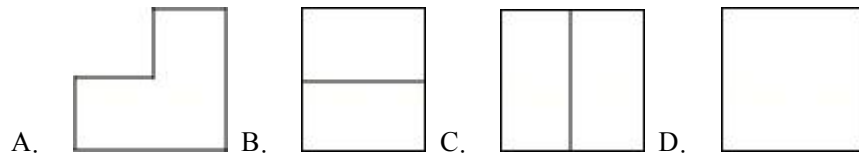
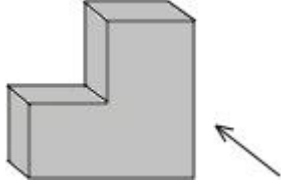


2014 年广西柳州市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) (2014•柳州) 如图, 李师傅做了一个零件, 请你告诉他这个零件的主视图是 ()



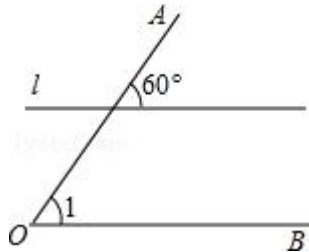
2. (3 分) (2014•柳州) 在所给的 $\frac{1}{3}$, 0, -1, 3 这四个数中, 最小的数是 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. 0 C. -1 D. 3

3. (3 分) (2014•柳州) 下列选项中, 属于无理数的是 ()

A. 2 B. π C. $\frac{3}{2}$ D. -2

4. (3 分) (2014•柳州) 如图, 直线 $l \parallel OB$, 则 $\angle 1$ 的度数是 ()

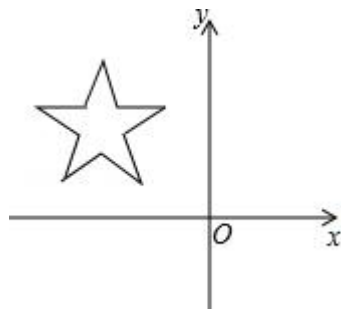


A. 120° B. 30° C. 40° D. 60°

5. (3 分) (2014•柳州) 下列计算正确的选项是 ()

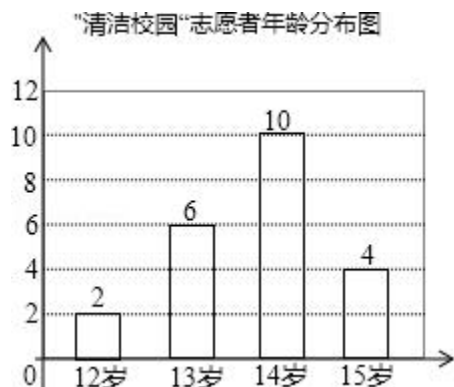
A. $\sqrt{4} - 1 = \sqrt{3}$ B. $(\sqrt{5})^2 = 5$ C. $2a - b = ab$ D. $\frac{2}{y} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2y}$

6. (3 分) (2014•柳州) 如图, 直角坐标系中的五角星关于 y 轴对称的图形在 ()



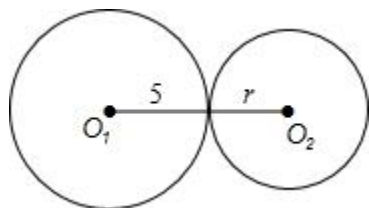
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. (3分) (2014•柳州) 学校“清洁校园”环境爱护志愿者的年龄分布如图, 那么这些志愿者年龄的众数是 ()



- A. 12岁 B. 13岁 C. 14岁 D. 15岁

8. (3分) (2014•柳州) 如图, 当半径分别是5和 r 的两圆 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 外切时, 它们的圆心距 $O_1O_2=8$, 则 $\odot O_2$ 的半径 r 为 ()



- A. 12 B. 8 C. 5 D. 3

9. (3分) (2014•柳州) 在下列所给出的4个图形中, 对角线一定互相垂直的是 ()



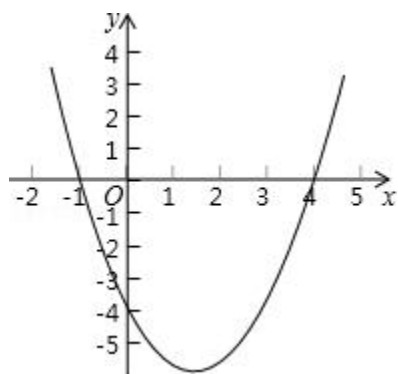
- A. 长方形 B. 平行四边形 C. 菱形 D. 直角梯形

10. (3分) (2014•柳州) 如图, 正六边形的每一个内角都相等, 则其中一个内角 α 的度数是 ()



- A. 240° B. 120° C. 60° D. 30°

11. (3分) (2014•柳州) 小兰画了一个函数 $y=x^2+ax+b$ 的图象如图, 则关于 x 的方程 $x^2+ax+b=0$ 的解是 ()



- A. 无解 B. $x=1$ C. $x=-4$ D. $x=-1$ 或 $x=4$

12. (3分) (2014•柳州) 如图, 每个灯泡能否通电发光的概率都是 0.5, 当合上开关时, 至少有一个灯泡发光的概率是 ()



- A. 0.25 B. 0.5 C. 0.75 D. 0.95

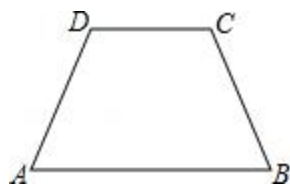
二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. (3分) (2014•柳州) 3 的相反数是_____.

14. (3分) (2014•柳州) 如图, 身高为 x cm 的 1 号同学与身高为 y cm 的 2 号同学站在一起时, 如果用一个不等式来表示他们的身高关系, 则这个式子可以表示成 x _____ y (用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空).



15. (3分) (2014•柳州) 如图, 等腰梯形 ABCD 的周长为 16, $BC=4$, $CD=3$, 则 $AB=$ _____.



16. (3分) (2014•柳州) 方程 $\frac{2}{x} - 1 = 0$ 的解是 $x=$ _____.

17. (3分) (2014•柳州) 将直线 $y=\frac{1}{2}x$ 向上平移_____个单位后得到直线 $y=\frac{1}{2}x+7$.

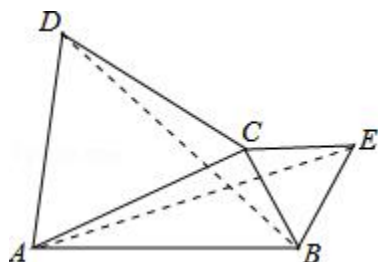
18. (3分) (2014•柳州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别以 AC , BC 为边作等边 $\triangle ACD$ 和等边 $\triangle BCE$. 设 $\triangle ACD$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle ABC$ 的面积分别是 S_1 、 S_2 、 S_3 , 现有如下结论:

① $S_1: S_2=AC^2: BC^2$;

② 连接 AE , BD , 则 $\triangle BCD \cong \triangle ECA$;

③ 若 $AC \perp BC$, 则 $S_1 \cdot S_2 = \frac{3}{4} S_3^2$.

其中结论正确的序号是_____.



三、解答题 (共 8 小题, 满分 66 分)

19. (6分) (2014•柳州) 计算: $2 \times (-5) + 3$.

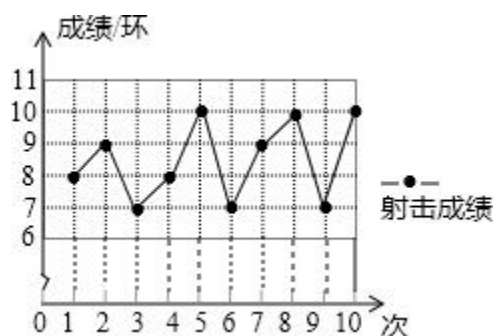
20. (6分) (2014•柳州) 一位射击运动员在 10 次射击训练中, 命中靶的环数如图.

请你根据图表, 完成下列问题:

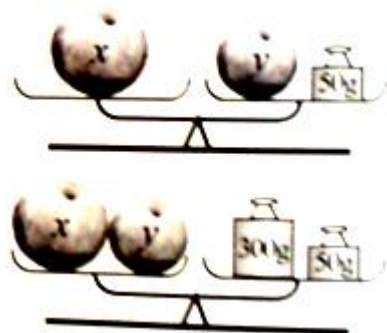
(1) 补充完成下面成绩单的填写:

射击序次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
成绩/环				8	10	7	9	10	7	10

(2) 求该运动员这 10 次射击训练的平均成绩.



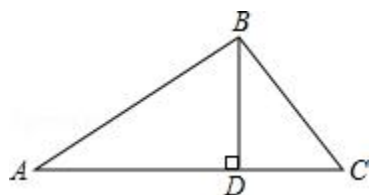
21. (6分) (2014•柳州) 小张把两个大小不同的苹果放到天平上称, 当天平保持平衡时的砝码重量如图所示. 问: 这两个苹果的重量分别为多少 g?



22. (8分) (2014•柳州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BD \perp AC$, $AB=6$, $AC=5\sqrt{3}$, $\angle A=30^\circ$.

①求 BD 和 AD 的长;

②求 $\tan \angle C$ 的值.

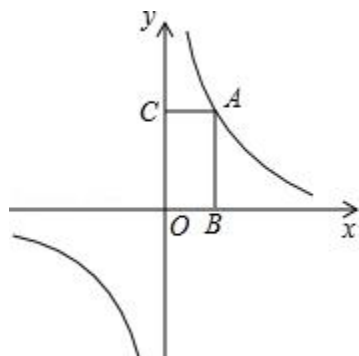


23. (8分) (2014•柳州) 如图, 函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象过点 $A(1, 2)$.

(1) 求该函数的解析式;

(2) 过点 A 分别向 x 轴和 y 轴作垂线, 垂足为 B 和 C , 求四边形 $ABOC$ 的面积;

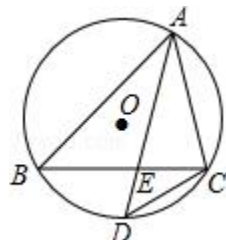
(3) 求证: 过此函数图象上任意一点分别向 x 轴和 y 轴作垂线, 这两条垂线与两坐标轴所围成矩形的面积为定值.



24. (10 分) (2014•柳州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 的角平分线 AD 交 BC 于 E , 交 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 于 D .

(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ADC$;

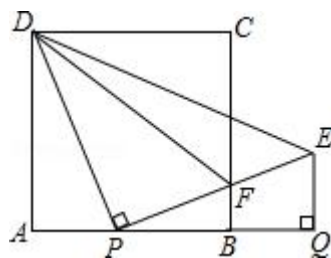
(2) 请连接 BD , OB , OC , OD , 且 OD 交 BC 于点 F , 若点 F 恰好是 OD 的中点. 求证: 四边形 $OBDC$ 是菱形.



25. (10 分) (2014•柳州) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, AB 边上有一动点 P , 连接 PD , 线段 PD 绕点 P 顺时针旋转 90° 后, 得到线段 PE , 且 PE 交 BC 于 F , 连接 DF , 过点 E 作 $EQ \perp AB$ 的延长线于点 Q .

(1) 求线段 PQ 的长;

(2) 问: 点 P 在何处时, $\triangle PFD \sim \triangle BFP$, 并说明理由.



26. (12 分) (2014•柳州) 已知二次函数图象的顶点坐标为 $(0, 1)$, 且过点 $(-1, \frac{5}{4})$, 直线 $y=kx+2$ 与 y 轴相交于点 P , 与二次函数图象交于不同的两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$.

(1) 求该二次函数的解析式.

(2) 对 (1) 中的二次函数, 当自变量 x 取值范围在 $-1 < x < 3$ 时, 请写出其函数值 y 的取值范围; (不必说明理由)

(3) 求证: 在此二次函数图象下方的 y 轴上, 必存在定点 G , 使 $\triangle ABG$ 的内切圆的圆心落在 y 轴上, 并求 $\triangle GAB$ 面积的最小值.

(注: 在解题过程中, 你也可以阅读后面的材料)

附: 阅读材料

任何一个一元二次方程的根与系数的关系为: 两根的和等于一次项系数与二次项系数的比的相反数, 两根的积等于常数项与二次项系数的比.

即: 设一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 x_1, x_2 ,

$$\text{则: } x_1+x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

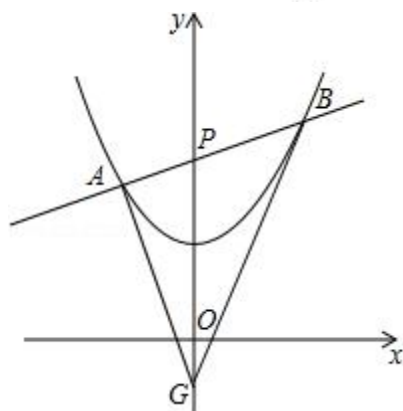
能灵活运用这种关系, 有时可以使解题更为简单.

例: 不解方程, 求方程 $x^2 - 3x = 15$ 两根的和与积.

解: 原方程变为: $x^2 - 3x - 15 = 0$

$\therefore$ 一元二次方程的根与系数有关系: $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$\therefore$ 原方程两根之和 $= -\frac{-3}{1} = 3$, 两根之积 $= \frac{-15}{1} = -15$.

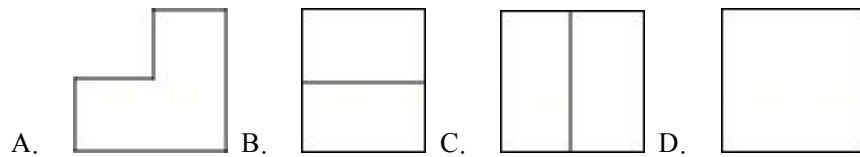
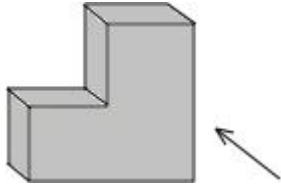


2014 年广西柳州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) (2014•柳州) 如图，李师傅做了一个零件，请你告诉他这个零件的主视图是 ()



分析： 根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

解答： 解：从正面看，左边是个正方形，右边是个矩形，
故选：A.

点评： 本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的图形是主视图.

2. (3 分) (2014•柳州) 在所给的 $\frac{1}{3}$, 0, -1, 3 这四个数中，最小的数是 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. 0 C. -1 D. 3

考点： 有理数大小比较.

分析： 要解答本题可根据正数大于 0，0 大于负数，可得答案.

解答： 解： $-1 < 0 < \frac{1}{3} < 3$.

故选：C.

点评： 本题考查了有理数比较大小，正数大于 0，0 大于负数是解题关键.

3. (3 分) (2014•柳州) 下列选项中，属于无理数的是 ()

A. 2 B. π C. $\frac{3}{2}$ D. -2

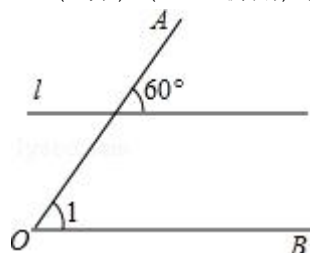
考点： 无理数.

分析： 根据无理数是无限不循环小数，可得答案.

解答： 解： π 是无限不循环小数，
故选：B.

点评： 本题考查了无理数，无理数是无限不循环小数.

4. (3分) (2014•柳州) 如图, 直线 $l \parallel OB$, 则 $\angle 1$ 的度数是 ()



- A. 120° B. 30° C. 40° D. 60°

考点: 平行线的性质.

分析: 根据两直线平行, 同位角相等解答.

解答: 解: $\because$ 直线 $l \parallel OB$,

$$\therefore \angle 1 = 60^\circ.$$

故选 D.

点评: 本题考查平行线的性质, 熟记性质是解题的关键.

5. (3分) (2014•柳州) 下列计算正确的选项是 ()

- A. $\sqrt{4} - 1 = \sqrt{3}$ B. $(\sqrt{5})^2 = 5$ C. $2a - b = ab$ D. $\frac{2}{y} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2y}$

考点: 分式的加减法; 实数的运算; 合并同类项.

专题: 计算题.

分析: A、原式利用平方根定义化简, 计算即可得到结果;

B、原式利用平方根定义化简, 计算即可得到结果;

C、原式不能合并, 错误;

D、原式利用同分母分式的加法法则计算得到结果, 即可做出判断.

解答: 解: A、原式 $= 2 - 1 = 1$; 故选项错误;

B、原式 $= 5$, 故选项正确;

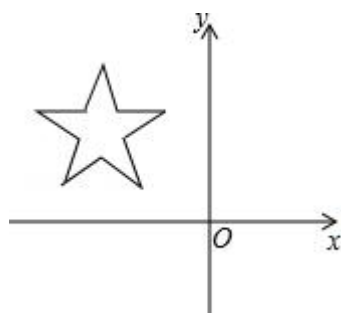
C、原式不能合并, 故选项错误;

D、原式 $= \frac{3}{y}$, 故选项错误.

故选 B.

点评: 此题考查了分式的加减法, 以及实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

6. (3分) (2014•柳州) 如图, 直角坐标系中的五角星关于 y 轴对称的图形在 ()



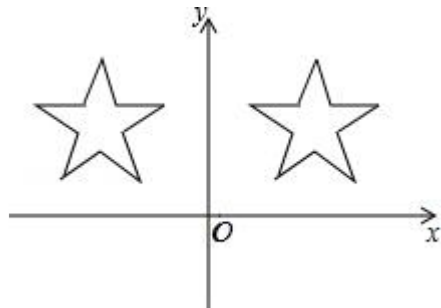
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

考点: 轴对称的性质.

分析: 根据轴对称的性质作出选择.

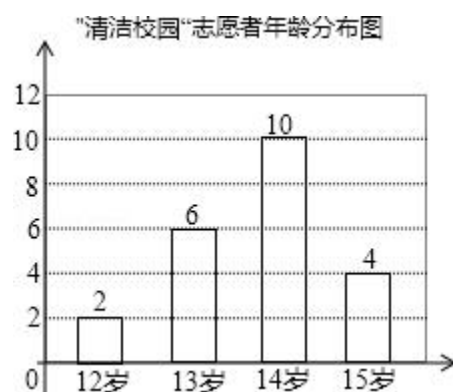
解答: 解: 如图所示, 直角坐标系中的五角星关于 y 轴对称的图形在第一象限.

故选: A.



点评: 本题考查了轴对称的性质. 此题难度不大, 采用了“数形结合”的数学思想.

7. (3 分) (2014•柳州) 学校“清洁校园”环境爱护志愿者的年龄分布如图, 那么这些志愿者年龄的众数是 ()



- A. 12 岁 B. 13 岁 C. 14 岁 D. 15 岁

考点: 条形统计图; 众数.

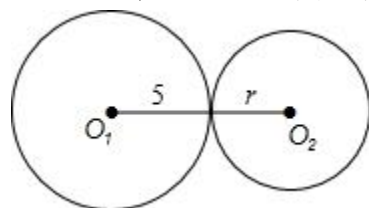
分析: 根据众数的定义, 就是出现次数最多的数, 据此即可判断.

解答: 解: 众数是 14 岁.

故选 C.

点评: 本题考查的是条形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

8. (3 分) (2014•柳州) 如图, 当半径分别是 5 和 r 的两圆 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 外切时, 它们的圆心距 $O_1O_2=8$, 则 $\odot O_2$ 的半径 r 为 ()



- A. 12 B. 8 C. 5 D. 3

考点: 圆与圆的位置关系.

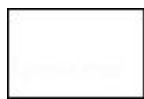
分析: 根据两圆外切时, 圆心距=两圆半径之和求解.

解答: 解: 根据两圆外切, 圆心距等于两圆半径之和, 得该圆的半径是 $8 - 5 = 3$.

故选 D.

点评: 本题考查了圆与圆的位置关系, 注意: 两圆外切, 圆心距等于两圆半径之和.

9. (3 分) (2014•柳州) 在下列所给出的 4 个图形中, 对角线一定互相垂直的是 ()



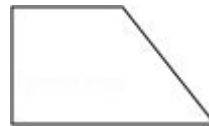
A. 长方形



B. 平行四边形



C. 菱形



D. 直角梯形

考点: 多边形.

分析: 根据菱形的对角线互相垂直即可判断.

解答: 解: 菱形的对角线互相垂直, 而长方形、平行四边形、直角梯形的对角线不一定互相垂直.

故选 C.

点评: 本题考查了长方形、平行四边形、菱形、直角梯形的性质. 常见四边形中, 菱形与正方形的对角线互相垂直.

10. (3 分) (2014•柳州) 如图, 正六边形的每一个内角都相等, 则其中一个内角 α 的度数是 ()



A. 240°

B. 120°

C. 60°

D. 30°

考点: 多边形内角与外角.

分析: 多边形的内角和可以表示成 $(n - 2) \cdot 180^\circ$, 因为所给多边形的每个内角均相等, 可设这个正六边形的每一个内角的度数为 x , 故又可表示成 $6x$, 列方程可求解.

解答: 解: 设这个正六边形的每一个内角的度数为 x ,

则 $6x = (6 - 2) \cdot 180^\circ$,

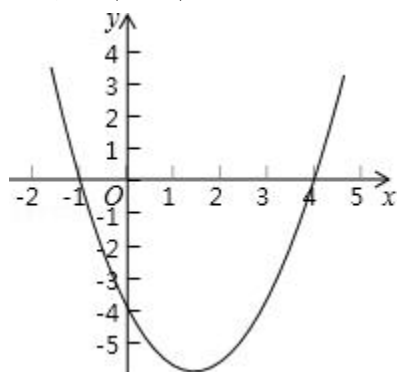
解得 $x = 120^\circ$.

故这个正六边形的每一个内角的度数为 120° .

故答案选: B.

点评: 本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的内角的度数, 解答时要会根据公式进行正确运算、变形和数据处理.

11. (3分) (2014•柳州) 小兰画了一个函数 $y=x^2+ax+b$ 的图象如图, 则关于 x 的方程 $x^2+ax+b=0$ 的解是 ()



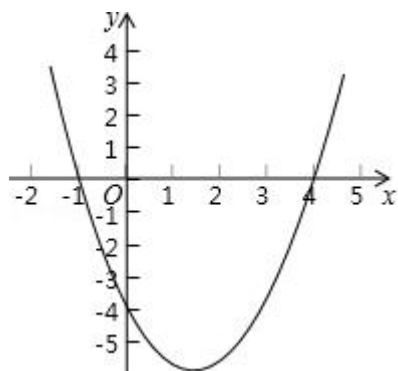
- A. 无解 B. $x=1$ C. $x=-4$ D. $x=-1$ 或 $x=4$

考点: 抛物线与 x 轴的交点.

分析: 关于 x 的方程 $x^2+ax+b=0$ 的解是抛物线 $y=x^2+ax+b$ 与 x 轴交点的横坐标.

解答: 解: 如图, $\because$ 函数 $y=x^2+ax+b$ 的图象与 x 轴交点坐标分别是 $(-1, 0)$, $(4, 0)$,
 $\therefore$ 关于 x 的方程 $x^2+ax+b=0$ 的解是 $x=-1$ 或 $x=4$.

故选: D.



点评: 本题考查了抛物线与 x 轴的交点. 求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标, 令 $y=0$, 即 $ax^2+bx+c=0$, 解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标.

12. (3分) (2014•柳州) 如图, 每个灯泡能否通电发光的概率都是 0.5, 当合上开关时, 至少有一个灯泡发光的概率是 ()



- A. 0.25 B. 0.5 C. 0.75 D. 0.95

考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: 根据题意列出表格, 得出所有等可能的情况数, 找出至少有一个灯泡发光的情况数, 即可求出所求的概率.

解答：解：列表如下：

	灯泡 1 发光	灯泡 1 不发光
灯泡 2 发光	(发光, 发光)	(不发光, 发光)
灯泡 2 不发光	(发光, 不发光)	(不发光, 不发光)

所有等可能的情况有 4 种，其中至少有一个灯泡发光的情况有 3 种，

$$\text{则 } P = \frac{3}{4} = 0.75.$$

故选 C.

点评：此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. (3 分) (2014•柳州) 3 的相反数是 -3.

考点：相反数.

分析：此题依据相反数的概念求值. 相反数的定义：只有符号不同的两个数互为相反数，0 的相反数是 0.

解答：解：3 的相反数就是 -3.

点评：此题主要考查相反数的概念.

14. (3 分) (2014•柳州) 如图，身高为 $x\text{cm}$ 的 1 号同学与身高为 $y\text{cm}$ 的 2 号同学站在一起时，如果用一个不等式来表示他们的身高关系，则这个式子可以表示成 x < y (用“>”或“<”填空).



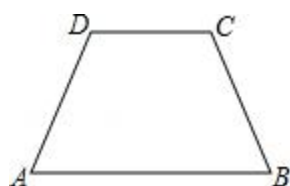
考点：不等式的定义.

分析：由图知 1 号同学比 2 号同学矮，据此可解答.

解答：解：如果用一个不等式来表示他们的身高关系，则这个式子可以表示成 $x < y$ ，故答案为：<.

点评：本题主要考查了不等式的定义，仔细看图是解题的关键.

15. (3 分) (2014•柳州) 如图，等腰梯形 ABCD 的周长为 16， $BC=4$ ， $CD=3$ ，则 $AB=$ 5.



考点: 等腰梯形的性质.

分析: 根据等腰梯形的性质可得出 $AD=BC$, 再由 $BC=4$, $CD=3$, 得出 AB 的长.

解答: 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为等腰梯形,

$$\therefore AD=BC,$$

$$\therefore BC=4,$$

$$\therefore AD=4,$$

$$\therefore CD=3, \text{ 等腰梯形 } ABCD \text{ 的周长为 } 16,$$

$$\therefore AB=16-3-4-4=5,$$

故答案为 5.

点评: 本题考查了等腰梯形的性质, 是基础知识要熟练掌握.

16. (3 分) (2014•柳州) 方程 $\frac{2}{x} - 1 = 0$ 的解是 $x = \underline{2}$.

考点: 解分式方程.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $2 - x = 0$,

$$\text{解得: } x = 2,$$

经检验 $x = 2$ 是分式方程的解.

故答案为: 2.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

17. (3 分) (2014•柳州) 将直线 $y = \frac{1}{2}x$ 向上平移 $\underline{7}$ 个单位后得到直线 $y = \frac{1}{2}x + 7$.

考点: 一次函数图象与几何变换.

分析: 直接根据“上加下减”的原则进行解答.

解答: 解: 由“上加下减”的原则可知, 将直线 $y = \frac{1}{2}x$ 向上平移 7 个单位所得直线的解析式为:

$$y = \frac{1}{2}x + 7.$$

故答案为: 7.

点评: 本题考查的是一次函数的图象与几何变换, 熟知“上加下减”的原则是解答此题的关键.

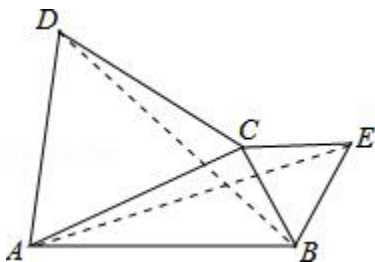
18. (3分) (2014•柳州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别以 AC , BC 为边作等边 $\triangle ACD$ 和等边 $\triangle BCE$. 设 $\triangle ACD$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle ABC$ 的面积分别是 S_1 、 S_2 、 S_3 , 现有如下结论:

① $S_1: S_2=AC^2: BC^2$;

②连接 AE , BD , 则 $\triangle BCD \cong \triangle ECA$;

③若 $AC \perp BC$, 则 $S_1 \cdot S_2 = \frac{3}{4} S_3^2$.

其中结论正确的序号是 ①②③.



考点: 全等三角形的判定与性质; 等边三角形的性质.

分析: ①根据相似三角形面积的比等于相似比的平方判断;

②根据 SAS 即可求得全等;

③根据面积公式即可判断.

解答: ① $S_1: S_2=AC^2: BC^2$ 正确,

解: $\because \triangle ADC$ 与 $\triangle BCE$ 是等边三角形,

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BCE$,

$\therefore S_1: S_2=AC^2: BC^2$.

② $\triangle BCD \cong \triangle ECA$ 正确,

证明: $\because \triangle ADC$ 与 $\triangle BCE$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ACD = \angle BCE = 60^\circ$

$\therefore \angle ACD + \angle ACB = \angle BCE + \angle ACD$,

即 $\angle ACE = \angle DCB$,

在 $\triangle ACE$ 与 $\triangle DCB$ 中,

$$\begin{cases} AC=BD \\ \angle ACE=\angle DCB, \\ CE=BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ECA$ (SAS).

③若 $AC \perp BC$, 则 $S_1 \cdot S_2 = \frac{3}{4} S_3^2$ 正确,

解: 设等边三角形 ADC 的边长 $=a$, 等边三角形 BCE 边长 $=b$, 则 $\triangle ADC$ 的高 $=\frac{\sqrt{3}}{2}a$,

$\triangle BCE$ 的高 $=\frac{\sqrt{3}}{2}b$,

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2, \quad S_2 = \frac{1}{2}b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}b = \frac{\sqrt{3}}{4}b^2,$$

$$\therefore S_1 \cdot S_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} b^2 = \frac{3}{16} a^2 b^2,$$

$$\therefore S_3 = \frac{1}{2} ab,$$

$$\therefore S_3^2 = \frac{1}{4} a^2 b^2,$$

$$\therefore S_1 \cdot S_2 = \frac{3}{4} S_3^2.$$

点评: 本题考查了三角形全等的判定, 等边三角形的性质, 面积公式以及相似三角形面积的比等于相似比的平方.

三、解答题 (共 8 小题, 满分 66 分)

19. (6 分) (2014•柳州) 计算: $2 \times (-5) + 3$.

考点: 有理数的乘法; 有理数的加法.

分析: 根据异号两数相乘得负, 并把绝对值相乘, 可得积, 再根据有理数的加法, 可得答案.

解答: 解: 原式 $= -10 + 3$
 $= -7$.

点评: 本题考查了有理数的乘法, 先算有理数的乘法, 再算有理数的加法, 注意运算符号.

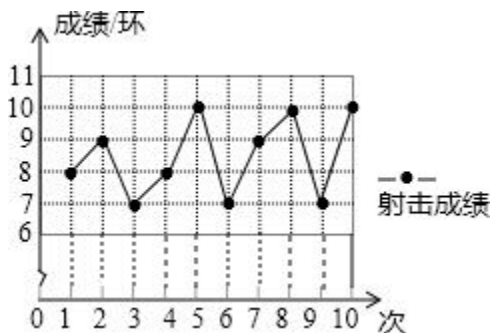
20. (6 分) (2014•柳州) 一位射击运动员在 10 次射击训练中, 命中靶的环数如图.

请你根据图表, 完成下列问题:

(1) 补充完成下面成绩单的填写:

射击序次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
成绩/环				8	10	7	9	10	7	10

(2) 求该运动员这 10 次射击训练的平均成绩.



考点: 折线统计图; 统计表; 算术平均数.

分析: 根据折线统计图中提供的信息, 补全统计表;

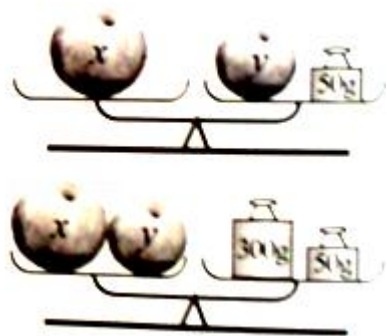
(2) 求出该运动员射击总环数除以 10 即可.

解答: 解: (1) 由折线统计图得出第一次射击环数为: 8, 第二次射击环数为: 9, 第三次射击环数为: 7,
 故答案为: 8, 9, 7.

(2) 运动员这 10 次射击训练的平均成绩: $(8+9+7+8+10+7+9+10+7+10) \div 10 = 8.5$ (环).

点评: 本题主要考查了折线统计图及统计表和平均数, 解题的关键是能从折线统计图中正确找出数据.

21. (6分) (2014•柳州) 小张把两个大小不同的苹果放到天平上称, 当天平保持平衡时的砝码重量如图所示. 问: 这两个苹果的重量分别为多少 g?



考点: 二元一次方程组的应用.

分析: 设大苹果的重量为 xg , 小苹果的重量为 yg , 根据图示可得: 大苹果的重量=小苹果+50g, 大苹果+小苹果=300g+50g, 据此列方程组求解.

解答: 解: 设大苹果的重量为 xg , 小苹果的重量为 yg ,

$$\text{由题意得, } \begin{cases} x=y+50 \\ x+y=300+50 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=200 \\ y=150 \end{cases}.$$

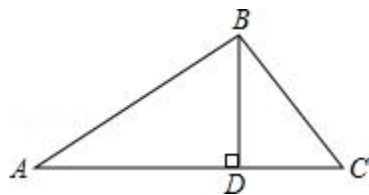
答: 大苹果的重量为 200g, 小苹果的重量为 150g.

点评: 本题考查了二元一次方程组的应用, 解答本题的关键是根据图形, 找出等量关系, 列方程组求解.

22. (8分) (2014•柳州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BD \perp AC$, $AB=6$, $AC=5\sqrt{3}$, $\angle A=30^\circ$.

①求 BD 和 AD 的长;

②求 $\tan \angle C$ 的值.



考点: 解直角三角形; 勾股定理.

专题: 计算题.

分析: (1) 由 $BD \perp AC$ 得到 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$, 在 $Rt\triangle ADB$ 中, 根据含 30° 的直角三角形三边的关系先得到 $BD = \frac{1}{2}AB = 3$, 再得到 $AD = \sqrt{3}BD = 3\sqrt{3}$;

(2) 先计算出 $CD = 2\sqrt{3}$, 然后在 $Rt\triangle ADC$ 中, 利用正切的定义求解.

解答: 解: (1) $\because BD \perp AC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle ADB$ 中, $AB=6$, $\angle A=30^\circ$,

$$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = 3,$$

$$\therefore AD = \sqrt{3}BD = 3\sqrt{3};$$

$$(2) CD = AC - AD = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADC \text{ 中, } \tan \angle C = \frac{BD}{CD} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

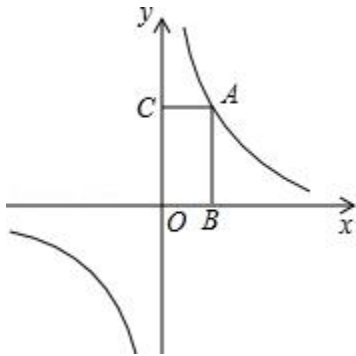
点评: 本题考查了解直角三角形: 在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形. 也考查了含 30 度的直角三角形三边的关系.

23. (8 分) (2014•柳州) 如图, 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 A (1, 2).

(1) 求该函数的解析式;

(2) 过点 A 分别向 x 轴和 y 轴作垂线, 垂足为 B 和 C, 求四边形 ABOC 的面积;

(3) 求证: 过此函数图象上任意一点分别向 x 轴和 y 轴作垂线, 这两条垂线与两坐标轴所围成矩形的面积为定值.



考点: 待定系数法求反比例函数解析式; 反比例函数系数 k 的几何意义.

分析: (1) 将点 A 的坐标代入反比例函数解析式, 即可求出 k 值;

(2) 由于点 A 是反比例函数上一点, 矩形 ABOC 的面积 $S = |k|$.

(3) 设图象上任一点的坐标 (x, y), 根据矩形的面积公式, 可得出结论.

解答: 解: (1) $\because$ 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 A (1, 2),

$\therefore$ 将点 A 的坐标代入反比例函数解析式,

$$\text{得 } 2 = \frac{k}{1}, \text{ 解得: } k = 2,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{2}{x};$$

(2) $\because$ 点 A 是反比例函数上一点,

$$\therefore \text{矩形 ABOC 的面积 } S = AC \cdot AB = |xy| = |k| = 2.$$

(3) 设图象上任一点的坐标 (x, y),

$$\therefore \text{过这点分别向 x 轴和 y 轴作垂线, 矩形面积为 } |xy| = |k| = 2,$$

$\therefore$ 矩形的面积为定值.

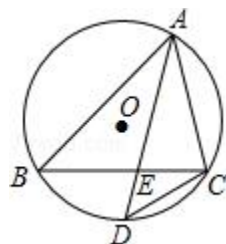
点评: 本题主要考查了待定系数法求反比例函数解析式和反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义,

注意掌握过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线，所得矩形面积为 $|k|$ ，是经常考查的一个知识点.

24. (10 分) (2014•柳州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 的角平分线 AD 交 BC 于 E ，交 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 于 D .

(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ADC$;

(2) 请连接 BD , OB , OC , OD , 且 OD 交 BC 于点 F , 若点 F 恰好是 OD 的中点. 求证: 四边形 $OBDC$ 是菱形.



考点: 相似三角形的判定与性质; 菱形的判定; 圆周角定理.

专题: 证明题.

分析: (1) 根据圆周角定理求出 $\angle B = \angle D$, 根据相似三角形的判定推出即可;

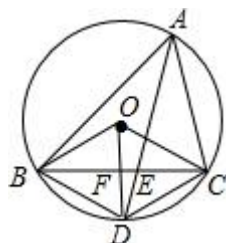
(2) 根据垂径定理求出 $OD \perp BC$, 根据线段垂直平分线性质得出 $OB = BD$, $OC = CD$, 根据菱形的判定推出即可.

解答: 证明: (1) $\because \angle BAC$ 的角平分线 AD ,

$$\therefore \angle BAE = \angle CAD,$$

$$\because \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC;$$



(2)

$$\because \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\therefore \text{弧 } BD = \text{弧 } CD,$$

$$\because OD \text{ 为半径},$$

$$\therefore OD \perp BC,$$

$$\because F \text{ 为 } OD \text{ 的中点},$$

$$\therefore OB = BD, \quad OC = CD,$$

$$\because OB = OC,$$

$$\therefore OB = BD = CD = OC,$$

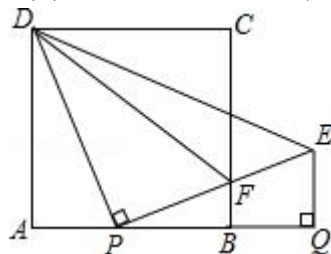
$$\therefore \text{四边形 } OBDC \text{ 是菱形}.$$

点评: 本题考查了相似三角形的判定, 圆周角定理, 垂径定理, 菱形的判定, 线段垂直平分线性质的应用, 主要考查学生的推理能力.

25. (10 分) (2014•柳州) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 1, AB 边上有一动点 P, 连接 PD, 线段 PD 绕点 P 顺时针旋转 90° 后, 得到线段 PE, 且 PE 交 BC 于 F, 连接 DF, 过点 E 作 $EQ \perp AB$ 的延长线于点 Q.

(1) 求线段 PQ 的长;

(2) 问: 点 P 在何处时, $\triangle PFD \sim \triangle BFP$, 并说明理由.



考点: 相似三角形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质; 正方形的性质.

分析: (1) 由题意得: $PD=PE$, $\angle DPE=90^\circ$, 又由正方形 ABCD 的边长为 1, 易证得 $\triangle ADP \cong \triangle QPE$, 然后由全等三角形的性质, 求得线段 PQ 的长;

(2) 易证得 $\triangle DAP \sim \triangle PBF$, 又由 $\triangle PFD \sim \triangle BFP$, 根据相似三角形的对应边成比例, 可得证得 $PA=PB$, 则可求得答案.

解答: 解: (1) 根据题意得: $PD=PE$, $\angle DPE=90^\circ$,

$$\therefore \angle APD + \angle QPE = 90^\circ,$$

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADP + \angle APD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADP = \angle QPE,$$

$\because EQ \perp AB$,

$$\therefore \angle A = \angle Q = 90^\circ,$$

在 $\triangle ADP$ 和 $\triangle QPE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle Q \\ \angle ADP = \angle QPE \\ PD = PE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADP \cong \triangle QPE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore PQ = AD = 1;$$

$$(2) \because \triangle PFD \sim \triangle BFP,$$

$$\therefore \frac{PB}{BF} = \frac{PD}{PF},$$

$$\because \angle ADP = \angle EPB, \angle CBP = \angle A,$$

$$\therefore \triangle DAP \sim \triangle PBF,$$

$$\therefore \frac{PD}{PF} = \frac{AP}{BF},$$

$$\therefore \frac{AP}{PF} = \frac{PB}{BF},$$

$$\therefore PA = PB,$$

$$\therefore PA = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$$

∴当 $PA=\frac{1}{2}$ 时, $\triangle PFD \sim \triangle BFP$.

点评: 此题考查了相似三角形的判定与性质、正方形的性质以及全等三角形的判定与性质. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想的应用.

26. (12 分) (2014•柳州) 已知二次函数图象的顶点坐标为 $(0, 1)$, 且过点 $(-1, \frac{5}{4})$, 直线 $y=kx+2$ 与 y 轴相交于点 P , 与二次函数图象交于不同的两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$.

(1) 求该二次函数的解析式.

(2) 对 (1) 中的二次函数, 当自变量 x 取值范围在 $-1 < x < 3$ 时, 请写出其函数值 y 的取值范围; (不必说明理由)

(3) 求证: 在此二次函数图象下方的 y 轴上, 必存在定点 G , 使 $\triangle ABG$ 的内切圆的圆心落在 y 轴上, 并求 $\triangle GAB$ 面积的最小值.

(注: 在解题过程中, 你也可以阅读后面的材料)

附: 阅读材料

任何一个一元二次方程的根与系数的关系为: 两根的和等于一次项系数与二次项系数的比的相反数, 两根的积等于常数项与二次项系数的比.

即: 设一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 x_1, x_2 ,

$$\text{则: } x_1+x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

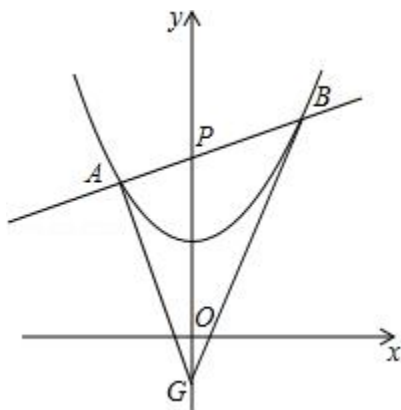
能灵活运用这种关系, 有时可以使解题更为简单.

例: 不解方程, 求方程 $x^2-3x=15$ 两根的和与积.

解: 原方程变为: $x^2-3x-15=0$

∵一元二次方程的根与系数有关系: $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

∴原方程两根之和 $= -\frac{-3}{1}=3$, 两根之积 $= \frac{-15}{1} = -15$.



考点: 二次函数综合题; 完全平方公式; 根与系数的关系; 待定系数法求一次函数解析式; 二次函数的图象; 待定系数法求二次函数解析式; 三角形的内切圆与内心.

专题: 压轴题.

分析: (1) 设二次函数解析式为 $y=ax^2+1$, 由于点 $(-1, \frac{5}{4})$ 在二次函数图象上, 把该点的

坐标代入 $y=ax^2+1$, 即可求出 a , 从而求出二次函数的解析式.

(2) 先分别求出 $x=-1$, $x=0$, $x=3$ 时 y 的值, 然后结合图象就可得到 y 的取值范围.

(3) 由于 $\triangle ABG$ 的内切圆的圆心落在 y 轴上, 因此 GP 平分 $\angle AGB$. 过点 A 作 GP 的对称点 A' , 则点 A' 必在 BG 上. 由于点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在直线 $y=kx+2$ 上, 从而可以得到点 A 的坐标为 (x_1, kx_1+2) 、 A' 的坐标为 $(-x_1, kx_1+2)$ 、 B 的坐标为 (x_2, kx_2+2) . 设直线 BG 的解析式为 $y=mx+n$, 则点 G 的坐标为 $(0, n)$. 由于点 $A'(-x_1, kx_1+2)$ 、 $B(x_2, kx_2+2)$ 在直线 BG 上, 可用含有 k 、 x_1 、 x_2 的代数式表示 n . 由于 A 、 B 是直线 $y=kx+2$ 与抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2+1$ 的交点, 由根与系数的关系可得:

$x_1+x_2=4k$, $x_1 \cdot x_2=-4$. 从而求出 $n=0$, 即可证出: 在此二次函数图象下方的 y 轴上, 存在定点 $G(0, 0)$, 使 $\triangle ABG$ 的内切圆的圆心落在 y 轴上. 由

$S_{\triangle ABG}=S_{\triangle APG}+S_{\triangle BPG}$, 可以得到 $S_{\triangle ABG}=x_2 -$

$$x_1 = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2} = 4\sqrt{k^2 + 1}, \text{ 所以当 } k=0 \text{ 时, } S_{\triangle ABG} \text{ 最小, 最小值为 } 4.$$

解答: (1) 解: 由于二次函数图象的顶点坐标为 $(0, 1)$,

因此二次函数的解析式可设为 $y=ax^2+1$.

$$\because \text{抛物线 } y=ax^2+1 \text{ 过点 } (-1, \frac{5}{4}),$$

$$\therefore \frac{5}{4}=a+1.$$

$$\text{解得: } a=\frac{1}{4}.$$

$$\therefore \text{二次函数的解析式为: } y=\frac{1}{4}x^2+1.$$

$$(2) \text{ 解: 当 } x=-1 \text{ 时, } y=\frac{5}{4},$$

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } y=1,$$

$$\text{当 } x=3 \text{ 时, } y=\frac{1}{4} \times 3^2 + 1 = \frac{13}{4},$$

结合图 1 可得: 当 $-1 < x < 3$ 时, y 的取值范围是 $1 \leq y < \frac{13}{4}$.

(3) ①证明: $\because \triangle ABG$ 的内切圆的圆心落在 y 轴上,

$\therefore GP$ 平分 $\angle AGB$.

$\therefore$ 直线 GP 是 $\angle AGB$ 的对称轴.

过点 A 作 GP 的对称点 A' , 如图 2,

则点 A' 一定在 BG 上.

$\therefore$ 点 A 的坐标为 (x_1, y_1) ,

$\therefore$ 点 A' 的坐标为 $(-x_1, y_1)$.

$\because$ 点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在直线 $y=kx+2$ 上,

$\therefore y_1=kx_1+2$, $y_2=kx_2+2$.

$\therefore$ 点 A' 的坐标为 $(-x_1, kx_1+2)$ 、点 B 的坐标为 (x_2, kx_2+2) .

设直线 BG 的解析式为 $y=mx+n$, 则点 G 的坐标为 $(0, n)$.

$\therefore$ 点 $A'(-x_1, kx_1+2)$ 、 $B(x_2, kx_2+2)$ 在直线 BG 上,

$$\therefore \begin{cases} -x_1 m + n = kx_1 + 2 \\ x_2 m + n = kx_2 + 2 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} m = \frac{k(x_2 - x_1)}{x_2 + x_1} \\ n = \frac{2kx_1x_2}{x_2 + x_1} + 2 \end{cases}$$

$\therefore A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 是直线 $y=kx+2$ 与抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2+1$ 的交点,

$\therefore x_1, x_2$ 是方程 $kx+2=\frac{1}{4}x^2+1$ 即 $x^2-4kx-4=0$ 的两个实数根.

$\therefore$ 由根与系数的关系可得: $x_1+x_2=4k, x_1 \cdot x_2 = -4$.

$$\therefore n = \frac{2k \times (-4)}{4k} + 2 = -2 + 2 = 0.$$

$\therefore$ 点 G 的坐标为 $(0, 0)$.

$\therefore$ 在此二次函数图象下方的 y 轴上, 存在定点 G $(0, 0)$, 使 $\triangle ABG$ 的内切圆的圆心落在 y 轴上.

②解: 过点 A 作 $AC \perp OP$, 垂足为 C, 过点 B 作 $BD \perp OP$, 垂足为 D, 如图 2,

$\therefore$ 直线 $y=kx+2$ 与 y 轴相交于点 P,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0, 2)$.

$$\therefore PG=2.$$

$$\therefore S_{\triangle ABG} = S_{\triangle APG} + S_{\triangle BPG}$$

$$= \frac{1}{2}PG \cdot AC + \frac{1}{2}PG \cdot BD$$

$$= \frac{1}{2}PG \cdot (AC + BD)$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (-x_1 + x_2)$$

$$= x_2 - x_1$$

$$= \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2}$$

$$= \sqrt{(4k)^2 - 4 \times (-4)}$$

$$= \sqrt{16(k^2 + 1)}$$

$$= 4\sqrt{k^2 + 1}.$$

$\therefore$ 当 $k=0$ 时, $S_{\triangle ABG}$ 最小, 最小值为 4.

$\therefore \triangle GAB$ 面积的最小值为 4.

$y \uparrow$

用待

点评: 本题考查了用待定系数法求二次函数及一次函数的解析式、二次函数的图象、三角形的内切圆、根与系数的关系、完全平方公式等知识, 综合性比较强, 有一定的难度.