

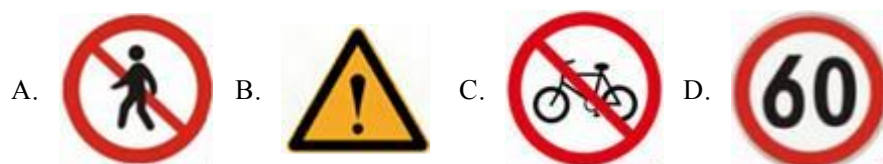
2016 年广西梧州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. $\frac{1}{6}$ 的倒数是（ ）

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. -6 D. 6

2. 下列“禁止行人通行，注意危险，禁止非机动车通行，限速 60”四个交通标志图中，为轴对称图形的是（ ）



3. 若式子 $\sqrt{m}-3$ 有意义，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $m \geq 3$ B. $m \leq 3$ C. $m \geq 0$ D. $m \leq 0$

4. 一元一次方程 $3x-3=0$ 的解是（ ）

- A. $x=1$ B. $x=-1$ C. $x=\frac{1}{3}$ D. $x=0$

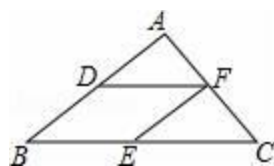
5. 分解因式： $2x^2-2=$ （ ）

- A. $2(x^2-1)$ B. $2(x^2+1)$ C. $2(x-1)^2$ D. $2(x+1)(x-1)$

6. 已知半径为 5 的圆，其圆心到直线的距离是 3，此时直线和圆的位置关系为（ ）

- A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 无法确定

7. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $BC=4$ ， $AC=2$ ， D 、 E 、 F 分别为 AB 、 BC 、 AC 中点，连接 DF 、 FE ，则四边形 $DBEF$ 的周长是（ ）



- A. 5 B. 7 C. 9 D. 11

8. 下列命题：

①对顶角相等；

②同位角相等，两直线平行；

③若 $a=b$ ，则 $|a|=|b|$ ；

④若 $x=0$ ，则 $x^2-2x=0$

它们的逆命题一定成立的有（ ）

A. ①②③④ B. ①④ C. ②④ D. ②

9. 三张背面完全相同的数字牌，它们的正面分别印有数字“1”、“2”、“3”，将它们背面朝上，洗匀后随机抽取一张，记录牌上的数字并把牌放回，再重复这样的步骤两次，得到三个数字 a、b、c，则以 a、b、c 为边长正好构成等边三角形的概率是 ()

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{27}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{1}{3}$

10. 青山村种的水稻 2010 年平均每公顷产 7200kg，2012 年平均每公顷产 8450kg，求水稻每公顷产量的年平均增长率，设水稻每公顷产量的年平均增长率为 x，则所列方程正确的为 ()

A. $7200(1+x) = 8450$ B. $7200(1+x)^2 = 8450$
C. $7200 + x^2 = 8450$ D. $8450(1-x)^2 = 7200$

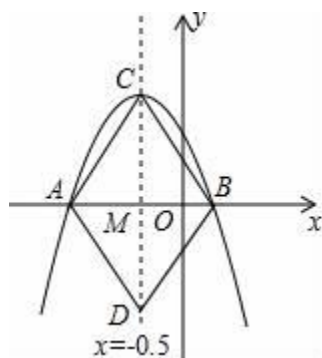
11. 在平面直角坐标系中，直线 $y=x+b$ 与双曲线 $y=-\frac{1}{x}$ 只有一个公共点，则 b 的值是 ()

A. 1 B. ± 1 C. ± 2 D. 2

12. 如图所示，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 A (-2, 0)、B (1, 0)，直线 $x=-0.5$ 与此抛物线交于点 C，与 x 轴交于点 M，在直线上取点 D，使 MD=MC，连接 AC、BC、AD、BD，某同学根据图象写出下列结论：

- ① $a-b=0$;
- ② 当 $-2 < x < 1$ 时， $y > 0$;
- ③ 四边形 ACBD 是菱形;
- ④ $9a-3b+c > 0$

你认为其中正确的是 ()



A. ②③④ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

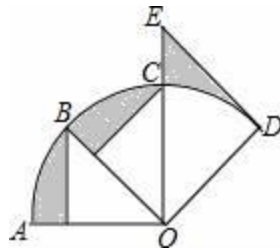
13. 计算： $3a - 2a =$ _____.

14. 2016 年 1 月，梧州市西江特大桥完成桥墩水下桩基础，累计完成投资 53 000 000 元，其中 53 000 000 用科学记数法表示为_____.

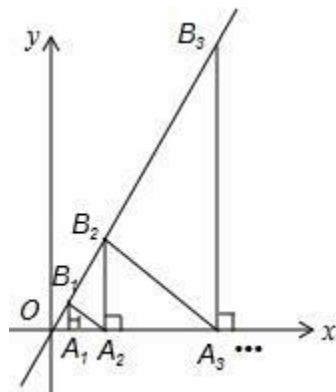
15. 点 P (2, -3) 先向左平移 4 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度，得到点 P' 的坐标是_____.

16. 若一个正多边形的一个外角等于 18° ，则这个正多边形的边数是_____.

17. 如图，点 B、C 把 $\widehat{AD}$ 分成三等分，ED 是 $\odot O$ 的切线，过点 B、C 分别作半径的垂线段，已知 $\angle E = 45^\circ$ ，半径 $OD = 1$ ，则图中阴影部分的面积是_____.



18. 如图，在坐标轴上取点 $A_1(2, 0)$ ，作 x 轴的垂线与直线 $y = 2x$ 交于点 B_1 ，作等腰直角三角形 $A_1B_1A_2$ ；又过点 A_2 作 x 轴的垂线交直线 $y = 2x$ 交于点 B_2 ，作等腰直角三角形 $A_2B_2A_3$ ；...，如此反复作等腰直角三角形，当作到 A_n (n 为正整数) 点时，则 A_n 的坐标是_____.

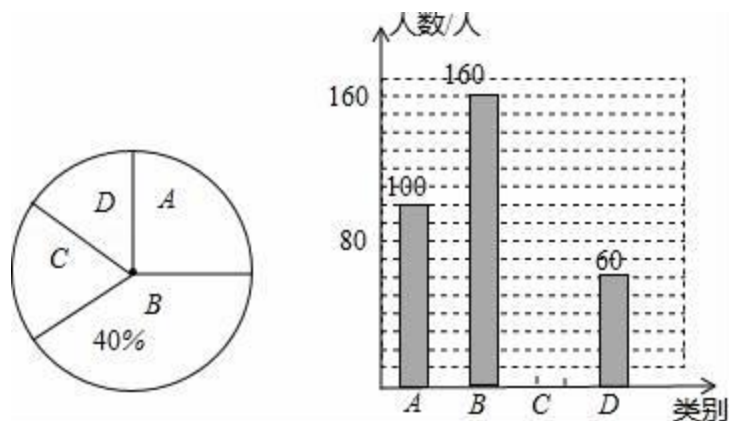


三、解答题（本大题共 8 小题，满分 66 分）

19. 计算： $|-3| - (-2016)^0 + (-2) \times (-3) + \tan 45^\circ$.

20. 解不等式组 $\begin{cases} 2(1-x)+3>0 \text{ ①} \\ x+2\geq 1 \text{ ②} \end{cases}$ ，并在数轴上表示不等式组的解集.

21. 在“立德树人，志愿服务”活动月中，学校团委为了解本校学生一个月内参加志愿服务次数的情况，随机抽取了部分同学进行统计，并将统计结果分别分成 A、B、C、D 四类，根据统计结果绘制了如图所示的两幅不完整的统计图.

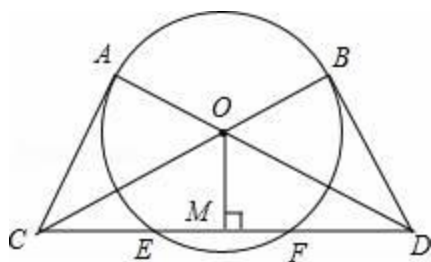


请根据图中信息解答下列问题:

- (1) 本次抽样调查了_____名学生，并请补全条形统计图；
- (2) 被调查学生“一个月内参加志愿服务次数”的人数的众数落在_____类.

22. 如图，过 $\odot O$ 上的两点 A、B 分别作切线，并交 BO、AO 的延长线于点 C、D，连接 CD，交 $\odot O$ 于点 E、F，过圆心 O 作 $OM \perp CD$ ，垂足为 M 点.

求证: (1) $\triangle ACO \cong \triangle BDO$; (2) $CE=DF$.

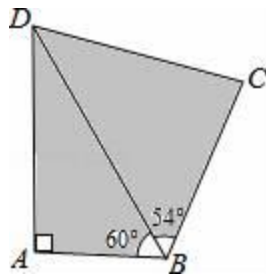


23. 如图，四边形 ABCD 是一片水田，某村民小组需计算其面积，测得如下数据：

$\angle A=90^\circ$ ， $\angle ABD=60^\circ$ ， $\angle CBD=54^\circ$ ， $AB=200\text{m}$ ， $BC=300\text{m}$.

请你计算出这片水田的面积.

(参考数据： $\sin 54^\circ \approx 0.809$ ， $\cos 54^\circ \approx 0.588$ ， $\tan 54^\circ \approx 1.376$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$)



24. 为了提高身体素质，有些人选择到专业的健身中心锻炼身体，某健身中心的消费方式如下：

普通消费：35 元/次；

白金卡消费：购卡 280 元/张，凭卡免费消费 10 次再送 2 次；

钻石卡消费：购卡 560 元/张，凭卡每次消费不再收费.

以上消费卡使用年限均为一年，每位顾客只能购买一张卡，且只限本人使用.

(1) 李叔叔每年去该健身中心健身 6 次，他应选择哪种消费方式更合算？

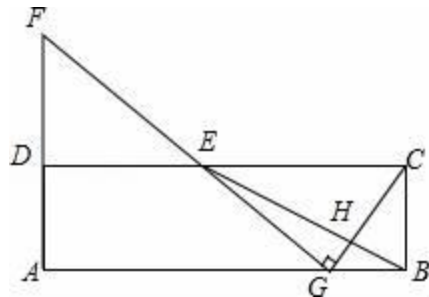
(2) 设一年内去该健身中心健身 x 次 (x 为正整数)，所需总费用为 y 元，请分别写出选择普通消费和白金卡消费的 y 与 x 的函数关系式；

(3) 王阿姨每年去该健身中心健身至少 18 次，请通过计算帮助王阿姨选择最合算的消费方式.

25. 在矩形 ABCD 中, E 为 CD 的中点, H 为 BE 上的一点, $\frac{EH}{BH}=3$, 连接 CH 并延长交 AB 于点 G, 连接 GE 并延长交 AD 的延长线于点 F.

(1) 求证: $\frac{EC}{BG}=\frac{EH}{BH}$;

(2) 若 $\angle CGF=90^\circ$, 求 $\frac{AB}{BC}$ 的值.

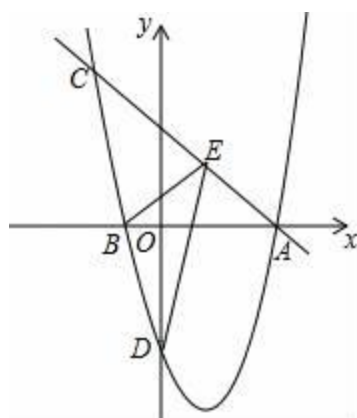


26. 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx-4$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A (4, 0)、B (-1, 0) 两点, 过点 A 的直线 $y=-x+4$ 交抛物线于点 C.

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 在直线 AC 上有一动点 E, 当点 E 在某个位置时, 使 $\triangle BDE$ 的周长最小, 求此时 E 点坐标;

(3) 当动点 E 在直线 AC 与抛物线围成的封闭线 $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ 上运动时, 是否存在使 $\triangle BDE$ 为直角三角形的情况, 若存在, 请直接写出符合要求的 E 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2016 年广西梧州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. $\frac{1}{6}$ 的倒数是（ ）

A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. -6 D. 6

【考点】倒数.

【分析】根据倒数的定义，即可解答.

【解答】解： $\frac{1}{6}$ 的倒数是 6 ，故选：D.

【点评】本题考查了倒数的定义，解决本题的关键是熟记倒数的定义.

2. 下列“禁止行人通行，注意危险，禁止非机动车通行，限速 60”四个交通标志图中，为轴对称图形的是（ ）



B.



C.



D.



【考点】轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、不是轴对称图形，故本选项错误；

B、是轴对称图形，故本选项正确；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

3. 若式子 $\sqrt{m-3}$ 有意义，则 m 的取值范围是（ ）

A. $m \geq 3$ B. $m \leq 3$ C. $m \geq 0$ D. $m \leq 0$

【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】根据二次根式有意义的条件列出关于 m 的不等式, 求出 m 的取值范围即可.

【解答】解: $\because$ 式子 $\sqrt{m}-3$ 有意义,

$\therefore m \geq 0$.

故选 C.

【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件, 熟知二次根式具有非负性是解答此题的关键.

4. 一元一次方程 $3x-3=0$ 的解是 ()

A. $x=1$ B. $x=-1$ C. $x=\frac{1}{3}$ D. $x=0$

【考点】一元一次方程的解.

【分析】直接移项, 再两边同时除以 3 即可.

【解答】解: $3x-3=0$,

$3x=3$,

$x=1$,

故选: A.

【点评】此题主要考查了一元一次方程的解, 关键是掌握使一元一次方程左右两边相等的未知数的值叫做一元一次方程的解.

5. 分解因式: $2x^2-2=$ ()

A. $2(x^2-1)$ B. $2(x^2+1)$ C. $2(x-1)^2$ D. $2(x+1)(x-1)$

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】计算题; 因式分解.

【分析】原式提取 2, 再利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 原式 $=2(x^2-1)=2(x+1)(x-1)$,

故选 D

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

6. 已知半径为 5 的圆, 其圆心到直线的距离是 3, 此时直线和圆的位置关系为 ()

A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 无法确定

【考点】直线与圆的位置关系.

【分析】由直线和圆的位置关系: $r > d$, 可知: 直线和圆相交.

【解答】解: 半径 $r=5$, 圆心到直线的距离 $d=3$,

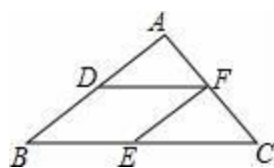
$\therefore 5 > 3$, 即 $r > d$,

$\therefore$ 直线和圆相交,

故选 C.

【点评】本题考查了直线和圆的位置关系, 判断的依据是半径和直线到圆心的距离的大小关系: 设 $\odot O$ 的半径为 r , 圆心 O 到直线 l 的距离为 d , ①直线 l 和 $\odot O$ 相交 $\Leftrightarrow d < r$; ②直线 l 和 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d = r$; ③直线 l 和 $\odot O$ 相离 $\Leftrightarrow d > r$.

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $BC=4$, $AC=2$, D 、 E 、 F 分别为 AB 、 BC 、 AC 中点, 连接 DF 、 FE , 则四边形 $DBEF$ 的周长是 ()



A. 5 B. 7 C. 9 D. 11

【考点】三角形中位线定理.

【专题】计算题.

【分析】先根据三角形中位线性质得 $DF = \frac{1}{2}BC = 2$, $DF \parallel BC$, $EF = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}$, $EF \parallel AB$, 则可判断四边形 $DBEF$ 为平行四边形, 然后计算平行四边形的周长即可.

【解答】解: $\because D$ 、 E 、 F 分别为 AB 、 BC 、 AC 中点,

$\therefore DF = \frac{1}{2}BC = 2$, $DF \parallel BC$, $EF = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}$, $EF \parallel AB$,

$\therefore$ 四边形 $DBEF$ 为平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $DBEF$ 的周长 $= 2(DF + EF) = 2 \times (2 + \frac{3}{2}) = 7$.

故选 B.

【点评】本题考查了三角形中位线定理: 三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.

8. 下列命题:

①对顶角相等;

②同位角相等, 两直线平行;

③若 $a=b$, 则 $|a|=|b|$;

④若 $x=0$, 则 $x^2 - 2x=0$

它们的逆命题一定成立的有 ()

A. ①②③④ B. ①④ C. ②④ D. ②

·【考点】命题与定理.

【分析】把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题, 再根据课本中的性质定理进行判断, 即可得出答案.

【解答】解: ①对顶角相等的逆命题是相等的角是对顶角, 错误;

②同位角相等, 两直线平行的逆命题是两直线平行, 同位角相等, 成立;

③若 $a=b$, 则 $|a|=|b|$ 的逆命题是如果 $|a|=|b|$, 则 $a=b$, 错误;

④若 $x=0$, 则 $x^2 - 2x=0$ 的逆命题是如果 $x^2 - 2x=0$, 则 $x=0$ 或 $x=2$, 错误;

故选 D.

【点评】本题考查了互逆命题的知识, 两个命题中, 如果第一个命题的条件是第二个命题的结论, 而第一个命题的结论又是第二个命题的条件, 那么这两个命题叫做互逆命题. 其中一个命题称为另一个命题的逆命题.

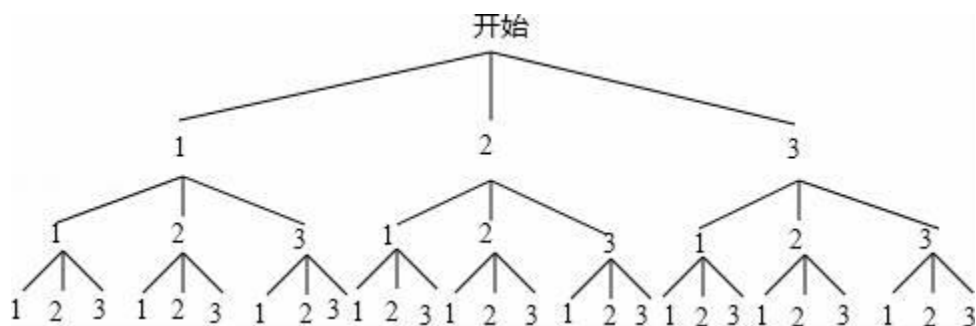
9. 三张背面完全相同的数字牌, 它们的正面分别印有数字“1”、“2”、“3”, 将它们背面朝上, 洗匀后随机抽取一张, 记录牌上的数字并把牌放回, 再重复这样的步骤两次, 得到三个数字 a 、 b 、 c , 则以 a 、 b 、 c 为边长正好构成等边三角形的概率是 ()

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{27}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{1}{3}$

【考点】列表法与树状图法; 等边三角形的判定.

【分析】首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与构成等边三角形的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

【解答】解: 画树状图得:



∴共有 27 种等可能的结果，构成等边三角形的有 3 种情况，

∴以 a、b、c 为边长正好构成等边三角形的概率是： $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$.

故选 A.

【点评】 此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

10. 青山村种的水稻 2010 年平均每公顷产 7200kg，2012 年平均每公顷产 8450kg，求水稻每公顷产量的年平均增长率，设水稻每公顷产量的年平均增长率为 x，则所列方程正确的为 ()

A. $7200(1+x) = 8450$ B. $7200(1+x)^2 = 8450$

C. $7200 + x^2 = 8450$ D. $8450(1-x)^2 = 7200$

【考点】 由实际问题抽象出一元二次方程.

【专题】 增长率问题；探究型.

【分析】 根据题意可以列出相应的二元一次方程组，本题得以解决.

【解答】 解：由题意可得，

$$7200(1+x)^2 = 8450,$$

故选 B.

【点评】 本题考查由实际问题抽象出二元一次方程组，解题的关键是明确题意，列出相应的二元一次方程组.

11. 在平面直角坐标系中，直线 $y=x+b$ 与双曲线 $y=-\frac{1}{x}$ 只有一个公共点，则 b 的值是 ()

A. 1 B. ± 1 C. ± 2 D. 2

【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】根据直线与双曲线只有一个公共点可知方程 $x+b=-\frac{1}{x}$ 只有一个解，由根的判别式即可求得 b .

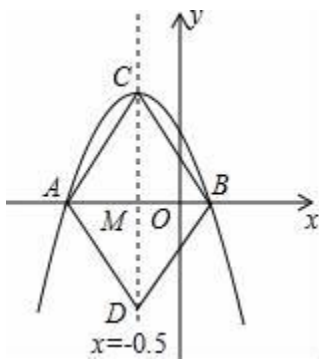
【解答】解：根据题意，方程 $x+b=-\frac{1}{x}$ 只有一个解，
即方程 $x^2+bx+1=0$ 只有一个实数根，
 $\therefore b^2-4=0$ ，
解得： $b=\pm 2$ ，
故选： C.

【点评】本题主要考查直线与双曲线相交问题及一元二次方程的根的判别式，将直线与双曲线问题转化为一元二次方程问题是解题关键.

12. 如图所示，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 、 $B(1, 0)$ ，直线 $x=-0.5$ 与此抛物线交于点 C ，与 x 轴交于点 M ，在直线上取点 D ，使 $MD=MC$ ，连接 AC 、 BC 、 AD 、 BD ，某同学根据图象写出下列结论：

- ① $a-b=0$;
- ② 当 $-2 < x < 1$ 时， $y > 0$;
- ③ 四边形 $ACBD$ 是菱形;
- ④ $9a-3b+c > 0$

你认为其中正确的是 ()



- A. ②③④ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③

【考点】二次函数综合题.

【分析】①由抛物线与 x 轴的两交点坐标即可得出抛物线的对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}=-0.5$ ，由此即可得出 $a=b$ ，①正确；②根据抛物线的开口向下以及抛物线与 x 轴的两交点坐标，即可得出当 $-2 < x < 1$ 时， $y > 0$ ，②正确；③由 AB 关于 $x=0.5$ 对称，即可得出 $AM=BM$ ，再结合

MC=MD 以及 $CD \perp AB$ ，即可得出四边形 ACBD 是菱形，③正确；④根据当 $x = -3$ 时， $y < 0$ ，即可得出 $9a - 3b + c < 0$ ，④错误。综上即可得出结论。

【解答】解：① $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 A (-2, 0)、B (1, 0)，

$\therefore$ 该抛物线的对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = -0.5$,

$\therefore a = b$, $a - b = 0$, ①正确;

② $\because$ 抛物线开口向下，且抛物线与 x 轴交于点 A (-2, 0)、B (1, 0)，

$\therefore$ 当 $-2 < x < 1$ 时， $y > 0$ ，②正确;

③ $\because$ 点 A、B 关于 $x = 0.5$ 对称，

$\therefore AM = BM$,

又 $\because MC = MD$ ，且 $CD \perp AB$ ，

$\therefore$ 四边形 ACBD 是菱形，③正确;

④当 $x = -3$ 时， $y < 0$ ，

即 $y = 9a - 3b + c < 0$ ，④错误。

综上所述：正确的结论为①②③。

故选 D。

【点评】本题考查了二次函数的图象、二次函数的性质以及菱形的判定，解题的关键是逐条分析四条结论是否正确。本题属于中档题，难度不大，解决该题型题目时，根据给定的函数图象结合二次函数的性质逐条分析给定的结论是关键。

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. 计算： $3a - 2a = a$ 。

【考点】合并同类项。

【分析】根据同类项与合并同类项法则计算。

【解答】解： $3a - 2a = (3 - 2)a = a$ 。

【点评】本题考查合并同类项、代数式的化简。同类项相加减，只把系数相加减，字母及字母的指数不变。

14. 2016 年 1 月，梧州市西江特大桥完成桥墩水下桩基础，累计完成投资 53 000 000 元，其中 53 000 000 用科学记数法表示为 5.3×10^7 。

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 53 000 000 用科学记数法表示为: 5.3×10^7 .

故答案为: 5.3×10^7 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

15. 点 P (2, -3) 先向左平移 4 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到点 P' 的坐标是 (-2, -2) .

【考点】坐标与图形变化-平移.

【分析】根据点的平移特点直接写出结论

【解答】解: 点 (2, -3) , 向左平移 4 个单位, 横坐标: $2 - 4 = -2$, 向上平移 1 个单位, 纵坐标: $-3 + 1 = -2$,
 $\therefore$ 点 P' (-2, -2) ,

故答案为: (-2, -2)

【点评】此题是坐标与图形变化——平移, 熟记平移的特征是解本题的关键, 特征: 上加, 下减, 右加, 左减, 其实图形平移也有这个特点, 抓住图形的几个特殊点, 也能达到目的.

16. 若一个正多边形的一个外角等于 18° , 则这个正多边形的边数是 20.

【考点】多边形内角与外角.

【分析】根据正多边形的外角和以及一个外角的度数, 求得边数.

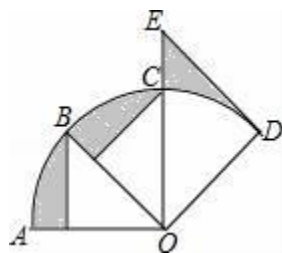
【解答】解: 正多边形的一个外角等于 18° , 且外角和为 360° ,

$\therefore$ 这个正多边形的边数是: $360^\circ \div 18^\circ = 20$.

故答案为: 20.

【点评】本题主要考查了多边形的外角和定理, 解决问题的关键是掌握多边形的外角和等于 360 度.

17. 如图, 点 B、C 把 $\widehat{AD}$ 分成三等分, ED 是 $\odot O$ 的切线, 过点 B、C 分别作半径的垂线段, 已知 $\angle E=45^\circ$, 半径 $OD=1$, 则图中阴影部分的面积是 $\frac{\pi}{8}$.



【考点】 扇形面积的计算; 切线的性质.

【专题】推理填空题.

【分析】根据题意可以求出各个扇形圆心角的度数，然后根据题目中的条件求出阴影部分的面积，本题得以解决。

【解答】解: $\because$ 点 B、C 把 $\widehat{AD}$ 分成三等分, ED 是 $\odot O$ 的切线, $\angle E=45^\circ$,

$$\therefore \angle ODE = 90^\circ, \quad \angle DOC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BOA = \angle BOC = \angle COD = 45^\circ,$$

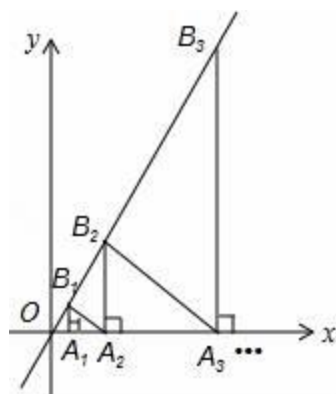
$$\because OD=1,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积是: } \frac{45^\circ \times 2 \times \pi \times 1^2}{360} - \frac{1}{2} \times (1 \times \frac{\sqrt{2}}{2})^2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - \frac{45 \times \pi \times 1^2}{360} = \frac{\pi}{8},$$

故答案为: $\frac{\pi}{8}$.

【点评】 本题考查扇形面积的计算、切线的性质，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答问题.

18. 如图，在坐标轴上取点 $A_1(2, 0)$ ，作 x 轴的垂线与直线 $y=2x$ 交于点 B_1 ，作等腰直角三角形 $A_1B_1A_2$ ；又过点 A_2 作 x 轴的垂线交直线 $y=2x$ 交于点 B_2 ，作等腰直角三角形 $A_2B_2A_3$ ；...，如此反复作等腰直角三角形，当作到 A_n (n 为正整数) 点时，则 A_n 的坐标是 $(2 \times 3^{n-1}, 0)$ 。



【考点】一次函数图象上点的坐标特征；等腰直角三角形.

【专题】规律型.

【分析】根据直线 OB_n 的解析式以及等腰直角三角形的性质即可得出部分线段 A_nB_n 的长, 根据长度的变化即可找出变化规律“ $A_nB_n=4 \times 3^{n-1}$ (n 为正整数)”, 再根据 $OA_n=\frac{1}{2}A_nB_n$, 即可得出点 A_n 的坐标.

【解答】解: $\because$ 点 B_1 、 B_2 、 B_3 、...、 B_n 在直线 $y=2x$ 的图象上,

$$\therefore A_1B_1=4, A_2B_2=2 \times (2+4)=12, A_3B_3=2 \times (2+4+12)=36, A_4B_4=2 \times (2+4+12+36)=108, \dots,$$

$$\therefore A_nB_n=4 \times 3^{n-1} \text{ (} n \text{ 为正整数) .}$$

$$\because OA_n=\frac{1}{2}A_nB_n,$$

$$\therefore \text{点 } A_n \text{ 的坐标为 } (2 \times 3^{n-1}, 0) .$$

故答案为: $(2 \times 3^{n-1}, 0)$.

【点评】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征、等腰直角三角形的性质以及规律型中点的坐标, 解题的关键是找出线段 A_nB_n 的变化规律“ $A_nB_n=4 \times 3^{n-1}$ (n 为正整数)”. 本题属于中档题, 难度不大, 解决该题型题目时, 结合一次函数图象上点的坐标特征以及等腰直角三角形的性质找出线段的变化规律是关键.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 66 分)

19. 计算: $| -3 | - (-2016)^0 + (-2) \times (-3) + \tan 45^\circ$.

【考点】实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

【专题】计算题; 实数.

【分析】原式利用零指数幂法则, 绝对值的代数意义, 有理数乘法法则, 以及特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

【解答】解：原式=3-1+6+1=9.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

20. 解不等式组 $\begin{cases} 2(1-x)+3>0 \text{ ①} \\ x+2\geq 1 \text{ ②} \end{cases}$ ，并在数轴上表示不等式组的解集.

【考点】解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

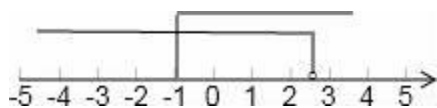
【分析】根据解不等式组的解法步骤求解即可.

【解答】解：

解不等式①可得 $x < \frac{5}{2}$,

解不等式②可得 $x \geq -1$,

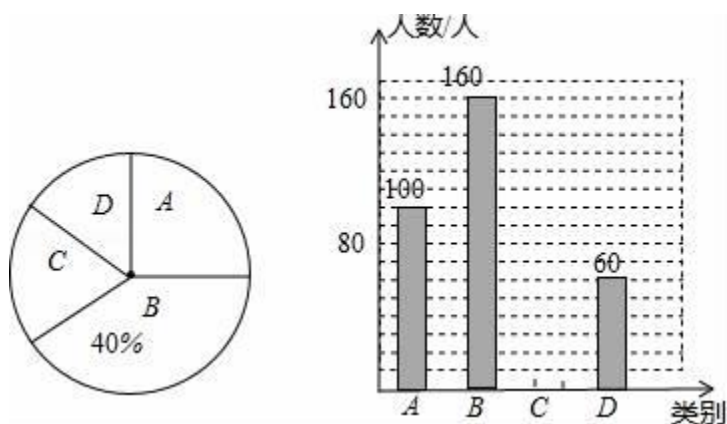
在数轴上表示出①②的解集如图,



$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 \leq x < \frac{5}{2}$.

【点评】本题主要考查不等式组的解法，掌握不等式组的解法是解题的关键，注意用数轴表示不等式组的解集时空心和实心的区别.

21. 在“立德树人，志愿服务”活动月中，学校团委为了解本校学生一个月内参加志愿服务次数的情况，随机抽取了部分同学进行统计，并将统计结果分别分成 A、B、C、D 四类，根据统计结果绘制了如图所示的两幅不完整的统计图.



请根据图中信息解答下列问题：

- (1) 本次抽样调查了 400 名学生，并请补全条形统计图；
- (2) 被调查学生“一个月内参加志愿服务次数”的人数的众数落在 B 类.

【考点】条形统计图；扇形统计图；众数.

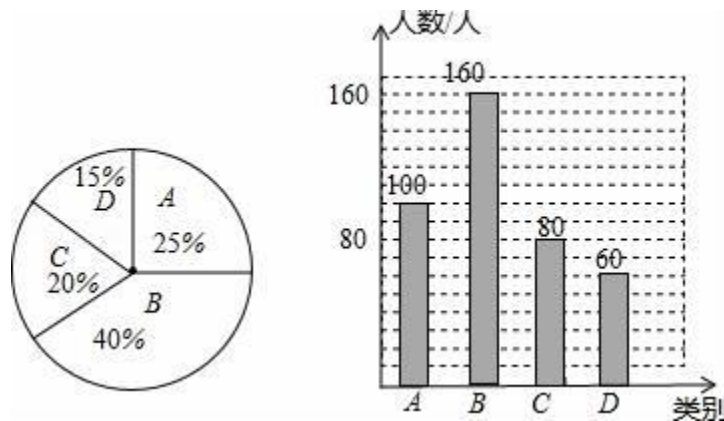
【专题】计算题；数据的收集与整理.

【分析】(1) 根据 B 的人数除以占的百分比确定出调查学生总数，进而求出 C 的人数，补全条形统计图即可；

(2) 找出被调查学生“一个月内参加志愿服务次数”的人数的众数即可.

【解答】解：(1) 根据题意得： $160 \div 40\% = 400$ (名)，C 的人数为 $400 - (160 + 160 + 60) = 20$ (名)，

补全条形统计图，如图所示：



故答案为：400；

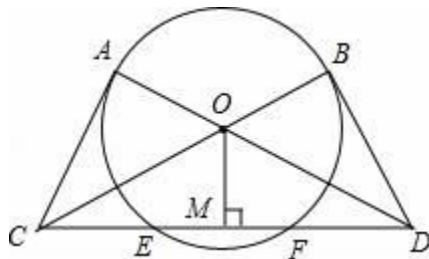
(2) 被调查学生“一个月内参加志愿服务次数”的人数的众数落在 B 类，

故答案为：B

【点评】此题考查了条形统计图，扇形统计图，以及众数，弄清题中的数据是解本题的关键.

22. 如图，过 $\odot O$ 上的两点 A、B 分别作切线，并交 BO、AO 的延长线于点 C、D，连接 CD，交 $\odot O$ 于点 E、F，过圆心 O 作 $OM \perp CD$ ，垂足为 M 点.

求证：(1) $\triangle ACO \cong \triangle BDO$ ；(2) $CE = DF$.



【考点】切线的性质；全等三角形的判定与性质.

【专题】证明题.

【分析】(1) 直接利用切线的性质得出 $\angle CAO = \angle DBO = 90^\circ$ ，进而利用 ASA 得出 $\triangle ACO \cong \triangle BDO$ ；

(2) 利用全等三角形的性质结合垂径定理以及等腰三角形的性质得出答案.

【解答】证明：(1) $\because$ 过 $\odot O$ 上的两点 A、B 分别作切线，

$$\therefore \angle CAO = \angle DBO = 90^\circ,$$

在 $\triangle ACO$ 和 $\triangle BDO$ 中

$$\therefore \begin{cases} \angle CAO = \angle DBO \\ AO = BO \\ \angle AOC = \angle BOD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACO \cong \triangle BDO \text{ (ASA)};$$

$$(2) \because \triangle ACO \cong \triangle BDO,$$

$$\therefore CO = DO,$$

$$\therefore OM \perp CD,$$

$$\therefore MC = DM, EM = MF,$$

$$\therefore CE = DF.$$

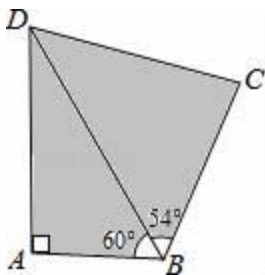
【点评】此题主要考查了切线的性质以及全等三角形的判定与性质和等腰三角形的性质等知识，正确得出 $\triangle ACO \cong \triangle BDO$ 是解题关键.

23. 如图，四边形 ABCD 是一片水田，某村民小组需计算其面积，测得如下数据：

$$\angle A = 90^\circ, \angle ABD = 60^\circ, \angle CBD = 54^\circ, AB = 200\text{m}, BC = 300\text{m}.$$

请你计算出这片水田的面积.

(参考数据： $\sin 54^\circ \approx 0.809$, $\cos 54^\circ \approx 0.588$, $\tan 54^\circ \approx 1.376$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



【考点】解直角三角形.

【分析】作 $CM \perp BD$ 于 M ，由含 30° 角的直角三角形的性质求出 BD ，由勾股定理求出 AD ，求出 $\triangle ABD$ 的面积，再由三角函数求出 CM ，求出 $\triangle BCD$ 的面积，然后根据 $S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$ 列式计算即可得解。

【解答】解：作 $CM \perp BD$ 于 M ，如图所示：

$$\because \angle A = 90^\circ, \angle ABD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 30^\circ,$$

$$\therefore BD = 2AB = 400\text{m},$$

$$\therefore AD = \sqrt{3}AB = 200\sqrt{3}\text{m},$$

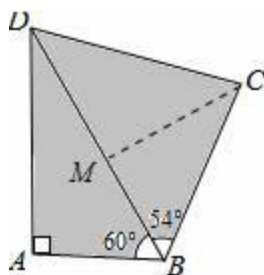
$$\therefore \triangle ABD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 200 \times 200\sqrt{3} = 20000\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)},$$

$$\because \angle CMB = 90^\circ, \angle CBD = 54^\circ,$$

$$\therefore CM = BC \cdot \sin 54^\circ = 300 \times 0.809 = 242.7\text{m},$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 400 \times 242.7 = 48540 \text{ (m}^2\text{)},$$

$$\therefore \text{这片水田的面积} = 20000\sqrt{3} + 48540 \approx 83180 \text{ (m}^2\text{)}.$$



【点评】本题考查了勾股定理，由含 30° 角的直角三角形的性质，三角函数的运用；熟练掌握勾股定理，由三角函数求出 CM 是解决问题的关键。

24. 为了提高身体素质，有些人选择到专业的健身中心锻炼身体，某健身中心的消费方式如下：

普通消费：35 元/次；

白金卡消费：购卡 280 元/张，凭卡免费消费 10 次再送 2 次；

钻石卡消费：购卡 560 元/张，凭卡每次消费不再收费。

以上消费卡使用年限均为一年，每位顾客只能购买一张卡，且只限本人使用。

(1) 李叔叔每年去该健身中心健身 6 次，他应选择哪种消费方式更合算？

(2) 设一年内去该健身中心健身 x 次 (x 为正整数), 所需总费用为 y 元, 请分别写出选择普通消费和白金卡消费的 y 与 x 的函数关系式;

(3) 王阿姨每年去该健身中心健身至少 18 次, 请通过计算帮助王阿姨选择最合算的消费方式.

【考点】 一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据普通消费方式, 算出健身 6 次的费用, 再与 280、560 进行比较, 即可得出结论;

(2) 根据“普通消费费用=35×次数”即可得出 $y_{\text{普通}}$ 关于 x 的函数关系式; 再根据“白金卡消费费用=卡费+超出部分的费用”即可得出 $y_{\text{白金卡}}$ 关于 x 的函数关系式;

(3) 先算出健身 18 次普通消费和白金卡消费两种形式下的费用, 再令白金卡消费费用=钻石卡消费的卡费, 算出二者相等时的健身次数, 由此即可得出结论.

【解答】 解: (1) $35 \times 6 = 210$ (元), $210 < 280 < 560$,

$\therefore$ 李叔叔选择普通消费方式更合算.

(2) 根据题意得: $y_{\text{普通}} = 35x$.

当 $x \leq 12$ 时, $y_{\text{白金卡}} = 280$; 当 $x > 12$ 时, $y_{\text{白金卡}} = 280 + 35(x - 12) = 35x - 140$.

$$\therefore y_{\text{白金卡}} = \begin{cases} 280 & (x \leq 12) \\ 35x - 140 & (x > 12) \end{cases}$$

(3) 当 $x = 18$ 时, $y_{\text{普通}} = 35 \times 18 = 630$; $y_{\text{白金卡}} = 35 \times 18 - 140 = 490$;

令 $y_{\text{白金卡}} = 560$, 即 $35x - 140 = 560$,

解得: $x = 20$.

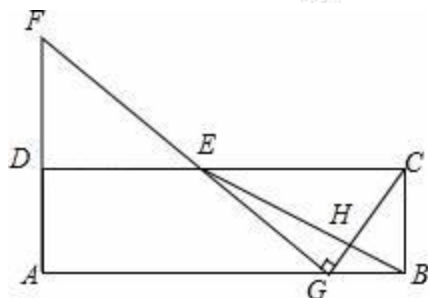
当 $18 \leq x \leq 19$ 时, 选择白金卡消费最合算; 当 $x = 20$ 时, 选择白金卡消费和钻石卡消费费用相同; 当 $x \geq 21$ 时, 选择钻石卡消费最合算.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 解题的关键是: (1) 根据数量关系列式计算; (2) 根据数量关系找出函数关系式; (3) 令 $y_{\text{白金卡}} = 560$, 算出白金卡消费和钻石卡消费费用相同时健身的次数. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据数量关系列式计算 (或列出函数关系式) 是关键.

25. 在矩形 ABCD 中, E 为 CD 的中点, H 为 BE 上的一点, $\frac{EH}{BH} = 3$, 连接 CH 并延长交 AB 于点 G, 连接 GE 并延长交 AD 的延长线于点 F.

(1) 求证: $\frac{EC}{BG} = \frac{EH}{BH}$;

(2) 若 $\angle CGF = 90^\circ$, 求 $\frac{AB}{BC}$ 的值.



【考点】相似三角形的判定与性质; 矩形的性质.

【专题】计算题; 证明题.

【分析】(1) 根据相似三角形判定的方法, 判断出 $\triangle CEH \sim \triangle GBH$, 即可推得 $\frac{EC}{BG} = \frac{EH}{BH}$.

(2) 作 $EM \perp AB$ 于 M , 则 $EM = BC = AD$, $AM = DE$, 设 $DE = CE = 3a$, 则 $AB = CD = 6a$, 由 (1) 得: $\frac{EC}{BG} = \frac{EH}{BH} = 3$, 得出 $BG = \frac{1}{3}CE = a$, $AG = 5a$, 证明 $\triangle DEF \sim \triangle GEC$, 由相似三角形的性质得出 $EG \cdot EF = DE \cdot EC$, 由平行线证出 $\frac{EF}{EG} = \frac{3}{2}$, 得出 $EF = \frac{3}{2}EG$, 求出 $EG = \sqrt{6}a$, 在 $Rt\triangle EMG$ 中, $GM = 2a$, 由勾股定理求出 $BC = EM = \sqrt{2}a$, 即可得出结果.

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore CD \parallel AB$, $AD = BC$, $AB = CD$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle CEH \sim \triangle GBH$,

$$\therefore \frac{EC}{BG} = \frac{EH}{BH}.$$

(2) 解: 作 $EM \perp AB$ 于 M , 如图所示:

则 $EM = BC = AD$, $AM = DE$,

$\because E$ 为 CD 的中点,

$\therefore DE = CE$,

设 $DE = CE = 3a$, 则 $AB = CD = 6a$,

由 (1) 得: $\frac{EC}{BG} = \frac{EH}{BH} = 3$,

$$\therefore BG = \frac{1}{3}CE = a,$$

$\therefore AG = 5a$,

$\because \angle EDF = 90^\circ = \angle CGF$, $\angle DEF = \angle GEC$,

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle GEC,$$

$$\therefore \frac{DE}{EG} = \frac{EF}{EC},$$

$$\therefore EG \cdot EF = DE \cdot EC,$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{EF}{FG} = \frac{DE}{AG} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{EF}{EG} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore EF = \frac{3}{2}EG,$$

$$\therefore EG \cdot \frac{3}{2}EG = 3a \cdot 3a,$$

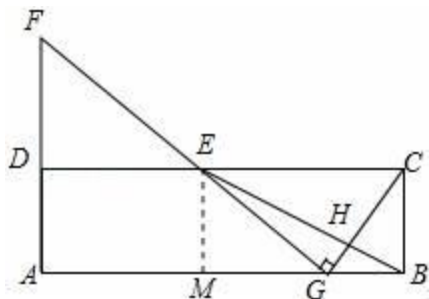
$$\text{解得: } EG = \sqrt{6}a,$$

$$\text{在 Rt}\triangle EMG \text{ 中, } GM = 2a,$$

$$\therefore EM = \sqrt{EG^2 - GM^2} = \sqrt{2}a,$$

$$\therefore BC = \sqrt{2}a,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{6a}{\sqrt{2}a} = 3\sqrt{2}.$$



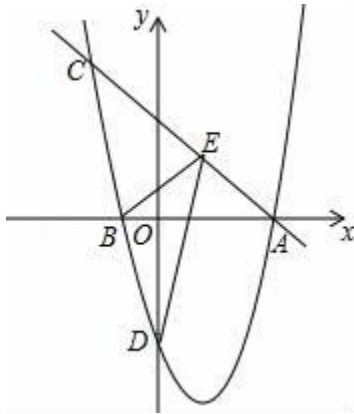
【点评】 此题主要考查了相似三角形的判定与性质、矩形的性质勾股定理等知识；熟练掌握矩形的性质，证明三角形相似是解决问题的关键．

26. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(4, 0)$ 、 $B(-1, 0)$ 两点，过点 A 的直线 $y = -x + 4$ 交抛物线于点 C ．

(1) 求此抛物线的解析式；

(2) 在直线 AC 上有一动点 E ，当点 E 在某个位置时，使 $\triangle BDE$ 的周长最小，求此时 E 点坐标；

- (3) 当动点 E 在直线 AC 与抛物线围成的封闭线 $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ 上运动时, 是否存在使 $\triangle BDE$ 为直角三角形的情况, 若存在, 请直接写出符合要求的 E 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法求出抛物线解析式;

(2) 先判断出周长最小时 $BE \perp AC$, 即作点 B 关于直线 AC 的对称点 F, 连接 DF, 交 AC 于点 E, 联立方程组即可;

(3) 三角形 BDE 是直角三角形时, 由于 $BD > BG$, 因此只有 $\angle DBE = 90^\circ$ 或 $\angle BDE = 90^\circ$, 两种情况, 利用直线垂直求出点 E 坐标.

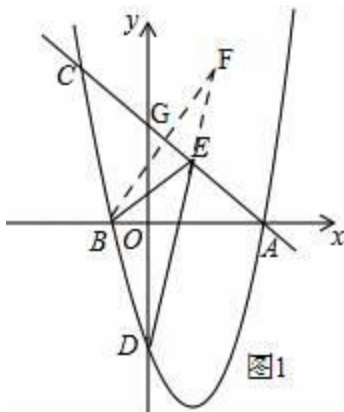
【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A (4, 0)、B (-1, 0) 两点,

$$\therefore \begin{cases} 16a + 4b - 4 = 0 \\ a - b - 4 = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = x^2 - 3x - 4$,

(2) 如图 1,



作点 B 关于直线 AC 的对称点 F，连接 DF 交 AC 于点 E，

由 (1) 得，抛物线解析式为 $y=x^2-3x-4$ ①，

$\therefore D(0, -4)$ ，

$\therefore$ 点 C 是直线 $y=-x+4$ ②与抛物线的交点，

$\therefore$ 联立①②解得， $\begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}$ (舍) 或 $\begin{cases} x=-2 \\ y=6 \end{cases}$ ，

$\therefore C(-2, 6)$ ，

$\therefore A(4, 0)$ ，

$\therefore$ 直线 AC 解析式为 $y=-x+4$ ，

$\therefore$ 直线 $BF \perp AC$ ，且 $B(-1, 0)$ ，

$\therefore$ 直线 BF 解析式为 $y=x+1$ ，

设点 F $(m, m+1)$ ，

$\therefore G(\frac{m-1}{2}, \frac{m+1}{2})$ ，

$\therefore$ 点 G 在直线 AC 上，

$\therefore -\frac{m-1}{2}+4=\frac{m+1}{2}$ ，

$\therefore m=4$ ，

$\therefore F(4, 5)$ ，

$\therefore D(0, -4)$ ，

$\therefore$ 直线 DF 解析式为 $y=\frac{9}{4}x-4$ ，

$\therefore$ 直线 AC 解析式为 $y=-x+4$ ，

$\therefore$ 直线 DF 和直线 AC 的交点 E $(\frac{32}{13}, \frac{20}{13})$ ，

(3) $\therefore BD=\sqrt{17}$ ，

由 (2) 有，点 B 到线段 AC 的距离为 $BG=\frac{1}{2}BF=\frac{1}{2} \times 5\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2} > BD$ ，

$\therefore \angle BED$ 不可能是直角，

$\therefore B(-1, 0)$ ， $D(0, -4)$ ，

$\therefore$ 直线 BD 解析式为 $y=-4x+4$ ，

$\therefore \triangle BDE$ 为直角三角形，

$\therefore$ ① $\angle BDE=90^\circ$ ，

∴ BE ⊥ BD 交 AC 于 B,

∴ 直线 BE 解析式为 $y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$,

∴ 点 E 在直线 AC: $y = -x + 4$ 的图象上,

∴ E (3, 1) ,

② ∠BDE = 90°,

∴ BE ⊥ BD 交 AC 于 D,

∴ 直线 BE 的解析式为 $y = \frac{1}{4}x - 4$,

∴ 点 E 在抛物线 $y = x^2 - 3x - 4$ 上,

∴ 直线 BE 与抛物线的交点为 (0, -4) 和 $(\frac{13}{4}, -\frac{51}{16})$,

∴ E $(\frac{13}{4}, -\frac{51}{16})$,

即: 满足条件的点 E 的坐标为 E (3, 1) 或 $(\frac{13}{4}, -\frac{51}{16})$.

【点评】 此题是二次函数综合题, 主要考查了待定系数法, 极值, 对称性, 直角三角形的性质, 解本题的关键是求函数图象的交点坐标.