

2016 年广西北海市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确答案的标号填（涂）在答题卡内相应的位置上.

1. (3 分) 9 的绝对值是 ()

- A. 9 B. -9 C. 3 D. ± 3

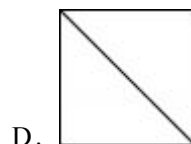
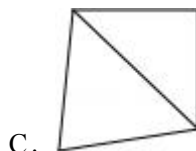
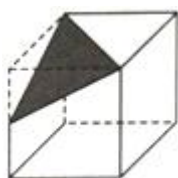
2. (3 分) $\sin 30^\circ =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. (3 分) 今年我们三个市参加中考的考生共约 11 万人，用科学记数法表示 11 万这个数是 ()

- A. 1.1×10^3 B. 1.1×10^4 C. 1.1×10^5 D. 1.1×10^6

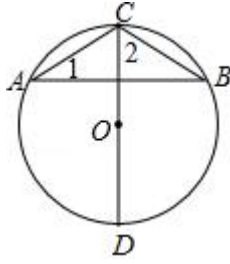
4. (3 分) 如图，一个正方体切去一个三棱锥后所得几何体的俯视图是 ()



5. (3 分) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 必然事件发生的概率等于 0.5
- B. 5 名同学二模的数学成绩是 92, 95, 95, 98, 110, 则他们的平均分是 98 分, 众数是 95
- C. 射击运动员甲、乙分别射击 10 次且击中环数的方差分别是 5 和 18, 则乙较甲稳定
- D. 要了解金牌获得者的兴奋剂使用情况, 可采用抽样调查的方法

6. (3 分) 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$, 已知 $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle 2 =$ ()



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 70°

7. (3分) 关于 x 的一元二次方程: $x^2 - 4x - m^2 = 0$ 有两个实数根 x_1 、 x_2 , 则 $m^2 (\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2})$ = ()

- A. $\frac{m^4}{4}$ B. $-\frac{m^4}{4}$ C. 4 D. -4

8. (3分) 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = x^2$, $y = -x^2$ 的共同性质是:

- ①都是开口向上;
②都以点 $(0, 0)$ 为顶点;
③都以 y 轴为对称轴;
④都关于 x 轴对称.

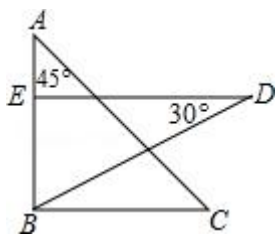
其中正确的个数有 ()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

9. (3分) 关于直线 $l: y = kx + k$ ($k \neq 0$), 下列说法不正确的是 ()

- A. 点 $(0, k)$ 在 l 上
B. l 经过定点 $(-1, 0)$
C. 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大
D. l 经过第一、二、三象限

10. (3分) 把一副三角板按如图放置, 其中 $\angle ABC = \angle DEB = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, 斜边 $AC = BD = 10$, 若将三角板 DEB 绕点 B 逆时针旋转 45° 得到 $\triangle D'E'B$, 则点 A 在 $\triangle D'E'B$ 的 ()



- A. 内部 B. 外部

C. 边上

D. 以上都有可能

11. (3分) 如图, 把八个等圆按相邻两两外切摆放, 其圆心连线构成一个正八边形, 设正八边形内侧八个扇形(无阴影部分)面积之和为 S_1 , 正八边形外侧八个扇形(阴影部分)

面积之和为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2} = (\quad)$



A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{2}{3}$

D. 1

12. (3分) 若一次函数 $y = mx + 6$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{n}{x}$ 在第一象限的图象有公共点, 则有 ()

A. $mn \geq -9$ 且 $m \neq 0, n > 0$

B. $-9 \leq mn \leq 0$

C. $mn \geq -4$

D. $-4 \leq mn \leq 0$

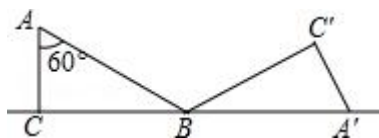
二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 把答案填在答题卡中的横线上.

13. (3分) 计算: $0 - 10 = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (3分) 计算: $a^2 \cdot a^4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. (3分) 要使代数式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义, 则 x 的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 2\sqrt{3}$. 将 $\triangle ABC$ 沿直线 CB 向右作无滑动滚动一次, 则点 C 经过的路径长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. (3分) 同时投掷两个骰子, 它们点数之和不大于 4 的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. (3分) 如图, 已知正方形 $ABCD$ 边长为 1, $\angle EAF = 45^\circ$, $AE = AF$, 则有下列结论:

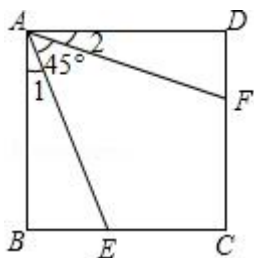
① $\angle 1 = \angle 2 = 22.5^\circ$;

② 点 C 到 EF 的距离是 $\sqrt{2} - 1$;

③ $\triangle ECF$ 的周长为 2;

④ $BE + DF > EF$.

其中正确的结论是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出所有正确结论的序号)



三、解答题：本大题共 8 小题，满分 66 分，解答过程写在答题卡上，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

19. (6 分) 计算： $3\sqrt{25} + (-2)^3 - (\pi - 3)^0$.

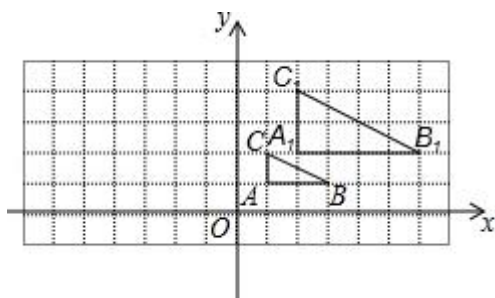
20. (6 分) 化简： $\left(\frac{a}{a-2} - \frac{4}{a^2-2a}\right) \div \frac{a+2}{a}$.

21. (6 分) 如图，在平面直角坐标系网格中，将 $\triangle ABC$ 进行位似变换得到 $\triangle A_1B_1C_1$.

(1) $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 的位似比是_____；

(2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

(3) 设点 $P(a, b)$ 为 $\triangle ABC$ 内一点，则依上述两次变换后，点 P 在 $\triangle A_2B_2C_2$ 内的对应点 P_2 的坐标是_____.

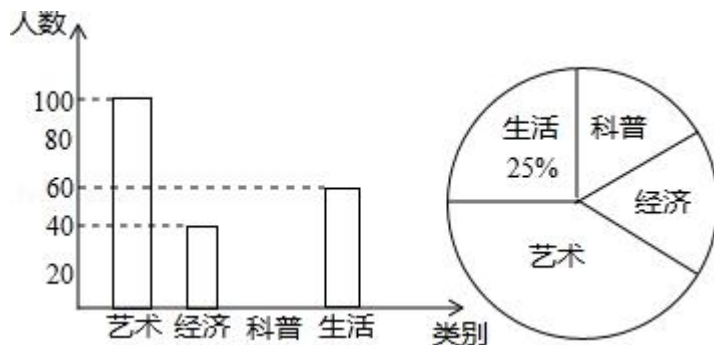


22. (8 分) 为了了解学校图书馆上个月借阅情况，管理老师从学生对艺术、经济、科普及生活四类图书借阅情况进行了统计，并绘制了下列不完整的统计图，请根据图中信息解答下列问题：

(1) 上个月借阅图书的学生有多少人？扇形统计图中“艺术”部分的圆心角度数是多少？

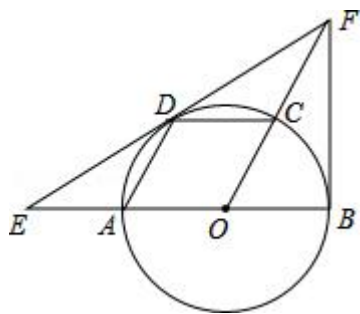
(2) 把条形统计图补充完整；

(3) 从借阅情况分析，如果要添置这四类图书 300 册，请你估算“科普”类图书应添置多少册合适？



23. (9分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 、 D 在圆上, 且四边形 $A OCD$ 是平行四边形, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 分别交 OA 延长线与 OC 延长线于点 E 、 F , 连接 BF .

- (1) 求证: BF 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 已知圆的半径为 1, 求 EF 的长.



24. (9分) 蔬菜经营户老王, 近两天经营的是青菜和西兰花.

(1) 昨天的青菜和西兰花的进价和售价如表, 老王用 600 元批发青菜和西兰花共 200 市斤, 当天售完后老王一共能赚多少元钱?

	青菜	西兰花
进价 (元/市斤)	2.8	3.2
售价 (元/市斤)	4	4.5

(2) 今天因进价不变, 老王仍用 600 元批发青菜和西兰花共 200 市斤. 但在运输中青菜损坏了 10%, 而西兰花没有损坏仍按昨天的售价销售, 要想当天售完后所赚的钱不少于昨天所赚的钱, 请你帮老王计算, 应怎样给青菜定售价? (精确到 0.1 元)

25. (10分) 如图 (1), 菱形 $ABCD$ 对角线 AC 、 BD 的交点 O 是四边形 $EFGH$ 对角线 FH 的中点, 四个顶点 A 、 B 、 C 、 D 分别在四边形 $EFGH$ 的边 EF 、 FG 、 GH 、 HE 上.

- (1) 求证: 四边形 $EFGH$ 是平行四边形;
 (2) 如图 (2) 若四边形 $EFGH$ 是矩形, 当 AC 与 FH 重合时, 已知 $\frac{AC}{BD} = 2$, 且菱形 $ABCD$

的面积是 20，求矩形 $EFGH$ 的长与宽．

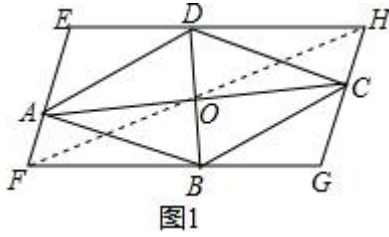


图1

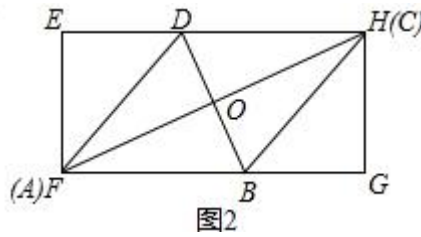


图2

26. (12 分) 如图，抛物线 $L: y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 $B(3, 0)$ 两点 (A 在 B 的左侧)，与 y 轴交于点 $C(0, 3)$ ，已知对称轴 $x = 1$ ．

(1) 求抛物线 L 的解析式；

(2) 将抛物线 L 向下平移 h 个单位长度，使平移后所得抛物线的顶点落在 $\triangle OBC$ 内 (包括 $\triangle OBC$ 的边界)，求 h 的取值范围；

(3) 设点 P 是抛物线 L 上任一点，点 Q 在直线 $l: x = -3$ 上， $\triangle PBQ$ 能否成为以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形？若能，求出符合条件的点 P 的坐标；若不能，请说明理由．

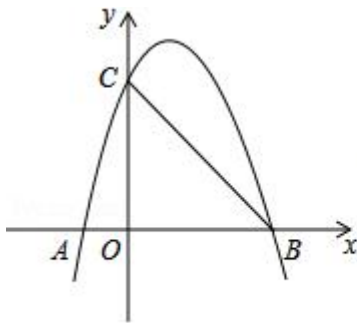


图 (1)

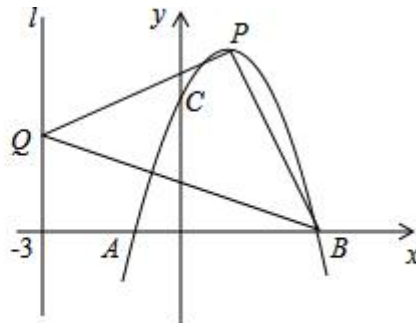


图 (2)

2016 年广西北海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确答案的标号填（涂）在答题卡内相应的位置上.

1. 【分析】根据正数的绝对值等于它本身即可求解.

【解答】解：9 的绝对值是 9.

故选：A.

【点评】本题主要考查绝对值的定义，规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2. 【分析】根据特殊角的三角函数值进行解答即可.

【解答】解： $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

故选：B.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值，熟记特殊角的三角函数值即可解答该题.

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式. 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：11 万 $= 1.1 \times 10^5$.

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 【分析】俯视图是从上向下看得到的视图，结合选项即可作出判断.

【解答】解：所给图形的俯视图是 D 选项所给的图形.

故选：D.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，属于基础题，关键掌握俯视图是从上向下看得到的视图.

5. 【分析】命题的“真”“假”是就命题的内容而言. 任何一个命题非真即假. 要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可.

【解答】解：A、必然事件发生的概率等于 1，错误；

B、5 名同学二模的数学成绩是 92, 95, 95, 98, 110, 则他们的平均分是 98 分，众数是

95, 正确;

C、射击运动员甲、乙分别射击 10 次且击中环数的方差分别是 5 和 18, 则甲稳定, 错误;

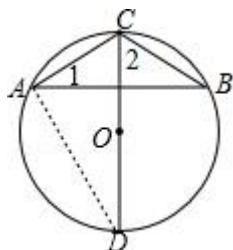
D、要了解金牌获得者的兴奋剂使用情况, 可采用全面调查的方法, 错误;

故选: B.

【点评】 本题考查了命题与定理: 判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成“如果…那么…”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理.

6. **【分析】** 连接 AD , 构建直角三角形 ACD . 根据直径所对的圆周角是 90° 知三角形 ACD 是直角三角形, 然后在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中求得 $\angle BAD = 60^\circ$; 然后由圆周角定理 (同弧所对的圆周角相等) 求 $\angle 2$ 的度数即可.

【解答】 解: 如图, 连接 AD .



$\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle CAD = 90^\circ$ (直径所对的圆周角是 90°);

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle CAD = 90^\circ$, $\angle 1 = 30^\circ$,

$\therefore \angle DAB = 60^\circ$;

又 $\because \angle DAB = \angle 2$ (同弧所对的圆周角相等),

$\therefore \angle 2 = 60^\circ$,

故选: C.

【点评】 本题考查了圆周角定理. 解答此题的关键是借助辅助线 AD , 将隐含是题干中的已知条件 $\triangle ACD$ 是直角三角形展现出来, 然后根据直角三角形的两个锐角互余求得 $\angle DAB = 60^\circ$.

7. **【分析】** 根据所给一元二次方程, 写出韦达定理, 代入所求式子化简.

【解答】 解: $\because x^2 - 4x - m^2 = 0$ 有两个实数根 x_1 、 x_2 ,

$$\therefore \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -m^2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{则 } m^2 \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = m^2 \cdot \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = m^2 \cdot \frac{4}{-m^2} = -4.$$

故选：D.

【点评】 本题主要考查一元二次方程根与系数的关系，属基础题，熟练掌握韦达定理是解题关键.

8. **【分析】** 利用二次函数的性质，利用开口方向，对称轴，顶点坐标逐一探讨得出答案即可.

【解答】 解：抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ ， $y = x^2$ 的开口向上， $y = -x^2$ 的开口向下，①错误；

抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ ， $y = x^2$ ， $y = -x^2$ 的顶点为 $(0, 0)$ ，对称轴为 y 轴，②③正确；④错误；

故选：B.

【点评】 本题考查了二次函数的图形与性质；熟记抛物线的开口方向、对称轴、顶点坐标是解决问题的关键.

9. **【分析】** 直接根据一次函数的性质选择不正确选项即可.

【解答】 解：A、当 $x = 0$ 时， $y = k$ ，即点 $(0, k)$ 在 l 上，故此选项正确；

B、当 $x = -1$ 时， $y = -k + k = 0$ ，此选项正确；

C、当 $k > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，此选项正确；

D、不能确定 l 经过第一、二、三象限，此选项错误；

故选：D.

【点评】 本题主要考查了一次函数的性质，解题的关键是掌握一次函数的性质，一次函数 $y = kx + b$ (k, b 为常数， $k \neq 0$) 是一条直线，当 $k > 0$ ，图象经过第一、三象限， y 随 x 的增大而增大；当 $k < 0$ ，图象经过第二、四象限， y 随 x 的增大而减小；图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, b)$. 此题难度不大.

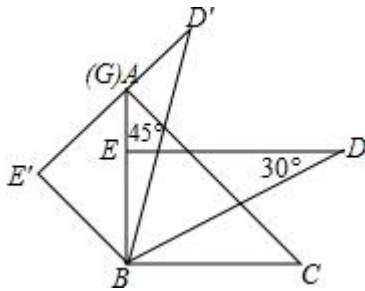
10. **【分析】** 先根据勾股定理求出两直角三角形的各边长，再由旋转的性质得： $\angle EBE' = 45^\circ$ ， $\angle E' = \angle DEB = 90^\circ$ ，求出 $E'D'$ 与直线 AB 的交点到 B 的距离也是 $5\sqrt{2}$ ，与 AB 的值相等，所以点 A 在 $\triangle D'E'B$ 的边上.

【解答】 解： $\because AC = BD = 10$ ，

又 $\because \angle ABC = \angle DEB = 90^\circ$ ， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，

$\therefore BE = 5$ ， $AB = BC = 5\sqrt{2}$ ，

由三角板 DEB 绕点 B 逆时针旋转 45° 得到 $\triangle D'E'B$, 设 $\triangle D'E'B$ 与直线 AB 交于 G ,
 可知: $\angle EBE' = 45^\circ$, $\angle E' = \angle DEB = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle GE'B$ 是等腰直角三角形, 且 $BE' = BE = 5$,
 $\therefore BG = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$,
 $\therefore BG = AB$,
 $\therefore$ 点 A 在 $\triangle D'E'B$ 的边上,
 故选: C .



【点评】 本题考查了旋转的性质和勾股定理, 利用 30° 和 45° 的直角三角形的性质求出各边的长; 注意: 在直角三角形中, 30 度角所对的直角边等于斜边的一半, 45° 角所对的两直角边相等, 熟练掌握此内容是解决问题的关键.

11. **【分析】** 先根据正多边形的内角和公式可求正八边形的内角和, 根据周角的定义可求正八边形外侧八个扇形 (阴影部分) 的内角和, 再根据半径相等的扇形面积与圆周角成正比即可求解.

【解答】 解: $\because$ 正八边形的内角和为 $(8 - 2) \times 180^\circ = 6 \times 180^\circ = 1080^\circ$,
 正八边形外侧八个扇形 (阴影部分) 的内角和为 $360^\circ \times 8 - 1080^\circ = 2880^\circ - 1080^\circ = 1800^\circ$,

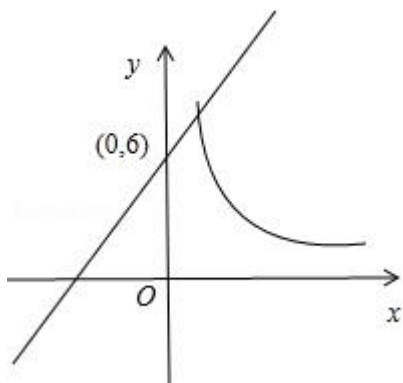
$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{1080^\circ}{1800^\circ} = \frac{3}{5}.$$

故选: B .

【点评】 考查了扇形面积的计算, 求不规则的图形的面积, 可以转化为几个规则图形的面积的和或差来求.

12. **【分析】** 依照题意画出图形, 将一次函数解析式代入反比例函数解析式中, 得出关于 x 的一元二次方程, 由两者有交点, 结合根的判别式即可得出 $mn \geq -9$, 再根据一次函数的定义以及反比例函数在第一象限有图象, 即可得出 $m \neq 0$, $n > 0$, 此题得解.

【解答】 解: 依照题意画出图形, 如下图所示.



将 $y = mx + 6$ 代入 $y = \frac{n}{x}$ 中,

得: $mx + 6 = \frac{n}{x}$, 整理得: $mx^2 + 6x - n = 0$,

$\because$ 二者有交点,

$$\therefore \Delta = 6^2 + 4mn \geq 0,$$

$$\therefore mn \geq -9.$$

$\because y = mx + 6$ 为一次函数, 反比例函数 $y = \frac{n}{x}$ 在第一象限有图象,

$$\therefore m \neq 0, n > 0.$$

故选: A.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题以及根的判别式, 解题的关键由根的判别式得出关于 mn 的不等式. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 画出图形, 利用数形结合解决问题是关键.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 把答案填在答题卡中的横线上.

13. **【分析】** 根据有理数的减法, 可得答案.

【解答】 解: $0 - 10 = 0 + (-10) = -10$,

故答案为: -10 .

【点评】 本题考查了有理数的减法, 减去一个数等于加上这个数的相反数.

14. **【分析】** 根据同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加, 进行运算即可.

【解答】 解: $a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6$.

故答案为: a^6 .

【点评】 此题考查了同底数幂的乘法运算, 属于基础题, 解答本题的关键是掌握同底数幂的乘法法则.

15. **【分析】** 根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式, 求出 x 的取值范围即可.

【解答】解：∵代数式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义，

$$\therefore 1-2x \geq 0, \text{ 解得 } x \leq \frac{1}{2},$$

$$\therefore x \text{ 的最大值是 } \frac{1}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2}.$$

【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件，熟知二次根式具有非负性是解答此题的关键.

16. 【分析】根据锐角三角函数，可得 BC 的长，根据线段旋转，可得圆弧，根据弧长公式，可得答案.

【解答】解：由锐角三角函数，得

$$BC = AB \cdot \sin \angle A = 3,$$

由旋转的性质，得

$\widehat{CC'}$ 是以 B 为圆心， BC 长为半径，旋转了 150° ，

由弧长公式，得

$$\widehat{CC'} = \frac{2\pi \times 3 \times 150}{360} = \frac{5\pi}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{5\pi}{2}.$$

【点评】本题考查了轨迹，利用线段旋转得出圆弧是解题关键.

17. 【分析】根据题意，设第一颗骰子的点数为 x ，第二颗骰子的点数为 y ，用 (x, y) 表示抛掷两个骰子的点数情况，由分步计数原理可得 (x, y) 的情况数目，由列举法可得其中 $x+y \leq 4$ 的情况数目，进而由等可能事件的概率公式计算可得答案.

【解答】解：设第一颗骰子的点数为 x ，第二颗骰子的点数为 y ，用 (x, y) 表示抛掷两个骰子的点数情况，

x, y 都有 6 种情况，则 (x, y) 共有 $6 \times 6 = 36$ 种情况，

而其中点数之和不大于 4 即 $x+y \leq 4$ 的情况有 $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2),$

$(3, 1)$ ，共 6 种情况，

$$\text{则其概率为 } \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{故答案为 } \frac{1}{6}.$$

【点评】本题考查等可能事件的概率计算，注意用列举法分析点数之和不大于 4 的情况

时，做到不重不漏是解题的关键。

18. 【分析】先证明 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ 得到 $\angle 1 = \angle 2$ ，易得 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 22.5^\circ$ ，于是可对①进行判断；连结 EF 、 AC ，它们相交于点 H ，如图，利用 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ 得到 $BE = DF$ ，则 $CE = CF$ ，接着判断 AC 垂直平分 EF ， AH 平分 $\angle EAF$ ，于是利用角平分线的性质定理得到 $EB = EH$ ， $FD = FH$ ，则可对③④进行判断；设 $BE = x$ ，则 $EF = 2x$ ， $CE = 1 - x$ ，利用等腰直角三角形的性质得到 $2x = \sqrt{2}(1 - x)$ ，解得 $x = \sqrt{2} - 1$ ，则可对④进行判断。

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$$\therefore AB = AD, \angle BAD = \angle B = \angle D = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中

$$\begin{cases} AE = AF \\ AB = AD \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle EAF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 22.5^\circ, \text{ 所以①正确;}$$

连结 EF 、 AC ，它们相交于点 H ，如图，

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF,$$

$$\therefore BE = DF,$$

而 $BC = DC$ ，

$$\therefore CE = CF,$$

而 $AE = AF$ ，

$$\therefore AC \text{ 垂直平分 } EF, AH \text{ 平分 } \angle EAF,$$

$$\therefore EB = EH, FD = FH,$$

$$\therefore BE + DF = EH + HF = EF, \text{ 所以④错误;}$$

$$\therefore \triangle ECF \text{ 的周长} = CE + CF + EF = CE + BE + CF + DF = CB + CD = 1 + 1 = 2, \text{ 所以③正确;}$$

设 $BE = x$ ，则 $EF = 2x$ ， $CE = 1 - x$ ，

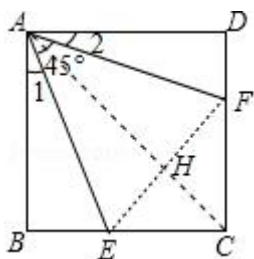
∵ $\triangle CEF$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore EF = \sqrt{2}CE, \text{ 即 } 2x = \sqrt{2}(1 - x), \text{ 解得 } x = \sqrt{2} - 1,$$

$$\therefore EF = 2(\sqrt{2} - 1),$$

$$\therefore CH = \frac{1}{2}EF = \sqrt{2} - 1, \text{ 所以②正确.}$$

故答案为①②③.



【点评】 本题考查了四边形的综合题：熟练掌握正方形的性质和角平分线的性质定理．解决本题的关键是证明 AC 垂直平分 EF ．

三、解答题：本大题共 8 小题，满分 66 分，解答过程写在答题卡上，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

19. **【分析】** 分别进行二次根式的化简、乘方、零指数幂等运算，然后合并．

【解答】 解：原式 $= 15 - 8 - 1$

$= 6$ ．

【点评】 本题考查了实数的运算，涉及了二次根式的化简、乘方、零指数幂等知识，属于基础题．

20. **【分析】** 先把括号内通分，再把除法运算化为乘法运算，然后把分子分解因式后约分即可．

$$\begin{aligned} \text{【解答】 解：原式} &= \frac{a^2 - 4}{a(a-2)} \cdot \frac{a}{a+2} \\ &= \frac{(a+2)(a-2)}{a(a-2)} \cdot \frac{a}{a+2} \\ &= 1. \end{aligned}$$

【点评】 本考查了分式的混合运算：分式的混合运算，要注意运算顺序，式与数有相同的混合运算顺序；先乘方，再乘除，然后加减，有括号的先算括号里面的．最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式．

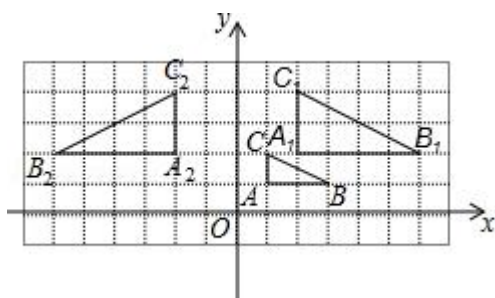
21. **【分析】** (1) 根据位似图形可得位似比即可；

(2) 根据轴对称图形的画法画出图形即可；

(3) 根据三次变换规律得出坐标即可．

$$\text{【解答】 解：(1) } \triangle A_1B_1C_1 \text{ 与 } \triangle ABC \text{ 的位似比等于 } = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{4}{2} = 2;$$

(2) 如图所示



(3) 点 $P(a, b)$ 为 $\triangle ABC$ 内一点, 依次经过上述两次变换后, 点 P 的对应点的坐标为 $(-2a, 2b)$.

故答案为: 2: 1, $(-2a, 2b)$.

【点评】 此题考查作图问题, 关键是根据轴对称图形的画法和位似图形的性质分析.

22. **【分析】** (1) 用借“生活”类的书的人数除以它所占的百分比即可得到调查的总人数;

然后用 360° 乘以借阅“艺术”的人数所占的百分比得到“艺术”部分的圆心角度;

(2) 先计算出借阅“科普”的学生数, 然后补全条形统计图;

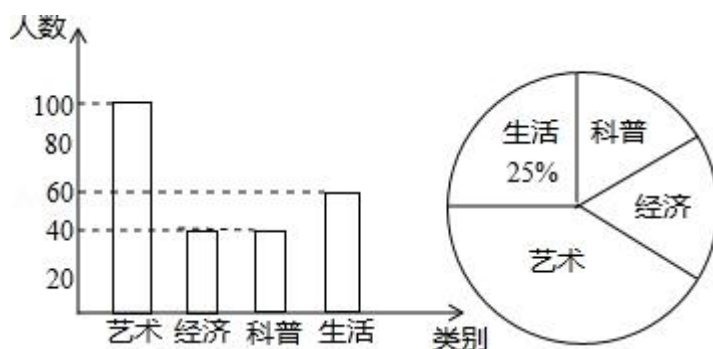
(3) 利用样本估计总体, 用样本中“科普”类所占的百分比乘以 300 即可.

【解答】 解: (1) 上个月借阅图书的学生总人数为 $60 \div 25\% = 240$ (人); 扇形统计图中

“艺术”部分的圆心角度数 $= 360^\circ \times \frac{100}{240} = 150^\circ$;

(2) 借阅“科普”的学生数 $= 240 - 100 - 60 - 40 = 40$ (人),

条形统计图为:



(3) $300 \times \frac{40}{240} = 50$,

估计“科普”类图书应添置 50 册合适.

【点评】 本题考查了条形统计图: 条形统计图是用线段长度表示数据, 根据数量的多少画成长短不同的矩形直条, 然后按顺序把这些直条排列起来. (2) 特点: 从条形图可以很容易看出数据的大小, 便于比较. 也考查了样本估计总体.

23. 【分析】(1) 先证明四边形 $AOCD$ 是菱形, 从而得到 $\angle AOD = \angle COD = 60^\circ$, 再根据切线的性质得 $\angle FDO = 90^\circ$, 接着证明 $\triangle FDO \cong \triangle FBO$ 得到 $\angle ODF = \angle OBF = 90^\circ$, 然后根据切线的判定定理即可得到结论;

(2) 在 $\text{Rt}\triangle OBF$ 中, 利用 60° 度的正切的定义求解.

【解答】(1) 证明: 连结 OD , 如图, $\because$ 四边形 $AOCD$ 是平行四边形,

而 $OA = OC$,

$\therefore$ 四边形 $AOCD$ 是菱形,

$\therefore \triangle OAD$ 和 $\triangle OCD$ 都是等边三角形,

$\therefore \angle AOD = \angle COD = 60^\circ$,

$\therefore \angle FOB = 60^\circ$,

$\because EF$ 为切线,

$\therefore OD \perp EF$,

$\therefore \angle FDO = 90^\circ$,

在 $\triangle FDO$ 和 $\triangle FBO$ 中

$$\begin{cases} OD=OB \\ \angle FOD=\angle FOB, \\ FO=FO \end{cases}$$

$\therefore \triangle FDO \cong \triangle FBO$,

$\therefore \angle ODF = \angle OBF = 90^\circ$,

$\therefore OB \perp BF$,

$\therefore BF$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle OBF$ 中, $\because \angle FOB = 60^\circ$,

而 $\tan \angle FOB = \frac{BF}{OB}$,

$\therefore BF = 1 \times \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

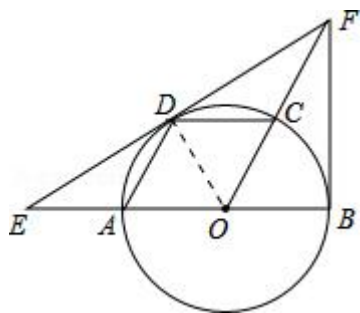
$\because \triangle OAD$ 为等边三角形,

$\therefore \angle AOD = 60^\circ$,

而 $\angle ODE = 90^\circ$,

$\therefore \angle E = 30^\circ$,

$\therefore EF = 2BF = 2\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查了切线的判断与性质：圆的切线垂直于经过切点的半径；经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线．有切线时，常常“遇到切点连圆心得半径”．

24. 【分析】（1）设批发青菜 x 市斤，西兰花 y 市斤，根据题意列出方程组，解方程组求出青菜和西兰花的重量，即可得出老王一共能赚的钱；

（2）设给青菜定售价为 a 元；根据题意列出不等式，解不等式即可．

【解答】解：（1）设批发青菜 x 市斤，西兰花 y 市斤；

$$\text{根据题意得：} \begin{cases} x+y=200 \\ 2.8x+3.2y=600 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=100 \\ y=100 \end{cases},$$

即批发青菜 100 市斤，西兰花 100 市斤，

$$\therefore 100 \times (4 - 2.8) + 100 \times (4.5 - 3.2) = 120 + 130 = 250 \text{ (元)};$$

答：当天售完后老王一共能赚 250 元钱；

（2）设给青菜定售价为 a 元/市斤；

$$\text{根据题意得：} 100 \times (1 - 10\%) a + 100 \times 4.5 - 600 \geq 250,$$

$$\text{解得：} a \geq \frac{40}{9} \approx 4.44;$$

答：给青菜定售价为不低于 4.5 元/市斤．

【点评】 本题考查了一元一次不等式的应用、二元一次方程组的应用；根据题意列出一元一次不等式、二元一次方程组是解决问题的关键．

25. 【分析】（1）根据菱形的性质可得出 $OA = OC$ ， $OD = OB$ ，再由中点的性质可得出 $OF = OH$ ，结合对顶角相等即可利用全等三角形的判定定理（SAS）证出 $\triangle AOF \cong \triangle COH$ ，从而得出 $AF \parallel CH$ ，同理可得出 $DH \parallel BF$ ，依据平行四边形的判定定理即可证出结论；

（2）（方法一）设 $BD = m$ ($m > 0$)，则 $AC = 2m$ ，结合菱形的面积为 20 即可求出 $m = 2\sqrt{5}$ ，进而得出 AC 、 BD 的长度，再由勾股定理即可得出 AB 的长度，由四边形 $EFGH$ 为矩形

即可得出 $\triangle AOB \sim \triangle AGC$ ，根据相似比即可得出 $\frac{OB}{CG} = \frac{OA}{AG} = \frac{AB}{AC}$ ，代入数据，此题得解；

(方法二) 设 $BD = m$ ($m > 0$)，则 $AC = 2m$ ，结合菱形的面积为 20 即可求出 $m = 2\sqrt{5}$ ，进而得出 AC 、 BD 的长度，再由勾股定理即可得出 AB 的长度，由菱形的面积为 20 可求出 HG 的长度，在 $\text{Rt}\triangle BHG$ 中可求出 BG 的长度，将其代入 $FG = AB + BG$ 即可求出 FG 的长度，此题得解。

【解答】(1) 证明： $\because$ 点 O 是菱形 $ABCD$ 对角线 AC 、 BD 的交点，

$$\therefore OA = OC, OD = OB,$$

$\because$ 点 O 是线段 FH 的中点，

$$\therefore OF = OH.$$

在 $\triangle AOF$ 和 $\triangle COH$ 中，有
$$\begin{cases} OA = OC \\ \angle AOF = \angle COH \\ OF = OH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COH \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle AFO = \angle CHO,$$

$$\therefore AF \parallel CH.$$

同理可得： $DH \parallel BF$ 。

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形。

(2) (方法一) 设 $BD = m$ ，则 $AC = 2m$ ，

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = m^2 = 20,$$

$$\therefore m = 2\sqrt{5},$$

$$\text{即 } BD = 2\sqrt{5}, AC = 4\sqrt{5}.$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

$$\therefore OB = \frac{1}{2}BD = \sqrt{5}, OA = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AB = \sqrt{OB^2 + OA^2} = 5.$$

$\because$ 四边形 $EFGH$ 为矩形，

$$\therefore \angle G = \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle AGC,$$

$$\therefore \frac{OB}{CG} = \frac{OA}{AG} = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore CG = 4, AG = 8.$$

∴ 矩形 $EFGH$ 的长为 8，宽为 4.

(方法二) 设 $BD = m$ ，则 $AC = 2m$ ，

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = m^2 = 20,$$

$$\therefore m = 2\sqrt{5},$$

$$\text{即 } BD = 2\sqrt{5}, AC = 4\sqrt{5}.$$

∴ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

$$\therefore OB = \frac{1}{2}BD = \sqrt{5}, OA = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AB = \sqrt{OB^2 + OA^2} = 5,$$

$$\therefore HG = \frac{S_{\text{菱形}ABCD}}{AB} = 4.$$

在 $\text{Rt}\triangle BHG$ 中， $BH = 5$ ， $HG = 4$ ， $\angle G = 90^\circ$ ，

$$\therefore BG = 3,$$

$$\therefore FG = AB + BG = 8.$$

∴ 矩形 $EFGH$ 的长为 8，宽为 4.

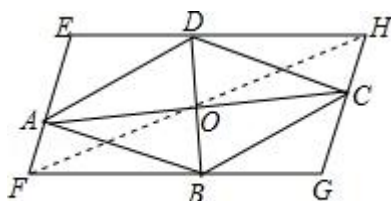


图1

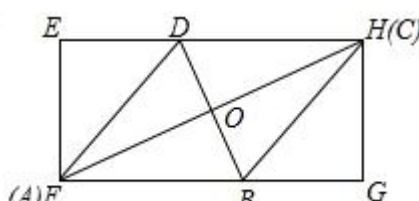


图2

【点评】 本题考查了平行四边形的判定、全等三角形的判定及性质、菱形的性质、矩形的性质以及相似三角形的判定及性质，解题的关键：(1) 找出 $AF \parallel CH$ 、 $DH \parallel BF$ ；(2) 找出关于 m 的一元二次方程．本题属于中档题，难度不大，但解题过程叫繁琐，解决该题型题目时，根据相似三角形的性质找出对应边的比例关系是关键．

26. **【分析】** (1) 利用待定系数法求出抛物线的解析式即可；

(2) 先求出直线 BC 解析式为 $y = -x + 3$ ，再求出抛物线顶点坐标，得出当 $x = 1$ 时， $y = 2$ ；结合抛物线顶点坐标即可得出结果；

(3) 设 $P(m, -m^2 + 2m + 3)$ ， $Q(-3, n)$ ，由勾股定理得出 $PB^2 = (m - 3)^2 + (-m^2 + 2m + 3)^2$ ， $PQ^2 = (m + 3)^2 + (-m^2 + 2m + 3 - n)^2$ ， $BQ^2 = n^2 + 36$ ，过 P 点作 PM 垂直于 y 轴，交 y 轴于 M 点，过 B 点作 BN 垂直于 MP 的延长线于 N 点，由 AAS 证明 $\triangle PQM \cong \triangle BPN$ ，得出 $MQ = NP$ ， $PM = BN$ ，则 $MQ = -m^2 + 2m + 3 - n$ ， $PN = 3 - m$ ，得出方程 $-m^2 + 2m + 3 - n$

$= 3 - m$, 解方程即可.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线的对称轴 $x = 1$, $B(3, 0)$,

$\therefore A(-1, 0)$

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $C(0, 3)$

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时, $c = 3$.

又 $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$

$$\therefore \begin{cases} a - b + 3 = 0 \\ 9a + 3b + 3 = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = -x^2 + 2x + 3$;

(2) $\because C(0, 3)$, $B(3, 0)$,

$\therefore$ 直线 BC 解析式为 $y = -x + 3$,

$\because y = -x^2 + 2x + 3 = -(x - 1)^2 + 4$,

$\therefore$ 顶点坐标为 $(1, 4)$

对于直线 BC : $y = -x + 3$, 当 $x = 1$ 时, $y = 2$,

将抛物线 L 向下平移 h 个单位长度,

$\therefore$ 当 $h = 2$ 时, 抛物线顶点落在 BC 上;

当 $h = 4$ 时, 抛物线顶点落在 OB 上,

$\therefore$ 将抛物线 L 向下平移 h 个单位长度, 使平移后所得抛物线的顶点落在 $\triangle OBC$ 内 (包括 $\triangle OBC$ 的边界),

则 $2 \leq h \leq 4$;

(3) 设 $P(m, -m^2 + 2m + 3)$, $Q(-3, n)$,

① 当 P 点在 x 轴上方时, 过 P 点作 PM 垂直于 y 轴, 交 y 轴于 M 点, 过 B 点作 BN 垂直于 MP 的延长线于 N 点, 如图所示:

$\because B(3, 0)$,

$\because \triangle PBQ$ 是以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形,

$\therefore \angle BPQ = 90^\circ$, $BP = PQ$,

则 $\angle PMQ = \angle BNP = 90^\circ$, $\angle MPQ = \angle NBP$,

在 $\triangle PQM$ 和 $\triangle BPN$ 中,
$$\begin{cases} \angle PMQ = \angle BNP \\ \angle MPQ = \angle NBP \\ PQ = BP \end{cases},$$

$$\therefore \triangle PQM \cong \triangle BPN \text{ (AAS)},$$

$$\therefore PM = BN,$$

$$\because PM = BN = -m^2 + 2m + 3, \text{ 根据 } B \text{ 点坐标可得 } PN = 3 - m, \text{ 且 } PM + PN = 6,$$

$$\therefore -m^2 + 2m + 3 + 3 - m = 6,$$

$$\text{解得: } m = 1 \text{ 或 } m = 0,$$

$$\therefore P(1, 4) \text{ 或 } P(0, 3).$$

②当 P 点在 x 轴下方时, 过 P 点作 PM 垂直于 l 于 M 点, 过 B 点作 BN 垂直于 MP 的延长线于 N 点,

同理可得 $\triangle PQM \cong \triangle BPN$,

$$\therefore PM = BN,$$

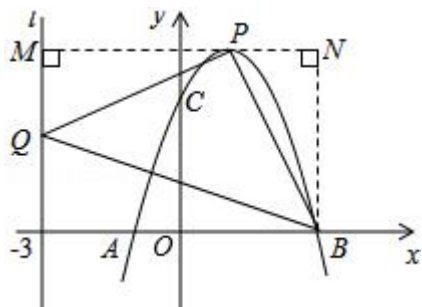
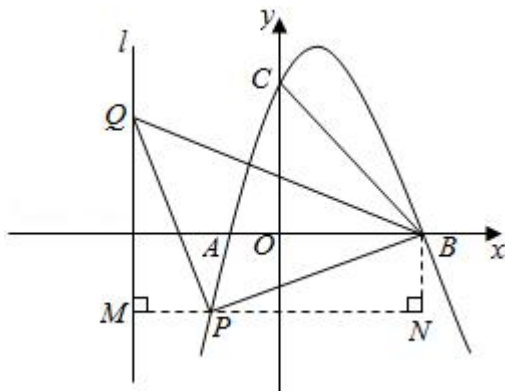
$$\therefore PM = 6 - (3 - m) = 3 + m, \quad BN = m^2 - 2m - 3,$$

$$\text{则 } 3 + m = m^2 - 2m - 3,$$

$$\text{解得 } m = \frac{3 + \sqrt{33}}{2} \text{ 或 } \frac{3 - \sqrt{33}}{2}.$$

$$\therefore P\left(\frac{3 + \sqrt{33}}{2}, \frac{-\sqrt{33} - 9}{2}\right) \text{ 或 } \left(\frac{3 - \sqrt{33}}{2}, \frac{\sqrt{33} - 9}{2}\right).$$

综上可得, 符合条件的点 P 的坐标是 $(1, 4), (0, 3), \left(\frac{3 + \sqrt{33}}{2}, \frac{-\sqrt{33} - 9}{2}\right)$ 和 $\left(\frac{3 - \sqrt{33}}{2}, \frac{\sqrt{33} - 9}{2}\right)$.



【点评】本题是二次函数综合题目，考查了用待定系数法求出抛物线的解析式、抛物线的顶点式、等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定与性质、坐标与图形性质等知识；本题综合性强，有一定难度，特别是（3）中，需要通过作辅助线证明三角形全等才能得出结果．