

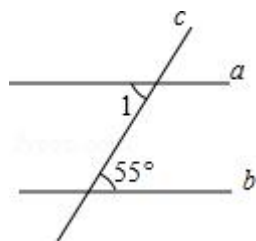
2016 年广西桂林市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. (3 分) 下列实数中小于 0 的数是 ()

- A. 2016 B. -2016 C. $\sqrt{2016}$ D. $\frac{1}{2016}$

2. (3 分) 如图，直线 $a \parallel b$ ， c 是截线， $\angle 1$ 的度数是 ()



- A. 55° B. 75° C. 110° D. 125°

3. (3 分) 一组数据 7, 8, 10, 12, 13 的平均数是 ()

- A. 7 B. 9 C. 10 D. 12

4. (3 分) 下列几何体的三视图相同的是 ()



体

5. (3 分) 下列图形一定是轴对称图形的是 ()

- A. 直角三角形 B. 平行四边形 C. 直角梯形 D. 正方形

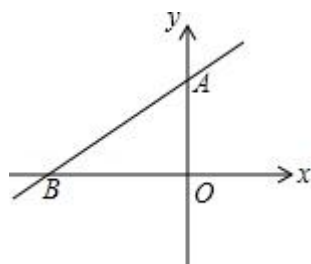
6. (3 分) 计算 $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$ 的结果是 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $3\sqrt{5}$ D. 6

7. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $(xy)^3 = xy^3$ B. $x^5 \div x^5 = x$
C. $3x^2 \cdot 5x^3 = 15x^5$ D. $5x^2y^3 + 2x^2y^3 = 10x^4y^9$

8. (3 分) 如图，直线 $y = ax + b$ 过点 $A(0, 2)$ 和点 $B(-3, 0)$ ，则方程 $ax + b = 0$ 的解是 ()



- A. $x=2$ B. $x=0$ C. $x=-1$ D. $x=-3$

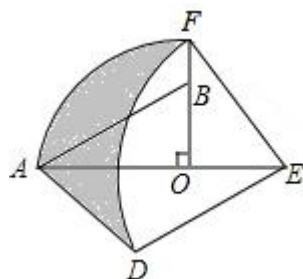
9. (3分) 当 $x=6$, $y=3$ 时, 代数式 $(\frac{x}{x+y} + \frac{2y}{x+y}) \cdot \frac{3xy}{x+2y}$ 的值是 ()

- A. 2 B. 3 C. 6 D. 9

10. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+4x+1=0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $k<5$ B. $k<5$, 且 $k \neq 1$ C. $k \leq 5$, 且 $k \neq 1$ D. $k>5$

11. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\angle AOB=90^\circ$, $OA=3$, $OB=2$, 将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 后得 $\text{Rt}\triangle FOE$, 将线段 EF 绕点 E 逆时针旋转 90° 后得线段 ED , 分别以 O, E 为圆心, OA, ED 长为半径画弧 AF 和弧 DF , 连接 AD , 则图中阴影部分面积是 ()



- A. π B. $\frac{5\pi}{4}$ C. $3+\pi$ D. $8-\pi$

12. (3分) 已知直线 $y = -\sqrt{3}x+3$ 与坐标轴分别交于点 A, B , 点 P 在抛物线 $y = -\frac{1}{3}(x - \sqrt{3})^2+4$ 上, 能使 $\triangle ABP$ 为等腰三角形的点 P 的个数有 ()

- A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

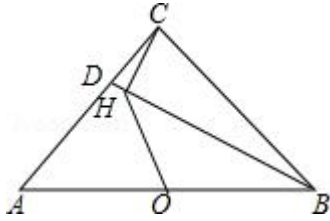
13. (3分) 分解因式: $x^2-36=$ _____.

14. (3分) 若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

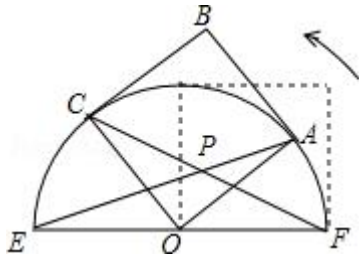
15. (3分) 把一副普通扑克牌中的数字 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 的 9 张牌洗均匀后正面向下放在桌面上, 从中随机抽取一张, 抽出的牌上的数恰为 3 的倍数的概率是_____.

16. (3分) 正六边形的每个外角是_____度.

17. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=3$, $CD=1$, $CH \perp BD$ 于 H , 点 O 是 AB 中点, 连接 OH , 则 $OH=$ _____.



18. (3分) 如图, 正方形 $OABC$ 的边长为 2, 以 O 为圆心, EF 为直径的半圆经过点 A , 连接 AE , CF 相交于点 P , 将正方形 $OABC$ 从 OA 与 OF 重合的位置开始, 绕着点 O 逆时针旋转 90° , 交点 P 运动的路径长是_____.



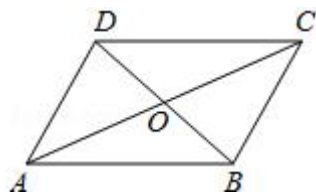
三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 66 分

19. (6分) 计算: $-(-4) + |-5| + (\frac{1}{2} - \sqrt{3})^0 - 4\tan 45^\circ$.

20. (6分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x-1 > x+1 \\ 3(x-2)-x \leq 4 \end{cases}$$

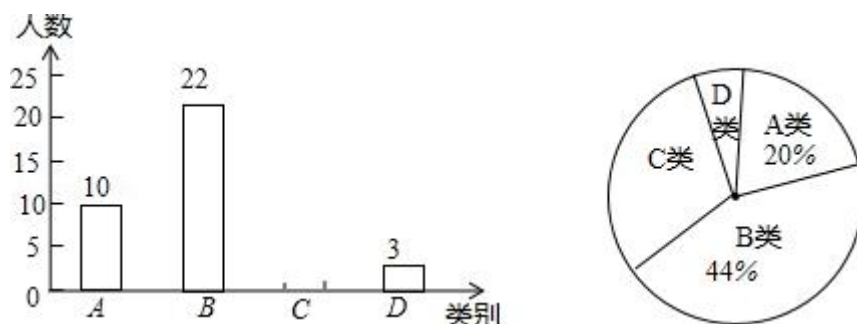
21. (8分) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , E , F 分别是 OA , OC 的中点, 连接 BE , DF

- (1) 根据题意, 补全图形;
- (2) 求证: $BE = DF$.



22. (8分) 某校为了解本校九年级男生“引体向上”项目的训练情况, 随机抽取该年级部分男生进行了一次测试 (满分 15 分, 成绩均记为整数分), 并按测试成绩 m (单位: 分) 分成四类: A 类 ($12 \leq m \leq 15$), B 类 ($9 \leq m \leq 11$), C 类 ($6 \leq m \leq 8$), D 类 ($m \leq 5$) 绘制出以下两幅不完整的统计图, 请根据图中信息解答下列问题:

- (1) 本次抽取样本容量为_____, 扇形统计图中 A 类所对的圆心角是_____度;
- (2) 请补全统计图;
- (3) 若该校九年级男生有 300 名, 请估计该校九年级男生“引体向上”项目成绩为 C 类的有多少名?



23. (8分) 已知任意三角形的三边长, 如何求三角形面积?

古希腊的几何学家海伦解决了这个问题, 在他的著作《度量论》一书中给出了计算公式

-- 海伦公式 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (其中 a, b, c 是三角形的三边长, $p = \frac{a+b+c}{2}$,

S 为三角形的面积), 并给出了证明

例如: 在 $\triangle ABC$ 中, $a=3, b=4, c=5$, 那么它的面积可以这样计算:

$$\because a=3, b=4, c=5$$

$$\therefore p = \frac{a+b+c}{2} = 6$$

$$\therefore S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{6 \times 3 \times 2 \times 1} = 6$$

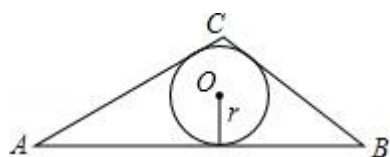
事实上, 对于已知三角形的三边长求三角形面积的问题, 还可用我国南宋时期数学家秦九韶提出的秦九韶公式等方法解决.

根据上述材料, 解答下列问题:

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=5, AC=6, AB=9$

(1) 用海伦公式求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的内切圆半径 r .



24. (8分) 五月初, 我市多地遭遇了持续强降雨的恶劣天气, 造成部分地区出现严重洪涝

灾害, 某爱心组织紧急筹集了部分资金, 计划购买甲、乙两种救灾物品共 2000 件送往灾区, 已知每件甲种物品的价格比每件乙种物品的价格贵 10 元, 用 350 元购买甲种物品的件数恰好与用 300 元购买乙种物品的件数相同

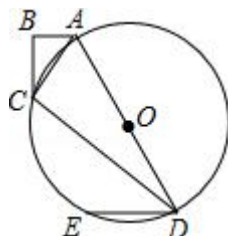
(1) 求甲、乙两种救灾物品每件的价格各是多少元?

(2) 经调查, 灾区对乙种物品件数的需求量是甲种物品件数的 3 倍, 若该爱心组织按照此需求的比例购买这 2000 件物品, 需筹集资金多少元?

25. (10分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $BC=8$, $CD=24$, $AD=26$, $\angle B=90^\circ$,

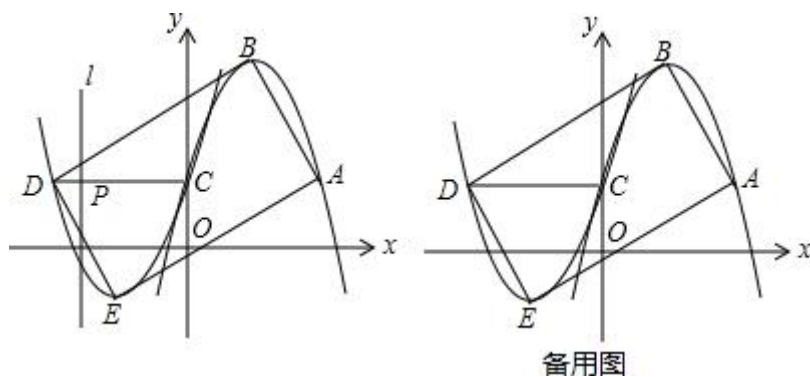
以 AD 为直径作圆 O , 过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交圆 O 于点 E

- (1) 证明点 C 在圆 O 上;
- (2) 求 $\tan \angle CDE$ 的值;
- (3) 求圆心 O 到弦 ED 的距离.



26. (12分) 如图1, 已知开口向下的抛物线 $y_1 = ax^2 - 2ax + 1$ 过点 $A(m, 1)$, 与 y 轴交于点 C , 顶点为 B , 将抛物线 y_1 绕点 C 旋转 180° 后得到抛物线 y_2 , 点 A, B 的对应点分别为点 D, E .

- (1) 直接写出点 A, C, D 的坐标;
- (2) 当四边形 $ABDE$ 是矩形时, 求 a 的值及抛物线 y_2 的解析式;
- (3) 在 (2) 的条件下, 连接 DC , 线段 DC 上的动点 P 从点 D 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度运动到点 C 停止, 在点 P 运动的过程中, 过点 P 作直线 $l \perp x$ 轴, 将矩形 $ABDE$ 沿直线 l 折叠, 设矩形折叠后相互重合部分面积为 S 平方单位, 点 P 的运动时间为 t 秒, 求 S 与 t 的函数关系.



2016 年广西桂林市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. 【分析】根据正数大于负数 0，0 大于负数进行选择即可.

【解答】解：∵ -2016 是负数，

$$\therefore -2016 < 0,$$

故选：B.

【点评】本题考查了实数的大小比较，掌握在数轴上右边的数总大于左边的数.

2. 【分析】根据平行线的性质即可得到结论.

【解答】解：∵ 直线 $a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 = 55^\circ,$$

故选：A.

【点评】本题主要考查平行线的性质，掌握平行线的性质和判定是解题的关键，即①两直线平行 $\Leftrightarrow$ 同位角相等，②两直线平行 $\Leftrightarrow$ 内错角相等，③两直线平行 $\Leftrightarrow$ 同旁内角互补，④ $a \parallel b, b \parallel c \Rightarrow a \parallel c$.

3. 【分析】根据平均数的定义：平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数进行计算即可.

【解答】解： $(7+8+10+12+13) \div 5$

$$= 50 \div 5$$

$$= 10$$

答：一组数据 7，8，10，12，13 的平均数是 10.

故选：C.

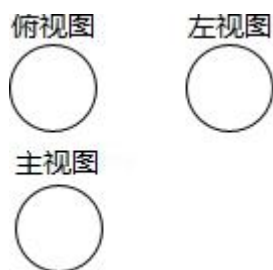
【点评】本题考查了平均数的知识，掌握一组数据平均数的求解方法是解题关键.

4. 【分析】找出圆柱，球，圆锥，以及长方体的三视图，即可做出判断.

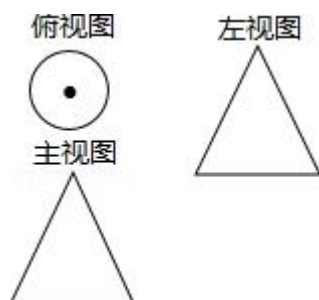
【解答】解：A、圆柱的三视图，如图所示，不合题意；



B、球的三视图，如图所示，符合题意；



C、圆锥的三视图，如图所示，不合题意；



D、长方体的三视图，如图所示，不合题意；



故选：B.

【点评】 此题考查了简单几何体的三视图，熟练掌握三视图的定义是解本题的关键.

5. **【分析】** 根据轴对称图形的概念，结合选项求解即可.

【解答】 解：A、直角三角形中只有等腰直角三角形为轴对称图形，本选项错误；

B、平行四边形不是轴对称图形，本选项错误；

C、直角梯形不是轴对称图形，本选项错误；

D、正方形是轴对称图形，本选项正确.

故选：D.

【点评】 本题考查了轴对称图形的知识，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

6. 【分析】 直接利用二次根式的加减运算法则求出答案．

【解答】 解：原式 = $(3 - 2)\sqrt{5} = \sqrt{5}$ ．

故选：A．

【点评】 此题主要考查了二次根式的加减运算，正确掌握运算法则是解题关键．

7. 【分析】 A、原式利用积的乘方运算法则计算得到结果，即可作出判断；

B、原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果，即可作出判断；

C、原式利用单项式乘单项式法则计算得到结果，即可作出判断；

D、原式合并同类项得到结果，即可作出判断．

【解答】 解：A、原式 = x^3y^3 ，错误；

B、原式 = 1，错误；

C、原式 = $15x^5$ ，正确；

D、原式 = $7x^2y^3$ ，错误，

故选：C．

【点评】 此题考查了单项式乘单项式，合并同类项，幂的乘方与积的乘方，以及同底数幂的除法，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

8. 【分析】 所求方程的解，即为函数 $y = ax + b$ 图象与 x 轴交点横坐标，确定出解即可．

【解答】 解：方程 $ax + b = 0$ 的解，即为函数 $y = ax + b$ 图象与 x 轴交点的横坐标，

$\because$ 直线 $y = ax + b$ 过 $B(-3, 0)$ ，

$\therefore$ 方程 $ax + b = 0$ 的解是 $x = -3$ ，

故选：D．

【点评】 此题考查了一次函数与一元一次方程，任何一元一次方程都可以转化为 $ax + b = 0$ (a, b 为常数， $a \neq 0$) 的形式，所以解一元一次方程可以转化为：当某个一次函数的值为 0 时，求相应的自变量的值．从图象上看，相当于已知直线 $y = ax + b$ 确定它与 x 轴的交点的横坐标的值．

9. 【分析】 先对所求的式子化简，然后将 $x = 6, y = 3$ 代入化简后的式子即可解答本题．

【解答】 解：
$$\left(\frac{x}{x+y} + \frac{2y}{x+y}\right) \cdot \frac{3xy}{x+2y}$$
$$= \frac{x+2y}{x+y} \cdot \frac{3xy}{x+2y}$$

$$= \frac{3xy}{x+y},$$

$$\text{当 } x=6, y=3 \text{ 时, 原式} = \frac{3 \times 6 \times 3}{6+3} = 6.$$

故选: C.

【点评】 本题考查分式的化简求值, 解题的关键是对所求式子进行灵活变化, 然后对分式进行化简.

10. **【分析】** 根据方程为一元二次方程且有两个不相等的实数根, 结合一元二次方程的定义以及根的判别式即可得出关于 k 的一元一次不等式组, 解不等式组即可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+4x+1=0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \begin{cases} k-1 \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} k-1 \neq 0 \\ 4^2-4(k-1) > 0 \end{cases},$$

解得: $k < 5$ 且 $k \neq 1$.

故选: B.

【点评】 本题考查了根的判别式以及一元二次方程的定义, 解题的关键是得出关于 k 的一元一次不等式组. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据方程根的个数结合一元二次方程的定义以及根的判别式得出不等式组是关键.

11. **【分析】** 作 $DH \perp AE$ 于 H , 根据勾股定理求出 AB , 根据阴影部分面积 = $\triangle ADE$ 的面积 + $\triangle EOF$ 的面积 + 扇形 AOF 的面积 - 扇形 DEF 的面积、利用扇形面积公式计算即可.

【解答】 解: 作 $DH \perp AE$ 于 H ,

$$\because \angle AOB = 90^\circ, OA = 3, OB = 2,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{13},$$

由旋转的性质可知, $OE = OB = 2, DE = EF = AB = \sqrt{13}, \triangle DHE \cong \triangle BOA,$

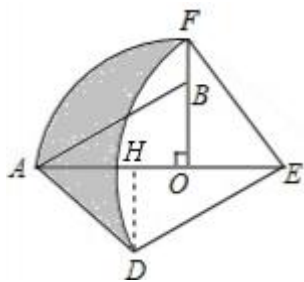
$$\therefore DH = OB = 2,$$

阴影部分面积 = $\triangle ADE$ 的面积 + $\triangle EOF$ 的面积 + 扇形 AOF 的面积 - 扇形 DEF 的面积

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 3 + \frac{90 \times \pi \times 3^2}{360} - \frac{90 \times \pi \times 13}{360}$$

$$= 8 - \pi,$$

故选: D.

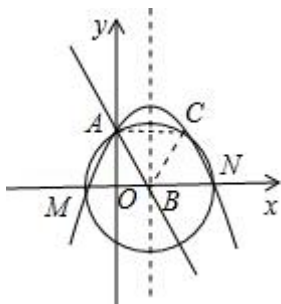


【点评】 本题考查的是扇形面积的计算、旋转的性质、全等三角形的性质，掌握扇形的

面积公式 $S = \frac{n\pi R^2}{360}$ 和旋转的性质是解题的关键．

12. 【分析】 以点 B 为圆心线段 AB 长为半径作圆，交抛物线于点 C 、 M 、 N 点，连接 AC 、 BC ，由直线 $y = -\sqrt{3}x+3$ 可求出点 A 、 B 的坐标，结合抛物线的解析式可得出 $\triangle ABC$ 等边三角形，再令抛物线解析式中 $y = 0$ 求出抛物线与 x 轴的两交点的坐标，发现该两点与 M 、 N 重合，结合图形分三种情况研究 $\triangle ABP$ 为等腰三角形，由此即可得出结论．

【解答】 解：以点 B 为圆心线段 AB 长为半径作圆，交抛物线于点 C 、 M 、 N 点，连接 AC 、 BC ，如图所示．



令一次函数 $y = -\sqrt{3}x+3$ 中 $x = 0$ ，则 $y = 3$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(0, 3)$ ；

令一次函数 $y = -\sqrt{3}x+3$ 中 $y = 0$ ，则 $-\sqrt{3}x+3 = 0$ ，

解得： $x = \sqrt{3}$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(\sqrt{3}, 0)$ ．

$\therefore AB = 2\sqrt{3}$ ．

$\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x = \sqrt{3}$ ，

$\therefore$ 点 B 在抛物线的对称轴上，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(2\sqrt{3}, 3)$ ，

$\therefore AC = 2\sqrt{3} = AB = BC$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形．

设抛物线与 x 轴的交点为点 E, F (点 E 在点 F 左边),

$$\text{令 } y = -\frac{1}{3}(x - \sqrt{3})^2 + 4 \text{ 中 } y = 0, \text{ 则 } -\frac{1}{3}(x - \sqrt{3})^2 + 4 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = -\sqrt{3}, x_2 = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的坐标为 } (-\sqrt{3}, 0), \text{ 点 } F \text{ 的坐标为 } (3\sqrt{3}, 0).$$

$$\text{又} \because \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (\sqrt{3}, 0),$$

$$\therefore BE = BF = 2\sqrt{3},$$

$\therefore$ 点 E 与点 M 重合, 点 F 与点 N 重合.

$\triangle ABP$ 为等腰三角形分三种情况:

①当 $AB = BP$ 时, 以 B 点为圆心, AB 长度为半径做圆, 与抛物线交于 C, M, N 三点;

②当 $AB = AP$ 时, 以 A 点为圆心, AB 长度为半径做圆, 与抛物线交于 C, M 两点,;

③当 $AP = BP$ 时, 作线段 AB 的垂直平分线, 交抛物线交于 C, M 两点;

$\therefore$ 能使 $\triangle ABP$ 为等腰三角形的点 P 的个数有 3 个.

故选: A .

【点评】 本题考查了二次函数与坐标轴的交点坐标、等腰三角形的判定、一次函数与坐标轴的交点坐标以及等边三角形的判定定理, 解题的关键是依照题意画出图形, 利用数形结合来解决问题. 本题属于中档题, 难度不小, 本题不要求出 P 点坐标, 但在寻找点 P 的过程中会出现多次点的重合问题, 由此给解题带来了难度.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

13. **【分析】** 原式利用平方差公式分解即可.

$$\text{【解答】解: 原式} = (x+6)(x-6),$$

$$\text{故答案为: } (x+6)(x-6)$$

【点评】 此题考查了因式分解 - 运用公式法, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

14. **【分析】** 先根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式, 求出 x 的取值范围即可.

$$\text{【解答】解: } \because \text{式子 } \sqrt{x-1} \text{ 在实数范围内有意义,}$$

$$\therefore x - 1 \geq 0,$$

$$\text{解得 } x \geq 1.$$

$$\text{故答案为: } x \geq 1.$$

【点评】 本题考查的是二次根式有意义的条件, 即被开方数大于等于 0.

15. **【分析】** 先确定 9 张扑克牌上的数字为 3 的倍数的张数, 再根据随机事件 A 的概率 $P(A)$

$$= \frac{\text{事件A可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}},$$
 求解即可.

【解答】解：∵ 数字为 3 的倍数的扑克牌一共有 3 张，且共有 9 张扑克牌，

$$\therefore P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查了概率公式的知识点，正确找出数字为 3 的倍数的扑克牌的张数是解答本题的关键.

16. 【分析】 正多边形的外角和是 360 度，且每个外角都相等，据此即可求解.

【解答】 解：正六边形的一个外角度数是： $360 \div 6 = 60^\circ$.

故答案为： 60.

【点评】 本题考查了正多边形的外角的计算，理解外角和是 360 度，且每个外角都相等是关键.

17. 【分析】 在 BD 上截取 $BE = CH$ ，连接 CO ， OE ，根据相似三角形的性质得到 $\frac{CH}{BC} = \frac{CD}{BD}$ ，

求得 $CH = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ ，根据等腰直角三角形的性质得到 $AO = OB = OC$ ， $\angle A = \angle ACO = \angle BCO = \angle ABC = 45^\circ$ ，等量代换得到 $\angle OCH = \angle ABD$ ，根据全等三角形的性质得到 $OE = OH$ ， $\angle BOE = \angle HOC$ 推出 $\triangle HOE$ 是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的性质即可得到结论.

【解答】 解：在 BD 上截取 $BE = CH$ ，连接 CO ， OE ，

∵ $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CH \perp BD$ ，

∵ $AC = BC = 3$ ， $CD = 1$ ，

$$\therefore BD = \sqrt{10},$$

∴ $\triangle CDH \sim \triangle BDC$ ，

$$\therefore \frac{CH}{BC} = \frac{CD}{BD},$$

$$\therefore CH = \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

∵ $\triangle ACB$ 是等腰直角三角形，点 O 是 AB 中点，

∴ $AO = OB = OC$ ， $\angle A = \angle ACO = \angle BCO = \angle ABC = 45^\circ$ ，

∴ $\angle OCH + \angle DCH = 45^\circ$ ， $\angle ABD + \angle DBC = 45^\circ$ ，

∵ $\angle DCH = \angle CBD$ ，∴ $\angle OCH = \angle ABD$ ，

$$\text{在} \triangle CHO \text{ 与 } \triangle BEO \text{ 中, } \begin{cases} CH=BE \\ \angle HCO=\angle EBO, \\ OC=OB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CHO \cong \triangle BEO,$$

$$\therefore OE = OH, \angle BOE = \angle HOC,$$

$$\because OC \perp BO,$$

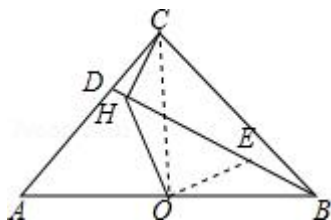
$$\therefore \angle EOH = 90^\circ,$$

即 $\triangle HOE$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore EH = BD - DH - CH = \sqrt{10} - \frac{\sqrt{10}}{10} - \frac{3\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{5},$$

$$\therefore OH = EH \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定和性质，正确的作出辅助线构造全等三角形是解题的关键．

18. **【分析】** 如图点 P 运动的路径是以 G 为圆心的弧 $\widehat{EF}$ ，在 $\odot G$ 上取一点 H ，连接 EH 、 FH ，只要证明 $\angle EGF = 90^\circ$ ，求出 GE 的长即可解决问题．

【解答】 解：如图点 P 运动的路径是以 G 为圆心的弧 $\widehat{EF}$ ，在 $\odot G$ 上取一点 H ，连接 EH 、 FH ．

$\because$ 四边形 $AOCB$ 是正方形，

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFP = \frac{1}{2} \angle AOC = 45^\circ,$$

$\because EF$ 是 $\odot O$ 直径，

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ,$$

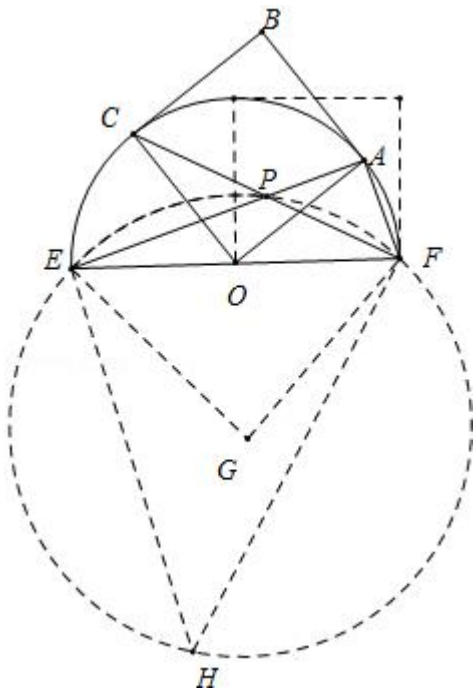
$$\therefore \angle APF = \angle AFP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EPF = 135^\circ,$$

$\because EF$ 是定值，

$$\therefore \widehat{EF} \text{ 的长 } = \frac{90\pi \cdot 2\sqrt{2}}{180} = \sqrt{2}\pi.$$

故答案为 $\sqrt{2}\pi$.



【点评】 本题考查正方形的性质、旋转的性质、轨迹、圆等知识，解题的关键是正确发现轨迹的位置，学会添加辅助线，利用圆的有关性质解决问题，属于中考填空题中的压轴题.

三、解答题：本大题共 8 小题，共 66 分

19. 【分析】先去括号、计算绝对值、零指数幂、三角函数值，再计算乘法、减法即可.

【解答】 解：原式 $= 4 + 5 + 1 - 4 \times 1 = 6$.

【点评】 本题主要考查实数的混合运算，熟练掌握相反数、绝对值的性质及零指数幂、三角函数值的计算是关键.

20. 【分析】首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】解:
$$\begin{cases} 2x-1>x+1\cdots\textcircled{1} \\ 3(x-2)-x\leqslant 4\cdots\textcircled{2} \end{cases},$$

解①得: $x > 2$,

解②得 $x \leq 5$.

则不等式组的解集是: $2 < x \leq 5$.

【点评】 本题考查了一元一次不等式组的解法: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集. 方法与步骤: ①求不等式组中每个不等式的解集; ②利用数轴求公共部分. 解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

21. 【分析】 (1) 如图所示;

(2) 由全等三角形的判定定理 SAS 证得 $\triangle BEO \cong \triangle DFO$, 得出全等三角形的对应边相等即可.

【解答】 (1) 解: 如图所示:

(2) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 对角线 AC 、 BD 交于点 O ,

$$\therefore OB = OD, OA = OC.$$

又 $\because E, F$ 分别是 OA 、 OC 的中点,

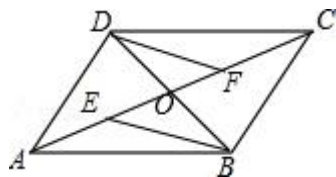
$$\therefore OE = \frac{1}{2}OA, OF = \frac{1}{2}OC,$$

$$\therefore OE = OF.$$

$$\therefore \text{在 } \triangle BEO \text{ 与 } \triangle DFO \text{ 中, } \begin{cases} OE = OF \\ \angle BOE = \angle DOF \\ OB = OD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BEO \cong \triangle DFO (SAS),$$

$$\therefore BE = DF.$$



【点评】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质、平行四边形的性质的运用; 熟练掌握平行四边形的性质, 证明三角形全等是解决问题的关键.

22. 【分析】 (1) 根据统计图可以得到抽查的学生数, 从而可以求得样本容量, 由扇形统计图可以求得扇形圆心角的度数;

(2) 根据统计图可以求得 C 类学生数和 C 类与 D 类所占的百分比, 从而可以将统计图补充完整;

(3) 根据统计图可以估计该校九年级男生“引体向上”项目成绩为 C 类的有多少名.

【解答】 解: (1) 由题意可得,

抽取的学生数为： $10 \div 20\% = 50$ ，

扇形统计图中 A 类所对的圆心角是： $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ，

故答案为：50，72；

(2) C 类学生数为： $50 - 10 - 22 - 3 = 15$ ，

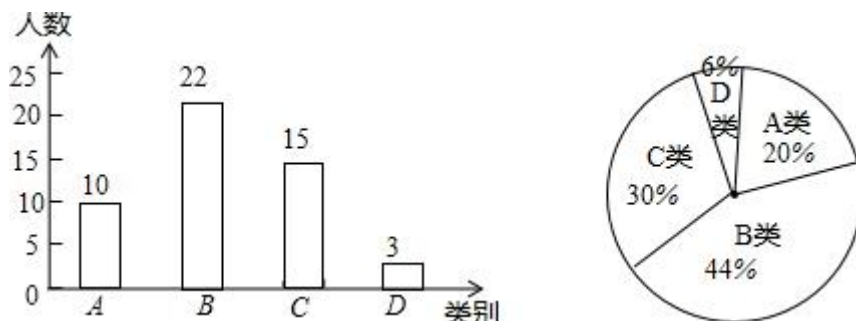
C 类占抽取样本的百分比为： $15 \div 50 \times 100\% = 30\%$ ，

D 类占抽取样本的百分比为： $3 \div 50 \times 100\% = 6\%$ ，

补全的统计图如右图所示，

(3) $300 \times 30\% = 90$ (名)

即该校九年级男生“引体向上”项目成绩为 C 类的有 90 名.



【点评】 本题考查条形统计图、扇形统计图、用本估计总体，解题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

23. **【分析】** (1) 先根据 BC 、 AC 、 AB 的长求出 P ，再代入到公式 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ 即可求得 S 的值；

(2) 根据公式 $S = \frac{1}{2}r(AC+BC+AB)$ ，代入可得关于 r 的方程，解方程得 r 的值．

【解答】 解：(1) $\because BC = 5$ ， $AC = 6$ ， $AB = 9$ ，

$$\therefore p = \frac{BC+AC+AB}{2} = \frac{5+6+9}{2} = 10,$$

$$\therefore S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{10 \times 5 \times 4 \times 1} = 10\sqrt{2};$$

故 $\triangle ABC$ 的面积 $10\sqrt{2}$;

$$(2) \because S = \frac{1}{2}r(AC+BC+AB),$$

$$\therefore 10\sqrt{2} = \frac{1}{2}r(5+6+9),$$

解得： $r = \sqrt{2}$ ，

故 $\triangle ABC$ 的内切圆半径 $r = \sqrt{2}$.

【点评】本题主要三角形的内切圆与内心、二次根式的应用，熟练掌握三角形的面积与内切圆半径间的公式是解题的关键.

24. 【分析】(1) 设每件乙种物品的价格是 x 元，则每件甲种物品的价格是 $(x+10)$ 元，根据用 350 元购买甲种物品的件数恰好与用 300 元购买乙种物品的件数相同列出方程，求解即可；

(2) 设甲种物品件数为 m 件，则乙种物品件数为 $3m$ 件，根据该爱心组织按照此需求的比例购买这 2000 件物品列出方程，求解即可.

【解答】解：(1) 设每件乙种物品的价格是 x 元，则每件甲种物品的价格是 $(x+10)$ 元，根据题意得， $\frac{350}{x+10} = \frac{300}{x}$,

解得： $x = 60$.

经检验， $x = 60$ 是原方程的解，

$$x+10 = 60+10 = 70.$$

答：甲、乙两种救灾物品每件的价格各是 70 元、60 元；

(2) 设甲种物品件数为 m 件，则乙种物品件数为 $3m$ 件，

根据题意得， $m+3m = 2000$,

解得 $m = 500$,

即甲种物品件数为 500 件，则乙种物品件数为 1500 件，此时需筹集资金： $70 \times 500 + 60 \times 1500 = 125000$ (元).

答：若该爱心组织按照此需求的比例购买这 2000 件物品，需筹集资金 125000 元.

【点评】本题考查分式方程、一元一次方程的应用，分析题意，找到合适的等量关系是解决问题的关键.

25. 【分析】(1) 如图 1，连结 CO . 先由勾股定理求出 $AC = 10$ ，再利用勾股定理的逆定理证明 $\triangle ACD$ 是直角三角形， $\angle C = 90^\circ$ ，那么 OC 为 $\text{Rt}\triangle ACD$ 斜边上的中线，根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得出 $OC = \frac{1}{2}AD = r$ ，即点 C 在圆 O 上；

(2) 如图 2，延长 BC 、 DE 交于点 F ， $\angle BFD = 90^\circ$. 根据同角的余角相等得出 $\angle CDE = \angle ACB$. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，利用正切函数定义求出 $\tan \angle ACB = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ ，则 $\tan \angle CDE = \tan \angle ACB = \frac{3}{4}$;

(3) 如图 3, 连结 AE , 作 $OG \perp ED$ 于点 G , 则 $OG \parallel AE$, 且 $OG = \frac{1}{2}AE$. 易证 $\triangle ABC \sim \triangle CFD$, 根据相似三角形对应边成比例求出 $CF = \frac{72}{5}$, 那么 $BF = BC + CF = \frac{112}{5}$. 再证明四边形 $ABFE$ 是矩形, 得出 $AE = BF = \frac{112}{5}$, 所以 $OG = \frac{1}{2}AE = \frac{56}{5}$.

【解答】(1) 证明: 如图 1, 连结 CO .

$$\because AB = 6, BC = 8, \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = 10.$$

$$\text{又} \because CD = 24, AD = 26, 10^2 + 24^2 = 26^2,$$

$$\therefore \triangle ACD \text{ 是直角三角形, } \angle ACD = 90^\circ.$$

$$\because AD \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径,}$$

$$\therefore AO = OD, OC \text{ 为 Rt}\triangle ACD \text{ 斜边上的中线,}$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AD = r,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 在圆 } O \text{ 上;}$$

(2) 解: 如图 2, 延长 BC 、 DE 交于点 F , $\angle BFD = 90^\circ$.

$$\because \angle BFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE + \angle FCD = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle FCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle ACB.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \tan \angle ACB = \frac{6}{8} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \tan \angle CDE = \tan \angle ACB = \frac{3}{4};$$

(3) 解: 如图 3, 连结 AE , 作 $OG \perp ED$ 于点 G , 则 $OG \parallel AE$, 且 $OG = \frac{1}{2}AE$.

易证 $\triangle ABC \sim \triangle CFD$,

$$\therefore \frac{AB}{CF} = \frac{AC}{CD}, \text{ 即 } \frac{6}{CF} = \frac{10}{24},$$

$$\therefore CF = \frac{72}{5},$$

旋转的性质得出抛物线 y_2 的解析式；

(3) 分两种情况讨论：①当 $0 \leq t \leq 1$ 时， $S = S_{\triangle GHD} = S_{\triangle PDH} + S_{\triangle PDG}$ ，作辅助线构建直角三角形，求出 PG 和 PH ，利用面积公式计算；②当 $1 < t \leq 2$ 时， $S = S_{\triangle HMD'} - S_{\triangle GE'F} - S_{\triangle GE'M}$ ，利用 30° 角和 60° 角的直角三角形的性质进行计算得出结论。

【解答】解：(1) 由题意得：

将 $A(m, 1)$ 代入 $y_1 = ax^2 - 2ax + 1$ 得： $am^2 - 2am + 1 = 1$ ，

解得： $m_1 = 2$ ， $m_2 = 0$ (舍)，

$\therefore A(2, 1)$ 、 $C(0, 1)$ 、 $D(-2, 1)$ ；

(2) 如图 1，由 (1) 知： $B(1, 1-a)$ ，过点 B 作 $BM \perp y$ 轴，
若四边形 $ABDE$ 为矩形，则 $BC = CD$ ，

$$\therefore BM^2 + CM^2 = BC^2 = CD^2,$$

$$\therefore 1^2 + (-a)^2 = 2^2,$$

$$\therefore a = \pm\sqrt{3},$$

$\because y_1$ 抛物线开口向下，

$$\therefore a = -\sqrt{3},$$

$\because y_2$ 由 y_1 绕点 C 旋转 180° 得到，则顶点 $E(-1, 1 - \sqrt{3})$ ，

$\therefore$ 设 $y_2 = a(x+1)^2 + 1 - \sqrt{3}$ ，则 $a = \sqrt{3}$ ，

$$\therefore y_2 = \sqrt{3}x^2 + 2\sqrt{3}x + 1;$$

(3) 如图 1，当 $0 \leq t \leq 1$ 时，则 $DP = t$ ，构建直角 $\triangle BQD$ ，
得 $BQ = \sqrt{3}$ ， $DQ = 3$ ，则 $BD = 2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore \angle BDQ = 30^\circ,$$

$$\therefore PH = \frac{\sqrt{3}}{3}t, PG = \sqrt{3}t,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}(PG + PH) \times DP = \frac{2\sqrt{3}}{3}t^2,$$

如图 2，当 $1 < t \leq 2$ 时，

因为矩形 $ABDE$ 沿直线 l 折叠，所以延长 DE 和 $D'E'$ 交直线 l 于同一点，设这一点为 M ，

$D(-2, 1)$ ， $E(-1, 1 - \sqrt{3})$ ，

$$\therefore DE = \sqrt{(-2+1)^2 + (1-1+\sqrt{3})^2} = 2,$$

$$\therefore EM = DM - DE = 2t - 2,$$

