

2015 年广西钦州市中考数学试题

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 下列图形中，是轴对称图形的是（ ）



2. 下列实数中，无理数是（ ）

- A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. 5 D. $\sqrt{3}$

3. 计算 $(a^3)^2$ 的结果是（ ）

- A. a^9 B. a^6 C. a^5 D. a

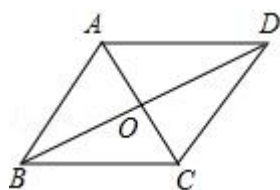
4. 下列几何体中，主视图是圆的是（ ）



5. 国家统计局 4 月 15 日发布数据，初步核算，2015 年一季度全国国内生产总值为 140667 亿元，其中数据 140667 用科学记数法表示为（ ）

- A. 1.40667×10^5 B. 1.40667×10^6 C. 14.0667×10^4 D. 0.140667×10^6

6. 如图，要使 $\square ABCD$ 成为菱形，则需添加的一个条件是（ ）



- A. $AC=AD$ B. $BA=BC$ C. $\angle ABC=90^\circ$ D. $AC=BD$

7. 用配方法解方程 $x^2 + 10x + 9 = 0$ ，配方后可得（ ）

- A. $(x+5)^2 = 16$ B. $(x+5)^2 = 1$ C. $(x+10)^2 = 91$ D. $(x+10)^2 = 109$

8. 在平面直角坐标系中，将点 $A(x, y)$ 向左平移 5 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度后与点 $B(-3, 2)$ 重合，则点 A 的坐标是（ ）

- A. $(2, 5)$ B. $(-8, 5)$ C. $(-8, -1)$ D. $(2, -1)$

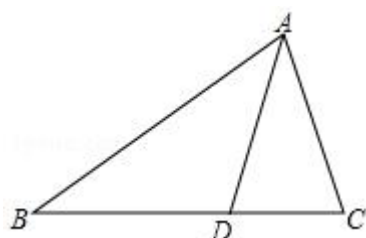
9. 对于函数 $y = \frac{4}{x}$ ，下列说法错误的是（ ）

- A. 这个函数的图象位于第一、第三象限
- B. 这个函数的图象既是轴对称图形又是中心对称图形
- C. 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大
- D. 当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小

10. 在一个不透明的盒子里有 2 个红球和 n 个白球，这些球除颜色外其余完全相同，摇匀后随机摸出一个，摸到红球的概率是 $\frac{1}{5}$ ，则 n 的值为（ ）

- A. 3 B. 5 C. 8 D. 10

11. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，则 $AB:AC$ 等于（ ）



- A. $BD:CD$ B. $AD:CD$ C. $BC:AD$ D. $BC:AC$

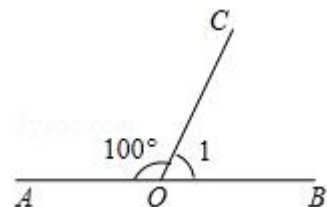
12. 对于任意的正数 m, n 定义运算 $\otimes$ 为： $m \otimes n = \begin{cases} \sqrt{m} - \sqrt{n} & (m \geq n) \\ \sqrt{m} + \sqrt{n} & (m < n) \end{cases}$ ，计算 $(3 \otimes 2)$

$\times (8 \otimes 12)$ 的结果为（ ）

- A. $2 - 4\sqrt{6}$ B. 2 C. $2\sqrt{5}$ D. 20

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

13. 如图，直线 AB 和 OC 相交于点 O ， $\angle AOC = 100^\circ$ ，则 $\angle 1 =$ _____ 度.

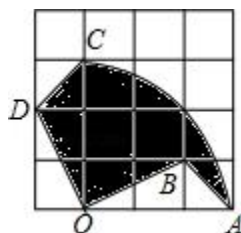


14. 一组数据 3, 5, 5, 4, 5, 6 的众数是_____.

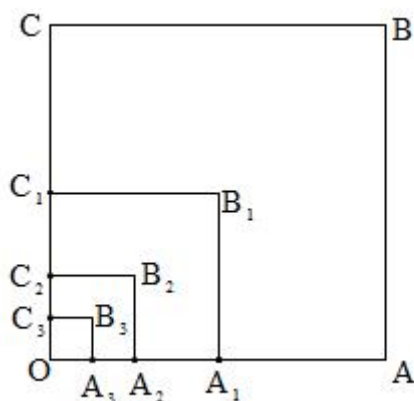
15. 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $A(1, 0)$ 和 $B(0, 2)$ 两点，则它的图象不经过第_____象限.

16. 当 $m=2105$ 时, 计算: $\frac{m^2}{m+2} - \frac{4}{m+2} =$ _____.

17. 如图, 在 4×4 的正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle COD$, 则旋转过程中形成的阴影部分的面积为_____.



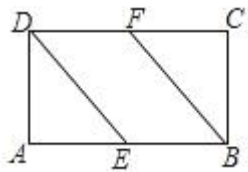
18. 如图, 以 O 为位似中心, 将边长为 256 的正方形 $OABC$ 依次作位似变化, 经第一次变化后得正方形 $OA_1B_1C_1$, 其边长 OA_1 缩小为 OA 的 $\frac{1}{2}$, 经第二次变化后得正方形 $OA_2B_2C_2$, 其边长 OA_2 缩小为 OA_1 的 $\frac{1}{2}$, 经第三次变化后得正方形 $OA_3B_3C_3$, 其边长 OA_3 缩小为 OA_2 的 $\frac{1}{2}$, ..., 按此规律, 经第 n 次变化后, 所得正方形 $OA_nB_nC_n$ 的边长为正方形 $OABC$ 边长的倒数, 则 $n=$ _____.



三、解答题 (8 个小题, 共 66 分)

19. 计算: $5^0 + |-4| - 2 \times (-3)$

20. (6分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点. 求证:
 $DE=BF$.



21. 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 点 C 是此抛物线的顶点.

(1) 求点 A 、 B 、 C 的坐标;

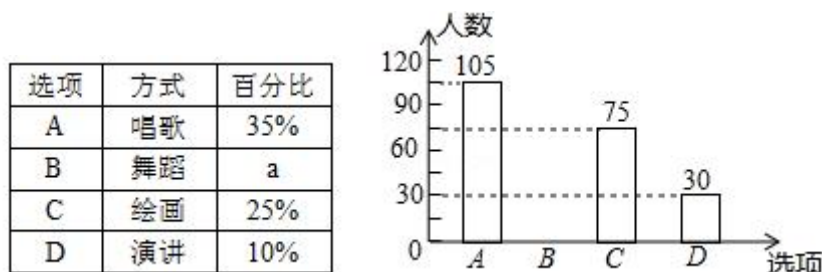
(2) 点 C 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上, 求反比例函数的解析式.

22. 某体育馆计划从一家体育用品商店一次性购买若干个气排球和篮球 (每个气排球的价格都相同, 每个篮球的价格都相同). 经洽谈, 购买 1 个气排球和 2 个篮球共需 210 元; 购买 2 个气排球和 3 个篮球共需 340 元.

(1) 每个气排球和每个篮球的价格各是多少元?

(2) 该体育馆决定从这家体育用品商店一次性购买气排球和篮球共 50 个, 总费用不超过 3200 元, 且购买气排球的个数少于 30 个, 应选择哪种购买方案可使总费用最低? 最低费用是多少元?

23. (10 分) 某校决定在 6 月 8 日“世界海洋日”开展系列海洋知识的宣传活动, 活动有 A . 唱歌、 B . 舞蹈、 C . 绘画、 D . 演讲四项宣传方式. 学校围绕“你最喜欢的宣传方式是什么?”在全校学生中进行随机抽样调查 (四个选项中必选且只选一项), 根据调查统计结果, 绘制了如下两种不完整的统计图表:



请结合统计图表, 回答下列问题:

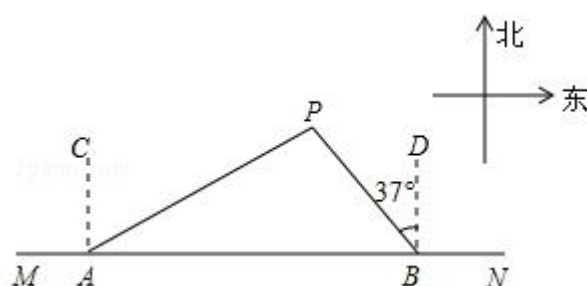
- (1) 本次抽查的学生共_____人, a =_____, 并将条形统计图补充完整;
- (2) 如果该校学生有 1800 人, 请你估计该校喜欢“唱歌”这项宣传方式的学生约有多少人?
- (3) 学校采用抽签方式让每班在 A 、 B 、 C 、 D 四项宣传方式中随机抽取两项进行展示, 请用树状图或列表法求某班所抽到的两项方式恰好是“唱歌”和“舞蹈”的概率.

24. 如图, 船 A 、 B 在东西方向的海岸线 MN 上, 均收到已触礁搁浅的船 P 的求救信号, 已知船 P 在船 A 的北偏东 60° 方向上, 在船 B 的北偏西 37° 方向上, $AP=30$ 海里.

(1) 尺规作图: 过点 P 作 AB 所在直线的垂线, 垂足为 E (要求: 保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 求船 P 到海岸线 MN 的距离 (即 PE 的长);

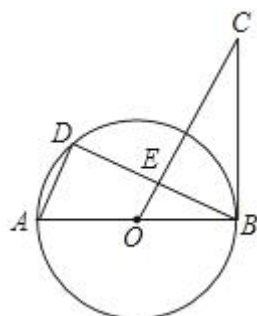
(3) 若船 A 、船 B 分别以 20 海里/时、15 海里/时的速度同时出发, 匀速直线前往救援, 试通过计算判断哪艘船先到达船 P 处. (参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



25. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, AD 为弦, $\angle DBC = \angle A$.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 OC , 如果 OC 恰好经过弦 BD 的中点 E , 且 $\tan C = \frac{1}{2}$, $AD=3$, 求直径 AB 的长.

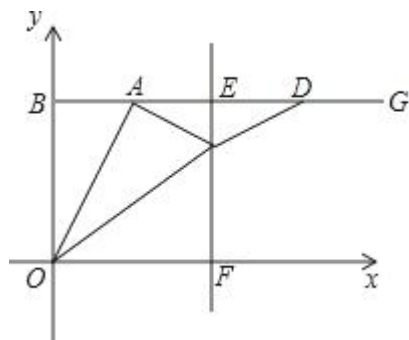


26. 如图，在平面直角坐标系中，以点 $B(0, 8)$ 为端点的射线 $BG \parallel x$ 轴，点 A 是射线 BG 上的一个动点（点 A 与点 B 不重合）。在射线 AG 上取 $AD=OB$ ，作线段 AD 的垂直平分线，垂足为 E ，且与 x 轴交于点 F ，过点 A 作 $AC \perp OA$ ，交射线 EF 于点 C 。连接 OC 、 CD ，设点 A 的横坐标为 t 。

(1) 用含 t 的式子表示点 E 的坐标为_____；

(2) 当 t 为何值时， $\angle OCD=180^\circ$ ？

(3) 当点 C 与点 F 不重合时，设 $\triangle OCF$ 的面积为 S ，求 S 与 t 之间的函数解析式。



2015 年广西省钦州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 下列图形中，是轴对称图形的是（ ）



考点： 轴对称图形.

分析： 根据轴对称图形的概念对各图形分析判断即可得解.

解答： 解： A、该图形不是轴对称图形，故本选项错误；

B、该图形是中心对称图形，故本选项错误；

C、该图形是轴对称图形，故本选项正确；

D、该图形既不是轴对称图形也不是中心对称图形，故本选项错误；

故选： C.

点评： 本题考查了轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

2. 下列实数中，无理数是（ ）

A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. 5 D. $\sqrt{3}$

考点： 无理数.

分析： 根据无理数就是无限不循环小数即可判定选择项.

解答： 解： -1 ， $\frac{1}{2}$ ， 5 是有理数，只有 $\sqrt{3}$ 是无理数，

故选 D

点评： 此题主要考查了无理数的定义. 初中范围内学习的无理数有三类：① π 类，如 2π 等；②开方开不尽的数，如 $\sqrt{3}$ 等；③虽有规律但是无限不循环的数，如 $0.1010010001\dots$ ，等.

3. 计算 $(a^3)^2$ 的结果是（ ）

A. a^9 B. a^6 C. a^5 D. a

考点： 幂的乘方与积的乘方.

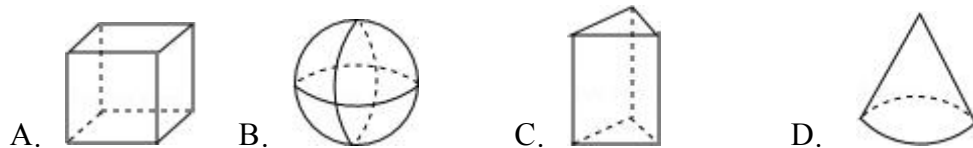
分析： 根据幂的乘方法则：幂的乘方，底数不变指数相乘，即可求解.

解答： 解： $(a^3)^2 = a^{3 \times 2} = a^6$.

故选 B.

点评： 本题主要考查了幂的乘方法则，正确理解法则：幂的乘方，底数不变指数相乘，是解题关键.

4. 下列几何体中，主视图是圆的是（ ）



考点： 简单几何体的三视图.

分析： 分别分析四个选项的主视图，从而得出主视图是圆的几何体.

解答： 解： A、正方体的主视图是正方形，故本选项错误；

B、球的主视图是圆，故本选项正确.

C、三棱柱的几何体是矩形，故本选项错误；

D、圆锥的主视图是等腰三角形，故本选项错误.

故选 B.

点评： 本题考查了简单几何体的三视图，重点考查学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力.

5. 国家统计局 4 月 15 日发布数据，初步核算，2015 年一季度全国国内生产总值为 140667 亿元，其中数据 140667 用科学记数法表示为（ ）

A. 1.40667×10^5 B. 1.40667×10^6 C. 14.0667×10^4 D. 0.140667×10^6

考点： 科学记数法—表示较大的数.

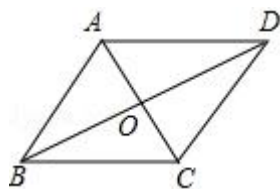
分析： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答： 解： 140667 用科学记数法表示为 1.40667×10^5 ,

故选 A

点评： 此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

6. 如图, 要使 $\square ABCD$ 成为菱形, 则需添加的一个条件是 ()



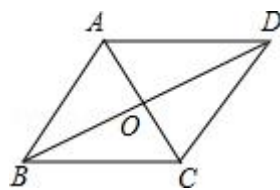
- A. $AC=AD$ B. $BA=BC$ C. $\angle ABC=90^\circ$ D. $AC=BD$

考点： 菱形的判定.

专题： 证明题.

分析： 利用邻边相等的平行四边形为菱形即可得证.

解答： 解: 如图, 要使 $\square ABCD$ 成为菱形, 则需添加的一个条件是 $BA=BC$, 故选 B



点评： 此题考查了菱形的判定, 熟练掌握菱形的判定方法是解本题的关键.

7. 用配方法解方程 $x^2 + 10x + 9 = 0$, 配方后可得 ()

- A. $(x+5)^2 = 16$ B. $(x+5)^2 = 1$ C. $(x+10)^2 = 91$ D. $(x+10)^2 = 109$

考点： 解一元二次方程-配方法.

专题： 计算题.

分析： 方程移项, 利用完全平方公式化简得到结果即可.

解答： 解: 方程 $x^2 + 10x + 9 = 0$,

整理得: $x^2 + 10x = -9$,

配方得: $x^2 + 10x + 25 = 16$, 即 $(x+5)^2 = 16$,

故选 A

点评： 此题考查了解一元二次方程 - 配方法, 熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

8. 在平面直角坐标系中, 将点 $A(x, y)$ 向左平移 5 个单位长度, 再向上平移 3 个单位长度后与点 $B(-3, 2)$ 重合, 则点 A 的坐标是 ()

- A. $(2, 5)$ B. $(-8, 5)$ C. $(-8, -1)$ D. $(2, -1)$

考点: 坐标与图形变化-平移.

分析: 逆向思考, 把点 $(-3, 2)$ 先向右平移 5 个单位, 再向下平移 3 个单位后可得到 A 点坐标.

解答: 解: 在坐标系中, 点 $(-3, 2)$ 先向右平移 5 个单位得 $(2, 2)$, 再把 $(2, 2)$ 向下平移 3 个单位后的坐标为 $(2, -1)$, 则 A 点的坐标为 $(2, -1)$.

故选 D.

点评: 本题考查了坐标与图形变化 - 平移: 在平面直角坐标系内, 把一个图形各个点的横坐标都加上 (或减去) 一个整数 a , 相应的新图形就是把原图形向右 (或向左) 平移 a 个单位长度; 如果把它各个点的纵坐标都加 (或减去) 一个整数 a , 相应的新图形就是把原图形向上 (或向下) 平移 a 个单位长度. (即: 横坐标, 右移加, 左移减; 纵坐标, 上移加, 下移减.

9. 对于函数 $y = \frac{4}{x}$, 下列说法错误的是 ()

- A. 这个函数的图象位于第一、第三象限
B. 这个函数的图象既是轴对称图形又是中心对称图形
C. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大
D. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

考点: 反比例函数的性质.

分析: 根据反比例函数的性质: 对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 当 $k > 0$ 时, 在每一个象限内, 函数值 y 随自变量 x 的增大而减小; 当 $k < 0$ 时, 在每一个象限内, 函数值 y 随自变量 x 增大而增大解答即可.

解答: 解: 函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象位于第一、第三象限, A 正确;

图象既是轴对称图形又是中心对称图形, B 正确;

当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, C 错误;

当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, D 正确,

故选: C.

点评： 本题考查的是反比例函数的性质，掌握对于反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ，当 $k>0$ 时，在每一个象限内，函数值 y 随自变量 x 的增大而减小；当 $k<0$ 时，在每一个象限内，函数值 y 随自变量 x 增大而增大是解题的关键.

10. 在一个不透明的盒子里有 2 个红球和 n 个白球，这些球除颜色外其余完全相同，摇匀后随机摸出一个，摸到红球的概率是 $\frac{1}{5}$ ，则 n 的值为（ ）

A. 3 B. 5 C. 8 D. 10

考点： 概率公式.

分析： 根据红球的概率结合概率公式列出关于 n 的方程，求出 n 的值即可.

解答： 解： $\because$ 摸到红球的概率为 $\frac{1}{5}$,

$$\therefore P(\text{摸到黄球}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5},$$

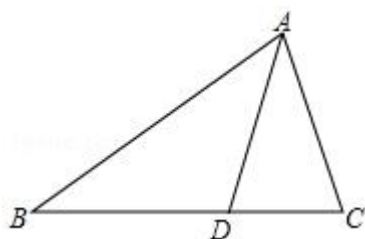
$$\therefore \frac{n}{2+n} = \frac{4}{5},$$

解得 $n=8$.

故选： C.

点评： 本题考查概率的求法与运用，根据概率公式求解即可： 如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

11. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，则 $AB: AC$ 等于（ ）

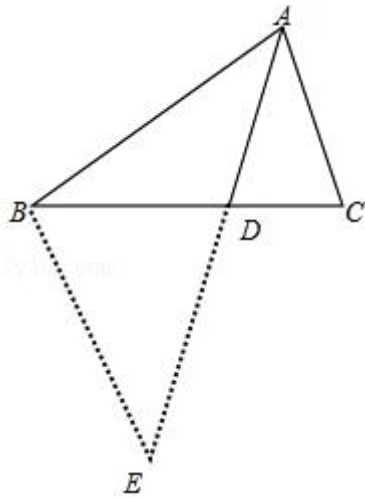


A. $BD: CD$ B. $AD: CD$ C. $BC: AD$ D. $BC: AC$

分析： 先过点 B 作 $BE \parallel AC$ 交 AD 延长线于点 E ，由于 $BE \parallel AC$ ，利用平行线分线段成比例定理的推论、平行线的性质，可得 $\therefore \triangle BDE \sim \triangle CDA$ ， $\angle E = \angle DAC$ ，再利用相似三角形的性质可有 $\frac{BD}{CD} = \frac{BE}{AC}$ ，而利用 AD 是角平分线又知

$\angle E = \angle DAC = \angle BAD$ ，于是 $BE = AB$ ，等量代换即可证.

解答： 解： 如图



过点 B 作 $BE \parallel AC$ 交 AD 延长线于点 E,

$\because BE \parallel AC$,

$\therefore \angle DBE = \angle C, \angle E = \angle CAD$,

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle CDA$,

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{BE}{AC},$$

又 $\because AD$ 是角平分线,

$\therefore \angle E = \angle DAC = \angle BAD$,

$\therefore BE = AB$,

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD},$$

$\therefore AB : AC = BD : CD$.

点评： 此题考查了角平分线的定义、相似三角形的判定和性质、平行线分线段成比例定理的推论. 关键是作平行线.

12. 对于任意的正数 m, n 定义运算 $\otimes$ 为: $m \otimes n = \begin{cases} \sqrt{m} - \sqrt{n} & (m \geq n) \\ \sqrt{m} + \sqrt{n} & (m < n) \end{cases}$, 计算 $(3 \otimes 2)$

$\times (8 \otimes 12)$ 的结果为 ()

- A. $2 - 4\sqrt{6}$ B. 2 C. $2\sqrt{5}$ D. 20

考点： 二次根式的混合运算.

专题： 新定义.

分析： 根据题目所给的运算法则进行求解.

解答： 解： $\because 3 > 2$,

$$\therefore 3 \times 2 = \sqrt{3} - \sqrt{2},$$

$$\because 8 < 12,$$

$$\therefore 8 \times 12 = \sqrt{8} + \sqrt{12} = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}),$$

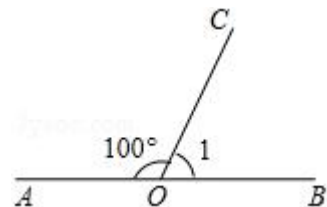
$$\begin{aligned} \therefore (3 \times 2) \times (8 \times 12) &= (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \times 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= 2. \end{aligned}$$

故选 B.

点评： 本题考查了二次根式的混合运算，解答本题的关键是根据题目所给的运算法则求解.

二、填空题 (每小题 3 分，共 18 分)

13. 如图，直线 AB 和 OC 相交于点 O ， $\angle AOC = 100^\circ$ ，则 $\angle 1 =$ _____ 度.



考点： 对顶角、邻补角.

分析： 根据邻补角互补，可得答案.

解答： 解： 由邻补角互补，得 $\angle 1 = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$,

故答案为： 80.

点评： 本题考查了邻补角，利用了邻补角的定义.

14. 一组数据 3, 5, 5, 4, 5, 6 的众数是_____.

考点： 众数.

分析： 根据众数的定义： 一组数据中出现次数最多的数据即可得出答案.

解答： 解：这组数据中出现次数最多的数据为：5.

故众数为 5.

故答案为：5.

点评： 本题考查了众数的知识，属于基础题，解答本题的关键是熟练掌握一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

15. 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $A(1, 0)$ 和 $B(0, 2)$ 两点，则它的图象不经过第_____象限.

考点： 一次函数图象与系数的关系.

分析： 将 $A(1, 0)$ 和 $B(0, 2)$ 分别代入一次函数解析式 $y = kx + b$ 中，得到关于 k 与 b 的二元一次方程组，求出方程组的解得到 k 与 b 的值，确定出一次函数解析式，利用一次函数的性质即可得到一次函数图象不经过第三象限.

解答： 解：将 $A(1, 0)$ 和 $B(0, 2)$ 代入一次函数 $y = kx + b$ 中得：

$$\begin{cases} k+b=0 \\ b=2 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} k=-2 \\ b=2 \end{cases},$

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y = -2x + 2$ 不经过第三象限.

故答案为：三.

点评： 此题考查了利用待定系数法求一次函数解析式，以及一次函数的性质，灵活运用待定系数法是解本题的关键.

16. 当 $m=2105$ 时，计算： $\frac{m^2}{m+2} - \frac{4}{m+2} =$ _____.

考点： 分式的化简求值.

专题： 计算题.

分析： 原式利用同分母分式的减法法则计算，约分得到最简结果，把 m 的值代入计算即可求出值.

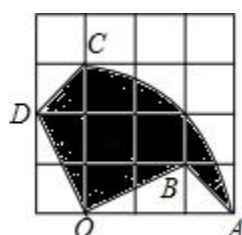
解答： 解：原式 $= \frac{m^2 - 4}{m+2} = \frac{(m+2)(m-2)}{m+2} = m - 2,$

当 $m=2015$ 时, 原式 $=2015 - 2=2013$.

故答案为: 2013

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

17. 如图, 在 4×4 的正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle COD$, 则旋转过程中形成的阴影部分的面积为_____.



考点: 旋转的性质; 扇形面积的计算.

分析: 根据 $OA=3$, 再根据 $\triangle OAB$ 所扫过的面积 $=S_{\text{扇形} AOC} + S_{\triangle DOC} - S_{\triangle AOB} = S_{\text{扇形} AOC}$ 求解即可.

解答: 解: 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle COD$,

所以 $S_{\triangle DOC} = S_{\triangle AOB}$,

可得: 旋转过程中形成的阴影部分的面积 $= S_{\text{扇形} AOC} + S_{\triangle DOC} - S_{\triangle AOB} = S_{\text{扇形} AOC}$

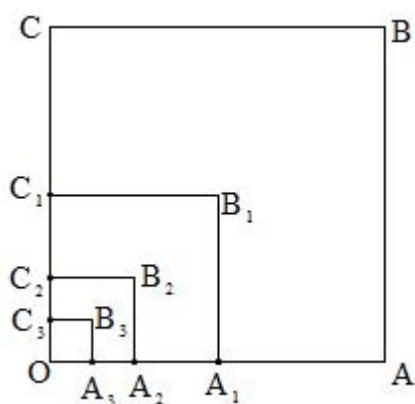
$$= \frac{1}{4} \pi \times 3^2 = \frac{9}{4} \pi,$$

故答案为: $\frac{9}{4} \pi$

点评: 本题考查了利用旋转变换作图, 得出扇形的面积和熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置是解题的关键.

18. 如图, 以 O 为位似中心, 将边长为 256 的正方形 $OABC$ 依次作位似变化, 经第一次变化后得正方形 $OA_1B_1C_1$, 其边长 OA_1 缩小为 OA 的 $\frac{1}{2}$, 经第二次变化后得正方形 $OA_2B_2C_2$, 其边长 OA_2 缩小为 OA_1 的 $\frac{1}{2}$, 经第三次变化后得正方形

$OA_3B_3C_3$ ，其边长 OA_3 缩小为 OA_2 的 $\frac{1}{2}$ ，……，按此规律，经第 n 次变化后，所得正方形 $OA_nB_nC_n$ 的边长为正方形 $OABC$ 边长的倒数，则 $n=$ _____.



考点： 位似变换；正方形的性质.

专题： 规律型.

分析： 由图形的变化规律可知正方形 $OA_nB_nC_n$ 的边长为 $(\frac{1}{2})^n$ ，据此即可求解.

解答： 解：由图形的变化规律可得

$$(\frac{1}{2})^n = \frac{1}{256},$$

解得 $n=8$.

故答案为：8.

点评： 本题主要考查了正方形的性质及位似变换，解题的关键是正确的找出图形的变化规律.

三、解答题 (8 个小题，共 66 分)

19. 计算： $5^0 + |-4| - 2 \times (-3)$

考点： 实数的运算；零指数幂.

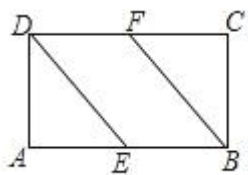
分析： 先算 0 指数幂，绝对值与乘法，再算加减，由此顺序计算即可.

解答： 解：原式 $= 1 + 4 + 6$

$= 11$.

点评： 本题考查实数的综合运算能力，掌握运算顺序与计算方法是解决问题的关键.

20. (6分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点. 求证:
 $DE=BF$.



考点: 矩形的性质; 全等三角形的判定.

专题: 证明题.

分析: 根据矩形的性质和已知证明 $DF=BE$, $AB \parallel CD$, 得到四边形 $DEBF$ 是平行四边形, 根据平行四边形的性质得到答案.

解答: 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB=CD$, 又 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点,

$\therefore DF=BE$, 又 $AB \parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形,

$\therefore DE=BF$.

点评: 本题考查的是矩形的性质、平行四边形的判定和性质, 掌握相关的判定定理和性质定理是解题的关键.

21. 抛物线 $y=x^2-4x+3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 点 C 是此抛物线的顶点.

(1) 求点 A 、 B 、 C 的坐标;

(2) 点 C 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上, 求反比例函数的解析式.

考点: 抛物线与 x 轴的交点; 待定系数法求反比例函数解析式.

分析: (1) 令抛物线解析式中 $y=0$ 得到关于 x 的方程, 求出方程的解得到 x 的值, 确定出 A 与 B 坐标即可; 配方后求出 C 坐标即可;

(2) 将求得的点 C 的坐标代入反比例函数的解析式即可求得 k 值.

解答: 解: (1) 令 $y=0$, 得到 $x^2-4x+3=0$, 即 $(x-1)(x-3)=0$,

解得: $x=1$ 或 3 ,

则 $A(1, 0)$, $B(3, 0)$,

$$\therefore y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1,$$

$\therefore$ 顶点 C 的坐标为 $(2, -1)$;

(2) $\because$ 点 $C(2, -1)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上,

$$\therefore k = -1 \times 2 = -2,$$

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{2}{x}$;

点评: 此题考查了抛物线与 x 轴的交点, 二次函数的图象与性质, 待定系数法求反比例函数的解析式等知识, 熟练掌握二次函数的图象与性质是解本题的关键.

22. 某体育馆计划从一家体育用品商店一次性购买若干个气排球和篮球 (每个气排球的价格都相同, 每个篮球的价格都相同). 经洽谈, 购买 1 个气排球和 2 个篮球共需 210 元; 购买 2 个气排球和 3 个篮球共需 340 元.

(1) 每个气排球和每个篮球的价格各是多少元?

(2) 该体育馆决定从这家体育用品商店一次性购买气排球和篮球共 50 个, 总费用不超过 3200 元, 且购买气排球的个数少于 30 个, 应选择哪种购买方案可使总费用最低? 最低费用是多少元?

考点: 一元一次不等式组的应用; 二元一次方程组的应用.

分析: (1) 设每个气排球的价格是 x 元, 每个篮球的价格是 y 元, 根据购买 1 个气排球和 2 个篮球共需 210 元; 购买 2 个气排球和 3 个篮球共需 340 元列方程组求解即可;

(2) 设购买气排球 x 个, 则购买篮球 $(50 - x)$ 个, 根据总费用不超过 3200 元, 且购买气排球的个数少于 30 个确定出 x 的范围, 从而可计算出最低费用.

解答: 解: (1) 设每个气排球的价格是 x 元, 每个篮球的价格是 y 元.

根据题意得:
$$\begin{cases} x + 2y = 210 \\ 2x + 3y = 340 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=50 \\ y=80 \end{cases}$$

所以每个气排球的价格是 50 元，每个篮球的价格是 80 元.

(2) 设购买气排球 x 个，则购买篮球 $(50 - x)$ 个.

根据题意得： $50x + 80(50 - x) \leq 3200$

解得 $x \geq 26\frac{2}{3}$,

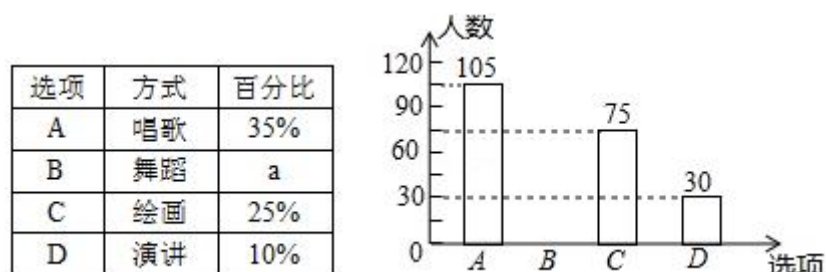
又 $\because$ 排球得个数小于 30 个,

$\therefore$ 当够买排球 29 个，篮球 21 个时，费用最低.

$29 \times 50 + 21 \times 80 = 1450 + 1680 = 3130$ 元.

点评： 本题主要考查的是二元一次方程组 and 一元一次不等式的应用，根据题意列出方程组和不等式是解题的关键.

23. (10 分) 某校决定在 6 月 8 日“世界海洋日”开展系列海洋知识的宣传活动，活动有 A . 唱歌、 B . 舞蹈、 C . 绘画、 D . 演讲四项宣传方式. 学校围绕“你最喜欢的宣传方式是什么？”在全校学生中进行随机抽样调查（四个选项中必选且只选一项），根据调查统计结果，绘制了如下两种不完整的统计图表：



请结合统计图表，回答下列问题：

(1) 本次抽查的学生共_____人， a =_____，并将条形统计图补充完整；

(2) 如果该校学生有 1800 人，请你估计该校喜欢“唱歌”这项宣传方式的学生约有多少人？

(3) 学校采用抽签方式让每班在 A 、 B 、 C 、 D 四项宣传方式中随机抽取两项进行展示，请用树状图或列表法求某班所抽到的两项方式恰好是“唱歌”和“舞蹈”的概率.

考点：列表法与树状图法；用样本估计总体；条形统计图.

专题：计算题.

分析：（1）用 D 类学生数除以它所占的百分比即可得到总人数，再用 1 分别减去 A、C、D 类的百分比即可得到 a 的值，然后用 a 乘以总人数得到 B 类人数，再补全条形统计图；

（2）估计样本估计总体，用 1800 乘以 A 类的百分比即可；

（3）先画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出含 A 和 B 的结果数，然后根据概率公式求解.

解答：解：（1）本次抽查的学生数 $= 30 \div 10\% = 300$ （人）， $a = 1 - 35\% - 25\% - 10\% = 30\%$ ；

$300 \times 30\% = 90$ ，即 D 类学生人数为 90 人，

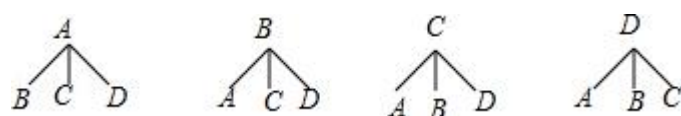
如图，

故答案为 300，30%；

（2） $1800 \times 35\% = 630$ （人），

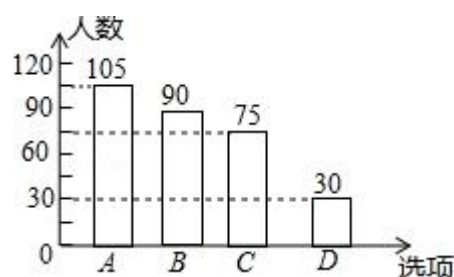
所以可估计该校喜欢“唱歌”这项宣传方式的学生约有 630 人；

（3）画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中含 A 和 B 的结果数为 2，

所以某班所抽到的两项方式恰好是“唱歌”和“舞蹈”的概率 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.



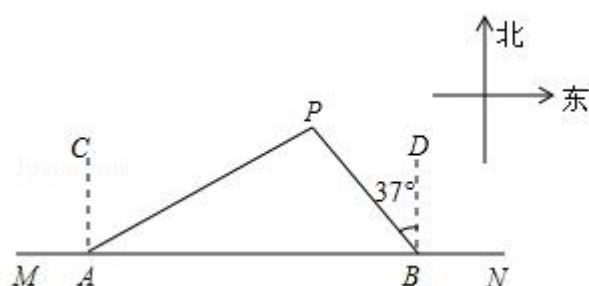
点评： 本题考查了列表法或树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率. 也考查了样本估计总体和条形统计图.

24. 如图, 船 A 、 B 在东西方向的海岸线 MN 上, 均收到已触礁搁浅的船 P 的求救信号, 已知船 P 在船 A 的北偏东 60° 方向上, 在船 B 的北偏西 37° 方向上, $AP=30$ 海里.

(1) 尺规作图: 过点 P 作 AB 所在直线的垂线, 垂足为 E (要求: 保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 求船 P 到海岸线 MN 的距离 (即 PE 的长);

(3) 若船 A 、船 B 分别以 20 海里/时、15 海里/时的速度同时出发, 匀速直线前往救援, 试通过计算判断哪艘船先到达船 P 处. (参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



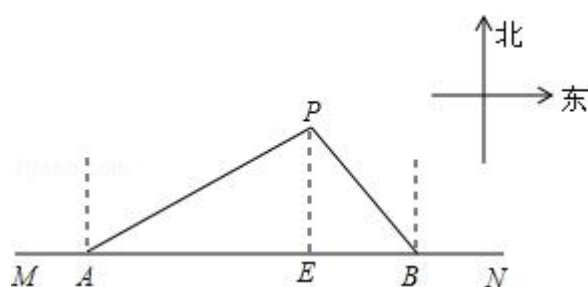
考点: 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析: (1) 利用直角三角板中 90° 的直角直接过点 P 作 AB 所在直线的垂线即可;

(2) 解 $\text{Rt}\triangle APE$ 求出 PE 即可;

(3) 在 $\text{Rt}\triangle BPF$ 中, 求出 BP , 分别计算出两艘船需要的时间, 即可作出判断.

解答: 解: (1) 如图所示:



(2) 由题意得, $\angle PAE=30^\circ$, $AP=30$ 海里,

在 $\text{Rt}\triangle APE$ 中, $PE=AP\sin\angle PAE=AP\sin 30^\circ=15$ 海里;

(3) 在 $\text{Rt}\triangle PBE$ 中, $PE=15$ 海里, $\angle PBE=53^\circ$,

$$\text{则 } BP = \frac{PE}{\sin \angle PBE} = \frac{75}{4} \text{ 海里,}$$

$$\text{A 船需要的时间为: } \frac{30}{20} = 1.5 \text{ 小时, B 船需要的时间为: } \frac{\frac{75}{4}}{15} = 1.25 \text{ 小时,}$$

$$\because 1.5 > 1.25,$$

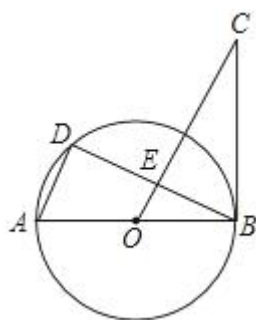
$\therefore$ B 船先到达.

点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是理解仰角的定义, 能利用三角函数值计算有关线段, 难度一般.

25. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, AD 为弦, $\angle DBC = \angle A$.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 OC , 如果 OC 恰好经过弦 BD 的中点 E , 且 $\tan C = \frac{1}{2}$, $AD = 3$, 求直径 AB 的长.



考点: 切线的判定.

分析: (1) 由 AB 为 $\odot O$ 的直径, 可得 $\angle D = 90^\circ$, 继而可得 $\angle ABD + \angle A = 90^\circ$,

又由 $\angle DBC = \angle A$, 即可得 $\angle DBC + \angle ABD = 90^\circ$, 则可证得 BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 根据点 O 是 AB 的中点, 点 E 是 BD 的中点可知 OE 是 $\triangle ABD$ 的中位线, 故 $AD \parallel OE$, 则 $\angle A = \angle BOC$, 再由 (1) $\angle D = \angle OBC = 90^\circ$, 故 $\angle C = \angle ABD$, 由 $\tan C = \frac{1}{2}$ 可知 $\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}$, 由此可得出结论.

解答: (1) 证明: $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle A = 90^\circ,$$

$$\because \angle DBC = \angle A,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle ABD = 90^\circ, \text{ 即 } AB \perp BC,$$

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) $\because$ 点 O 是 AB 的中点, 点 E 是 BD 的中点,

$\therefore OE$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线,

$$\therefore AD \parallel OE,$$

$$\therefore \angle A = \angle BOC.$$

$$\because \text{由 (1)} \quad \angle D = \angle OBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle ABD,$$

$$\because \tan C = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan \angle ABD = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{2} = \frac{3}{BD}, \text{ 解得 } BD = 6,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}.$$

点评: 本题考查的是切线的判定, 熟知经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线是解答此题的关键.

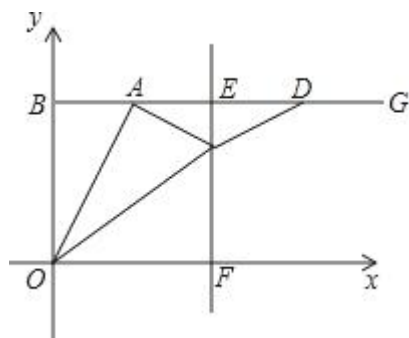
26. 如图, 在平面直角坐标系中, 以点 $B(0, 8)$ 为端点的射线 $BG \parallel x$ 轴, 点 A 是射线 BG 上的一个动点 (点 A 与点 B 不重合). 在射线 AG 上取 $AD = OB$, 作线段 AD 的垂直平分线, 垂足为 E , 且与 x 轴交于点 F , 过点 A 作 $AC \perp OA$, 交射线 EF 于点 C . 连接 OC 、 CD , 设点 A 的横坐标为 t .

(1) 用含 t 的式子表示点 E 的坐标为_____;

(2) 当 t 为何值时, $\angle OCD = 180^\circ$?

(3) 当点 C 与点 F 不重合时, 设 $\triangle OCF$ 的面积为 S , 求 S 与 t 之间的函数解析

式.



考点： 一次函数综合题；相似三角形的判定与性质.

分析： (1) 由点 B 坐标为 $(0, 8)$ ，可知 $OB=8$ ，根据线段垂直平分线的定义可知： $AE=4$ ，从而求得： $BE=t+4$ ，故此点 E 的坐标为 $(t+4, 8)$ ；

(2) 过点 D 作 $DH \perp OF$ ，垂足为 H. 先证明 $\triangle OBA \sim \triangle AEC$ ，由相似三角形的性质可知 $\frac{EC}{AB} = \frac{AE}{OB}$ ，可求得 $EC = \frac{1}{2}t$ ，从而得到点 C 的坐标为 $(t+4, 8 - \frac{1}{2}t)$ ，因为

$\angle OCD = 180^\circ$ ， $CF \parallel DH$ ，可知 $\frac{OF}{OH} = \frac{FC}{DH}$ ，即 $\frac{t+4}{t+8} = \frac{8 - \frac{1}{2}t}{8}$ 从而可解得 t 的值；

(3) 三角形 OCF 的面积 $= \frac{1}{2} \times OF \cdot FC$ ，从而可得 S 与 t 的函数关系式.

解答： 解：(1) $\because$ 点 B 坐标为 $(0, 8)$ ，

$\therefore OB=8$.

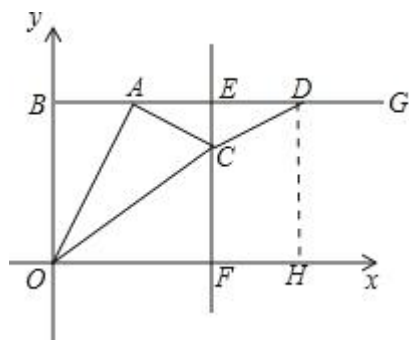
$\because AD=OB$ ，EF 垂直平分 AD，

$\therefore AE=4$.

$\therefore BE=t+4$.

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(t+4, 8)$ ；

(2) 如图所示；过点 D 作 $DH \perp OF$ ，垂足为 H.



$$\because AC \perp OA,$$

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BAO + \angle EAC = 90^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle BOA + \angle BAO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle BOA.$$

$$\text{又} \because \angle OBA = \angle AEC,$$

$$\therefore \triangle OBA \sim \triangle AEC.$$

$$\therefore \frac{EC}{AB} = \frac{AE}{OB}, \text{ 即 } \frac{EC}{t} = \frac{4}{8}.$$

$$\therefore EC = \frac{1}{2}t.$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (t+4, 8 - \frac{1}{2}t)$$

$$\because \angle OCD = 180^\circ,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 在 } OD \text{ 上}.$$

$$\because CF \parallel DH,$$

$$\therefore \frac{OF}{OH} = \frac{FC}{DH}, \text{ 即 } \frac{t+4}{t+8} = \frac{8 - \frac{1}{2}t}{8}$$

$$\text{解得: } t_1 = 4\sqrt{5} - 4, \quad t_2 = -4\sqrt{5} - 4 \text{ (舍去)}.$$

$$\text{所以当 } t = 4\sqrt{5} - 4 \text{ 时, } \angle OCD = 180^\circ.$$

$$(3) \text{ 三角形 } OCF \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times OF \cdot FC = \frac{1}{2} \times (t+4) \left(8 - \frac{1}{2}t\right) = -\frac{1}{4}t^2 + 3t + 16,$$

∴s 与 t 的函数关系式为 $s = -\frac{1}{4}t^2 + 3t + 16$.

点评： 本题主要考查的是相似三角形的性质和判定, 用含字母 t 的式子表示点 C 的坐标是解题的关键.