

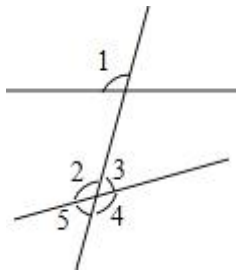
2015 年广西省贺州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (2015•贺州) 下列各数是负数的是 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. 2.5 D. -1

2. (2015•贺州) 如图，下列各组角中，是对顶角的一组是 ()

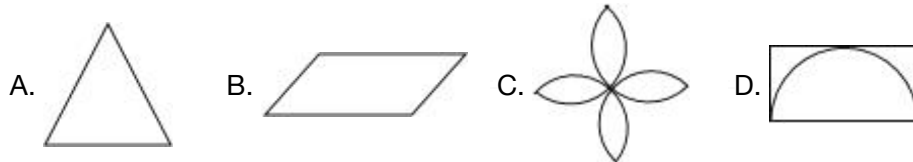


- A. $\angle 1$ 和 $\angle 2$ B. $\angle 3$ 和 $\angle 5$ C. $\angle 3$ 和 $\angle 4$ D. $\angle 1$ 和 $\angle 5$

3. (2015•贺州) 下列实数是无理数的是 ()

- A. 5 B. 0 C. $\frac{1}{3}$ D. $\sqrt{2}$

4. (2015•贺州) 下面的图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



5. (2015•贺州) 一组数据 3, 2, x, 1, 2 的平均数是 2，则这组数据的中位数和众数分别是 ()

- A. 3, 2 B. 2, 1 C. 2, 2.5 D. 2, 2

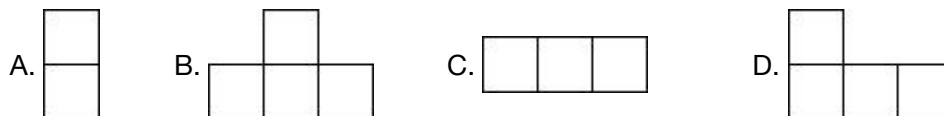
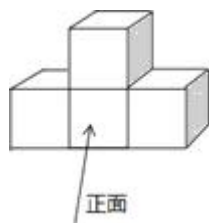
6. (2015•贺州) 下列运算正确的是 ()

- A. $(x^2)^3 + (x^3)^2 = 2x^6$ B. $(x^2)^3 \cdot (x^2)^3 = 2x^{12}$
C. $x^4 \cdot (2x)^2 = 2x^6$ D. $(2x)^3 \cdot (-x)^2 = -8x^5$

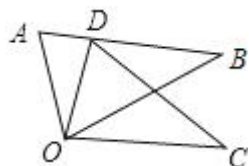
7. (2015•贺州) 把多项式 $4x^2y - 4xy^2 - x^3$ 分解因式的结果是 ()

- A. $4xy(x-y) - x^3$ B. $-x(x-2y)^2$ C. $x(4xy - 4y^2 - x^2)$ D. $-x(-4xy + 4y^2 + x^2)$

8. (2015•贺州) 如图是由四个小正方体叠成的一个几何体，它的左视图是 ()

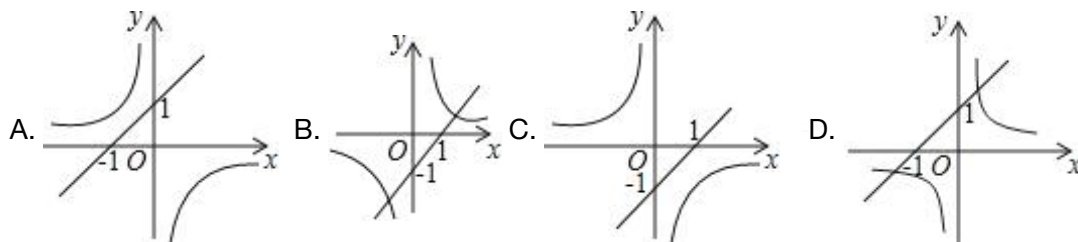


9. (2015•贺州) 如图， $\triangle ODC$ 是由 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 31° 后得到的图形，若点 D 恰好落在 AB 上，且 $\angle AOC$ 的度数为 100° ，则 $\angle DOB$ 的度数是 ()



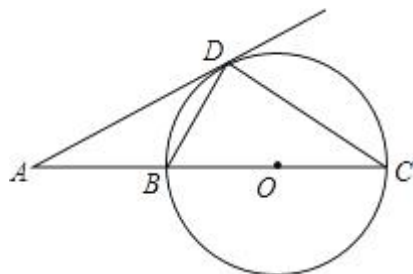
- A. 34° B. 36° C. 38° D. 40°

10. (2015•贺州) 已知 $k_1 < 0 < k_2$ ，则函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 和 $y = k_2x - 1$ 的图象大致是 ()



11. (2015•贺州) 如图， BC 是 $\odot O$ 的直径， AD 是 $\odot O$ 的切线，切点为 D ， AD 与 CB 的延长线交于点 A ， $\angle C = 30^\circ$ ，给出下面四个结论：

- ① $AD = DC$ ；② $AB = BD$ ；③ $AB = \frac{1}{2}BC$ ；④ $BD = CD$ ，其中正确的个数为 ()



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

12. (2015•贺州) 观察下列等式： $2^1=2$ ， $2^2=4$ ， $2^3=8$ ， $2^4=16$ ， $2^5=32$ ， $2^6=64$ ， $2^7=128$ ，...

解答下面问题： $2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2015}-1$ 的末位数字是 ()

- A. 0 B. 3 C. 4 D. 8

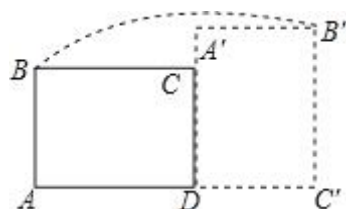
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. (2015•贺州) 函数 $y = \sqrt{x+7}$ 的自变量 x 的取值范围为 _____.

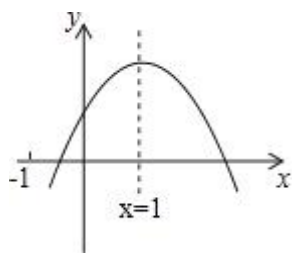
14. (2015•贺州) 中国的陆地面积约为 9600000km^2 ，这个面积用科学记数法表示为 _____ km^2 .

15. (2015•贺州) 某校在一次期末考试中，随机抽取八年级 30 名学生的数学成绩进行分析，其中 3 名学生的数学成绩达 108 分以上，据此估计该校八年级 630 名学生中期末考试数学成绩达 108 分以上的学生约有 _____ 名.

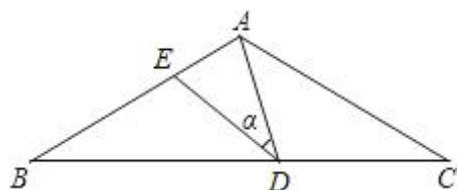
16. (2015•贺州) 如图，在矩形 ABCD 中，AB=3，AD=4，将矩形 ABCD 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到矩形 A'B'C'D'，则点 B 经过的路径与 BA，AC'，C'B' 所围成封闭图形的面积是 _____ (结果保留 π).



17. (2015•贺州) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，有以下结论：① $abc > 0$ ，② $a-b+c < 0$ ，③ $2a=b$ ，④ $4a+2b+c > 0$ ，⑤若点 $(-2, y_1)$ 和 $(-\frac{1}{3}, y_2)$ 在该图象上，则 $y_1 > y_2$. 其中正确的结论是 _____ (填入正确结论的序号).



18. (2015•贺州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，AB=AC=15，点 D 是 BC 边上的一动点（不与 B，C 重合）， $\angle ADE = \angle B = \angle \alpha$ ，DE 交 AB 于点 E，且 $\tan \angle \alpha = \frac{3}{4}$ ，有以下的结论：① $\triangle ADE \sim \triangle ACD$ ；②当 CD=9 时， $\triangle ACD$ 与 $\triangle DBE$ 全等；③ $\triangle BDE$ 为直角三角形时，BD 为 12 或 $\frac{21}{4}$ ；④ $0 < BE \leq \frac{25}{5}$ ，其中正确的结论是 _____ (填入正确结论的序号).



三、解答题（本大题共 8 题，满分 66 分，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. (2015•贺州) 计算: $(4-\pi)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2\cos 60^\circ + |-3|$

20. (2015•贺州) 解分式方程: $\frac{x+1}{4x^2-1} = \frac{3}{2x+1} - \frac{4}{4x-2}$.

21. (2015•贺州) 在甲口袋中有三张完全相同的卡片，分别标有 -1, 1, 2, 乙口袋中有完全相同的卡片，分别标有 -2, 3, 4, 从这两个口袋中各随机取出一张卡片.

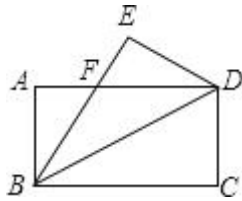
- (1) 用树状图或列表表示所有可能出现的结果;
- (2) 求两次取出卡片的数字之积为正数的概率.

22. (2015•贺州) 根据道路管理规定，在贺州某段笔直公路上行驶的车辆，限速 40 千米/时，已知交警测速点 M 到该公路 A 点的距离为 $10\sqrt{2}$ 米， $\angle MAB=45^\circ$ ， $\angle MBA=30^\circ$ (如图所示)，现有一辆汽车由 A 往 B 方向匀速行驶，测得此车从 A 点行驶到 B 点所用的时间为 3 秒.

- (1) 求测速点 M 到该公路的距离;
- (2) 通过计算判断此车是否超速. (参考数据: $\sqrt{2}\approx 1.41$, $\sqrt{3}\approx 1.73$, $\sqrt{5}\approx 2.24$)



23. (2015•贺州) 如图, 将矩形 $ABCD$ 沿对角线 BD 对折, 点 C 落在 E 处, BE 与 AD 相交于点 F . 若 $DE=4$, $BD=8$.



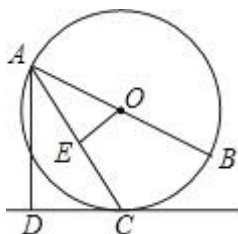
- (1) 求证: $AF=EF$;
- (2) 求证: BF 平分 $\angle ABD$.

24. (2015•贺州) 某商场销售一批同型号的彩电, 第一个月售出 50 台, 为了减少库存, 第二个月每台降价 500 元将这批彩电全部售出, 两个月的销售量的比是 9: 10, 已知第一个月的销售额与第二个月的销售额相等, 这两个月销售总额超过 40 万元.

- (1) 求第一个月每台彩电销售价格;
- (2) 这批彩电最少有多少台?

25. (2015•贺州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, AC 平分 $\angle BAD$, $AD \perp DC$, 垂足为 D , $OE \perp AC$, 垂足为 E .

- (1) 求证: DC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $OE=\sqrt{3}\text{cm}$, $AC=2\sqrt{73}\text{cm}$, 求 DC 的长 (结果保留根号) .

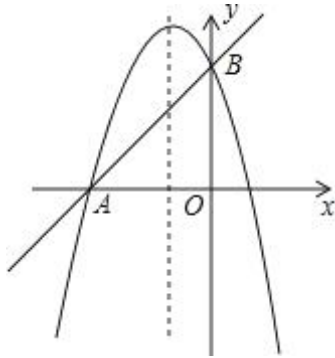


26. (2015•贺州) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与直线 AB 相交于 $A(-3, 0)$, $B(0, 3)$ 两点.

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) 设 C 是抛物线对称轴上的一动点, 求使 $\angle CBA = 90^\circ$ 的点 C 的坐标;

(3) 探究在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\triangle APB$ 的面积等于 3? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2015 年广西省贺州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (2015•贺州) 下列各数是负数的是 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. 2.5 D. -1

【答案】D

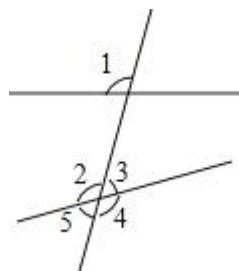
【考点】正数和负数

【解析】解：-1 是一个负数.

故选：D.

【分析】在正数的前面加上一个负号就表示一个负数.

2. (2015•贺州) 如图，下列各组角中，是对顶角的一组是 ()



- A. $\angle 1$ 和 $\angle 2$ B. $\angle 3$ 和 $\angle 5$ C. $\angle 3$ 和 $\angle 4$ D. $\angle 1$ 和 $\angle 5$

【答案】B

【考点】对顶角、邻补角

【解析】解：由对顶角的定义可知： $\angle 3$ 和 $\angle 5$ 是一一对对顶角，

故选 B.

【分析】根据对顶角的定义，首先判断是否由两条直线相交形成，其次再判断两个角是否有公共边，没有公共边有公共顶点的是对顶角.

3. (2015•贺州) 下列实数是无理数的是 ()

- A. 5 B. 0 C. $\frac{1}{3}$ D. $\sqrt{2}$

【答案】D

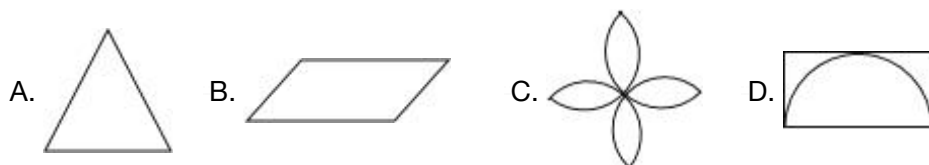
【考点】无理数的认识

【解析】解：5, 0, $\frac{1}{3}$ 是有理数，只有 $\sqrt{2}$ 是无理数，

故选 D.

【分析】根据无理数就是无限不循环小数即可判定选择项.

4. (2015•贺州) 下面的图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【答案】C

【考点】轴对称图形，中心对称及中心对称图形

【解析】解：A、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故A错误；

B、是中心对称图形，但不是轴对称图形，故B错误；

C、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故C正确；

D、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故D错误。

故选C。

【分析】根据轴对称及中心对称图形的定义对各选项进行逐一分析即可。

5. (2015•贺州) 一组数据3, 2, x, 1, 2的平均数是2, 则这组数据的中位数和众数分别是 ()

A. 3, 2 B. 2, 1 C. 2, 2.5 D. 2, 2

【答案】D

【考点】平均数及其计算

【解析】解：∵这组数据3, 2, x, 1, 2的平均数是2,

∴ $(3+2+x+1+2) \div 5 = 2$,

解得：x=2,

把这组数据从小到大排列为1, 2, 2, 2, 3,

∴这组数据的中位数是2,

∵2出现的次数最多,

∴这组数据的众数是2.

故选D.

【分析】先根据平均数的定义求出x的值, 再把这组数据从小到大排列, 求出最中间两个数的平均数和出现次数最多的数即可。

6. (2015•贺州) 下列运算正确的是 ()

A. $(x^2)^3 + (x^3)^2 = 2x^6$ B. $(x^2)^3 \cdot (x^2)^3 = 2x^{12}$
C. $x^4 \cdot (2x)^2 = 2x^6$ D. $(2x)^3 \cdot (-x)^2 = -8x^5$

【答案】A

【考点】幂的乘方与积的乘方，单项式乘单项式

【解析】解：A、原式= $x^6+x^6=2x^6$ ，故A正确；

B、原式= $x^6 \cdot x^6 = x^{12}$ ，故B错误；

C、原式= $x^4 \cdot 4x^2 = 4x^6$ ，故C错误；

D、原式= $8x^3 \cdot x^2 = 8x^5$ ，故D错误；

故选：A.

【分析】根据幂的乘方，可得同类项，根据合并同类项，可判断A；根据幂的乘方，可得同

底数幂的乘法，根据同底数幂的乘法，可判断 B；根据幂的乘方，可得同底数幂的乘法，根据同底数幂的乘法，可判断 C；根据幂的乘方，可得同底数幂的乘法，根据同底数幂的乘法，可判断 D.

7. (2015•贺州) 把多项式 $4x^2y - 4xy^2 - x^3$ 分解因式的结果是 ()

- A. $4xy(x - y) - x^3$ B. $-x(x - 2y)^2$ C. $x(4xy - 4y^2 - x^2)$ D. $-x(-4xy + 4y^2 + x^2)$

【答案】 B

【考点】 提公因式法与公式法的综合运用

【解析】 解： $4x^2y - 4xy^2 - x^3$

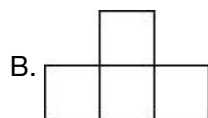
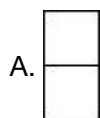
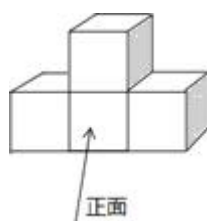
$$= -x(x^2 - 4xy + 4y^2)$$

$$= -x(x - 2y)^2,$$

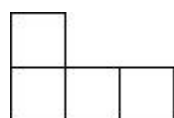
故选： B.

【分析】 先提公因式 $-x$ ，再运用完全平方公式进行分解即可得到答案.

8. (2015•贺州) 如图是由四个小正方体叠成的一个几何体，它的左视图是 ()



D.

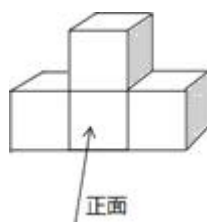


【答案】 A

【考点】 简单组合体的三视图

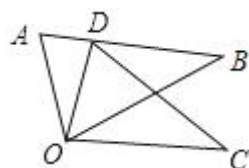
【解析】 解： 如图是由四个小正方体叠成的一个几何体，它的左视图是 .

故选： A.



【分析】 从左边看几何体得到左视图即可.

9. (2015•贺州) 如图, $\triangle ODC$ 是由 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 31° 后得到的图形, 若点 D 恰好落在 AB 上, 且 $\angle AOC$ 的度数为 100° , 则 $\angle DOB$ 的度数是 ()



- A. 34° B. 36° C. 38° D. 40°

【答案】C

【考点】旋转的性质

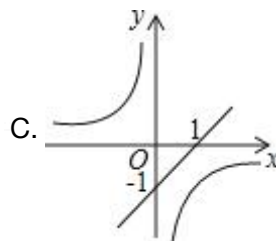
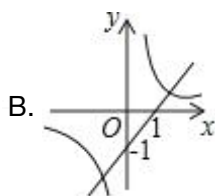
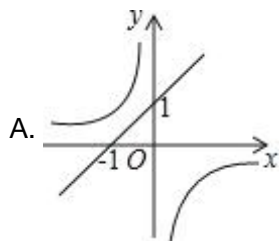
【解析】解: 由题意得, $\angle AOD=31^\circ$, $\angle BOC=31^\circ$, 又 $\angle AOC=100^\circ$,

$$\therefore \angle DOB=100^\circ - 31^\circ - 31^\circ=38^\circ.$$

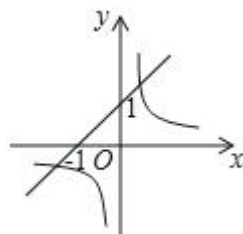
故选: C.

【分析】根据旋转的性质求出 $\angle AOD$ 和 $\angle BOC$ 的度数, 计算出 $\angle DOB$ 的度数.

10. (2015•贺州) 已知 $k_1 < 0 < k_2$, 则函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 和 $y = k_2x - 1$ 的图象大致是 ()



D.



【答案】C

【考点】一次函数的图象, 反比例函数的图象

【解析】解: $\because k_1 < 0 < k_2$, $b = -1 < 0$,

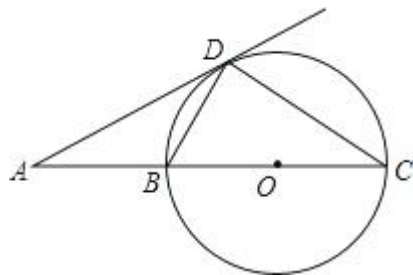
$\therefore$ 直线过一、三、四象限; 双曲线位于二、四象限.

故选: C.

【分析】根据反比例函数的图象性质及正比例函数的图象性质可作出判断.

11. (2015•贺州) 如图, BC 是 $\odot O$ 的直径, AD 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 D , AD 与 CB 的延长线交于点 A , $\angle C=30^\circ$, 给出下面四个结论:

① $AD=DC$ ；② $AB=BD$ ；③ $AB=\frac{1}{2}BC$ ；④ $BD=CD$ ，其中正确的个数为（ ）

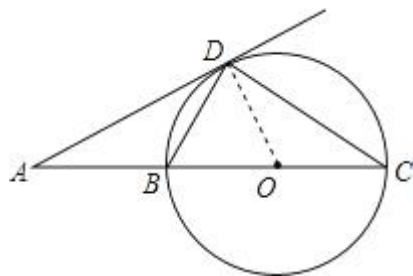


A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【答案】B

【考点】切线的性质

【解析】连接 DO ， $\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径， AD 是 $\odot O$ 的切线，切点为 D ， $\therefore \angle BDC = \angle ADO = 90^\circ$ ， $\because DO = CO$ ， $\therefore \angle C = \angle CDO = 30^\circ$ ， $\therefore \angle A = 30^\circ$ ， $\angle DBC = 60^\circ$ ， $\angle ADB = 30^\circ$ ， $\therefore AD = DC$ ，故①正确； $\because \angle A = 30^\circ$ ， $\angle DBC = 60^\circ$ ， $\therefore \angle ADB = 30^\circ$ ， $\therefore AB = BD$ ，故②正确； $\because \angle C = 30^\circ$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ ， $\therefore BD = \frac{1}{2}BC$ ， $\because AB = BD$ ， $\therefore AB = \frac{1}{2}BC$ ，故③正确；无法得到 $BD = CD$ ，故④错误。故选：B



【分析】利用圆周角定理结合切线的性质得出 $\angle BDC = \angle ADO = 90^\circ$ ，进而得出 $\angle A$ ， $\angle ADB$ 的度数即可得出答案，再利用直角三角形中 30° 所对的边等于斜边的一半进而得出

$AB = \frac{1}{2}BC$ ，判断即可。

12. (2015·贺州) 观察下列等式： $2^1=2$ ， $2^2=4$ ， $2^3=8$ ， $2^4=16$ ， $2^5=32$ ， $2^6=64$ ， $2^7=128$ ，...，解答下面问题： $2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2015}-1$ 的末位数字是（ ）

A. 0 B. 3 C. 4 D. 8

【答案】B

【考点】探索数与式的规律

【解析】解： $2^1=2$ ， $2^2=4$ ， $2^3=8$ ， $2^4=16$ ， $2^5=32$ ， $2^6=64$ ， $2^7=128$ ， $2^8=256$ ，...，

末位数字以 2，4，8，6 循环，

原式 $= 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2015} - 1 = \frac{2(1-2^{2015})}{1-2} - 1 = 2^{2016} - 3$ ，

$\because 2016 \div 4 = 504$,

$\therefore 2^{2016}$ 末位数字为 6,

则 $2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2015}-1$ 的末位数字是 3,

故选 B

【分析】观察已知等式,发现末位数字以 2, 4, 8, 6 循环,原式整理后判断即可得到结果.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (2015•贺州) 函数 $y = \sqrt{x+1}$ 的自变量 x 的取值范围为 _____.

【答案】 $x \geq -1$

【考点】 函数自变量的取值范围

【解析】解: 由题意得, $x+1 \geq 0$,

解得 $x \geq -1$.

故答案为: $x \geq -1$.

【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

14. (2015•贺州) 中国的陆地面积约为 9600000km^2 , 这个面积用科学记数法表示为 _____ km^2 .

【答案】 9.6×10^6

【考点】 科学记数法—表示绝对值较大的数

【解析】解: 9600000km^2 用科学记数法表示为 9.6×10^6 .

故答案为: 9.6×10^6 .

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

15. (2015•贺州) 某校在一次期末考试中, 随机抽取八年级 30 名学生的数学成绩进行分析, 其中 3 名学生的数学成绩达 108 分以上, 据此估计该校八年级 630 名学生中期末考试数学成绩达 108 分以上的学生约有 _____ 名.

【答案】 63

【考点】 用样本估计总体

【解析】解: $\because$ 随机抽取 30 名学生的数学成绩进行分析, 有 3 名学生的成绩达 108 分以上,

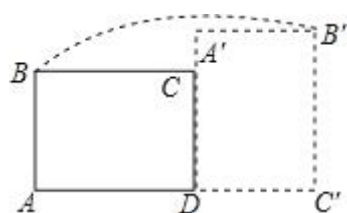
$\therefore$ 八年级 630 名学生中期末考试数学成绩达 108 分以上的学生约有 $630 \times \frac{3}{30} = 63$ (名);

故答案为: 63.

【分析】先求出随机抽取的 30 名学生中成绩达到 108 分以上的所占的百分比, 再乘以 630, 即可得出答案.

16. (2015•贺州) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=3$, $AD=4$, 将矩形 ABCD 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到矩形 $A'B'C'D'$, 则点 B 经过的路径与 BA, AC' , $C'B'$ 所围成封闭图形的面积

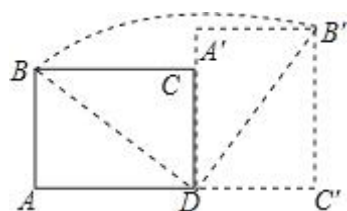
是 _____ (结果保留 π) .



【答案】 $\frac{25\pi}{4} + 12$

【考点】 扇形面积的计算，旋转的性质

【解析】 解：如图，连接 BD 与 B'D，



点 B 经过的路径与 BA, AC', C'B' 所围成封闭图形的面积是：

$$S_{\text{扇形} BDB'} + S_{\text{矩形} ABCD} = \frac{1}{4}\pi \times 5^2 + 3 \times 4 = \frac{25\pi}{4} + 12.$$

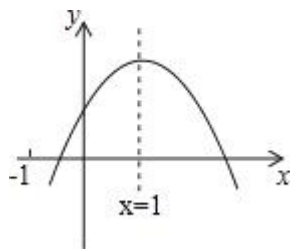
故答案为： $\frac{25\pi}{4} + 12$.

【分析】 利用点 B 经过的路径与 BA, AC', C'B' 所围成封闭图形的面积是 $S_{\text{扇形} BDB'} + S_{\text{矩形} ABCD}$ 求解即可.

17. (2015•贺州) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，有以下结论：① $abc > 0$,

② $a - b + c < 0$, ③ $2a = b$, ④ $4a + 2b + c > 0$, ⑤ 若点 $(-2, y_1)$ 和 $(-\frac{1}{3}, y_2)$ 在该图象上,

则 $y_1 > y_2$. 其中正确的结论是 _____ (填入正确结论的序号) .



【答案】 ②④

【考点】 二次函数图象与系数的关系

【解析】 解：

$\because$ 二次函数开口向下，且与 y 轴的交点在 x 轴上方，

$\therefore a < 0, c > 0$,

$\because$ 对称轴为 $x = 1$,

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a > 0,$$

$$\therefore abc < 0,$$

故①、③都不正确；

$$\because \text{当 } x = -1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\therefore a - b + c < 0,$$

故②正确；

由抛物线的对称性可知抛物线与 x 轴的另一交点在 2 和 3 之间，

$$\therefore \text{当 } x = 2 \text{ 时, } y > 0,$$

$$\therefore 4a + 2b + c > 0,$$

故④正确；

$$\because \text{抛物线开口向下, 对称轴为 } x = 1,$$

$$\therefore \text{当 } x < 1 \text{ 时, } y \text{ 随 } x \text{ 的增大而增大,}$$

$$\because -2 < -\frac{1}{3},$$

$$\therefore y_1 < y_2,$$

故⑤不正确；

综上可知正确的为②④，

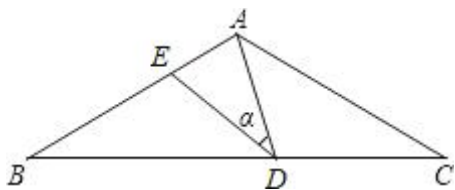
故答案为：②④。

【分析】由图象可先判断 a 、 b 、 c 的符号，可判断①；由 $x = -1$ 时函数的图象在 x 轴下方可判断②；由对称轴方程可判断③；由对称性可知当 $x = 2$ 时，函数值大于 0，可判断④；结合二次函数的对称性可判断⑤；可得出答案。

18. (2015·贺州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 15$ ，点 D 是 BC 边上的一动点（不与 B 、 C 重合）， $\angle ADE = \angle B = \angle \alpha$ ， DE 交 AB 于点 E ，且 $\tan \angle \alpha = \frac{3}{4}$ ，有以下的结论：① $\triangle ADE \sim \triangle ACD$ ；

②当 $CD = 9$ 时， $\triangle ACD$ 与 $\triangle DBE$ 全等；③ $\triangle BDE$ 为直角三角形时， BD 为 12 或 $\frac{21}{4}$ ；④ $0 <$

$BE \leq \frac{25}{5}$ ，其中正确的结论是 _____（填入正确结论的序号）。



【答案】 ②③

【考点】 全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质

【解析】 解：① $\because \angle ADE = \angle B$ ， $\angle DAE = \angle BAD$ ，

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABD;$$

故①错误；

②作 $AG \perp BC$ 于 G ，

$$\because \angle ADE = \angle B = \alpha, \tan \angle \alpha = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{AG}{BG} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{BG}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{4}{5},$$

$$\because AB = AC = 15,$$

$$\therefore BG = 12,$$

$$\therefore BC = 24,$$

$$\because CD = 9,$$

$$\therefore BD = 15,$$

$$\therefore AC = BD.$$

$$\because \angle ADE + \angle BDE = \angle C + \angle DAC, \angle ADE = \angle C = \alpha,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle DAC,$$

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle DBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAC = \angle EDB \\ \angle B = \angle C \\ AC = BD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BDE \text{ (ASA)}.$$

故②正确;

③当 $\angle BED = 90^\circ$ 时, 由①可知: $\triangle ADE \sim \triangle ABD$,

$$\therefore \angle ADB = \angle AED,$$

$$\because \angle BED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

即 $AD \perp BC$,

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle B = \alpha \text{ 且 } \tan \angle \alpha = \frac{3}{4}, AB = 15,$$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore BD = 12.$$

当 $\angle BDE = 90^\circ$ 时, 易证 $\triangle BDE \sim \triangle CAD$,

$$\because \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle C = \alpha \text{ 且 } \cos \alpha = \frac{4}{5}, AC = 15,$$

$$\therefore \cos C = \frac{AC}{CD} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore CD = \frac{75}{4}.$$

$$\therefore BC = 24,$$

$$\therefore BD = 24 - \frac{75}{4} = \frac{21}{4}$$

即当 $\triangle DCE$ 为直角三角形时, $BD = 12$ 或 $\frac{21}{4}$.

故③正确;

④易证得 $\triangle BDE \sim \triangle CAD$, 由②可知 $BC = 24$,

设 $CD = y$, $BE = x$,

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{DC}{BE},$$

$$\therefore \frac{15}{24-y} = \frac{y}{x},$$

整理得: $y^2 - 24y + 144 = 144 - 15x$,

即 $(y - 12)^2 = 144 - 15x$,

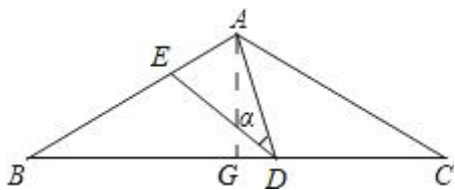
$$\therefore 0 < x \leq \frac{48}{5},$$

$$\therefore 0 < BE \leq \frac{48}{5}.$$

故④错误.

故正确的结论为: ②③.

故答案为: ②③.



【分析】 ①根据有两组对应角相等的三角形相似即可证明;

②由 $CD = 9$, 则 $BD = 15$, 然后根据有两组对应角相等且夹边也相等的三角形全等, 即可证得;

③分两种情况讨论, 通过三角形相似即可求得;

④依据相似三角形对应边成比例即可求得.

三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 66 分, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (2015•贺州) 计算: $(4 - \pi)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2\cos 60^\circ + |-3|$

【答案】 【解答】解：原式= $1-2-2\times\frac{1}{2}+3$

$$=1-2-1+3$$

$$=1.$$

【考点】实数的运算，0 指数幂的运算性质，负整数指数幂的运算性质，特殊角的三角函数值

【解析】根据零整数指数幂、负整数指数幂、绝对值和三角函数计算即可.

20. (2015•贺州) 解分式方程: $\frac{x+1}{4x^2-1} = \frac{3}{2x+1} - \frac{4}{4x-2}.$

【答案】 【解答】解：原方程即 $\frac{x+1}{(2x+1)(2x-1)} = \frac{3}{2x+1} - \frac{2}{2x-1},$

两边同时乘以 $(2x+1)(2x-1)$ 得: $x+1=3(2x-1)-2(2x+1),$

$$x+1=6x-3-4x-2,$$

解得: $x=6.$

经检验: $x=6$ 是原分式方程的解.

$\therefore$ 原方程的解是 $x=6.$

【考点】解分式方程

【解析】方程两边同时乘以 $(2x+1)(2x-1)$ ，即可化成整式方程，解方程求得 x 的值，然后进行检验，确定方程的解.

21. (2015•贺州) 在甲口袋中有三张完全相同的卡片，分别标有 $-1, 1, 2$ ，乙口袋中有完全相同的卡片，分别标有 $-2, 3, 4$ ，从这两个口袋中各随机取出一张卡片.

(1) 用树状图或列表表示所有可能出现的结果;

(2) 求两次取出卡片的数字之积为正数的概率.

【答案】 (1) 【解答】解：根据题意列表如下：

	-1	1	2
-2	-1, -2	1, -2	2, -2
3	-1, 3	3, 1	2, 3
4	-1, 4	1, 4	2, 4

由表可知共 9 种情况;

(2) 由 1 可知两次取出卡片的数字之积为正数有 5 种情况,

所以其概率= $\frac{5}{9}.$

【考点】列表法与树状图法

【解析】(1) 根据甲口袋中的 $-1, 1, 2$ ，乙口袋分别标有 $-2, 3, 4$ ，列表即可得到所有可能出现的结果;

(2) 利用 (1) 中的表格求出两次取出卡片的数字之积为正数的概率即可.

22. (2015•贺州) 根据道路管理规定, 在贺州某段笔直公路上行驶的车辆, 限速 40 千米/时, 已知交警测速点 M 到该公路 A 点的距离为 $10\sqrt{2}$ 米, $\angle MAB=45^\circ$, $\angle MBA=30^\circ$ (如图所示), 现有一辆汽车由 A 往 B 方向匀速行驶, 测得此车从 A 点行驶到 B 点所用的时间为 3 秒.



(1) 求测速点 M 到该公路的距离;

(2) 通过计算判断此车是否超速. (参考数据: $\sqrt{2}\approx 1.41$, $\sqrt{3}\approx 1.73$, $\sqrt{5}\approx 2.24$)

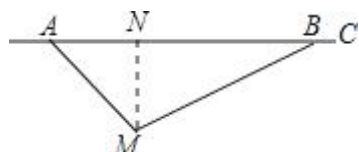
【答案】 (1) **【解答】** 解: 过 M 作 $MN \perp AB$,

在 $Rt\triangle AMN$ 中, $AM=10\sqrt{2}$, $\angle MAN=45^\circ$,

$$\therefore \sin \angle MAN = \frac{MN}{AM}, \text{ 即 } \frac{MN}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

解得: $MN=10$,

则测速点 M 到该公路的距离为 10 米;



(2) 由 1 知: $AN=MN=10$ 米,

在 $Rt\triangle MNB$ 中, $\angle MBN=30^\circ$,

$$\text{由 } \tan \angle MBN = \frac{MN}{BN}, \text{ 得: } \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10}{BN},$$

解得: $BN=10\sqrt{3}$ (米),

$$\therefore AB=AN+NB=10+10\sqrt{3}\approx 27.3 \text{ (米)},$$

$\therefore$ 汽车从 A 到 B 的平均速度为 $27.3 \div 3 = 9.1$ (米/秒),

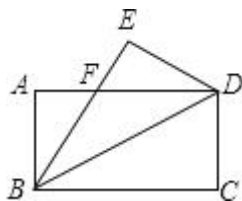
$\therefore 9.1 \text{ 米/秒} = 32.76 \text{ 千米/时} < 40 \text{ 千米/时}$,

$\therefore$ 此车没有超速.

【考点】 解直角三角形的应用

【解析】

23. (2015•贺州) 如图, 将矩形 ABCD 沿对角线 BD 对折, 点 C 落在 E 处, BE 与 AD 相交于点 F. 若 DE=4, BD=8.



(1) 求证: $AF=EF$;

(2) 求证: BF 平分 $\angle ABD$.

【答案】 (1) **【解答】** 证明: 在矩形 ABCD 中, $AB=CD$, $\angle A=\angle C=90^\circ$,

$\because \triangle BED$ 是 $\triangle BCD$ 翻折而成,

$\therefore ED=CD$, $\angle E=\angle C$,

$\therefore ED=AB$, $\angle E=\angle A$.

在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle EDF$ 中,

$$\because \begin{cases} \angle E=\angle A \\ \angle AFB=\angle EFD, \\ ED=AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle EDF$ (AAS),

$\therefore AF=EF$;

(2) 在 $Rt\triangle BCD$ 中,

$\because DC=DE=4$, $DB=8$,

$$\therefore \sin \angle CBD = \frac{DC}{DB} = \frac{1}{2},$$

$\therefore \angle CBD=30^\circ$,

$\therefore \angle EBD=\angle CBD=30^\circ$,

$\therefore \angle ABF=90^\circ-30^\circ \times 2=30^\circ$,

$\therefore \angle ABF=\angle DBF$,

$\therefore$ BF 平分 $\angle ABD$.

【考点】 全等三角形的判定与性质, 矩形的性质, 翻折变换 (折叠问题)

【解析】 (1) 先根据翻折变换的性质得出 $ED=CD$, $\angle E=\angle C$, 故 $ED=AB$, $\angle E=\angle A$. 由 AAS 定理得出 $\triangle ABF \cong \triangle EDF$, 故可得出结论;

(2) 在 $Rt\triangle BCD$ 中根据 $\sin \angle CBD = \frac{DC}{DB} = \frac{1}{2}$ 可得出 $\angle CBD=30^\circ$, $\angle EBD=\angle CBD=30^\circ$,

由直角三角形的性质可知 $\angle ABF=90^\circ-30^\circ \times 2=30^\circ$, 所以 $\angle ABF=\angle DBF$, BF 平分 $\angle ABD$.

24. (2015•贺州) 某商场销售一批同型号的彩电, 第一个月售出 50 台, 为了减少库存, 第二个月每台降价 500 元将这批彩电全部售出, 两个月的销售量的比是 9: 10, 已知第一个月的销售额与第二个月的销售额相等, 这两个月销售总额超过 40 万元.

(1) 求第一个月每台彩电销售价格;

(2) 这批彩电最少有多少台?

【答案】 (1) 【解答】解：设第一个月每台彩电售价为 x 元，则第二个月每台彩电售价为 $(x - 500)$ 元，依题意有

$$9x = 10(x - 500),$$

解得 $x = 5000$.

答：第一个月每台彩电售价为 5000 元.

(2) 设这批彩电有 y 台，依题意有

$$5000 \times 50 + (5000 - 500)(y - 50) > 400000,$$

$$\text{解得 } y > 83\frac{1}{3},$$

$\because y$ 为整数,

$$\therefore y \geq 84.$$

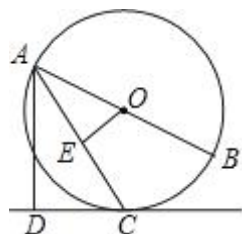
答：这批彩电最少有 84 台.

【考点】一元一次不等式的应用

【解析】 (1) 可设第一个月每台彩电售价为 x 元，则第二个月每台彩电售价为 $(x - 500)$ 元，根据等量关系：第一个月的销售额与第二个月的销售额相等，列出方程求解即可；

(2) 设这批彩电有 y 台，根据不等关系：这两个月销售总额超过 40 万元，列出不等式求解即可.

25. (2015·贺州) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 为 $\odot O$ 上一点， AC 平分 $\angle BAD$ ， $AD \perp DC$ ，垂足为 D ， $OE \perp AC$ ，垂足为 E .



(1) 求证： DC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $OE = \sqrt{3}\text{cm}$ ， $AC = 2\sqrt{13}\text{cm}$ ，求 DC 的长 (结果保留根号) .

【答案】 (1) 【解答】证明：连接 OC ,

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA,$$

$$\because AC \text{ 平分 } \angle BAD,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle OAC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle OCA,$$

$$\therefore AD \parallel OC,$$

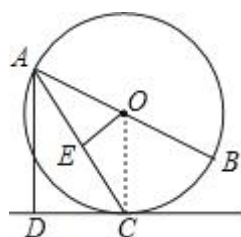
$$\therefore \angle ADC = \angle OCF,$$

$$\because AD \perp DC,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCF = 90^\circ,$$

$\therefore OC \perp CD$,
 $\because OC$ 为半径,
 $\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线.



(2) $\because OE \perp AC$,
 $\therefore AE = \frac{1}{2}AC = \sqrt{13}\text{cm}$,

在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中, $AO = \sqrt{AE^2 + OE^2} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 + (\sqrt{3})^2} = 4\text{cm}$,

由 1 得 $\angle OAC = \angle CAD$, $\angle ADC = \angle AEO = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AOE \sim \triangle ACD$,

$$\therefore \frac{OE}{DC} = \frac{AO}{AC},$$

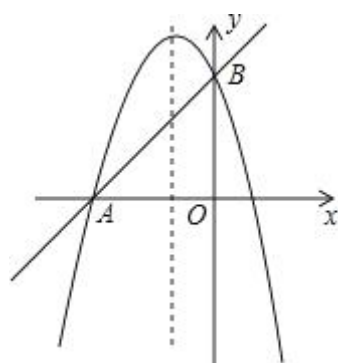
$$\text{即 } \frac{\sqrt{3}}{DC} = \frac{4}{2\sqrt{13}},$$

$$\therefore DC = \frac{\sqrt{39}}{2}\text{cm}.$$

【考点】切线的判定, 相似三角形的判定与性质

【解析】

26. (2015•贺州) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与直线 AB 相交于 $A(-3, 0)$, $B(0, 3)$ 两点.



(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) 设 C 是抛物线对称轴上的一动点, 求使 $\angle CBA = 90^\circ$ 的点 C 的坐标;

(3) 探究在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\triangle APB$ 的面积等于 3? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) 【解答】解：把点 A (- 3, 0) , B (0, 3) 代入 $y = -x^2 + bx + c$ 得：

$$\begin{cases} -9 - 3b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} b = -2 \\ c = 3 \end{cases}$

∴ 抛物线的解析式是 $y = -x^2 - 2x + 3$;

(2) 如图 1：过点 B 作 $CB \perp AB$ ，交抛物线的对称轴于点 C，过点 C 作 $CE \perp y$ 轴，垂足为点 E，

$$\because y = -x^2 - 2x + 3,$$

∴ 抛物线对称轴为直线 $x = -1$,

$$\therefore CE = 1,$$

$$\because AO = BO = 3,$$

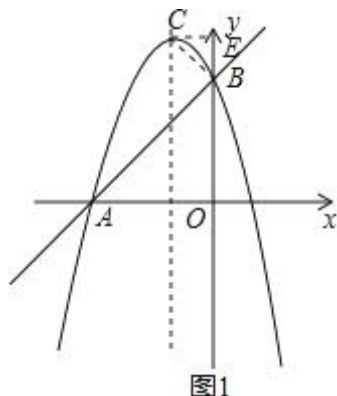
$$\therefore \angle ABO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = 45^\circ,$$

$$\therefore BE = CE = 1,$$

$$\therefore OE = OB + BE = 4,$$

∴ 点 C 的坐标为 (- 1, 4) ;



(3) 假设在在抛物线上存在点 P，使得 $\triangle APB$ 的面积等于 3，如图 2：

连接 PA，PB，过 P 作 $PD \perp AB$ 于点 D，作 $PF \parallel y$ 轴交 AB 于点 F，在 $Rt\triangle OAB$ 中，易求

$$AB = \sqrt{OB^2 + AO^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\because S_{\triangle APB} = 3,$$

$$\therefore PD = \sqrt{2}$$

$$\because \angle PFD = \angle ABO = 45^\circ,$$

$$\therefore PF = 2,$$

设点 P 的坐标为 (m, - m² - 2m + 3) ,

$$\because A (- 3, 0) , B (0, 3) ,$$

∴ 直线 AB 的解析式为 $y = x + 3$,

∴ 可设点 F 的坐标为 (m, m + 3) ,

①当点 P 在直线 AB 上方时,

可得: $-m^2 - 2m + 3 = m + 3 + 2$,

解得: $m = -1$ 或 -2 ,

∴符合条件的点 P 坐标为 $(-1, 4)$ 或 $(-2, 3)$,

②当点 P 在直线 AB 下方时,

可得: $-m^2 - 2m + 3 = m + 3 - 2$,

解得: $m = \frac{-3+\sqrt{17}}{2}$ 或 $\frac{-3-\sqrt{17}}{2}$,

∴符合条件的点 P 坐标为 $(\frac{-3+\sqrt{17}}{2}, \frac{-1+\sqrt{17}}{2})$ 或 $(\frac{-3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-1-\sqrt{17}}{2})$

综上所述符合条件的点 P 有 4 个, 坐标分别为: $(-1, 4)$ 或 $(-2, 3)$ 或 $(\frac{-3+\sqrt{17}}{2}, \frac{-1+\sqrt{17}}{2})$ 或 $(\frac{-3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-1-\sqrt{17}}{2})$.

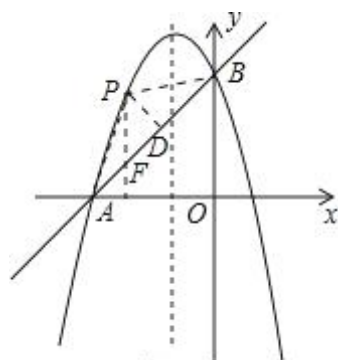


图2

【考点】二次函数的应用

【解析】 (1) 把点 A $(-3, 0)$, B $(0, 3)$ 两点的坐标分别代入抛物线解析式求出 b 和 c 的值即可;

(2) 过点 B 作 $CB \perp AB$, 交抛物线的对称轴于点 C, 过点 C 作 $CE \perp y$ 轴, 垂足为点 E, 易求点 C 的横坐标, 再求出 OE 的长, 即可得到点 C 的纵坐标;

(3) 假设在在抛物线上存在点 P, 使得 $\triangle APB$ 的面积等于 3, 连接 PA, PB, 过 P 作 $PD \perp AB$ 于点 D, 作 $PF \parallel y$ 轴交 AB 于点 F, 在 $Rt\triangle OAB$ 中, 易求 $AB = \sqrt{OB^2 + AO^2} = 3\sqrt{2}$, 设点 P 的坐标为 $(m, -m^2 - 2m + 3)$, 设点 F 的坐标为 $(m, m+3)$, 再分两种情况①当点 P 在直线 AB 上方时, ②当点 P 在直线 AB 下方时分别讨论求出符合条件点 P 的坐标即可.