$) 的两个不相等的实数根分别为 a 和 b , 且

$a^2 - ab + b^2 = 18$, 则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 的值是 ()

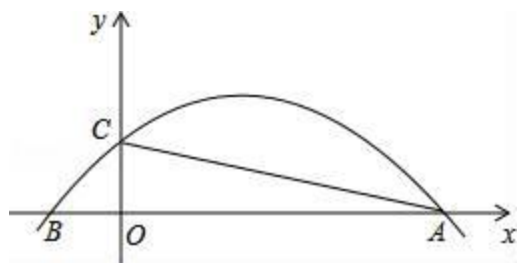
A. 3 B. -3 C. 5 D. -5

10. 如图, 点 A 在以 BC 为直径的 $\odot O$ 内, 且 $AB=AC$, 以点 A 为圆心, AC 长为半径作弧, 得到扇形 ABC, 剪下扇形 ABC 围成一个圆锥 (AB 和 AC 重合), 若 $\angle BAC=120^\circ$, $BC=2\sqrt{3}$, 则这个圆锥底面圆的半径是 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

11. 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C. 若点 P 是线段 AC 上方的抛物线上一动点, 当 $\triangle ACP$ 的面积取得最大值时, 点 P 的坐标是 ()

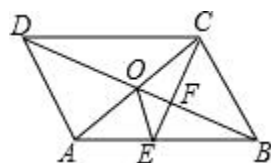


- A. (4, 3) B. $(5, \frac{35}{12})$ C. $(4, \frac{35}{12})$ D. (5, 3)

12. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O, CE 平分 $\angle BCD$ 交 AB 于点 E, 交 BD 于点 F, 且 $\angle ABC=60^\circ$, $AB=2BC$, 连接 OE. 下列结论:

- ① $\angle ACD=30^\circ$; ② $S_{\square ABCD}=AC \cdot BC$; ③ $OE: AC=\sqrt{3}: 6$; ④ $S_{\triangle OCF}=2S_{\triangle OEF}$

成立的个数有 ()



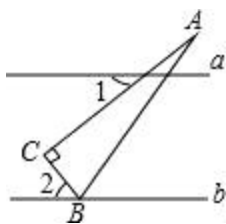
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

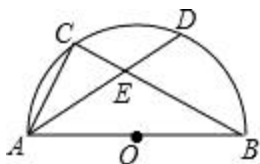
13. 8 的立方根是_____.

14. 分解因式: $a^2b - b =$ _____.

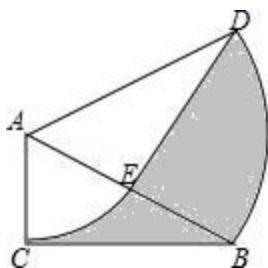
15. 如图, 已知直线 $a \parallel b$, $\triangle ABC$ 的顶点 B 在直线 b 上, $\angle C=90^\circ$, $\angle 1=36^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是_____.



16. 如图, AB 是半圆 O 的直径, C 是半圆 O 上一点, 弦 AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 E, 若 $AB=6$, $AD=5$, 则 DE 的长为_____.



17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle BAC=60^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 后得到 $\triangle ADE$, 若 $AC=1$, 则线段 BC 在上述旋转过程中所扫过部分 (阴影部分) 的面积是____ (结果保留 π).



18. 已知 $a_1 = \frac{t}{1+t}$, $a_2 = \frac{1}{1-a_1}$, $a_3 = \frac{1}{1-a_2}$, ..., $a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n}$ (n 为正整数, 且 $t \neq 0, 1$), 则 $a_{2016} =$ _____ (用含有 t 的代数式表示).

三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 66 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

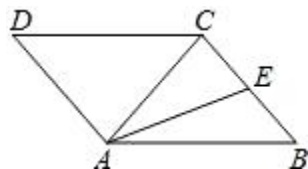
19. (1) 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{27} - (\pi - 2016)^0 + 9\tan 30^\circ$;

(2) 解分式方程: $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{x-2}$.

20. 如图，在 $\square ABCD$ 中，AC 为对角线， $AC=BC=5$ ， $AB=6$ ，AE 是 $\triangle ABC$ 的中线.

(1) 用无刻度的直尺画出 $\triangle ABC$ 的高 CH (保留画图痕迹)；

(2) 求 $\triangle ACE$ 的面积.

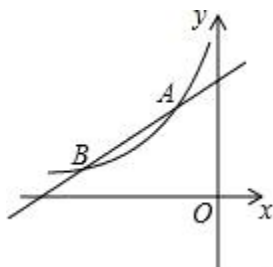


21. 如图，已知一次函数 $y=\frac{1}{2}x+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象交于点 A (-1,

2) 和点 B, 点 C 在 y 轴上.

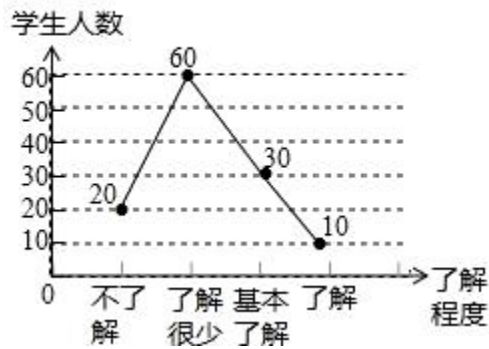
(1) 当 $\triangle ABC$ 的周长最小时，求点 C 的坐标；

(2) 当 $\frac{1}{2}x+b < \frac{k}{x}$ 时，请直接写出 x 的取值范围.

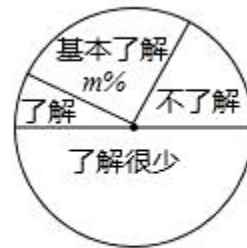


22. 在国务院办公厅发布《中国足球发展改革总体方案》之后，某校为了调查本校学生对足球知识的了解程度，随机抽取了部分学生进行一次问卷调查，并根据调查结果绘制了如图的统计图，请根据图中所给的信息，解答下列问题：

接受问卷调查的学生人数折线统计图



接受问卷调查的学生人数扇形统计图



- (1) 本次接受问卷调查的学生总人数是_____；
- (2) 扇形统计图中，“了解”所对应扇形的圆心角的度数为_____， m 的值为_____；
- (3) 若该校共有学生 1500 名，请根据上述调查结果估算该校学生对足球的了解程度为“基本了解”的人数。

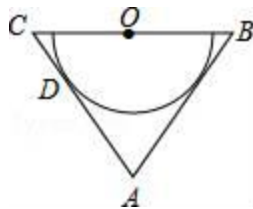
23. 为了经济发展的需要，某市 2014 年投入科研经费 500 万元，2016 年投入科研经费 720 万元。

- (1) 求 2014 至 2016 年该市投入科研经费的年平均增长率；
- (2) 根据目前经济发展的实际情况，该市计划 2017 年投入的科研经费比 2016 年有所增加，但年增长率不超过 15%，假定该市计划 2017 年投入的科研经费为 a 万元，请求出 a 的取值范围。

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， O 为 BC 的中点， AC 与半圆 O 相切于点 D .

(1) 求证： AB 是半圆 O 所在圆的切线；

(2) 若 $\cos \angle ABC = \frac{2}{3}$ ， $AB=12$ ，求半圆 O 所在圆的半径.

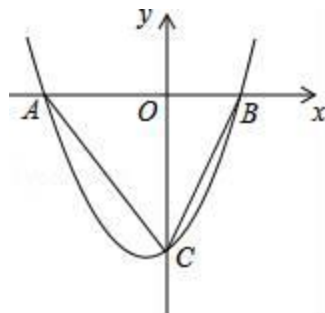


25. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx-5$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(-5, 0)$ 和点 $B(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 C .

(1) 求该抛物线的解析式；

(2) 若点 E 为 x 轴下方抛物线上的一动点，当 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABC}$ 时，求点 E 的坐标；

(3) 在(2)的条件下，抛物线上是否存在点 P ，使 $\angle BAP = \angle CAE$ ？若存在，求出点 P 的横坐标；若不存在，请说明理由.



26. 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 内作 $\angle EAF=45^\circ$, AE 交 BC 于点 E , AF 交 CD 于点 F , 连接 EF , 过点 A 作 $AH \perp EF$, 垂足为 H .

(1) 如图 2, 将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle ABG$.

①求证: $\triangle AGE \cong \triangle AFE$;

②若 $BE=2$, $DF=3$, 求 AH 的长.

(2) 如图 3, 连接 BD 交 AE 于点 M , 交 AF 于点 N . 请探究并猜想: 线段 BM , MN , ND 之间有什么数量关系? 并说明理由.

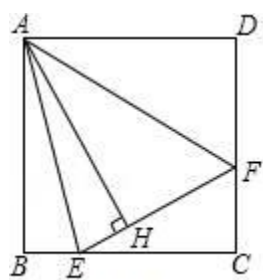


图1

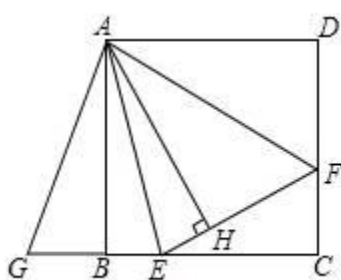


图2

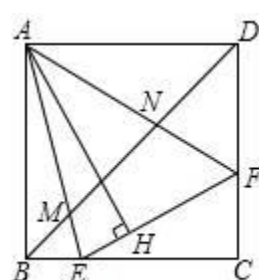


图3

2016 年广西贵港市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、(共 12 小题, 每小题 3 分, 满分 36 分) 每小题都给出标号为 (A)、(B)、(C)、(D) 的四个选项, 其中只有一个是正确的. 请考生用 2B 铅笔在答题卡上将选定的答案标号涂黑.

1. -2 的绝对值是 ()

A. 2 B. -2 C. 0 D. 1

【考点】绝对值.

【分析】根据负数的绝对值是它的相反数, 可得答案.

【解答】解: -2 的绝对值是 2.

故选: A.

2. 下列运算正确的是 ()

A. $3a+2b=5ab$ B. $3a \cdot 2b=6ab$ C. $(a^3)^2=a^5$ D. $(ab^2)^3=ab^6$

【考点】单项式乘单项式; 合并同类项; 幂的乘方与积的乘方.

【分析】分别利用单项式乘以单项式以及合并同类项法则以及积的乘方运算法则、幂的乘方运算法则分别计算得出答案.

【解答】解: A、 $3a+2b$ 无法计算, 故此选项错误;

B、 $3a \cdot 2b=6ab$, 正确;

C、 $(a^3)^2=a^6$, 故此选项错误;

D、 $(ab^2)^3=a^3b^6$, 故此选项错误;

故选: B.

3. 用科学记数法表示的数是 1.69×10^5 , 则原来的数是 ()

A. 169 B. 1690 C. 16900 D. 169000

【考点】科学记数法—原数.

【分析】根据科学记数法的表示方法, n 是几小数点向右移动几位, 可得答案.

【解答】解: 1.69×10^5 , 则原来的数是 169000,

故选: D.

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A=95^\circ$, $\angle B=40^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为 ()

A. 35° B. 40° C. 45° D. 50°

【考点】三角形内角和定理.

【分析】在 $\triangle ABC$ 中, 根据三角形内角和是 180 度来求 $\angle C$ 的度数.

【解答】解: $\because$ 三角形的内角和是 180° ,

又 $\angle A=95^\circ$, $\angle B=40^\circ$

$\therefore \angle C=180^\circ - \angle A - \angle B$

$=180^\circ - 95^\circ - 40^\circ$

$=45^\circ$,

故选 C.

5. 式子 $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ()

A. $x < 1$ B. $x \leq 1$ C. $x > 1$ D. $x \geq 1$

【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】被开方数是非负数，且分母不为零，由此得到： $x - 1 > 0$ ，据此求得 x 的取值范围.

【解答】解：依题意得： $x - 1 > 0$ ，

解得 $x > 1$.

故选：C.

6. 在平面直角坐标系中，将点 A (1, -2) 向上平移 3 个单位长度，再向左平移 2 个单位长度，得到点 A'，则点 A' 的坐标是 ()

A. (-1, 1) B. (-1, -2) C. (-1, 2) D. (1, 2)

【考点】坐标与图形变化-平移.

【分析】根据向左平移横坐标减，向上平移纵坐标加求解即可.

【解答】解： $\because$ 将点 A (1, -2) 向上平移 3 个单位长度，再向左平移 2 个单位长度，得到点 A'，

$\therefore$ 点 A' 的横坐标为 $1 - 2 = -1$ ，纵坐标为 $-2 + 3 = 1$ ，

$\therefore$ A' 的坐标为 (-1, 1).

故选：A.

7. 从 $-\sqrt{5}$, 0, $\sqrt{4}$, π , 3.5 这五个数中，随机抽取一个，则抽到无理数的概率是 ()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【考点】概率公式；无理数.

【分析】先求出无理数的个数，再根据概率公式即可得出结论.

【解答】解： $\because -\sqrt{5}$, 0, $\sqrt{4}$, π , 3.5 这五个数中，无理数有 2 个，

$\therefore$ 随机抽取一个，则抽到无理数的概率是 $\frac{2}{5}$ ，

故选：B.

8. 下列命题中错误的是 ()

A. 两组对角分别相等的四边形是平行四边形

B. 矩形的对角线相等

C. 对角线互相垂直的四边形是菱形

D. 对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形

【考点】命题与定理.

【分析】直接利用平行四边形以及矩形、菱形、正方形的判定方法分别分析得出答案.

【解答】解：A、两组对角分别相等的四边形是平行四边形，正确，不合题意；

B、矩形的对角线相等，正确，不合题意；

C、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，故此选项错误，符合题意；

D、对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形，正确，不合题意.

故选：C.

9. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + p = 0$ ($p \neq 0$) 的两个不相等的实数根分别为 a 和 b , 且 $a^2 - ab + b^2 = 18$, 则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 的值是 ()

A. 3 B. -3 C. 5 D. -5

【考点】根与系数的关系.

【分析】根据方程的解析式结合根与系数的关系找出 $a+b=3$ 、 $ab=p$, 利用完全平方公式将 $a^2 - ab + b^2 = 18$ 变形为 $(a+b)^2 - 3ab = 18$, 代入数据即可得出关于 p 的一元一次方程, 解方程即可得出 p 的值, 经验证 $p = -3$ 符合题意, 再将 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 变形为 $\frac{(a+b)^2}{ab} - 2$, 代入数据即可得出结论.

【解答】解: $\because a, b$ 为方程 $x^2 - 3x + p = 0$ ($p \neq 0$) 的两个不相等的实数根,

$$\therefore a+b=3, ab=p,$$

$$\therefore a^2 - ab + b^2 = (a+b)^2 - 3ab = 3^2 - 3p = 18,$$

$$\therefore p = -3.$$

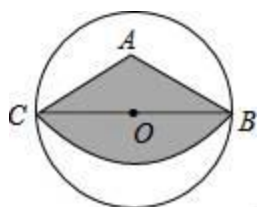
$$\text{当 } p = -3 \text{ 时, } \Delta = (-3)^2 - 4p = 9 + 12 = 21 > 0,$$

$$\therefore p = -3 \text{ 符合题意.}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} = \frac{(a+b)^2}{ab} - 2 = \frac{3^2}{-3} - 2 = -5.$$

故选 D.

10. 如图, 点 A 在以 BC 为直径的 $\odot O$ 内, 且 $AB=AC$, 以点 A 为圆心, AC 长为半径作弧, 得到扇形 ABC , 剪下扇形 ABC 围成一个圆锥 (AB 和 AC 重合), 若 $\angle BAC = 120^\circ$, $BC = 2\sqrt{3}$, 则这个圆锥底面圆的半径是 ()



A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

【考点】圆锥的计算.

【分析】根据扇形的圆心角的度数和直径 BC 的长确定扇形的半径, 然后确定扇形的弧长, 根据圆锥的底面周长等于扇形的弧长列式求解即可.

【解答】解: 如图, 连接 AO , $\angle BAC = 120^\circ$,

$$\therefore BC = 2\sqrt{3}, \angle OAC = 60^\circ,$$

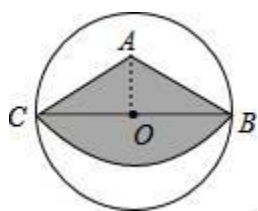
$$\therefore OC = \sqrt{3},$$

$$\therefore AC = 2,$$

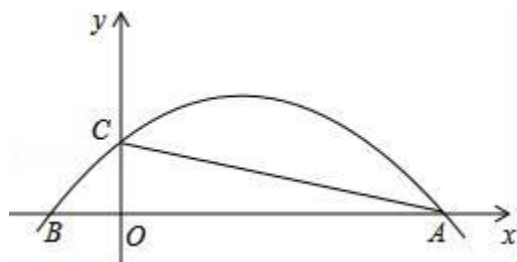
$$\text{设圆锥的底面半径为 } r, \text{ 则 } 2\pi r = \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4}{3}\pi,$$

$$\text{解得: } r = \frac{2}{3}.$$

故选 B.



11. 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C. 若点 P 是线段 AC 上方的抛物线上一动点, 当 $\triangle ACP$ 的面积取得最大值时, 点 P 的坐标是 ()



- A. (4, 3) B. $(5, \frac{35}{12})$ C. $(4, \frac{35}{12})$ D. (5, 3)

【考点】 抛物线与 x 轴的交点; 二次函数的最值.

【分析】 连接 PC、PO、PA, 设点 P 坐标 $(m, -\frac{1}{12}m^2 + \frac{2}{3}m + \frac{5}{3})$, 根据 $S_{\triangle PAC} = S_{\triangle PCO} + S_{\triangle POA} - S_{\triangle AOC}$ 构建二次函数, 利用函数性质即可解决问题.

【解答】 解: 连接 PC、PO、PA, 设点 P 坐标 $(m, -\frac{1}{12}m^2 + \frac{2}{3}m + \frac{5}{3})$

令 $x=0$, 则 $y=\frac{5}{3}$, 点 C 坐标 $(0, \frac{5}{3})$,

令 $y=0$ 则 $-\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} = 0$, 解得 $x = -2$ 或 10 ,

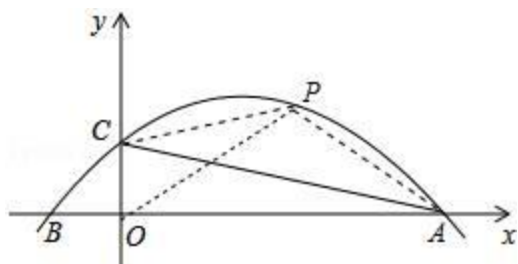
$\therefore$ 点 A 坐标 $(10, 0)$, 点 B 坐标 $(-2, 0)$,

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle PAC} &= S_{\triangle PCO} + S_{\triangle POA} - S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times m + \frac{1}{2} \times 10 \times (-\frac{1}{12}m^2 + \frac{2}{3}m + \frac{5}{3}) - \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 10 = \\ &= -\frac{5}{12}(m-5)^2 + \frac{125}{12}, \end{aligned}$$

$\therefore x=5$ 时, $\triangle PAC$ 面积最大值为 $\frac{125}{12}$,

此时点 P 坐标 $(5, \frac{35}{12})$.

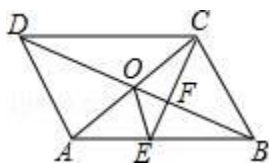
故点 P 坐标为 $(5, \frac{35}{12})$.



12. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC , BD 交于点 O , CE 平分 $\angle BCD$ 交 AB 于点 E , 交 BD 于点 F , 且 $\angle ABC=60^\circ$, $AB=2BC$, 连接 OE . 下列结论:

① $\angle ACD=30^\circ$; ② $S_{\square ABCD}=AC \cdot BC$; ③ $OE: AC=\sqrt{3}: 6$; ④ $S_{\triangle OCF}=2S_{\triangle OEF}$

成立的个数有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】相似三角形的判定与性质; 平行四边形的性质.

【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 得到 $\angle ABC=\angle ADC=60^\circ$, $\angle BAD=120^\circ$, 根据角平分线的定义得到 $\angle DCE=\angle BCE=60^\circ$ 推出 $\triangle CBE$ 是等边三角形, 证得 $\angle ACB=90^\circ$, 求出 $\angle ACD=\angle CAB=30^\circ$, 故①正确; 由 $AC \perp BC$, 得到 $S_{\square ABCD}=AC \cdot BC$, 故②正确, 及直角三角形得到 $AC=\sqrt{3}BC$, 根据三角形的中位线的性质得到 $OE=\frac{1}{2}BC$, 于是得到 $OE: AC=\sqrt{3}: 6$;

故③正确; 根据相似三角形的性质得到 $\frac{CF}{EF}=\frac{BC}{OE}=\frac{1}{2}$, 求得 $S_{\triangle OCF}=2S_{\triangle OEF}$; 故④正确.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle ABC=\angle ADC=60^\circ$, $\angle BAD=120^\circ$,

$\because CE$ 平分 $\angle BCD$ 交 AB 于点 E ,

$\therefore \angle DCE=\angle BCE=60^\circ$

$\therefore \triangle CBE$ 是等边三角形,

$\therefore BE=BC=CE$,

$\because AB=2BC$,

$\therefore AE=BC=CE$,

$\therefore \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle ACD=\angle CAB=30^\circ$, 故①正确;

$\because AC \perp BC$,

$\therefore S_{\square ABCD}=AC \cdot BC$, 故②正确,

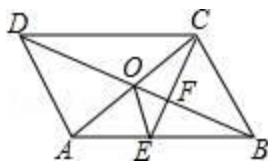
在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle CAB=30^\circ$,

$\therefore AC=\sqrt{3}BC$,

$\because AO=OC$, $AE=BE$,

$\therefore OE=\frac{1}{2}BC$,

$\therefore OE: AC = \frac{1}{2}BC$,
 $\therefore OE: AC = \sqrt{3}: 6$; 故③正确;
 $\because AO=OC, AE=BE$,
 $\therefore OE \parallel BC$,
 $\therefore \triangle OEF \sim \triangle BCF$,
 $\therefore \frac{CF}{EF} = \frac{BC}{OE} = \frac{1}{2}$,
 $\therefore S_{\triangle OCF}: S_{\triangle OEF} = \frac{CF}{OE} = \frac{1}{2}$,
 $\therefore S_{\triangle OCF} = 2S_{\triangle OEF}$; 故④正确;
 故选 D.



二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. 8 的立方根是 2.

【考点】立方根.

【分析】利用立方根的定义计算即可得到结果.

【解答】解: 8 的立方根为 2,

故答案为: 2.

14. 分解因式: $a^2b - b = \underline{b(a+1)(a-1)}$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】首先提取公因式 b, 进而利用平方差公式分解因式得出答案.

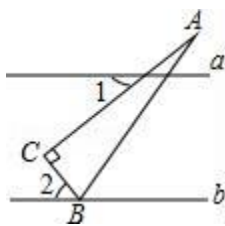
【解答】解: $a^2b - b$

$= b(a^2 - 1)$

$= b(a+1)(a-1)$.

故答案为: $b(a+1)(a-1)$.

15. 如图, 已知直线 $a \parallel b$, $\triangle ABC$ 的顶点 B 在直线 b 上, $\angle C = 90^\circ$, $\angle 1 = 36^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 54° .



【考点】平行线的性质.

【分析】过点 C 作 $CF \parallel a$, 由平行线的性质求出 $\angle ACF$ 的度数, 再由余角的定义求出 $\angle BCF$ 的度数, 进而可得出结论.

【解答】解：过点 C 作 $CF \parallel a$,

$$\because \angle 1 = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle ACF = 36^\circ.$$

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

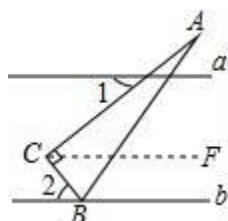
$$\therefore \angle BCF = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ.$$

$$\because \text{直线 } a \parallel b,$$

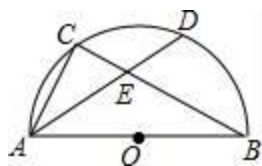
$$\therefore CF \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle BCF = 54^\circ.$$

故答案为： 54° .



16. 如图，AB 是半圆 O 的直径，C 是半圆 O 上一点，弦 AD 平分 $\angle BAC$ ，交 BC 于点 E，若 $AB=6$ ， $AD=5$ ，则 DE 的长为 $\frac{11}{5}$.



【考点】相似三角形的判定与性质；勾股定理；圆周角定理.

【分析】连接 BD，由勾股定理先求出 BD 的长，再判定 $\triangle ABD \sim \triangle BED$ ，根据对应边成比例列出比例式，可求得 DE 的长.

【解答】解：如图，连接 BD，

$$\because AB \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径，} AB=6, AD=5,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11},$$

$$\because \text{弦 } AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \widehat{CD} = \widehat{BD},$$

$$\therefore \angle DBE = \angle DAB,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BED$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAD = \angle EBD \\ \angle ADB = \angle BDE \end{cases}$$

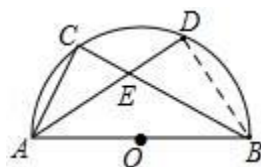
$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle BED,$$

$$\therefore \frac{ED}{BD} = \frac{BD}{AD}, \text{ 即 } BD^2 = ED \times AD,$$

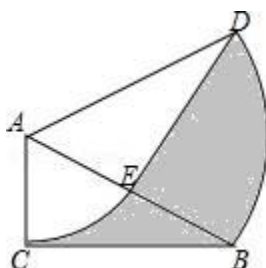
$$\therefore (\sqrt{11})^2 = ED \times 5,$$

$$\text{解得 } DE = \frac{11}{5}.$$

故答案为: $\frac{11}{5}$.



17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle BAC=60^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 后得到 $\triangle ADE$, 若 $AC=1$, 则线段 BC 在上述旋转过程中所扫过部分 (阴影部分) 的面积是 $\frac{\pi}{2}$ (结果保留 π).



【考点】 扇形面积的计算; 旋转的性质.

【分析】 根据阴影部分的面积是: $S_{\text{扇形} DAB} + S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE} - S_{\text{扇形} ACE}$, 分别求得: 扇形 BAD 的面积、 $S_{\triangle ABC}$ 以及扇形 CAE 的面积, 即可求解.

【解答】 解: $\because \angle C=90^\circ$, $\angle BAC=60^\circ$, $AC=1$,
 $\therefore AB=2$,

扇形 BAD 的面积是: $\frac{60 \times \pi \times 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3}$,

在直角 $\triangle ABC$ 中, $BC=AB \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, $AC=1$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

扇形 CAE 的面积是: $\frac{60 \pi \times 1^2}{360} = \frac{\pi}{6}$,

则阴影部分的面积是: $S_{\text{扇形} DAB} + S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE} - S_{\text{扇形} ACE}$

$$= \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\pi}{2}.$$

故答案为: $\frac{\pi}{2}$.

18. 已知 $a_1 = \frac{t}{1+t}$, $a_2 = \frac{1}{1-a_1}$, $a_3 = \frac{1}{1-a_2}$, ..., $a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n}$ (n 为正整数, 且 $t \neq 0, 1$),

则 $a_{2016} = \frac{-1}{t}$ (用含有 t 的代数式表示).

【考点】规律型：数字的变化类.

【分析】把 a_1 代入确定出 a_2 ，把 a_2 代入确定出 a_3 ，依此类推，得到一般性规律，即可确定出 a_{2016} 的值.

【解答】解：根据题意得： $a_1 = \frac{t}{1+t}$ ， $a_2 = \frac{1}{1 - \frac{t}{1+t}} = 1+t$ ， $a_3 = \frac{1}{1 - 1 - t} = -\frac{1}{t}$ ，

$$a_4 = \frac{1}{1 + \frac{1}{t}} = \frac{t}{t+1} \dots,$$

$$2016 \div 3 = 672,$$

$$\therefore a_{2016} \text{ 的值为 } -\frac{1}{t},$$

$$\text{故答案为 } -\frac{1}{t}$$

三、解答题（本大题共 8 小题，满分 66 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

19. (1) 计算： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{27} - (\pi - 2016)^0 + 9\tan 30^\circ$;

(2) 解分式方程： $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{x-2}$.

【考点】解分式方程；实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

【分析】(1) 原式利用零指数幂、负整数指数幂法则，二次根式性质，以及特殊角的三角函数值计算即可得到结果；

(2) 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解：(1) 原式 $= 2 - 3\sqrt{3} - 1 + 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2 - 3\sqrt{3} - 1 + 3\sqrt{3} = 1$;

(2) 去分母得： $x - 3 + x - 2 = 3$,

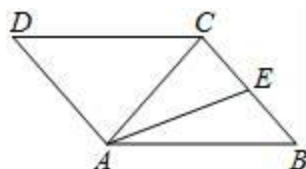
解得： $x = 4$,

经检验 $x = 4$ 是分式方程的解.

20. 如图，在 $\square ABCD$ 中， AC 为对角线， $AC = BC = 5$ ， $AB = 6$ ， AE 是 $\triangle ABC$ 的中线.

(1) 用无刻度的直尺画出 $\triangle ABC$ 的高 CH （保留画图痕迹）；

(2) 求 $\triangle ACE$ 的面积.



【考点】平行四边形的性质；作图—复杂作图.

【分析】(1) 连接 BD ， BD 与 AE 交于点 F ，连接 CF 并延长到 AB ，与 AB 交于点 H ，则 CH 为 $\triangle ABC$ 的高；

(2) 首先由三线合一，求得 AH 的长，再由勾股定理求得 CH 的长，继而求得 $\triangle ABC$ 的面积，又由 AE 是 $\triangle ABC$ 的中线，求得 $\triangle ACE$ 的面积.

【解答】解：(1) 如图，连接 BD，BD 与 AE 交于点 F，连接 CF 并延长到 AB，则它与 AB 的交点即为 H.

理由如下：

$\because$ BD、AC 是 $\square ABCD$ 的对角线，

$\therefore$ 点 O 是 AC 的中点，

$\because$ AE、BO 是等腰 $\triangle ABC$ 两腰上的中线，

$\therefore AE=BO$ ， $AO=BE$ ，

$\therefore AO=BE$ ，

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle BAE$ (SSS)，

$\therefore \angle ABO = \angle BAE$ ，

$\triangle ABF$ 中， $\because \angle FAB = \angle FBA$ ， $\therefore FA=FB$ ，

$\because \angle BAC = \angle ABC$ ，

$\therefore \angle EAC = \angle OBC$ ，

由 $\begin{cases} AC=BC \\ \angle EAC = \angle OBC \\ FA=FB \end{cases}$ 可得 $\triangle AFC \cong \triangle BFC$ (SAS)

$\therefore \angle ACF = \angle BCF$ ，即 CH 是等腰 $\triangle ABC$ 顶角平分线，

所以 CH 是 $\triangle ABC$ 的高；

(2) $\because AC=BC=5$ ， $AB=6$ ， $CH \perp AB$ ，

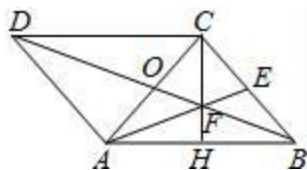
$$\therefore AH = \frac{1}{2}AB = 3,$$

$$\therefore CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CH = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12,$$

$\because$ AE 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 6.$$

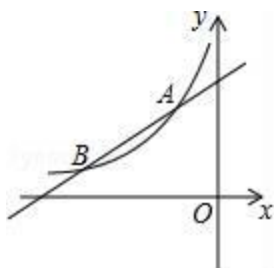


21. 如图，已知一次函数 $y = \frac{1}{2}x + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象交于点 A (-1,

2) 和点 B，点 C 在 y 轴上.

(1) 当 $\triangle ABC$ 的周长最小时，求点 C 的坐标；

(2) 当 $\frac{1}{2}x + b < \frac{k}{x}$ 时，请直接写出 x 的取值范围.

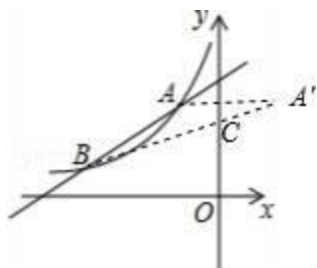


【考点】反比例函数与一次函数的交点问题；待定系数法求一次函数解析式；反比例函数图象上点的坐标特征；轴对称-最短路线问题.

【分析】(1) 作点 A 关于 y 轴的对称点 A', 连接 A'B 交 y 轴于点 C, 此时点 C 即是所求. 由点 A 为一次函数与反比例函数的交点, 利用待定系数法和反比例函数图象点的坐标特征即可求出一次函数与反比例函数解析式, 联立两函数解析式成方程组, 解方程组即可求出点 A、B 的坐标, 再根据点 A' 与点 A 关于 y 轴对称, 求出点 A' 的坐标, 设出直线 A'B 的解析式为 $y=mx+n$, 结合点的坐标利用待定系数法即可求出直线 A'B 的解析式, 令直线 A'B 解析式中 x 为 0, 求出 y 的值, 即可得出结论;

(2) 根据两函数图象的上下关系结合点 A、B 的坐标, 即可得出不等式的解集.

【解答】解: (1) 作点 A 关于 y 轴的对称点 A', 连接 A'B 交 y 轴于点 C, 此时点 C 即是所求, 如图所示.



$\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象过点 A $(-1, 2)$,

$\therefore k = -1 \times 2 = -2$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = -\frac{2}{x}$ ($x < 0$);

$\because$ 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + b$ 的图象过点 A $(-1, 2)$,

$\therefore 2 = -\frac{1}{2} + b$, 解得: $b = \frac{5}{2}$,

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

联立一次函数解析式与反比例函数解析式成方程组:
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \\ y = -\frac{2}{x} \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = -4 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$, 或 $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$,

∴ 点 A 的坐标为 $(-1, 2)$ 、点 B 的坐标为 $(-4, \frac{1}{2})$.

∵ 点 A' 与点 A 关于 y 轴对称,

∴ 点 A' 的坐标为 $(1, 2)$,

设直线 A'B 的解析式为 $y=mx+n$,

$$\text{则有 } \begin{cases} 2=m+n \\ \frac{1}{2}=-4m+n \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} m=-\frac{3}{10} \\ n=\frac{17}{10} \end{cases},$$

∴ 直线 A'B 的解析式为 $y=-\frac{3}{10}x+\frac{17}{10}$.

令 $y=-\frac{3}{10}x+\frac{17}{10}$ 中 $x=0$, 则 $y=\frac{17}{10}$,

∴ 点 C 的坐标为 $(0, \frac{17}{10})$.

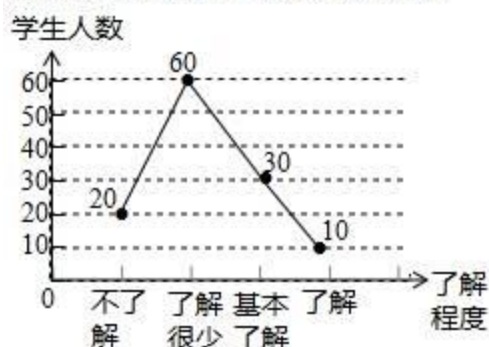
(2) 观察函数图象, 发现:

当 $x < -4$ 或 $-1 < x < 0$ 时, 一次函数图象在反比例函数图象下方,

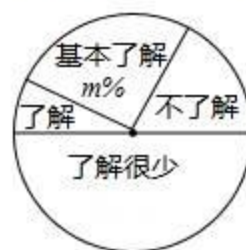
∴ 当 $\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} < -\frac{2}{x}$ 时, x 的取值范围为 $x < -4$ 或 $-1 < x < 0$.

22. 在国务院办公厅发布《中国足球发展改革总体方案》之后, 某校为了调查本校学生对足球知识的了解程度, 随机抽取了部分学生进行一次问卷调查, 并根据调查结果绘制了如图的统计图, 请根据图中所给的信息, 解答下列问题:

接受问卷调查的学生人数折线统计图



接受问卷调查的学生人数扇形统计图



(1) 本次接受问卷调查的学生总人数是 120;

(2) 扇形统计图中, “了解”所对应扇形的圆心角的度数为 30° , m 的值为 25;

(3) 若该校共有学生 1500 名, 请根据上述调查结果估算该校学生对足球的了解程度为“基本了解”的人数.

【考点】 折线统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

【分析】 (1) 根据折线统计图可得出本次接受问卷调查的学生总人数是 $20+60+30+10$, 再计算即可;

(2) 用 360° 乘以“了解”占的百分比即可求出所对应扇形的圆心角的度数, 用基本了解的人数除以接受问卷调查的学生总人数即可求出 m 的值;

(3) 用该校总人数乘以对足球的了解程度为“基本了解”的人数所占的百分比即可.

【解答】 解: (1) 本次接受问卷调查的学生总人数是 $20+60+30+10=120$ (人);

故答案为：120；

(2) “了解”所对应扇形的圆心角的度数为： $360^\circ \times \frac{10}{120} = 30^\circ$ ；

$\frac{30}{120} \times 100\% = 25\%$ ，则 m 的值是 25；

故答案为： 30° ，25；

(3) 若该校共有学生 1500 名，则该校学生对足球的了解程度为“基本了解”的人数为： $1500 \times 25\% = 375$ 。

23. 为了经济发展的需要，某市 2014 年投入科研经费 500 万元，2016 年投入科研经费 720 万元。

(1) 求 2014 至 2016 年该市投入科研经费的年平均增长率；

(2) 根据目前经济发展的实际情况，该市计划 2017 年投入的科研经费比 2016 年有所增加，但年增长率不超过 15%，假定该市计划 2017 年投入的科研经费为 a 万元，请求出 a 的取值范围。

【考点】一元二次方程的应用；一元一次不等式组的应用。

【分析】(1) 等量关系为：2014 年投入科研经费 $\times (1 + \text{增长率})^2 = 2016$ 年投入科研经费，把相关数值代入求解即可；

(2) 根据： $\frac{2017\text{年的科研经费} - 2016\text{年的科研经费}}{2016\text{年的科研经费}} \times 100\% \leq 15\%$ 解不等式求解即可。

【解答】解：(1) 设 2014 至 2016 年该市投入科研经费的年平均增长率为 x，
根据题意，得： $500(1+x)^2 = 720$ ，
解得： $x_1 = 0.2 = 20\%$ ， $x_2 = -2.2$ (舍)，
答：2014 至 2016 年该市投入科研经费的年平均增长率为 20%。

(2) 根据题意，得： $\frac{a - 720}{720} \times 100\% \leq 15\%$ ，

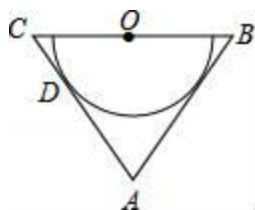
解得： $a \leq 828$ ，

又 $\because$ 该市计划 2017 年投入的科研经费比 2016 年有所增加
故 a 的取值范围为 $720 < a \leq 828$ 。

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，O 为 BC 的中点，AC 与半圆 O 相切于点 D。

(1) 求证：AB 是半圆 O 所在圆的切线；

(2) 若 $\cos \angle ABC = \frac{2}{3}$ ， $AB = 12$ ，求半圆 O 所在圆的半径。

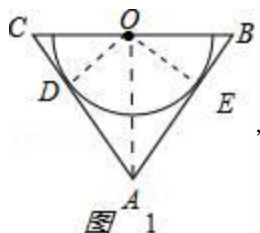


【考点】切线的判定与性质。

【分析】(1) 根据等腰三角形的性质，可得 OA，根据角平分线的性质，可得 OE，根据切线的判定，可得答案；

(2) 根据余弦, 可得 OB 的长, 根据勾股定理, 可得 OA 的长, 根据三角形的面积, 可得 OE 的长.

【解答】(1) 证明: 如图 1



作 $OD \perp AC$ 于 D , $OE \perp AB$ 于 E ,

$\because AB=AC$, O 为 BC 的中点,

$\therefore \angle CAO = \angle BAO$.

$\because OD \perp AC$ 于 D , $OE \perp AB$ 于 E ,

$\therefore OD = OE$,

$\because AB$ 经过圆 O 半径的外端,

$\therefore AB$ 是半圆 O 所在圆的切线;

(2) $\cos \angle ABC = \frac{2}{3}$, $AB=12$, 得

$OB=8$.

由勾股定理, 得

$$AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = 4\sqrt{5}.$$

由三角形的面积, 得

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} AB \cdot OE = \frac{1}{2} OB \cdot AO,$$

$$OE = \frac{OB \cdot AO}{AB} = \frac{8\sqrt{5}}{3},$$

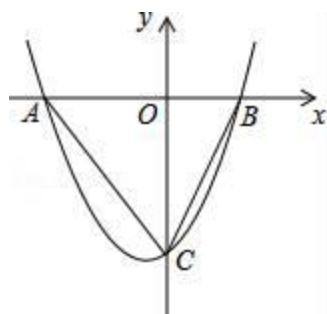
半圆 O 所在圆的半径是 $\frac{8\sqrt{5}}{3}$.

25. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 5$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(-5, 0)$ 和点 $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 C .

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 若点 E 为 x 轴下方抛物线上的一动点, 当 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABC}$ 时, 求点 E 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 抛物线上是否存在点 P , 使 $\angle BAP = \angle CAE$? 若存在, 求出点 P 的横坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 把 A、B 两点的坐标代入, 利用待定系数法可求得抛物线的解析式;

(2) 当 $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle ABC}$ 时, 可知 E 点和 C 点的纵坐标相同, 可求得 E 点坐标;

(3) 在 $\triangle CAE$ 中, 过 E 作 $ED \perp AC$ 于点 D, 可求得 ED 和 AD 的长度, 设出点 P 坐标, 过 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q, 由条件可知 $\triangle EDA \sim \triangle PQA$, 利用相似三角形的对应边可得到关于 P 点坐标的方程, 可求得 P 点坐标.

【解答】解:

$$(1) \text{ 把 A、B 两点坐标代入解析式可得 } \begin{cases} 25a - 5b - 5 = 0 \\ 9a + 3b - 5 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{ 抛物线解析式为 } y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - 5;$$

$$(2) \text{ 在 } y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - 5 \text{ 中, 令 } x=0 \text{ 可得 } y=-5,$$

$$\therefore C(0, -5),$$

$\because S_{\triangle ABE}=S_{\triangle ABC}$, 且 E 点在 x 轴下方,

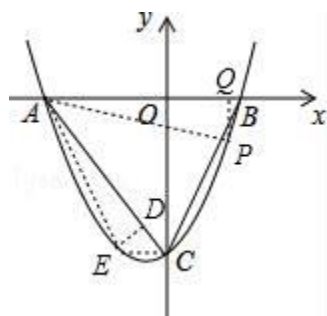
$\therefore$ E 点纵坐标和 C 点纵坐标相同,

$$\text{当 } y=-5 \text{ 时, 代入可得 } \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - 5 = -5, \text{ 解得 } x=-2 \text{ 或 } x=0 \text{ (舍去),}$$

$$\therefore \text{ E 点坐标为 } (-2, -5);$$

$$(3) \text{ 假设存在满足条件的 P 点, 其坐标为 } (m, \frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 5),$$

如图, 连接 AP、CE、AE, 过 E 作 $ED \perp AC$ 于点 D, 过 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q,



$$\text{则 } AQ=AO+OQ=5+m, \quad PQ=|\frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 5|,$$

在 $Rt\triangle AOC$ 中, $OA=OC=5$, 则 $AC=5\sqrt{2}$, $\angle ACO=\angle DCE=45^\circ$,

由 (2) 可得 $EC=2$, 在 $Rt\triangle EDC$ 中, 可得 $DE=DC=\sqrt{2}$.

$$\therefore AD=AC-DC=5\sqrt{2}-\sqrt{2}=4\sqrt{2},$$

当 $\angle BAP=\angle CAE$ 时, 则 $\triangle EDA \sim \triangle PQA$,

$$\therefore \frac{ED}{AD} = \frac{PQ}{AQ}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{|\frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 5|}{5+m},$$

$$\therefore \frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 5 = \frac{1}{4}(5+m) \text{ 或 } \frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 5 = -\frac{1}{4}(5+m),$$

当 $\frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 5 = \frac{1}{4}(5+m)$ 时, 整理可得 $4m^2 - 5m - 75 = 0$, 解得 $m = \frac{15}{4}$ 或 $m = -5$ (与 A 点重合, 舍去),

当 $\frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 5 = -\frac{1}{4}(5+m)$ 时, 整理可得 $4m^2 + 11m - 45 = 0$, 解得 $m = \frac{9}{4}$ 或 $m = -5$ (与 A 点重合, 舍去),

$\therefore$ 存在满足条件的点 P, 其横坐标为 $\frac{9}{4}$ 或 $\frac{15}{4}$.

26. 如图 1, 在正方形 ABCD 内作 $\angle EAF = 45^\circ$, AE 交 BC 于点 E, AF 交 CD 于点 F, 连接 EF, 过点 A 作 $AH \perp EF$, 垂足为 H.

(1) 如图 2, 将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle ABG$.

①求证: $\triangle AGE \cong \triangle AFE$;

②若 $BE = 2$, $DF = 3$, 求 AH 的长.

(2) 如图 3, 连接 BD 交 AE 于点 M, 交 AF 于点 N. 请探究并猜想: 线段 BM, MN, ND 之间有什么数量关系? 并说明理由.

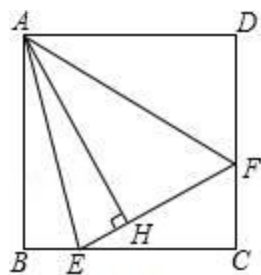


图1

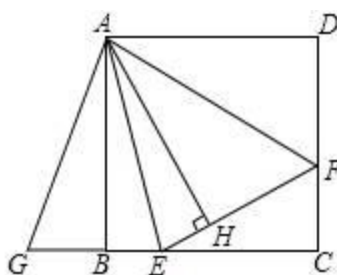


图2

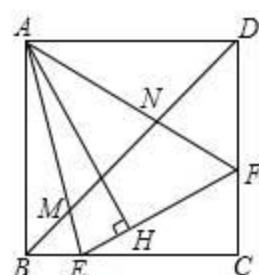


图3

【考点】 四边形综合题.

【分析】 (1) ①由旋转的性质可知: $AF = AG$, $\angle DAF = \angle BAG$, 接下来在证明 $\angle GAE = \angle FAE$, 然后依据 SAS 证明 $\triangle GAE \cong \triangle FAE$ 即可; ②由全等三角形的性质可知: $AB = AH$, $GE = EF = 5$. 设正方形的边长为 x , 接下来, 在 $Rt\triangle EFC$ 中, 依据勾股定理列方程求解即可;

(2) 将 $\triangle ABM$ 逆时针旋转 90° 得 $\triangle ADM'$. 在 $\triangle NM'D$ 中依据勾股定理可证明 $NM'^2 = ND^2 + DM'^2$, 接下来证明 $\triangle AMN \cong \triangle ANM'$, 于的得到 $MN = NM'$, 最后再由 $BM = DM'$ 证明即可.

【解答】 解: (1) ①由旋转的性质可知: $AF = AG$, $\angle DAF = \angle BAG$.

$\because$ 四边形 ABCD 为正方形,

$\therefore \angle BAD = 90^\circ$.

又 $\because \angle EAF = 45^\circ$,

$\therefore \angle BAE + \angle DAF = 45^\circ$.

$\therefore \angle BAG + \angle BAE = 45^\circ$.

$\therefore \angle GAE = \angle FAE$.

在 $\triangle GAE$ 和 $\triangle FAE$ 中 $\begin{cases} AG = AF \\ \angle GAE = \angle FAE, \\ AE = AE \end{cases}$

$\therefore \triangle GAE \cong \triangle FAE$.

② $\because \triangle GAE \cong \triangle FAE$, $AB \perp GE$, $AH \perp EF$,

$\therefore AB = AH$, $GE = EF = 5$.

设正方形的边长为 x ，则 $EC=x-2$ ， $FC=x-3$ 。

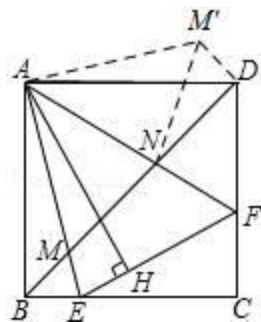
在 $\text{Rt}\triangle EFC$ 中，由勾股定理得： $EF^2=FC^2+EC^2$ ，即 $(x-2)^2+(x-3)^2=25$ 。

解得： $x=6$ 。

$\therefore AB=6$ 。

$\therefore AH=6$ 。

(3) 如图所示：将 $\triangle ABM$ 逆时针旋转 90° 得 $\triangle ADM'$ 。



$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore \angle ABD=\angle ADB=45^\circ$ 。

由旋转的性质可知： $\angle ABM=\angle ADM'=45^\circ$ ， $BE=DM'$ 。

$\therefore \angle NDM'=90^\circ$ 。

$\therefore NM'^2=ND^2+DM'^2$ 。

$\because \angle EAM'=90^\circ$ ， $\angle EAF=45^\circ$ ，

$\therefore \angle EAF=\angle FAM'=45^\circ$ 。

在 $\triangle AMN$ 和 $\triangle ANM'$ 中，
$$\begin{cases} AM=AM' \\ \angle MAN=\angle M'AN \\ AN=AN \end{cases}$$

$\therefore \triangle AMN \cong \triangle ANM'$ 。

$\therefore MN=NM'$ 。

又 $\because BM=DM'$ ，

$\therefore MN^2=ND^2+BM^2$ 。

2016 年 8 月 10 日