

2015 年广西玉林市中考数学试卷

一.选择题（每小题 3 分，共 36 分，每小题给出的四个选项中只有一个是正确的）

1.（3 分） $\frac{1}{2}$ 的相反数是（ ）

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

2.（3 分）计算： $\cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ =$ （ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3.（3 分）下列运算中，正确的是（ ）

- A. $3a+2b=5ab$ B. $2a^3+3a^2=5a^5$
C. $3a^2b-3ba^2=0$ D. $5a^2-4a^2=1$

4.（3 分）下面角的图示中，能与 30° 角互补的是（ ）

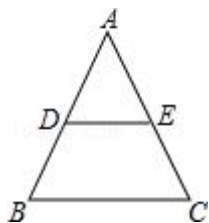


5.（3 分）如图是由七个棱长为 1 的正方体组成的一个几何体，其俯视图的面积是（ ）



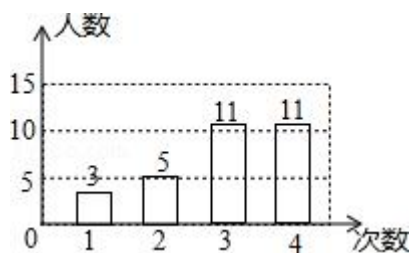
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

6.（3 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $DE \parallel BC$ ，则下列结论中不正确的是（ ）



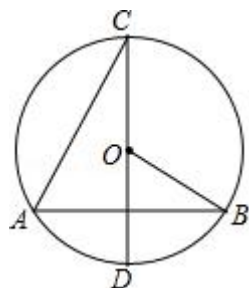
- A. $AD=AE$ B. $DB=EC$ C. $\angle ADE = \angle C$ D. $DE = \frac{1}{2}BC$

7.（3 分）学校抽查了 30 名学生参加“学雷锋社会实践”活动的次数，并根据数据绘制成了条形统计图，则 30 名学生参加活动的平均次数是（ ）



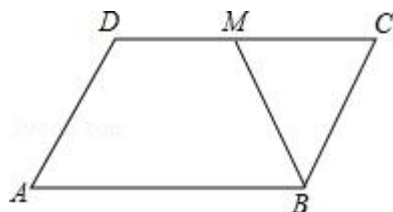
- A. 2 B. 2.8 C. 3 D. 3.3

8. (3分) 如图, 在 $\odot O$ 中, 直径 $CD \perp$ 弦 AB , 则下列结论中正确的是 ()



- A. $AC = AB$ B. $\angle C = \frac{1}{2} \angle BOD$ C. $\angle C = \angle B$ D. $\angle A = \angle BOD$

9. (3分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, BM 是 $\angle ABC$ 的平分线交 CD 于点 M , 且 $MC = 2$, $\square ABCD$ 的周长是14, 则 DM 等于 ()

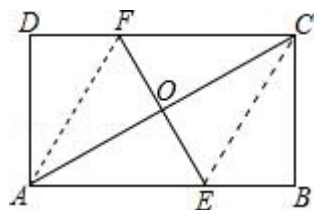


- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. (3分) 某次列车平均提速 $v \text{ km/h}$, 用相同的时间, 列车提速前行驶 $s \text{ km}$, 提速后比提速前多行驶 50 km . 设提速前列车的平均速度为 $x \text{ km/h}$, 则列方程是 ()

- A. $\frac{s}{x} = \frac{s+50}{x+v}$ B. $\frac{s}{x+v} = \frac{s+50}{x}$ C. $\frac{s}{x} = \frac{s+50}{x-v}$ D. $\frac{s}{x-v} = \frac{s+50}{x}$

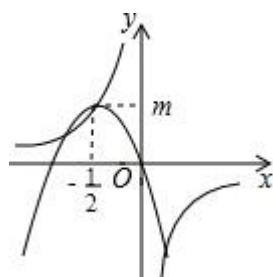
11. (3分) 如图, $ABCD$ 是矩形纸片, 翻折 $\angle B$, $\angle D$, 使 AD , BC 边与对角线 AC 重叠, 且顶点 B , D 恰好落在同一点 O 上, 折痕分别是 CE , AF , 则 $\frac{AE}{EB}$ 等于 ()



- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 1.5 D. $\sqrt{2}$

12. (3分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过二次函数 $y = ax^2 + bx$ 图象的顶点 $(-\frac{1}{2}, m)$

($m > 0$), 则有 ()



- A. $a = b + 2k$ B. $a = b - 2k$ C. $k < b < 0$ D. $a < k < 0$

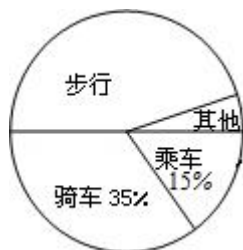
二.填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) 计算: $3 - (-1) =$ _____.

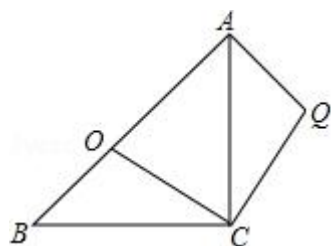
14. (3 分) 将太阳半径 $696000km$ 这个数值用科学记数法表示是 _____ km .

15. (3 分) 分解因式: $2x^2 + 4x + 2 =$ _____.

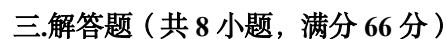
16. (3 分) 某校对学生上学方式进行了一次抽样调查, 并根据此次调查结果绘制了一个不完整的扇形统计图, 其中“其他”部分所对应的圆心角是 36° , 则“步行”部分所占百分比是 _____.



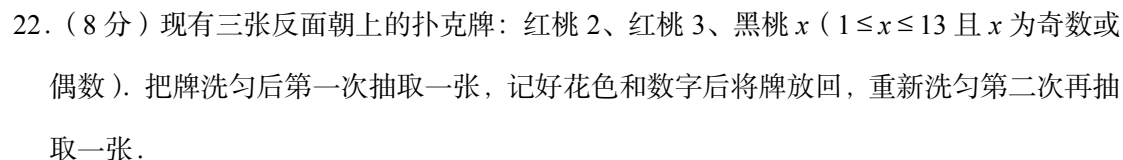
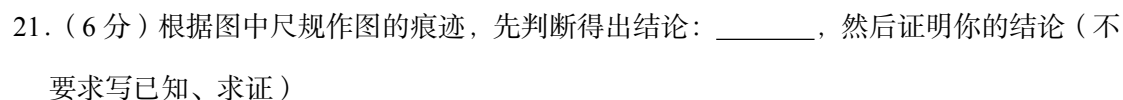
17. (3 分) 如图, 等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 O 分斜边 AB 为 $BO:OA = 1:\sqrt{3}$, 将 $\triangle BOC$ 绕 C 点顺时针方向旋转到 $\triangle AQC$ 的位置, 则 $\angle AQC =$ _____.



18. (3 分) 如图, 已知正方形 $ABCD$ 边长为 3, 点 E 在 AB 边上且 $BE = 1$, 点 P, Q 分别是边 BC, CD 的动点 (均不与顶点重合), 当四边形 $AEPQ$ 的周长取最小值时, 四边形 $AEPQ$ 的面积是 _____.

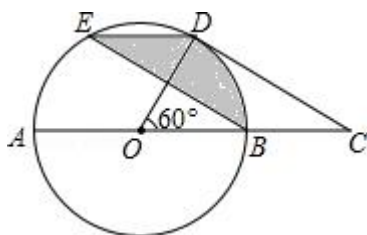


20. (6分) 解不等式组: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-1 < \frac{3x}{4} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



(2) 当甲选择 x 为奇数, 乙选择 x 为偶数时, 他们两次抽得的数字和是奇数的可能性大小一样吗? 请说明理由. (提示: 三张扑克牌可以分别简记为红 2、红 3、黑 x)

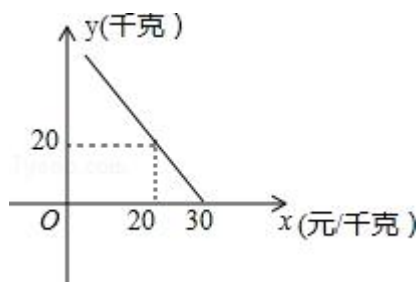
(2) 已知图中阴影部分面积为 6π ，求 $\odot O$ 的半径 r 。



24. (9分) 某超市对进货价为 10 元/千克的某种苹果的销售情况进行统计, 发现每天销售量 y (千克) 与销售价 x (元/千克) 存在一次函数关系, 如图所示.

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式 (不要求写出 x 的取值范围);

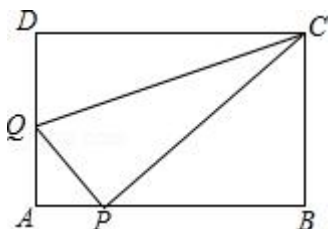
(2) 应怎样确定销售价, 使该品种苹果的每天销售利润最大? 最大利润是多少?



25. (10分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=5$, $AD=3$, 点 P 是 AB 边上一点 (不与 A , B 重合), 连接 CP , 过点 P 作 $PQ \perp CP$ 交 AD 边于点 Q , 连接 CQ .

(1) 当 $\triangle CDQ \cong \triangle CPQ$ 时, 求 AQ 的长;

(2) 取 CQ 的中点 M , 连接 MD , MP , $MD \perp MP$, 求 AQ 的长.

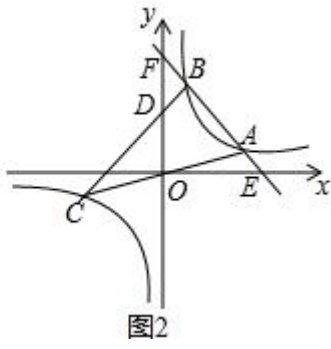
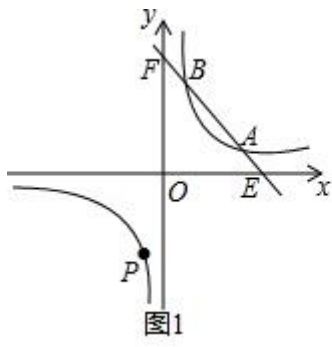


26. (12分) 已知: 一次函数 $y = -2x+10$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象相交于 A , B 两点 (A 在 B 的右侧).

(1) 当 $A(4, 2)$ 时, 求反比例函数的解析式及 B 点的坐标;

(2) 在 (1) 的条件下, 反比例函数图象的另一支上是否存在一点 P , 使 $\triangle PAB$ 是以 AB 为直角边的直角三角形? 若存在, 求出所有符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 当 $A(a, -2a+10)$, $B(b, -2b+10)$ 时, 直线 OA 与此反比例函数图象的另一支交于另一点 C , 连接 BC 交 y 轴于点 D . 若 $\frac{BC}{BD} = \frac{5}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



2015 年广西玉林市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一.选择题（每小题 3 分，共 36 分，每小题给出的四个选项中只有一个是正确的）

1. 【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数解答.

【解答】解： $\frac{1}{2}$ 的相反数是 $-\frac{1}{2}$.

故选：A.

【点评】本题主要考查了互为相反数的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键.

2. 【分析】首先根据 $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，分别求出 $\cos^2 45^\circ$ 、 $\sin^2 45^\circ$ 的值是多少；然后把它们求和，求出 $\cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ$ 的值是多少即可.

【解答】解： $\because \cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\begin{aligned} \therefore \cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= 1. \end{aligned}$$

故选：B.

【点评】此题主要考查了特殊角的三角函数值，要熟练掌握，解答此类问题的关键是要明确：（1） 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值；（2）一个角正弦的平方加余弦的平方等于 1.

3. 【分析】先根据同类项的概念进行判断是否是同类项，然后根据合并同类项的法则，即系数相加作为系数，字母和字母的指数不变计算进行判断.

【解答】解：A、 $3a$ 和 $2b$ 不是同类项，不能合并，A 错误；

B、 $2a^3$ 和 $3a^2$ 不是同类项，不能合并，B 错误；

C、 $3a^2b - 3ba^2 = 0$ ，C 正确；

D、 $5a^2 - 4a^2 = a^2$ ，D 错误，

故选：C.

【点评】本题主要考查的是同类项的概念和合并同类项的法则，掌握合并同类项的法则：系数相加作为系数，字母和字母的指数不变.

4. 【分析】先求出 30° 的补角为 150° ，再测量度数等于 150° 的角即可求解．

【解答】解： 30° 角的补角 $= 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ ，是钝角，

结合各图形，只有选项 D 是钝角，

所以，能与 30° 角互补的是选项 D ．

故选： D ．

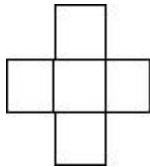
【点评】本题考查了互为补角的定义，根据补角的定义求出 30° 角的补角是钝角是解题的关键．

5. 【分析】根据从上面看得到的图形是俯视图，根据题意画出图形即可求解．

【解答】解：由七个棱长为 1 的正方体组成的一个几何体，其俯视图如图所示；

$\therefore$ 其俯视图的面积 $= 5$ ，

故选： C ．



【点评】本题考查了简单组合体的三视图，先确定俯视图，再求面积．

6. 【分析】由 DE 与 BC 平行，得到三角形 ADE 与三角形 ABC 相似，由相似得比例，根据 $AB = AC$ ，得到 $AD = AE$ ，进而确定出 $DB = EC$ ，再由两直线平行同位角相等，以及等腰三角形的底角相等，等量代换得到 $\angle ADE = \angle C$ ，而 DE 不一定为中位线，即 DE 不一定为 BC 的一半，即可得到正确选项．

【解答】解： $\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \quad \angle ADE = \angle B,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore AD = AE, \quad DB = EC, \quad \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle C,$$

而 DE 不一定等于 $\frac{1}{2}BC$ ，

故选： D ．

【点评】此题考查了等腰三角形的判定与性质，以及平行线的性质，熟练掌握等腰三角形的判定与性质是解本题的关键．

7. 【分析】平均数的计算方法是求出所有数据的和，然后除以数据的总个数．注意本题不是

求 3, 5, 11, 11 这四个数的平均数.

$$\begin{aligned}& \text{【解答】解: } (3 \times 1 + 5 \times 2 + 11 \times 3 + 11 \times 4) \div 30 \\&= (3 + 10 + 33 + 44) \div 30 \\&= 90 \div 30 \\&= 3.\end{aligned}$$

故 30 名学生参加活动的平均次数是 3.

故选: C.

【点评】本题考查加权平均数, 条形统计图和利用统计图获取信息的能力; 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题.

8. 【分析】根据垂径定理得出 $\widehat{AD} = \widehat{BD}$, $\widehat{AC} = \widehat{BC}$, 根据以上结论判断即可.

【解答】解: A、根据垂径定理不能推出 $AC = AB$, 故 A 选项错误;

B、 $\because$ 直径 $CD \perp$ 弦 AB ,

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{BD},$$

$\because \widehat{AD}$ 对的圆周角是 $\angle C$, $\widehat{BD}$ 对的圆心角是 $\angle BOD$,

$\therefore \angle BOD = 2\angle C$, 故 B 选项正确;

C、不能推出 $\angle C = \angle B$, 故 C 选项错误;

D、不能推出 $\angle A = \angle BOD$, 故 D 选项错误;

故选: B.

【点评】本题考查了垂径定理的应用, 关键是根据学生的推理能力和辨析能力来分析.

9. 【分析】根据 BM 是 $\angle ABC$ 的平分线和 $AB \parallel CD$, 求出 $BC = MC = 2$, 根据 $\square ABCD$ 的周长是 14, 求出 $CD = 5$, 得到 DM 的长.

【解答】解: $\because BM$ 是 $\angle ABC$ 的平分线,

$$\therefore \angle ABM = \angle CBM,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABM = \angle BMC,$$

$$\therefore \angle BMC = \angle CBM,$$

$$\therefore BC = MC = 2,$$

$$\because \square ABCD \text{ 的周长是 } 14,$$

$$\therefore BC + CD = 7,$$

$$\therefore CD = 5,$$

$$\text{则 } DM = CD - MC = 3,$$

故选：C.

【点评】本题考查的是平行四边形的性质和角平分线的定义，根据平行四边形的对边相等求出 $BC+CD$ 是解题的关键，注意等腰三角形的性质的正确运用.

10. 【分析】首先根据行程问题中速度、时间、路程的关系：时间 = 路程 ÷ 速度，用列车提速前行驶的路程除以提速前的速度，求出列车提速前行驶 $s\text{km}$ 用的时间是多少；然后用列车提速后行驶的路程除以提速后的速度，求出列车提速后行驶 $s+50\text{km}$ 用的时间是多少；最后根据列车提速前行驶 $s\text{km}$ 和列车提速后行驶 $s+50\text{km}$ 时间相同，列出方程即可.

【解答】解：列车提速前行驶 $s\text{km}$ 用的时间是 $\frac{s}{x}$ 小时，

列车提速后行驶 $s+50\text{km}$ 用的时间是 $\frac{s+50}{x+v}$ 小时，

因为列车提速前行驶 $s\text{km}$ 和列车提速后行驶 $s+50\text{km}$ 时间相同，

所以列方程是 $\frac{s}{x} = \frac{s+50}{x+v}$.

故选：A.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程问题，解答此类问题的关键是分析题意找出相等关系，（1）在确定相等关系时，一是要理解一些常用的数量关系和一些基本做法，如行程问题中的相遇问题和追击问题，最重要的是相遇的时间相等、追击的时间相等.（2）列分式方程解应用题要多思、细想、深思，寻求多种解法思路.

11. 【分析】根据矩形的性质和折叠的性质，得到 $AO = AD$, $CO = BC$, $\angle AOE = \angle COF = 90^\circ$ ，从而 $AO = CO$, $AC = AO + CO = AD + BC = 2BC$ ，得到 $\angle CAB = 30^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，进一步得到 $\angle BCE = \frac{1}{2}\angle ACB = 30^\circ$ ，所以 $BE = \frac{1}{2}CE$ ，再证明 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ ，得到 $OE = OF$ ，所以四边形 $AECF$ 为菱形，所以 $AE = CE$ ，得到 $BE = \frac{1}{2}AE$ ，即可解答.

【解答】解： $\because ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AD = BC, \angle B = 90^\circ,$$

$\because$ 翻折 $\angle B, \angle D$ ，使 AD, BC 边与对角线 AC 重叠，且顶点 B, D 恰好落在同一点 O 上，

$$\therefore AO = AD, CO = BC, \angle AOE = \angle COF = 90^\circ,$$

$$\therefore AO = CO, AC = AO + CO = AD + BC = 2BC,$$

$$\therefore \angle CAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \frac{1}{2} \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} CE$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle FCO,$$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中,

$$\begin{cases} \angle OAE = \angle FCO \\ AO = CO \\ \angle AOE = \angle COF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF,$$

$$\therefore OE = OF,$$

$\therefore EF$ 与 AC 互相垂直平分,

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 为菱形,

$$\therefore AE = CE,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AE,$$

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{AE}{\frac{1}{2} AE} = 2,$$

故选: B .

【点评】 本题考查了折叠的性质, 解决本题的关键是由折叠得到相等的边, 利用直角三角形的性质得到 $\angle CAB = 30^\circ$, 进而得到 $BE = \frac{1}{2} CE$, 在利用菱形的判定定理与性质定理解决问题.

12. **【分析】** 把 $(-\frac{1}{2}, m)$ 代入 $y = ax^2 + bx$ 图象的顶点坐标公式得到顶点 $(-\frac{1}{2}, -\frac{a}{4})$,

再把 $(-\frac{1}{2}, -\frac{a}{4})$ 代入 $\frac{k}{x}$ 得到 $k = \frac{a}{8}$, 由图象的特征即可得到结论.

【解答】 解: $\because y = ax^2 + bx$ 图象的顶点 $(-\frac{1}{2}, m)$,

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}, \text{ 即 } b = a, \therefore m = \frac{-b^2}{4a} = -\frac{a}{4},$$

$$\therefore \text{顶点 } (-\frac{1}{2}, -\frac{a}{4}),$$

$$\text{把 } x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{a}{4} \text{ 代入反比例解析式得: } k = \frac{a}{8},$$

由图象知：抛物线的开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore a < k < 0,$$

故选：D.

【点评】 本题考查了二次函数的性质，反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握反比例函数图象上点的坐标特征是解题的关键.

二.填空题（共6小题，每小题3分，共18分）

13. **【分析】** 先根据有理数减法法则，把减法变成加法，再根据加法法则求出结果.

【解答】 解： $3 - (-1) = 3 + 1 = 4,$

故答案为4.

【点评】 本题主要考查了有理数加减法则，能理解熟记法则是解题的关键.

14. **【分析】** 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解： $696000 = 6.96 \times 10^5,$

故答案为： 6.96×10^5 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

15. **【分析】** 根据提公因式，可得完全平方公式，根据完全平方公式，可得答案.

【解答】 解： 原式 $= 2(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)^2,$

故答案为： $2(x + 1)^2$.

【点评】 本题考查了因式分解，先提取公因式2，再利用和的平方公式.

16. **【分析】** 先根据“其他”部分所对应的圆心角是 36° ，算出“其他”所占的百分比，再计算“步行”部分所占百分比，即可解答.

【解答】 解： $\because$ “其他”部分所对应的圆心角是 36° ，

$$\therefore \text{“其他”部分所对应的百分比为：} \frac{36}{360} \times 100\% = 10\%,$$

$$\therefore \text{“步行”部分所占百分比为：} 100\% - 10\% - 15\% - 35\% = 40\%,$$

故答案为：40%.

【点评】 本题考查的是扇形统计图，熟知从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数

量之间的关系是解答此题的关键.

17. **【分析】** 连接 OQ ，由旋转的性质可知： $\triangle AQC \cong \triangle BOC$ ，从而推出 $\angle OAQ = 90^\circ$ ， $\angle OCQ = 90^\circ$ ，再根据特殊直角三角形边的关系，分别求出 $\angle AQO$ 与 $\angle OQC$ 的值，可求出结果.

【解答】 解：连接 OQ ，

$$\because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle B = 45^\circ,$$

由旋转的性质可知： $\triangle AQC \cong \triangle BOC$ ，

$$\therefore AQ = BO, CQ = CO, \angle QAC = \angle B = 45^\circ, \angle ACQ = \angle BCO,$$

$$\therefore \angle OAQ = \angle BAC + \angle CAQ = 90^\circ, \angle OCQ = \angle OCA + \angle ACQ = \angle OCA + \angle BCO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OQC = 45^\circ,$$

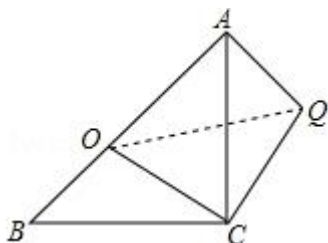
$$\because BO : OA = 1 : \sqrt{3},$$

$$\text{设 } BO = 1, OA = \sqrt{3},$$

$$\therefore AQ = 1, \text{ 则 } \tan \angle AQO = \frac{AO}{AQ} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle AQO = 60^\circ,$$

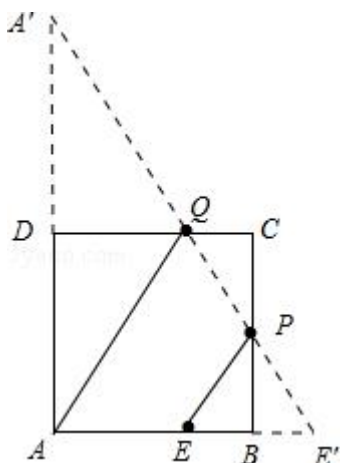
$$\therefore \angle AQC = 105^\circ.$$



【点评】 本题主要考查了图形旋转的性质，特殊角直角三角形的边角关系，掌握图形旋转的性质，熟记特殊直角三角形的边角关系是解决问题的关键.

18. **【分析】** 根据最短路径的求法，先确定点 E 关于 BC 的对称点 E' ，再确定点 A 关于 DC 的对称点 A' ，连接 $A'E'$ 即可得出 P, Q 的位置；再根据相似得出相应的线段长从而可求得四边形 $AEPQ$ 的面积.

【解答】 解：如图 1 所示：



作 E 关于 BC 的对称点 E' ，点 A 关于 DC 的对称点 A' ，连接 $A'E'$ ，四边形 $AEPQ$ 的周长最小，

$$\because AD = A'D = 3, BE = BE' = 1,$$

$$\therefore AA' = 6, AE' = 4.$$

$$\because DQ \parallel AE', D \text{ 是 } AA' \text{ 的中点},$$

$$\therefore DQ \text{ 是 } \triangle AA'E' \text{ 的中位线},$$

$$\therefore DQ = \frac{1}{2}AE' = 2; CQ = DC - DQ = 3 - 2 = 1,$$

$$\because BP \parallel AA',$$

$$\therefore \triangle BE'P \sim \triangle AE'A',$$

$$\therefore \frac{BP}{AA'} = \frac{BE'}{AE'}, \text{ 即 } \frac{BP}{6} = \frac{1}{4}, BP = \frac{3}{2}, CP = BC - BP = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2},$$

$$S_{\text{四边形 } AEPQ} = S_{\text{正方形 } ABCD} - S_{\triangle ADQ} - S_{\triangle PCQ} - S_{\triangle BEP}$$

$$= 9 - \frac{1}{2}AD \cdot DQ - \frac{1}{2}CQ \cdot CP - \frac{1}{2}BE \cdot BP$$

$$= 9 - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{9}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{9}{2}.$$

【点评】 本题考查了轴对称，利用轴对称确定 A' 、 E' ，连接 $A'E'$ 得出 P 、 Q 的位置是解题关键，又利用了相似三角形的判定与性质，图形分割法是求面积的重要方法．

三.解答题（共 8 小题，满分 66 分）

19. **【分析】** 原式第一项利用零指数幂法则计算，第二项利用算术平方根定义计算，最后一项利用绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果．

【解答】解：原式 $= 1 \times 6 - 4 + \pi - 2 = \pi$.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

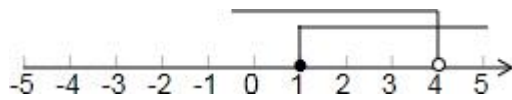
20. 【分析】分别求出不等式组中两不等式的解集，找出解集的公共部分确定出不等式组的解集，表示在数轴上即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} x-1 \geq 0 & \text{①} \\ x-1 < \frac{3x}{4} & \text{②} \end{cases}$$

由①得： $x \geq 1$,

由②得： $x < 4$,

则不等式组的解集为 $1 \leq x < 4$,



【点评】此题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. 【分析】根据图中尺规作图的痕迹可知， $OC = OD$ ， $CM = DM$ ，根据全等三角形的判定和性质得到答案.

【解答】解：结论： OM 平分 $\angle BOA$ ，

证明：由作图的痕迹可知， $OC = OD$ ， $CM = DM$ ，

在 $\triangle COM$ 和 $\triangle DOM$ 中，

$$\begin{cases} OC=OD \\ CM=DM, \\ OM=OM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle COM \cong \triangle DOM,$$

$$\therefore \angle COM = \angle DOM,$$

$$\therefore OM \text{ 平分 } \angle BOA.$$

【点评】本题考查的是角平分线的作法和全等三角形的判定和性质，掌握基本尺规作图的步骤和全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

22. 【分析】(1) 如图，根据树状图求出所有可能的结果有 9 种，两次抽得相同花色的可能性有 5 种，即可得到结果；

(2) 根据树状图求出两次抽得的数字和是奇数的可能性再分别求出他们两次抽得的数字和是奇数的概率比较即可.

【解答】解：(1) 如图，所有可能的结果有 9 种，两次抽得相同花色的可能性有 5 种，

$$\therefore P_{(\text{相同花色})} = \frac{5}{9},$$

$\therefore$ 两次抽得相同花色的概率为: $\frac{5}{9}$;

(2) 他们两次抽得的数字和是奇数的可能性大小一样,

$\because x$ 为奇数, 两次抽得的数字和是奇数的可能性有 4 种,

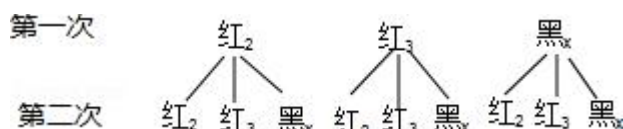
$$\therefore P_{(\text{甲})} = \frac{4}{9},$$

$\because x$ 为偶数, 两次抽得的数字和是奇数的可能性有 4 种,

$$\therefore P_{(\text{乙})} = \frac{4}{9},$$

$$\therefore P_{(\text{甲})} = P_{(\text{乙})},$$

$\therefore$ 他们两次抽得的数字和是奇数的可能性大小一样.



【点评】 本题考查了树状图法求概率, 解决这类题的关键是正确的画出树状图.

23. **【分析】** (1) 由 $\angle BOD = 60^\circ$ E 为 $\widehat{AD}$ 的中点, 得到 $\widehat{AE} = \widehat{DE} = \widehat{BD}$, 于是得到 $DE \parallel BC$, 根据 CD 是 $\odot O$ 的切线, 得到 $OD \perp CD$, 于是得到 $BE \parallel CD$, 即可证得四边形 $BCDE$ 是平行四边形;

(2) 连接 OE , 由 (1) 知, $\widehat{AE} = \widehat{DE} = \widehat{BD}$, 得到 $\angle BOE = 120^\circ$, 根据扇形的面积公式列方程即可得到结论.

【解答】 解: (1) $\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle CDO = 90^\circ$, $\because \angle BOD = 60^\circ$,

$$\therefore \angle C = 30^\circ, \angle AOD = 120^\circ,$$

$\because E$ 为 $\widehat{AD}$ 的中点,

$$\therefore \angle AOE = \angle DOE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = 120^\circ,$$

$$\because OE = OB,$$

$$\therefore \angle OEB = \angle OBE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle OBE = \angle E,$$

$$\therefore DE \parallel BC, BE \parallel CD,$$

∴ 四边形 $BCDE$ 是平行四边形；

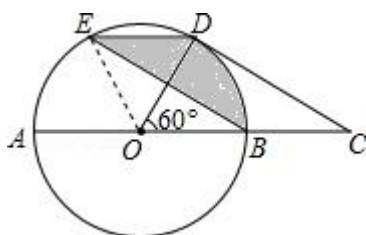
(2) 连接 OE ，由 (1) 知， $\widehat{AE} = \widehat{DE} = \widehat{BD}$ ，

∴ $\angle BOE = 120^\circ$ ，

∴ 阴影部分面积为 6π ，

$$\therefore \frac{60 \cdot \pi \cdot r^2}{360^\circ} = 6\pi,$$

∴ $r = 6$.



【点评】 本题考查了切线的性质，平行四边形的判定，扇形的面积公式，垂径定理，证明 $\widehat{AE} = \widehat{DE} = \widehat{BD}$ 是解题的关键.

24. **【分析】** (1) 由图象过点 $(20, 20)$ 和 $(30, 0)$ ，利用待定系数法求直线解析式；

(2) 每天利润 = 每千克的利润 $\times$ 销售量. 据此列出表达式，运用函数性质解答.

【解答】 解：(1) 设 $y = kx + b$ ，由图象可知，

$$\begin{cases} 20k + b = 20 \\ 30k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解之，得：} \begin{cases} k = -2 \\ b = 60 \end{cases},$$

$$\therefore y = -2x + 60;$$

$$(2) p = (x - 10)y$$

$$= (x - 10)(-2x + 60)$$

$$= -2x^2 + 80x - 600,$$

$$\because a = -2 < 0,$$

∴ p 有最大值，

$$\text{当 } x = -\frac{80}{-2 \times 2} = 20 \text{ 时，} p_{\text{最大值}} = 200.$$

即当销售单价为 20 元/千克时，每天可获得最大利润 200 元.

【点评】 此题主要考查了待定系数法求一次函数解析式以及求二次函数最值等知识，解题的关键是理解题意，根据题意求得函数解析式，注意待定系数法的应用，注意数形结

合思想的应用.

25. 【分析】(1) 根据全等三角形的性质求得 $DQ = PQ$, $PC = DC = 5$, 然后利用勾股定理即可求得;

(2) 方法 1、过 M 作 $EF \perp CD$ 于 F , 则 $EF \perp AB$, 先证得 $\triangle MDF \cong \triangle PME$, 求得 $ME = DF = \frac{5}{2}$, 然后根据梯形的中位线的性质定理即可求得.

方法 2、先利用三角形的外角和 $\angle DMP = 90^\circ$, 得出 $\angle DCP = 90^\circ$, 得出 $BP = BC = 3$, 再判断出 $AQ = AP = 2$ 即可.

【解答】解: (1) $\because \triangle CDQ \cong \triangle CPQ$,

$$\therefore DQ = PQ, PC = DC,$$

$$\because AB = DC = 5, AD = BC = 3,$$

$$\therefore PC = 5,$$

$$\text{在 Rt}\triangle PBC \text{ 中, } PB = \sqrt{PC^2 - BC^2} = 4,$$

$$\therefore PA = AB - PB = 5 - 4 = 1,$$

$$\text{设 } AQ = x, \text{ 则 } DQ = PQ = 3 - x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle PAQ \text{ 中, } (3 - x)^2 = x^2 + 1^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{4}{3},$$

$$\therefore AQ = \frac{4}{3}.$$

(2) 方法 1, 如图 2, 过 M 作 $EF \perp CD$ 于 F , 则 $EF \perp AB$,

$$\because MD \perp MP,$$

$$\therefore \angle PMD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PME + \angle DMF = 90^\circ,$$

$$\because \angle FDM + \angle DMF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MDF = \angle PME,$$

$\because M$ 是 QC 的中点,

$$\therefore DM = \frac{1}{2}QC, PM = \frac{1}{2}QC,$$

$$\therefore DM = PM,$$

在 $\triangle MDF$ 和 $\triangle PME$ 中,

$$\begin{cases} \angle MDF = \angle PME \\ \angle DFM = \angle MEP, \\ DM = PM \end{cases}$$

$\therefore \triangle MDF \cong \triangle PME$ (AAS),

$\therefore ME = DF, PE = MF,$

$\because EF \perp CD, AD \perp CD,$

$\therefore EF \parallel AD,$

$\therefore QM = MC,$

$\therefore DF = CF = \frac{1}{2}DC = \frac{5}{2},$

$\therefore ME = \frac{5}{2},$

$\because ME$ 是梯形 $ABCQ$ 的中位线,

$\therefore 2ME = AQ + BC$, 即 $5 = AQ + 3$,

$\therefore AQ = 2$.

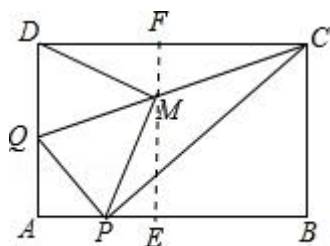


图2

方法 2、 $\because$ 点 M 是 $\text{Rt}\triangle CDQ$ 的斜边 CQ 中点,

$\therefore DM = CM,$

$\therefore \angle DMQ = 2\angle DCQ,$

$\because$ 点 M 是 $\text{Rt}\triangle CPQ$ 的斜边的中点,

$\therefore MP = CM,$

$\therefore \angle PMQ = 2\angle PCQ,$

$\because \angle DMP = 90^\circ$,

$\therefore 2\angle DCQ + 2\angle PCQ = 90^\circ$,

$\therefore \angle PCD = 45^\circ$, $\angle BCP = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,

$\therefore \angle BPC = 45^\circ = \angle BCP$, $\therefore BP = BC = 3$,

$\because \angle CPQ = 90^\circ$,

$\therefore \angle APQ = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,

$$\therefore \angle AQP = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ = \angle APQ,$$

$$\therefore AQ = AP = 2.$$

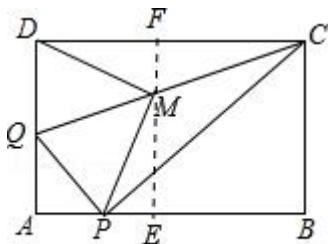


图2

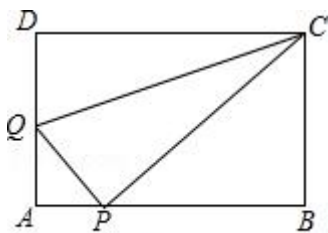


图1

【点评】 本题考查了矩形的性质，三角形全等的判定和性质，勾股定理的应用，直角三角形斜边中线的性质，梯形的中位线的性质等，(2)求得 $\triangle MDF \cong \triangle PME$ 是本题的关键.

26. 【分析】 (1) 只需把点 A 的坐标代入反比例函数的解析式，就可求出反比例函数的解析式；解一次函数与反比例函数的解析式组成的方程组，就可得到点 B 的坐标；

(2) $\triangle PAB$ 是以 AB 为直角边的直角三角形，可分两种情况讨论：①若 $\angle BAP = 90^\circ$ ，过点 A 作 $AH \perp OE$ 于 H ，设 AP 与 x 轴的交点为 M ，如图 1，易得 $OE = 5$ ， $OH = 4$ ， $AH = 2$ ， $HE = 1$ 。易证 $\triangle AHM \sim \triangle EHA$ ，根据相似三角形的性质可求出 MH ，从而得到点 M 的坐标，然后用待定系数法求出直线 AP 的解析式，再解直线 AP 与反比例函数的解析式组成的方程组，就可得到点 P 的坐标；②若 $\angle ABP = 90^\circ$ ，同理即可得到点 P 的坐标；

(3) 过点 B 作 $BS \perp y$ 轴于 S ，过点 C 作 $CT \perp y$ 轴于 T ，连接 OB ，如图 2，易证 $\triangle CTD \sim \triangle BSD$ ，根据相似三角形的性质可得 $\frac{CT}{BS} = \frac{CD}{BD} = \frac{3}{2}$ 。由 $A(a, -2a+10)$ ， $B(b, -2b+10)$ ，

可得 $C(-a, 2a-10)$ ， $CT=a$ ， $BS=b$ ，即可得到 $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ ，即 $b = \frac{2}{3}a$ 。由 A 、 B 都在反比例函数的图象上可得 $a(-2a+10) = b(-2b+10)$ ，把 $b = \frac{2}{3}a$ 代入即可求出 a 的值，

从而得到点 A 、 B 、 C 的坐标，运用待定系数法求出直线 BC 的解析式，从而得到点 D 的坐标及 OD 的值，然后运用割补法可求出 $S_{\triangle COB}$ ，再由 $OA = OC$ 可得 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle COB}$ ，问题得以解决。

【解答】 解：(1) 把 $A(4, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ ，得 $k = 4 \times 2 = 8$ 。

∴反比例函数的解析式为 $y = \frac{8}{x}$.

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = -2x + 10 \\ y = \frac{8}{x} \end{cases}, \text{得}$$
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases},$$

∴点 B 的坐标为 $(1, 8)$;

(2) ①若 $\angle BAP = 90^\circ$,

过点 A 作 $AH \perp OE$ 于 H , 设 AP 与 x 轴的交点为 M , 如图 1,

对于 $y = -2x + 10$,

当 $y = 0$ 时, $-2x + 10 = 0$, 解得 $x = 5$,

∴点 $E(5, 0)$, $OE = 5$.

∵ $A(4, 2)$, ∴ $OH = 4$, $AH = 2$,

∴ $HE = 5 - 4 = 1$.

∵ $AH \perp OE$, ∴ $\angle AHM = \angle AHE = 90^\circ$.

又 ∵ $\angle BAP = 90^\circ$,

∴ $\angle AME + \angle AEM = 90^\circ$, $\angle AME + \angle MAH = 90^\circ$,

∴ $\angle MAH = \angle AEM$,

∴ $\triangle AHM \sim \triangle EHA$,

$$\therefore \frac{AH}{EH} = \frac{MH}{AH},$$

$$\therefore \frac{2}{1} = \frac{MH}{2},$$

∴ $MH = 4$,

∴ $M(0, 0)$,

可设直线 AP 的解析式为 $y = mx$

则有 $4m = 2$, 解得 $m = \frac{1}{2}$,

∴直线 AP 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x$,

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y = \frac{8}{x} \end{cases}, \text{得}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \end{cases},$$

∴ 点 P 的坐标为 $(-4, -2)$.

② 若 $\angle ABP = 90^\circ$,

同理可得：点 P 的坐标为 $(-16, -\frac{1}{2})$.

综上所述：符合条件的点 P 的坐标为 $(-4, -2)$ 、 $(-16, -\frac{1}{2})$;

(3) 过点 B 作 $BS \perp y$ 轴于 S ，过点 C 作 $CT \perp y$ 轴于 T ，连接 OB ，如图 2，

则有 $BS \parallel CT$,

$$\therefore \triangle CTD \sim \triangle BSD,$$

$$\therefore \frac{CD}{BD} = \frac{CT}{BS}.$$

$$\therefore \frac{BC}{BD} = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \frac{CT}{BS} = \frac{CD}{BD} = \frac{3}{2}.$$

$$\because A(a, -2a+10), B(b, -2b+10),$$

$$\therefore C(-a, 2a-10), CT=a, BS=b,$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{3}{2}, \text{ 即 } b = \frac{2}{3}a.$$

$\because A(a, -2a+10), B(b, -2b+10)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

$$\therefore a(-2a+10) = b(-2b+10),$$

$$\therefore a(-2a+10) = \frac{2}{3}a(-2 \times \frac{2}{3}a+10).$$

$$\because a \neq 0,$$

$$\therefore -2a+10 = \frac{2}{3}(-2 \times \frac{2}{3}a+10),$$

解得： $a = 3$.

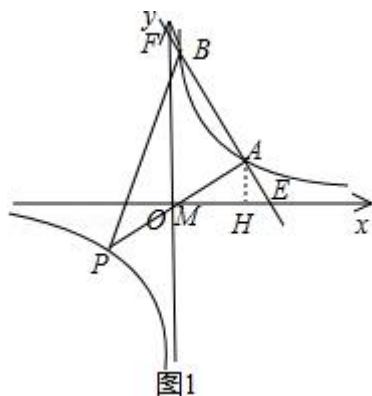
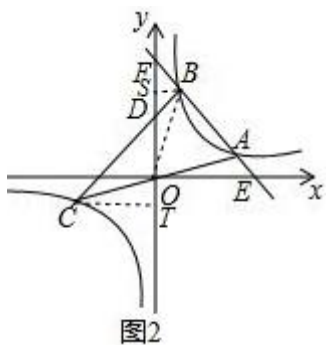
$$\therefore A(3, 4), B(2, 6), C(-3, -4).$$

设直线 BC 的解析式为 $y = px + q$,

$$\text{则有 } \begin{cases} 2p+q=6 \\ -3p+q=-4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} p=2 \\ q=2 \end{cases},$$

∴ 直线 BC 的解析式为 $y = 2x + 2$.

$$\begin{aligned}\therefore S_{\triangle COB} &= S_{\triangle ODC} + S_{\triangle ODB} \\ &= \frac{1}{2} OD \cdot CT + \frac{1}{2} OD \cdot BS \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 5. \\ \therefore OA &= OC, \\ \therefore S_{\triangle AOB} &= S_{\triangle COB}, \\ \therefore S_{\triangle ABC} &= 2S_{\triangle COB} = 10.\end{aligned}$$


第 23 页 (共 23 页)