

2014 年广西贵港市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）每小题都给出标号为 A、B、C、D 的四个选项，其中只有一个是正确的.

1. (3 分) (2014•贵港) 5 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. 5 D. -5

2. (3 分) (2014•贵港) 中国航母辽宁舰是中国人民海军第一艘可以搭载固定翼飞机的航空母舰，满载排水量为 67500 吨，这个数据用科学记数法表示为 ()



- A. 6.75×10^4 吨 B. 6.75×10^3 吨 C. 6.75×10^5 吨 D. 6.75×10^{-4} 吨

3. (3 分) (2014•贵港) 某市 5 月份连续五天的日最高气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$) 分别为: 33, 30, 30, 32, 35. 则这组数据的中位数和平均数分别是 ()

- A. 32, 33 B. 30, 32 C. 30, 31 D. 32, 32

4. (3 分) (2014•贵港) 下列运算正确的是 ()

- A. $2a - a = 1$ B. $(a - 1)^2 = a^2 - 1$ C. $a \cdot a^2 = a^3$ D. $(2a)^2 = 2a^2$

5. (3 分) (2014•贵港) 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A. 正三角形 B. 平行四边形 C. 矩形 D. 正五边形

6. (3 分) (2014•贵港) 分式方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{3}{x^2-1}$ 的解是 ()

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. 无解

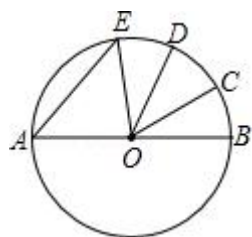
7. (3 分) (2014•贵港) 下列命题中，属于真命题的是 ()

- A. 同位角相等 B. 正比例函数是一次函数
C. 平分弦的直径垂直于弦 D. 对角线相等的四边形是矩形

8. (3 分) (2014•贵港) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的两个实数根分别为 $x_1 = -2$, $x_2 = 4$, 则 $b + c$ 的值是 ()

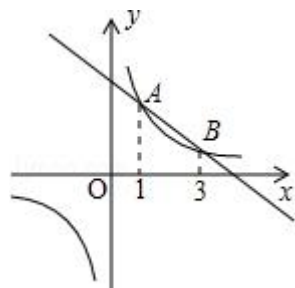
- A. -10 B. 10 C. -6 D. -1

9. (3分) (2014•贵港) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE}$, $\angle COD = 34^\circ$, 则 $\angle AEO$ 的度数是 ()



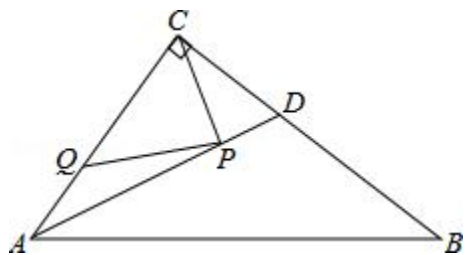
- A. 51° B. 56° C. 68° D. 78°

10. (3分) (2014•贵港) 如图, 在平面直角坐标系中, 反比例函数 $y_1 = \frac{2}{x}$ 的图象与一次函数 $y_2 = kx + b$ 的图象交于 A、B 两点. 若 $y_1 < y_2$, 则 x 的取值范围是 ()



- A. $1 < x < 3$ B. $x < 0$ 或 $1 < x < 3$ C. $0 < x < 1$ D. $x > 3$ 或 $0 < x < 1$

11. (3分) (2014•贵港) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. 若 P、Q 分别是 AD 和 AC 上的动点, 则 PC + PQ 的最小值是 ()

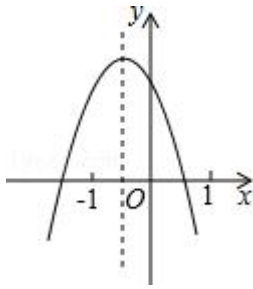


- A. $\frac{12}{5}$ B. 4 C. $\frac{24}{5}$ D. 5

12. (3分) (2014•贵港) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图, 分析下列四个结论:

① $abc < 0$; ② $b^2 - 4ac > 0$; ③ $3a + c > 0$; ④ $(a+c)^2 < b^2$,

其中正确的结论有 ()

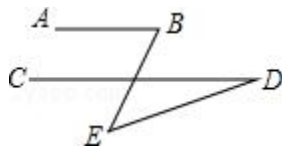


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

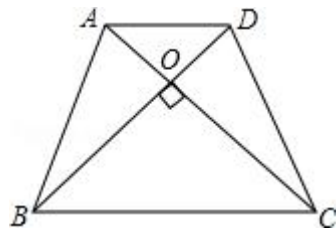
13. (3 分) (2014•贵港) 计算: $-9+3=$ _____.

14. (3 分) (2014•贵港) 如图所示, $AB \parallel CD$, $\angle D=27^\circ$, $\angle E=36^\circ$, 则 $\angle ABE$ 的度数是_____.

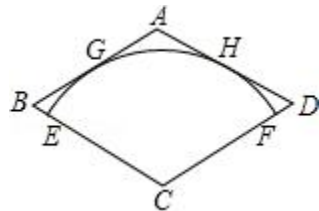


15. (3 分) (2014•贵港) 一组数据 1, 3, 0, 4 的方差是_____.

16. (3 分) (2014•贵港) 如图, 在等腰梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB=DC$, $AC \perp BD$. 若 $AD=4$, $BC=6$, 则梯形 ABCD 的面积是_____.



17. (3 分) (2014•贵港) 如图, 在菱形 ABCD 中, $AB=2\sqrt{3}$, $\angle C=120^\circ$, 以点 C 为圆心的 $\widehat{EF}$ 与 AB, AD 分别相切于点 G, H, 与 BC, CD 分别相交于点 E, F. 若用扇形 CEF 作一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的高是_____.



18. (3 分) (2014•贵港) 已知点 $A_1(a_1, a_2)$, $A_2(a_2, a_3)$, $A_3(a_3, a_4) \dots, A_n(a_n, a_{n+1})$ (n 为正整数) 都在一次函数 $y=x+3$ 的图象上. 若 $a_1=2$, 则 $a_{2014}=$ _____.

三、解答题（本大题共 8 小题，满分 66 分，解答用写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. (10 分) (2014•贵港) (1) 计算: $\sqrt{(-3)^2} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + (\pi - \sqrt[3]{10})^0 - (-1)^{10}$;

(2) 已知 $|a+1| + (b-3)^2 = 0$, 求代数式 $\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) \div \frac{a^2 - 2ab + b^2}{2ab}$ 的值.

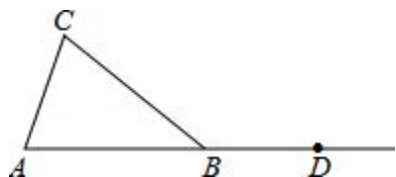
20. (5 分) (2014•贵港) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, 点点 D 在 AB 的延长线上.

(1) 利用尺规按下列要求作图, 并在图中标明相应的字母 (保留作图痕迹, 不写作法).

①作 $\angle CBD$ 的平分线 BM;

②作边 BC 上的中线 AE, 并延长 AE 交 BM 于点 F.

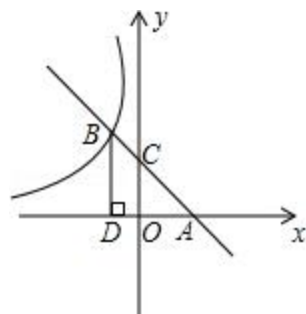
(2) 由 (1) 得: BF 与边 AC 的位置关系是_____.



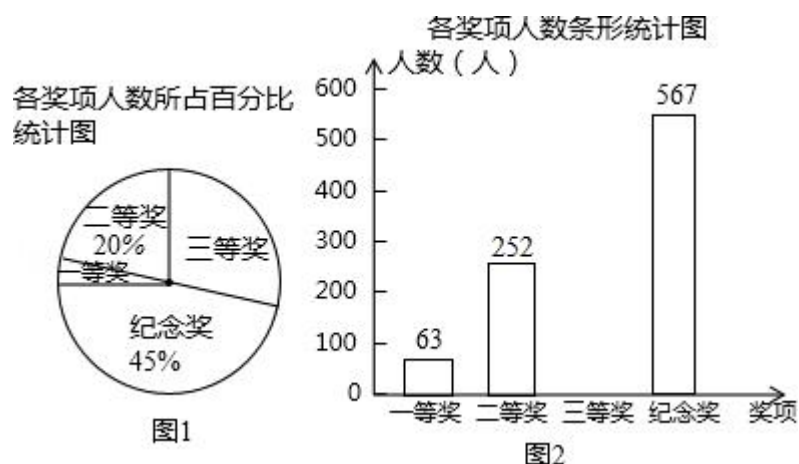
21. (6 分) (2014•贵港) 如图所示, 直线 AB 与 x 轴交于点 A, 与 y 轴交于点 C (0, 2), 且与反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象在第二象限内交于点 B, 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴于点 D, $OD=2$.

(1) 求直线 AB 的解析式;

(2) 若点 P 是线段 BD 上一点, 且 $\triangle PBC$ 的面积等于 3, 求点 P 的坐标.



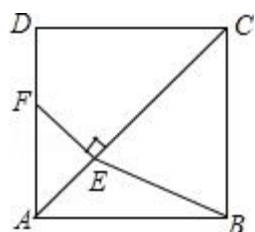
22. (8分) (2014•贵港) 某学校举行“社会主义核心价值观”知识比赛活动, 全体学生都参加比赛, 学校对参赛学生均给与表彰, 并设置一、二、三等奖和纪念奖共四个奖项, 赛后将获奖情况绘制成如下所示的两幅不完整的统计图, 请根据图中所给的信息, 解答下列问题:



- (1) 该校共有_____名学生;
- (2) 在图①中, “三等奖”随对应扇形的圆心角度数是_____;
- (3) 将图②补充完整;
- (4) 从该校参加本次比赛活动的学生中随机抽查一名. 求抽到获得一等奖的学生的概率.

23. (7分) (2014•贵港) 如图, 在正方形 ABCD 中, 点 E 是对角线 AC 上一点, 且 $CE=CD$, 过点 E 作 $EF \perp AC$ 交 AD 于点 F, 连接 BE.

- (1) 求证: $DF=AE$;
- (2) 当 $AB=2$ 时, 求 BE^2 的值.



24. (9 分) (2014•贵港) 在开展“美丽广西，清洁乡村”的活动中某乡镇计划购买 A、B 两种树苗共 100 棵，已知 A 种树苗每棵 30 元，B 种树苗每棵 90 元.

(1) 设购买 A 种树苗 x 棵，购买 A、B 两种树苗的总费用为 y 元，请你写出 y 与 x 之间的函数关系式 (不要求写出自变量 x 的取值范围)；

(2) 如果购买 A、B 两种树苗的总费用不超过 7560 元，且 B 种树苗的棵树不少于 A 种树苗棵树的 3 倍，那么有哪几种购买树苗的方案？

(3) 从节约开支的角度考虑，你认为采用哪种方案更合算？

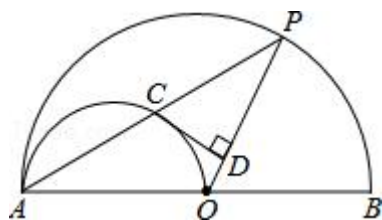
25. (10 分) (2014•贵港) 如图，AB 是大半圆 O 的直径，AO 是小半圆 M 的直径，点 P 是大半圆 O 上一点，PA 与小半圆 M 交于点 C，过点 C 作 $CD \perp OP$ 于点 D.

(1) 求证：CD 是小半圆 M 的切线；

(2) 若 $AB=8$ ，点 P 在大半圆 O 上运动 (点 P 不与 A、B 两点重合)，设 $PD=x$ ， $CD^2=y$.

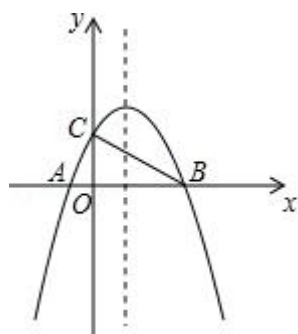
①求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

②当 $y=3$ 时，求 P、M 两点之间的距离.



26. (11 分) (2014•贵港) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx-3a$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$, 连接 BC .

- (1) 求该抛物线的解析式和对称轴, 并写出线段 BC 的中点坐标;
- (2) 将线段 BC 先向左平移 2 个单位长度, 在向下平移 m 个单位长度, 使点 C 的对应点 C_1 恰好落在该抛物线上, 求此时点 C_1 的坐标和 m 的值;
- (3) 若点 P 是该抛物线上的动点, 点 Q 是该抛物线对称轴上的动点, 当以 P, Q, B, C 四点为顶点的四边形是平行四边形时, 求此时点 P 的坐标.



2014 年广西贵港市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）每小题都给出标号为 A、B、C、D 的四个选项，其中只有一个是正确的.

1. (3 分) (2014•贵港) 5 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. 5 D. -5

考点: 相反数.

分析: 根据只有符号不同的两数叫做互为相反数解答.

解答: 解: 5 的相反数是 -5.

故选 D.

点评: 本题考查了相反数的定义, 是基础题, 熟记概念是解题的关键.

2. (3 分) (2014•贵港) 中国航母辽宁舰是中国人民解放军第一艘可以搭载固定翼飞机的航空母舰, 满载排水量为 67500 吨, 这个数据用科学记数法表示为 ()



- A. 6.75×10^4 吨 B. 6.75×10^3 吨 C. 6.75×10^5 吨 D. 6.75×10^{-4} 吨

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 67500 有 5 位, 所以可以确定 $n=5-1=4$.

解答: 解: $67\,500=6.75 \times 10^4$.

故选 A.

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

3. (3 分) (2014•贵港) 某市 5 月份连续五天的日最高气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$) 分别为: 33, 30, 30, 32, 35. 则这组数据的中位数和平均数分别是 ()

- A. 32, 33 B. 30, 32 C. 30, 31 D. 32, 32

考点: 中位数; 算术平均数.

分析: 先把这组数据从小到大排列, 找出最中间的数, 即可得出这组数据的中位数, 再根据平均数的计算公式进行计算即可.

解答: 解: 把这组数据从小到大排列为 30, 30, 32, 33, 35, 最中间的数是 32, 则中位数是 32;

平均数是: $(33+30+30+32+35) \div 5=32$,

故选 D.

点评: 此题考查了中位数和平均数, 掌握中位数的定义和平均数的计算公式是本题的关键; 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数, 如果中位数的概念掌握得不好, 不把数据按要求重新排列, 就会出错.

4. (3 分) (2014•贵港) 下列运算正确的是 ()

- A. $2a - a = 1$ B. $(a - 1)^2 = a^2 - 1$ C. $a \cdot a^2 = a^3$ D. $(2a)^2 = 2a^2$

考点: 完全平方公式; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据合并同类项法则, 完全平方公式, 同底数幂的乘法, 积的乘方求出每个式子的值, 再判断即可.

解答: 解: A、 $2a - a = a$, 故本选项错误;

B、 $(a - 1)^2 = a^2 - 2a + 1$, 故本选项错误;

C、 $a \cdot a^2 = a^3$, 故本选项正确;

D、 $(2a)^2 = 4a^2$, 故本选项错误;

故选 C.

点评: 本题考查了合并同类项法则, 完全平方公式, 同底数幂的乘法, 积的乘方的应用, 主要考查学生的计算能力.

5. (3 分) (2014•贵港) 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A. 正三角形 B. 平行四边形 C. 矩形 D. 正五边形

考点: 中心对称图形; 轴对称图形.

分析: 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解. 如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合, 这样的图形叫做轴对称图形, 这条直线叫做对称轴. 如果一个图形绕某一点旋转 180° 后能够与自身重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心.

解答: 解: A、正三角形是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误;

B、平行四边形不是轴对称图形, 是中心对称图形, 故本选项错误;

C、矩形是轴对称图形, 也是中心对称图形, 故本选项正确;

D、正五边形是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误.

故选: C.

点评: 此题主要考查了中心对称图形与轴对称的定义, 根据定义得出图形形状是解决问题的关键.

6. (3 分) (2014•贵港) 分式方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{3}{x^2-1}$ 的解是 ()

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. 无解

考点: 解分式方程.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $x+1=3$,
解得: $x=2$,
经检验 $x=2$ 是分式方程的解.
故选 C

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

7. (3 分) (2014•贵港) 下列命题中, 属于真命题的是 ()

- A. 同位角相等
B. 正比例函数是一次函数
C. 平分弦的直径垂直于弦
D. 对角线相等的四边形是矩形

考点: 命题与定理.

分析: 利用平行线的性质、正比例函数的定义、垂径定理及矩形的判定对各个选项逐一判断后即可确定正确的选项.

解答: 解: A、两直线平行, 同位角才相等, 故错误, 是假命题;
B、正比例函数是一次函数, 正确, 是真命题;
C、平分弦的直径垂直于弦, 错误, 是假命题;
D、对角线相等的平行四边形才是矩形, 错误, 是假命题,
故选 B.

点评: 本题考查了命题与定理, 解题的关键是了解平行线的性质、正比例函数的定义、垂径定理及矩形的判定等知识, 难度较小.

8. (3 分) (2014•贵港) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 的两个实数根分别为 $x_1=-2$, $x_2=4$, 则 $b+c$ 的值是 ()

- A. -10
B. 10
C. -6
D. -1

考点: 根与系数的关系.

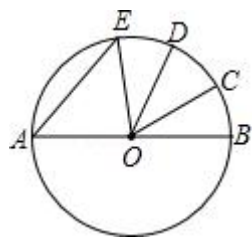
分析: 根据根与系数的关系得到 $-2+4=-b$, $-2\times 4=c$, 然后可分别计算出 b 、 c 的值, 进一步求得答案即可.

解答: 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 的两个实数根分别为 $x_1=-2$, $x_2=4$,
 $\therefore -2+4=-b$, $-2\times 4=c$,
解得 $b=-2$, $c=-8$
 $\therefore b+c=-10$.
故选: A.

点评: 此题考查根与系数的关系, 解答此题的关键是熟知一元二次方程根与系数的关系:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \quad x_1x_2=\frac{c}{a}.$$

9. (3分) (2014•贵港) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE}$, $\angle COD = 34^\circ$, 则 $\angle AEO$ 的度数是 ()



- A. 51° B. 56° C. 68° D. 78°

考点: 圆心角、弧、弦的关系.

分析: 由 $\widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE}$, 可求得 $\angle BOC = \angle EOD = \angle COD = 34^\circ$, 继而可求得 $\angle AOE$ 的度数; 然后再根据等腰三角形的性质和三角形内角和定理来求 $\angle AEO$ 的度数.

解答: 解: 如图, $\because \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE}$, $\angle COD = 34^\circ$,

$$\therefore \angle BOC = \angle EOD = \angle COD = 34^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = 180^\circ - \angle EOD - \angle COD - \angle BOC = 78^\circ.$$

$$\text{又} \because OA = OE,$$

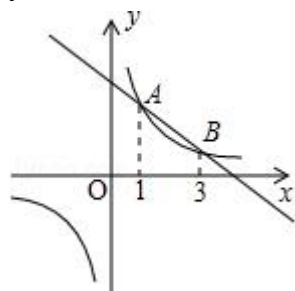
$$\therefore \angle AEO = \angle AOE,$$

$$\therefore \angle AEO = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 78^\circ) = 51^\circ.$$

故选: A.

点评: 此题考查了弧与圆心角的关系. 此题比较简单, 注意掌握数形结合思想的应用.

10. (3分) (2014•贵港) 如图, 在平面直角坐标系中, 反比例函数 $y_1 = \frac{2}{x}$ 的图象与一次函数 $y_2 = kx + b$ 的图象交于 A、B 两点. 若 $y_1 < y_2$, 则 x 的取值范围是 ()



- A. $1 < x < 3$ B. $x < 0$ 或 $1 < x < 3$ C. $0 < x < 1$ D. $x > 3$ 或 $0 < x < 1$

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: 当一次函数的值 $>$ 反比例函数的值时, 直线在双曲线的下方, 直接根据图象写出一函数的值 $>$ 反比例函数的值 x 的取值范, 可得答案.

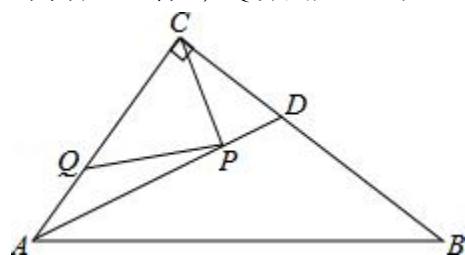
解答: 解: 由图象可知, 当 $x < 0$ 或 $1 < x < 3$ 时, $y_1 < y_2$,

故选: B.

点评: 本题考查了反比例函数与一函数的交点问题, 反比例函数图象在下方的部分是不等的

解.

11. (3分) (2014•贵港) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=6$, $BC=8$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. 若 P , Q 分别是 AD 和 AC 上的动点, 则 $PC+PQ$ 的最小值是 ()



- A. $\frac{12}{5}$ B. 4 C. $\frac{24}{5}$ D. 5

考点: 轴对称-最短路线问题.

分析: 过点 C 作 $CM \perp AB$ 交 AB 于点 M , 交 AD 于点 P , 过点 P 作 $PQ \perp AC$ 于点 Q , 由 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, 得出 $PQ=PM$, 这时 $PC+PQ$ 有最小值, 即 CM 的长度, 运用勾股定理求出 AB , 再运用 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CM = \frac{1}{2}AC \cdot BC$, 得出 CM 的值, 即 $PC+PQ$ 的最小值.

解答: 解: 如图, 过点 C 作 $CM \perp AB$ 交 AB 于点 M , 交 AD 于点 P , 过点 P 作 $PQ \perp AC$ 于点 Q ,

$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线.

$\therefore PQ=PM$, 这时 $PC+PQ$ 有最小值, 即 CM 的长度,

$\because AC=6$, $BC=8$, $\angle ACB=90^\circ$,

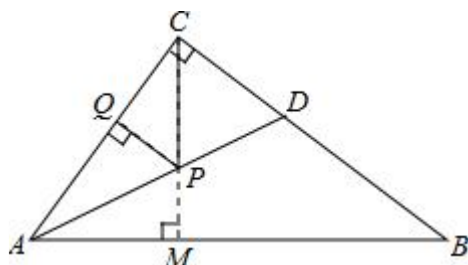
$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CM = \frac{1}{2}AC \cdot BC,$$

$$\therefore CM = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5},$$

即 $PC+PQ$ 的最小值为 $\frac{24}{5}$.

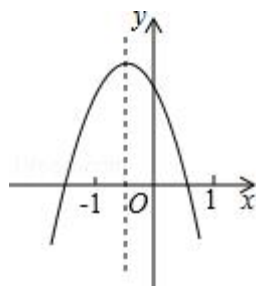
故选: C.



点评: 本题主要考查了轴对称问题, 解题的关键是找出满足 $PC+PQ$ 有最小值时点 P 和 Q 的位置.

12. (3分) (2014•贵港) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图, 分析下列四个结论:

① $abc < 0$; ② $b^2 - 4ac > 0$; ③ $3a + c > 0$; ④ $(a+c)^2 < b^2$,
其中正确的结论有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

考点: 二次函数图象与系数的关系.

分析: ①由抛物线的开口方向, 抛物线与 y 轴交点的位置、对称轴即可确定 a 、 b 、 c 的符号, 即得 abc 的符号;

②由抛物线与 x 轴有两个交点判断即可;

③ $f(-2) + 2f(1) = 6a + 3c < 0$, 即 $2a + c < 0$; 又因为 $a < 0$, 所以 $3a + c < 0$. 故错误;

④将 $x=1$ 代入抛物线解析式得到 $a+b+c < 0$, 再将 $x=-1$ 代入抛物线解析式得到 $a-b+c > 0$, 两个不等式相乘, 根据两数相乘异号得负的取符号法则及平方差公式变形后, 得到 $(a+c)^2 < b^2$,

解答: 解: ①由开口向下, 可得 $a < 0$, 又由抛物线与 y 轴交于正半轴, 可得 $c > 0$, 然后由对称轴在 y 轴左侧, 得到 b 与 a 同号, 则可得 $b < 0$, $abc > 0$, 故①错误;

②由抛物线与 x 轴有两个交点, 可得 $b^2 - 4ac > 0$, 故②正确;

③当 $x=-2$ 时, $y < 0$, 即 $4a - 2b + c < 0$ (1)

当 $x=1$ 时, $y < 0$, 即 $a+b+c < 0$ (2)

(1) + (2) $\times 2$ 得: $6a + 3c < 0$, 即 $2a + c < 0$

又 $\because a < 0$, $\therefore a + (2a + c) = 3a + c < 0$.

故③错误;

④ $\because x=1$ 时, $y=a+b+c < 0$, $x=-1$ 时, $y=a-b+c > 0$,

$\therefore (a+b+c)(a-b+c) < 0$,

即 $[(a+c) + b][(a+c) - b] = (a+c)^2 - b^2 < 0$,

$\therefore (a+c)^2 < b^2$,

故④正确.

综上所述, 正确的结论有 2 个.

故选: B.

点评: 本题考查了二次函数图象与系数的关系. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 系数符号由抛物线开口方向、对称轴、抛物线与 y 轴的交点、抛物线与 x 轴交点的个数确定.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) (2014•贵港) 计算: $-9+3=$ -6 .

考点: 有理数的加法.

专题: 计算题.

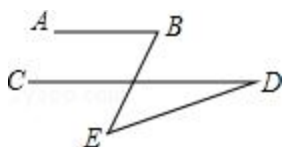
分析: 原式利用异号两数相加的法则计算即可得到结果.

解答: 解: $-9+3=- (9-3)=-6$.

故答案为: -6

点评: 此题考查了有理数的加法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

14. (3 分) (2014•贵港) 如图所示, $AB \parallel CD$, $\angle D=27^\circ$, $\angle E=36^\circ$, 则 $\angle ABE$ 的度数是 63° .



考点: 平行线的性质.

专题: 计算题.

分析: 先根据三角形外角性质得 $\angle BFD=\angle E+\angle D=63^\circ$, 然后根据平行线的性质得到 $\angle ABE=\angle BFD=63^\circ$.

解答: 解: 如图,

$$\because \angle BFD=\angle E+\angle D,$$

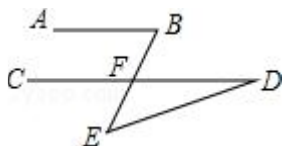
$$\text{而 } \angle D=27^\circ, \angle E=36^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD=36^\circ+27^\circ=63^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABE=\angle BFD=63^\circ.$$

故答案为 63° .



点评: 本题考查了平行线性质的: 两直线平行, 同位角相等; 两直线平行, 同旁内角互补; 两直线平行, 内错角相等.

15. (3 分) (2014•贵港) 一组数据 1, 3, 0, 4 的方差是 2.5 .

考点: 方差.

分析: 先求出这组数据的平均数, 再根据方差公式 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\dots+(x_n-\bar{x})^2]$, 代数计算即可.

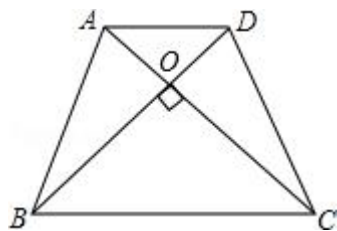
解答: 解: 这组数据的平均数是: $(1+3+0+4) \div 4=2$,

$$\text{方差}=\frac{1}{4}[(1-2)^2+(3-2)^2+(0-2)^2+(4-2)^2]=2.5;$$

故答案为: 2.5 .

点评: 本题考查了方差, 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 则方差 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\dots+(x_n-\bar{x})^2]$, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立.

16. (3分) (2014•贵港) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=DC$, $AC \perp BD$. 若 $AD=4$, $BC=6$, 则梯形 $ABCD$ 的面积是 25.



考点: 等腰梯形的性质.

分析: 首先过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 BC 的延长线于点 E , 可得四边形 $ACED$ 是平行四边形, 又由在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=DC$, $AC \perp BD$, 可得 $\triangle BDE$ 是等腰直角三角形, 继而求得答案.

解答: 解: 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 BC 的延长线于点 E ,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 是平行四边形,

$\therefore AC=DE$, $CE=AD=4$,

$\therefore BE=BC+CE=6+4=10$,

$\because AC \perp BD$,

$\therefore DE \perp BD$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,

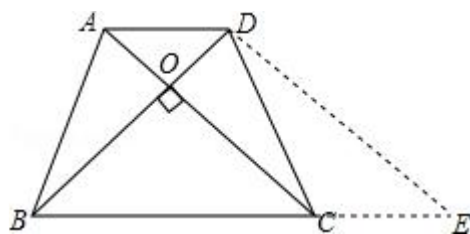
$\therefore AC=BD$,

$\therefore BD=DE$,

$\therefore BD=DE=\frac{BE}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$,

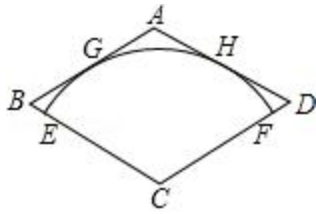
$\therefore S_{\text{梯形} ABCD}=\frac{1}{2} \times AC \times BD=25$.

故答案为: 25.



点评: 此题考查了等腰三角形的性质、平行四边形的性质与判定以及等腰直角三角形性质. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想的应用.

17. (3分) (2014•贵港) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=2\sqrt{3}$, $\angle C=120^\circ$, 以点 C 为圆心的 $\widehat{EF}$ 与 AB , AD 分别相切于点 G , H , 与 BC , CD 分别相交于点 E , F . 若用扇形 CEF 作一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的高是 $2\sqrt{2}$.



考点：切线的性质；菱形的性质；圆锥的计算．

分析：先连接 CG，设 $CG=R$ ，由勾股定理求得扇形的半径即圆锥的母线长，根据弧长公式

$$l = \frac{n\pi R}{180}, \text{ 再由 } 2\pi \cdot r = \frac{n\pi R}{180}, \text{ 求出底面半径 } r, \text{ 则根据勾股定理即可求得圆锥的高.}$$

解答：解：如图：连接 CG，

$$\because \angle C = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\because AB \text{ 与相切,}$$

$$\therefore CG \perp AB,$$

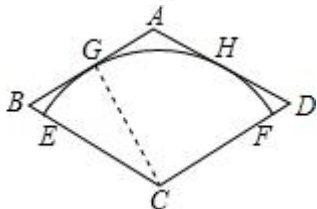
$$\text{在直角} \triangle CBG \text{ 中 } CG = BC \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3, \text{ 即圆锥的母线长是 } 3,$$

$$\text{设圆锥底面的半径为 } r, \text{ 则: } 2\pi r = \frac{120\pi \times 3}{180},$$

$$\therefore r = 1.$$

$$\text{则圆锥的高是: } \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{故答案是: } 2\sqrt{2}.$$



点评：本题考查的是圆锥的计算，先利用直角三角形求出扇形的半径，运用弧长公式计算出弧长，然后根据底面圆的周长等于扇形的弧长求出底面圆的半径．

18. (3 分) (2014•贵港) 已知点 $A_1 (a_1, a_2)$, $A_2 (a_2, a_3)$, $A_3 (a_3, a_4) \dots, A_n (a_n, a_{n+1})$ (n 为正整数) 都在一次函数 $y=x+3$ 的图象上. 若 $a_1=2$, 则 $a_{2014} = \underline{6041}$.

考点：一次函数图象上点的坐标特征．

专题：规律型．

分析：将 $a_1=2$ 代入 $a_2=x+3$ ，依次求出 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 、 $a_6 \dots$ 的值，找到规律然后解答．

解答：解：将 $a_1=2$ 代入 $a_2=x+3$ ，得 $a_2=5$ ，

$$\text{同理可求得, } a_3=8, a_4=11, a_5=14, a_6=17,$$

$$a_n = 2 + 3(n-1),$$

$$a_{2014} = 2 + 3(2014-1) = 2 + 3 \times 2013 = 2 + 6039 = 6041,$$

$$\text{故答案为 } 6041.$$

点评：本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，计算出结果，找到规律即可解答．

三、解答题（本大题共 8 小题，满分 66 分，解答用写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. (10 分) (2014•贵港) (1) 计算: $\sqrt{(-3)^2} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + (\pi - \sqrt[3]{10})^0 - (-1)^{10}$;

(2) 已知 $|a+1| + (b-3)^2 = 0$, 求代数式 $\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) \div \frac{a^2 - 2ab + b^2}{2ab}$ 的值.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: (1) 原式第一项利用二次根式的化简公式计算, 第二项利用负指数幂法则计算, 第三项利用零指数幂法则计算, 最后一项利用乘方的意义化简, 计算即可得到结果;

(2) 利用非负数的性质求出 a 与 b 的值, 原式通分并利用同分母分式的加法法则计算, 将 a 与 b 的值代入计算即可求出值.

解答: 解: (1) 原式 $= 3 - 4 + 1 - 1 = -1$;

$$(2) \because |a+1| + (b-3)^2 = 0,$$

$$\therefore a+1=0, b-3=0, \text{ 即 } a=-1, b=3.$$

$$\text{则原式} = \frac{a-b}{ab} \div \frac{(a-b)^2}{2ab} = \frac{a-b}{ab} \times \frac{2ab}{(a-b)^2} = \frac{2}{a-b} = \frac{2}{-1-3} = -\frac{1}{2}.$$

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

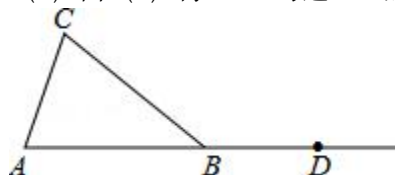
20. (5 分) (2014•贵港) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, 点点 D 在 AB 的延长线上.

(1) 利用尺规按下列要求作图, 并在图中标明相应的字母 (保留作图痕迹, 不写作法).

①作 $\angle CBD$ 的平分线 BM ;

②作边 BC 上的中线 AE , 并延长 AE 交 BM 于点 F .

(2) 由 (1) 得: BF 与边 AC 的位置关系是 $BF \parallel AC$.



考点: 作图—复杂作图.

分析: (1) ①利用角平分线的作法得出 BM ;

②首先作出 BC 的垂直平分线, 进而得出 BC 的中点, 进而得出边 BC 上的中线 AE ;

(2) 利用三角形的外角的性质以及等腰三角形的性质得出即可.

解答: 解: (1) ①如图所示: BM 即为所求;

②如图所示: AF 即为所求;

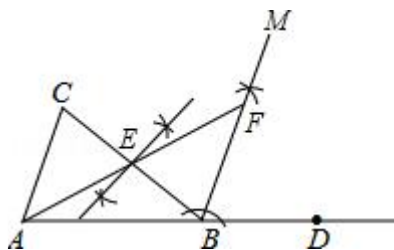
$$(2) \because AB=BC,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle C,$$

$$\therefore \angle C + \angle CAB = \angle CBD, \quad \angle CBM = \angle MBD,$$

$$\therefore \angle C = \angle CBM,$$

$$\therefore BF \parallel AC.$$

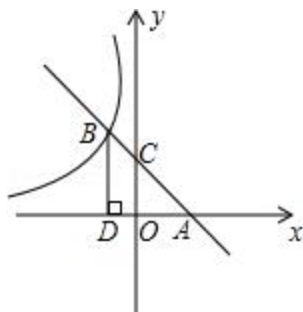


点评: 此题主要考查了复杂作图以及三角形的外角的性质以及等腰三角形的性质等知识, 正确利用角平分线的性质得出是解题关键.

21. (6分) (2014•贵港) 如图所示, 直线 AB 与 x 轴交于点 A, 与 y 轴交于点 C (0, 2), 且与反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象在第二象限内交于点 B, 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴于点 D, $OD=2$.

(1) 求直线 AB 的解析式;

(2) 若点 P 是线段 BD 上一点, 且 $\triangle PBC$ 的面积等于 3, 求点 P 的坐标.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 根据图象上的点满足函数解析式, 可得 B 点坐标, 根据待定系数法, 可得函数解析式;

(2) 三角形的面积公式, BP 的长, 可得 P 点坐标.

解答: 解: (1) $OD=2$, B 点的横坐标是 -2,

$$\text{当 } x = -2 \text{ 时, } y = -\frac{8}{-2} = 4,$$

$$\therefore \text{B 点坐标是 } (-2, 4),$$

设直线 AB 的解析式是 $y=kx+b$, 图象过 $(-2, 4)$ 、 $(0, 2)$,

$$\begin{cases} -2k+b=4 \\ b=2 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=-1 \\ b=2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -x+2$;

$$(2) \because OD=2, S_{\triangle OBP} = \frac{1}{2}BP \cdot OD = 3,$$

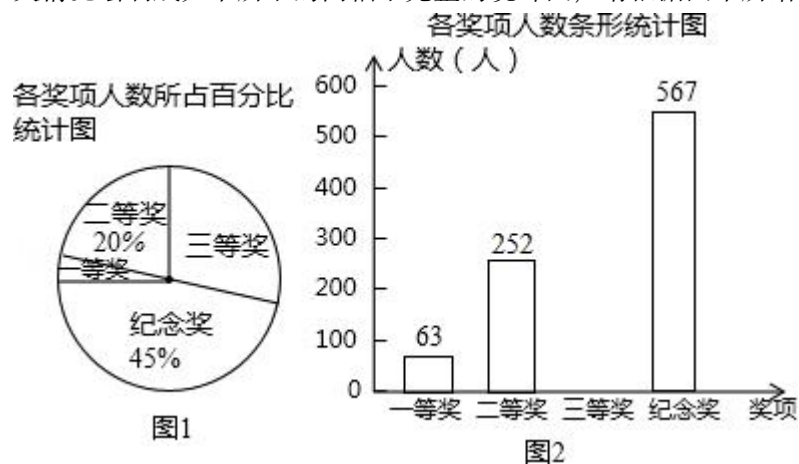
$$\therefore BP=3,$$

$$PD=BD-BP=4-3=1,$$

$$\therefore \text{P 点坐标是 } (-2, 1).$$

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 待定系数法求函数解析式的关键.

22. (8分) (2014•贵港) 某学校举行“社会主义核心价值观”知识比赛活动, 全体学生都参加比赛, 学校对参赛学生均给与表彰, 并设置一、二、三等奖和纪念奖共四个奖项, 赛后将获奖情况绘制成如下所示的两幅不完整的统计图, 请根据图中所给的信息, 解答下列问题:



- (1) 该校共有 1260 名学生;
- (2) 在图①中, “三等奖”随对应扇形的圆心角度数是 108° ;
- (3) 将图②补充完整;
- (4) 从该校参加本次比赛活动的学生中随机抽查一名. 求抽到获得一等奖的学生的概率.

考点: 条形统计图; 扇形统计图; 概率公式.

分析: (1) 用二等奖的人数除以对应的百分比求出该校共有学生数,
 (2) 先求出一等奖扇形对应的百分比, 再求三等奖扇形对应的圆心角为: $(1 - 20\% - 5\% - 45\%) \times 360^\circ = 108^\circ$,
 (3) 求出三等奖的人数再画出条形统计图,
 (4) 用一等奖的学生数除以总人数就是抽到一等奖的概率,

解答: 解: (1) 该校共有学生数为: $252 \div 20\% = 1260$ (名),

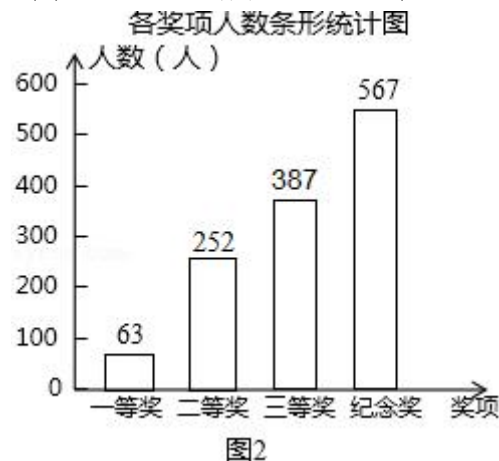
故答案为: 1260.

(2) 一等奖扇形对应的百分比为: $63 \div 1260 = 5\%$,

所以三等奖扇形对应的圆心角为: $(1 - 20\% - 5\% - 45\%) \times 360^\circ = 108^\circ$,

故答案为: 108° .

(3) 三等奖的人数为: $1260 \times (1 - 20\% - 5\% - 45\%) = 378$ 人, 如图 2,

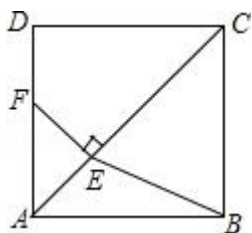


(4) 抽到获得一等奖的学生的概率为: $63 \div 1260 = 5\%$.

点评: 本题主要考查了条形统计图, 扇形统计图及概率, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

23. (7 分) (2014•贵港) 如图, 在正方形 ABCD 中, 点 E 是对角线 AC 上一点, 且 $CE=CD$, 过点 E 作 $EF \perp AC$ 交 AD 于点 F, 连接 BE.

- (1) 求证: $DF=AE$;
- (2) 当 $AB=2$ 时, 求 BE^2 的值.



考点: 正方形的性质; 角平分线的性质; 勾股定理.

分析: (1) 连接 CF, 根据“HL”证明 $\text{Rt}\triangle CDF$ 和 $\text{Rt}\triangle CEF$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $DF=EF$, 根据正方形的对角线平分一组对角可得 $\angle EAF=45^\circ$, 求出 $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形, 再根据等腰直角三角形的性质可得 $AE=EF$, 然后等量代换即可得证;

(2) 根据正方形的对角线等于边长的 $\sqrt{2}$ 倍求出 AC, 然后求出 AE, 过点 E 作 $EH \perp AB$ 于 H, 判断出 $\triangle AEH$ 是等腰直角三角形, 然后求出 $AE=AH=\frac{\sqrt{2}}{2}AE$, 再求出 BH, 然后利用勾股定理列式计算即可得解.

解答: (1) 证明: 如图, 连接 CF,

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 和 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中,

$$\begin{cases} CF=CF \\ CE=CD \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle CDF \cong \text{Rt}\triangle CEF$ (HL),

$\therefore DF=EF$,

$\because AC$ 是正方形 ABCD 的对角线,

$\therefore \angle EAF=45^\circ$,

$\therefore \triangle AEF$ 是等腰直角三角形,

$\therefore AE=EF$,

$\therefore DF=AE$;

(2) 解: $\because AB=2$,

$\therefore AC=\sqrt{2}AB=2\sqrt{2}$,

$\because CE=CD$,

$\therefore AE=2\sqrt{2}-2$,

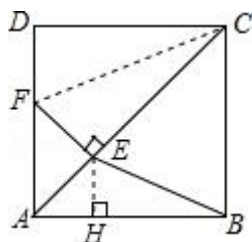
过点 E 作 $EH \perp AB$ 于 H,

则 $\triangle AEH$ 是等腰直角三角形,

$\therefore AE=AH=\frac{\sqrt{2}}{2}AE=\frac{\sqrt{2}}{2} \times (2\sqrt{2}-2)=2-\sqrt{2}$,

$\therefore BH=2-(2-\sqrt{2})=\sqrt{2}$,

在 $\text{Rt}\triangle BEH$ 中, $BE^2=BH^2+EH^2=(\sqrt{2})^2+(2-\sqrt{2})^2=8-4\sqrt{2}$.



点评: 本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 等腰直角三角形的判定与性质, 勾股定理的应用, 作辅助线构造出全等三角形和直角三角形是解题的关键.

24. (9 分) (2014•贵港) 在开展“美丽广西, 清洁乡村”的活动中某乡镇计划购买 A、B 两种树苗共 100 棵, 已知 A 种树苗每棵 30 元, B 种树苗每棵 90 元.

(1) 设购买 A 种树苗 x 棵, 购买 A、B 两种树苗的总费用为 y 元, 请你写出 y 与 x 之间的函数关系式 (不要求写出自变量 x 的取值范围);

(2) 如果购买 A、B 两种树苗的总费用不超过 7560 元, 且 B 种树苗的棵树不少于 A 种树苗棵树的 3 倍, 那么有哪几种购买树苗的方案?

(3) 从节约开支的角度考虑, 你认为采用哪种方案更合算?

考点: 一次函数的应用; 一元一次不等式组的应用.

分析: (1) 设购买 A 种树苗 x 棵, 购买 A、B 两种树苗的总费用为 y 元, 根据某乡镇计划购买 A、B 两种树苗共 100 棵, 已知 A 种树苗每棵 30 元, B 种树苗每棵 90 元可列出函数关系式.

(2) 根据购买 A、B 两种树苗的总费用不超过 7560 元, 且 B 种树苗的棵树不少于 A 种树苗棵树的 3 倍, 列出不等式组, 解不等式组即可得出答案;

(3) 根据 (1) 得出的 y 与 x 之间的函数关系式, 利用一次函数的增减性结合自变量的取值即可得出更合算的方案.

解答: 解: (1) 设购买 A 种树苗 x 棵, 购买 A、B 两种树苗的总费用为 y 元,
 $y=30x+90(100-x)=9000-60x$;

(2) 设购买 A 种树苗 x 棵, 则 B 种树苗 $(100-x)$ 棵, 根据题意得:

$$\begin{cases} 9000-60x \leq 7560 \\ 100-x \geq 3x \end{cases},$$

解得: $24 \leq x \leq 25$,

因为 x 是正整数,

所以 x 只能取 25, 24.

有两种购买树苗的方案:

方案一: 购买 A 种树苗 25 棵时, B 种树苗 75 棵;

方案二: 购买 A 种树苗 24 棵时, B 种树苗 76 棵;

(3) $\because y=9000-60x$, $-60 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

又 $x=25$ 或 24,

$\therefore$ 采用购买 A 种树苗 25 棵, B 种树苗 75 棵时更合算.

点评: 本题考查的是一元一次不等式组及一次函数的应用, 解决问题的关键是读懂题意, 找到关键描述语, 进而找到所求的量的等量关系和不等关系.

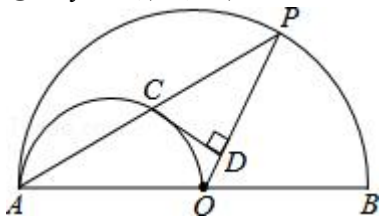
25. (10 分) (2014•贵港) 如图, AB 是大半圆 O 的直径, AO 是小半圆 M 的直径, 点 P 是大半圆 O 上一点, PA 与小半圆 M 交于点 C , 过点 C 作 $CD \perp OP$ 于点 D .

(1) 求证: CD 是小半圆 M 的切线;

(2) 若 $AB=8$, 点 P 在大半圆 O 上运动 (点 P 不与 A, B 两点重合), 设 $PD=x$, $CD^2=y$.

①求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

②当 $y=3$ 时, 求 P, M 两点之间的距离.



考点: 圆的综合题; 平行线的判定与性质; 等边三角形的判定与性质; 勾股定理; 切线的判定; 相似三角形的判定与性质; 特殊角的三角函数值.

专题: 综合题.

分析: (1) 连接 CO, CM , 只需证到 $CD \perp CM$. 由于 $CD \perp OP$, 只需证到 $CM \parallel OP$, 只需证到 CM 是 $\triangle AOP$ 的中位线即可.

(2) ①易证 $\triangle ODC \sim \triangle CDP$, 从而得到 $CD^2 = DP \cdot OD$, 进而得到 y 与 x 之间的函数关系式. 由于当点 P 与点 A 重合时 $x=0$, 当点 P 与点 B 重合时 $x=4$, 点 P 在大半圆 O 上运动 (点 P 不与 A, B 两点重合), 因此自变量 x 的取值范围为 $0 < x < 4$.

②当 $y=3$ 时, 得到 $-x^2+4x=3$, 求出 x . 根据 x 的值可求出 CD, PD 的值, 从而求出 $\angle CPD$, 运用勾股定理等知识就可求出 P, M 两点之间的距离.

解答: 解: (1) 连接 CO, CM , 如图 1 所示.

$\because AO$ 是小半圆 M 的直径,

$\therefore \angle ACO = 90^\circ$ 即 $CO \perp AP$.

$\because OA = OP$,

$\therefore AC = PC$.

$\because AM = OM$,

$\therefore CM \parallel PO$.

$\therefore \angle MCD = \angle PDC$.

$\because CD \perp OP$,

$\therefore \angle PDC = 90^\circ$.

$\therefore \angle MCD = 90^\circ$ 即 $CD \perp CM$.

$\because CD$ 经过半径 CM 的外端 C , 且 $CD \perp CM$,

$\therefore$ 直线 CD 是小半圆 M 的切线.

(2) ① $\because CO \perp AP, CD \perp OP$,

$\therefore \angle OCP = \angle ODC = \angle CDP = 90^\circ$.

$\therefore \angle OCD = 90^\circ - \angle DCP = \angle P$.

$\therefore \triangle ODC \sim \triangle CDP$.

$$\therefore \frac{CD}{DP} = \frac{OD}{CD}$$

$$\therefore CD^2 = DP \cdot OD$$

$$\because PD=x, CD^2=y, OP=\frac{1}{2}AB=4,$$

$$\therefore y=x(4-x)=-x^2+4x.$$

当点 P 与点 A 重合时, $x=0$; 当点 P 与点 B 重合时, $x=4$;

$\therefore$ 点 P 在大半圆 O 上运动 (点 P 不与 A, B 两点重合),

$$\therefore 0 < x < 4.$$

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 之间的函数关系式为 } y = -x^2 + 4x,$$

自变量 x 的取值范围是 $0 < x < 4$.

$$\textcircled{2} \text{ 当 } y=3 \text{ 时, } -x^2+4x=3.$$

解得: $x_1=1, x_2=3$.

I. 当 $x=1$ 时, 如图 2 所示.

在 $Rt\triangle CDP$ 中,

$$\because PD=1, CD=\sqrt{3}.$$

$$\therefore \tan \angle CPD = \frac{CD}{PD} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle CPD = 60^\circ.$$

$$\because OA=OP,$$

$\therefore \triangle OAP$ 是等边三角形.

$$\because AM=OM,$$

$$\therefore PM \perp AO.$$

$$\therefore PM = \sqrt{PO^2 - MO^2}$$

$$= \sqrt{4^2 - 2^2}$$

$$= 2\sqrt{3}.$$

II. 当 $x=3$ 时, 如图 3 所示.

同理可得: $\angle CPD = 30^\circ$.

$$\because OA=OP,$$

$$\therefore \angle OAP = \angle APO = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle POB = 60^\circ$$

过点 P 作 $PH \perp AB$, 垂足为 H, 连接 PM, 如图 3 所示.

$$\therefore \sin \angle POH = \frac{PH}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore PH = 2\sqrt{3}.$$

同理: $OH=2$.

在 $Rt\triangle MHP$ 中,

$$\because MH=4, PH=2\sqrt{3},$$

$$\therefore PM = \sqrt{MH^2 + PH^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + (2\sqrt{3})^2}$$

$$= 2\sqrt{7}.$$

综上所述：当 $y=3$ 时，P，M 两点之间的距离为 $2\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{7}$.

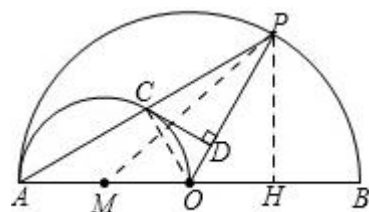


图3

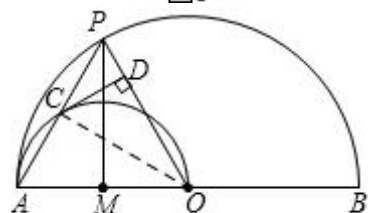


图2

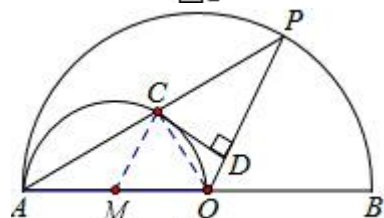
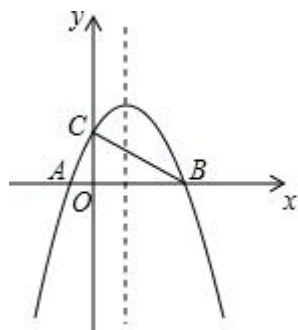


图1

点评： 本题考查了切线的判定、平行线的判定与性质、等边三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、特殊角的三角函数值、勾股定理等知识，综合性比较强.

26. (11 分) (2014•贵港) 如图，抛物线 $y=ax^2+bx-3a$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 A $(-1, 0)$ 和点 B，与 y 轴交于点 C $(0, 2)$ ，连接 BC.

- (1) 求该抛物线的解析式和对称轴，并写出线段 BC 的中点坐标；
- (2) 将线段 BC 先向左平移 2 个单位长度，在向下平移 m 个单位长度，使点 C 的对应点 C_1 恰好落在该抛物线上，求此时点 C_1 的坐标和 m 的值；
- (3) 若点 P 是该抛物线上的动点，点 Q 是该抛物线对称轴上的动点，当以 P，Q，B，C 四点为顶点的四边形是平行四边形时，求此时点 P 的坐标.



考点： 二次函数综合题.

分析： (1) 把点 A $(-1, 0)$ 和点 C $(0, 2)$ 的坐标代入所给抛物线可得 a 、 b 的值，进而得到该抛物线的解析式和对称轴，再求出点 B 的坐标，根据中点坐标公式求出线段

BC 的中点坐标即可;

(2) 根据平移的性质可知, 点 C 的对应点 C_1 的横坐标为 -2 , 再代入抛物线可求点 C_1 的坐标, 进一步得到 m 的值;

(3) B、C 为定点, 可分 BC 为平行四边形的一边及对角线两种情况探讨得到点 P 的坐标.

解答: 解: (1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx-3a$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 A $(-1, 0)$ 和点 B, 与 y 轴交于点 C $(0, 2)$,

$$\therefore \begin{cases} a-b-3a=0 \\ -3a=2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{4}{3} \end{cases}.$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y=-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x+2=-\frac{2}{3}(x-1)^2+2\frac{2}{3},$$

$\therefore$ 对称轴是 $x=1$,

$$\therefore 1+(1+1)=3,$$

$\therefore$ B 点坐标为 $(3, 0)$,

$\therefore$ BC 的中点坐标为 $(1.5, 1)$;

(2) $\because$ 线段 BC 先向左平移 2 个单位长度, 再向下平移 m 个单位长度, 使点 C 的对应点 C_1 恰好落在该抛物线上,

$\therefore$ 点 C_1 的横坐标为 -2 ,

$$\text{当 } x=-2 \text{ 时, } y=-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x+2=-\frac{10}{3},$$

$\therefore$ 点 C_1 的坐标为 $(-2, -\frac{10}{3})$,

$$m=2-(-\frac{10}{3})=5\frac{1}{3};$$

(3) ①若 BC 为平行四边形的一边,

$\therefore$ BC 的横坐标的差为 3,

$\therefore$ 点 Q 的横坐标为 1,

$\therefore$ P 的横坐标为 4 或 -2 ,

$\therefore$ P 在抛物线上,

$$\therefore \text{P 的纵坐标为 } -3\frac{1}{3},$$

$$\therefore P_1(4, -3\frac{1}{3}), P_2(-2, -3\frac{1}{3});$$

②若 BC 为平行四边形的对角线,

则 BC 与 PQ 互相平分,

$\therefore$ 点 Q 的横坐标为 1, BC 的中点坐标为 $(1.5, 1)$,

$\therefore$ P 点的横坐标为 $1.5+(1.5-1)=2$,

$$\therefore P \text{ 的纵坐标为 } -\frac{2}{3} \times 2^2 + \frac{4}{3} \times 2 + 2 = 2,$$

$$\therefore P_3 (2, 2).$$

综上所述，点 P 的坐标为：P₁ (4, $-3\frac{1}{3}$), P₂ (-2, $-3\frac{1}{3}$), P₃ (2, 2).

点评: 考查了二次函数综合题，涉及待定系数法求函数解析式，抛物线的对称轴，中点坐标公式，平移的性质，平行四边形的性质，注意分 BC 为平行四边形的一边或为对角线两种情况进行探讨.