

2014 年广西南宁市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，其中只有一是正确的。

1. (3 分) 如果水位升高 $3m$ 时水位变化记作 $+3m$ ，那么水位下降 $3m$ 时水位变化记作 ()

- A. $-3m$ B. $3m$ C. $6m$ D. $-6m$

2. (3 分) 下列图形中，是轴对称图形的是 ()



3. (3 分) 南宁东高铁火车站位于南宁青秀区凤岭北路，火车站总建筑面积约为 267000 平方米，其中数据 267000 用科学记数法表示为 ()

- A. 26.7×10^4 B. 2.67×10^4 C. 2.67×10^5 D. 0.267×10^6

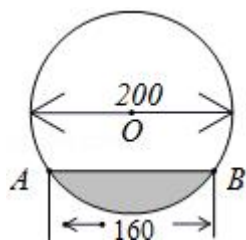
4. (3 分) 要使二次根式 $\sqrt{x+2}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x > -2$ D. $x \geq -2$

5. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(x^2)^3 = x^6$ C. $m^6 \div m^2 = m^3$ D. $6a - 4a = 2$

6. (3 分) 在直径为 $200cm$ 的圆柱形油槽内装入一些油以后，截面如图. 若油面的宽 $AB = 160cm$ ，则油的最大深度为 ()

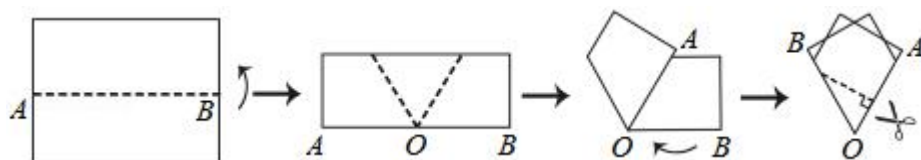


- A. $40cm$ B. $60cm$ C. $80cm$ D. $100cm$

7. (3 分) 数据 1, 2, 4, 0, 5, 3, 5 的中位数和众数分别是 ()

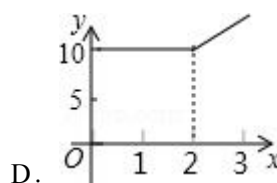
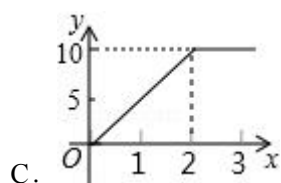
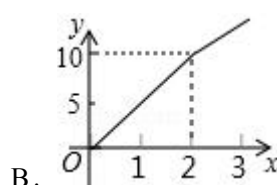
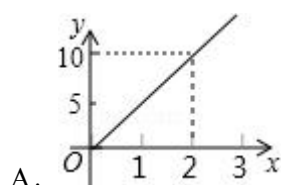
- A. 3 和 2 B. 3 和 3 C. 0 和 5 D. 3 和 5

8. (3 分) 如图所示，把一张长方形纸片对折，折痕为 AB ，再以 AB 的中点 O 为顶点，把平角 $\angle AOB$ 三等分，沿平角的三等分线折叠，将折叠后的图形剪出一个以 O 为顶点的直角三角形，那么剪出的直角三角形全部展开铺平后得到的平面图形一定是 ()

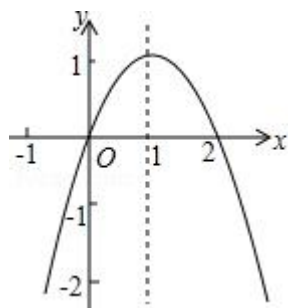


- A. 正三角形 B. 正方形 C. 正五边形 D. 正六边形

9. (3分) “黄金1号”玉米种子的价格为5元/千克，如果一次购买2千克以上的种子，超过2千克部分的种子价格打6折，设购买种子数量为 x 千克，付款金额为 y 元，则 y 与 x 的函数关系的图象大致是()

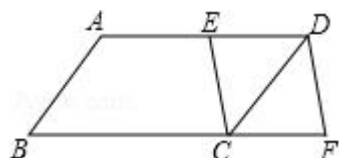


10. (3分) 如图，已知二次函数 $y = -x^2 + 2x$ ，当 $-1 < x < a$ 时， y 随 x 的增大而增大，则实数 a 的取值范围是()



- A. $a > 1$ B. $-1 < a \leq 1$ C. $a > 0$ D. $-1 < a < 2$

11. (3分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 是 AD 的中点，延长 BC 到点 F ，使 $CF:BC = 1:2$ ，连接 DF ， EC 。若 $AB = 5$ ， $AD = 8$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，则 DF 的长等于()



- A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{15}$ C. $\sqrt{17}$ D. $2\sqrt{5}$

12. (3分) 已知点 A 在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上，点 B 在直线 $y = x - 4$ 上，且 A ， B 两点关于 y 轴

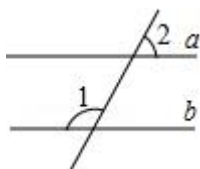
对称. 设点 A 的坐标为 (m, n) , 则 $\frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ 的值是 ()

- A. -10 B. -8 C. 6 D. 4

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) 比较大小: -5 _____ 3 (填 $>$, $<$ 或 $=$).

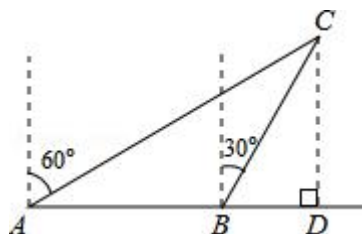
14. (3 分) 如图, 已知直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 120^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 _____ $^\circ$.



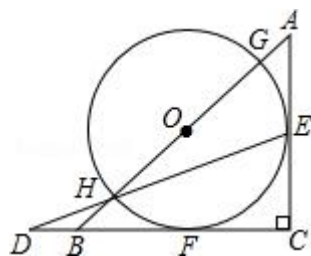
15. (3 分) 分解因式: $2a^2 - 6a =$ _____.

16. (3 分) 第 45 届世界体操锦标赛将于 2014 年 10 月 3 日至 12 日在南宁隆重举行, 届时某校将从小记者团内负责体育赛事报道的 3 名同学 (2 男 1 女) 中任选 2 名前往采访, 那么选出的 2 名同学恰好是一男一女的概率是 _____.

17. (3 分) 如图, 一渔船由西往东航行, 在 A 点测得海岛 C 位于北偏东 60° 的方向, 前进 20 海里到达 B 点, 此时, 测得海岛 C 位于北偏东 30° 的方向, 则海岛 C 到航线 AB 的距离 CD 等于 _____ 海里.



18. (3 分) 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AC = BC = a$, 以斜边 AB 上的点 O 为圆心的圆分别与 AC , BC 相切于点 E , F , 与 AB 分别交于点 G , H , 且 EH 的延长线和 CB 的延长线交于点 D , 则 CD 的长为 _____.



三、解答题: (本大题共 2 小题, 每小题满分 12 分, 共 12 分) 要求写出解答过程. 如果运算结果含有根号, 请保留根号.

19. (6 分) 计算: $(-1)^2 - 4\sin 45^\circ + |-3| + \sqrt{8}$.

20. (6分) 解方程: $\frac{x}{x-2} - \frac{2}{x^2-4} = 1$.

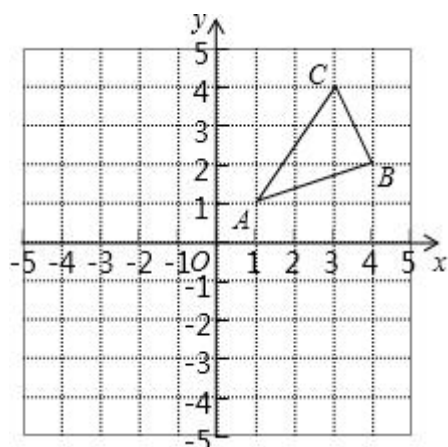
四、解答题: (本大题共2小题, 每小题满分16分, 共16分) 要求写出解答过程. 如果运算结果含有根号, 请保留根号.

21. (8分) 如图, $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(1, 1)$, $B(4, 2)$, $C(3, 4)$.

(1) 请画出 $\triangle ABC$ 向左平移5个单位长度后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 请画出 $\triangle ABC$ 关于原点对称的 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 在 x 轴上求作一点 P , 使 $\triangle PAB$ 的周长最小, 请画出 $\triangle PAB$, 并直接写出 P 的坐标.



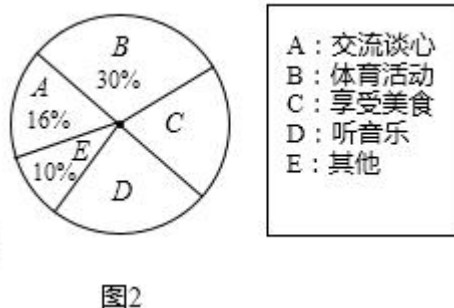
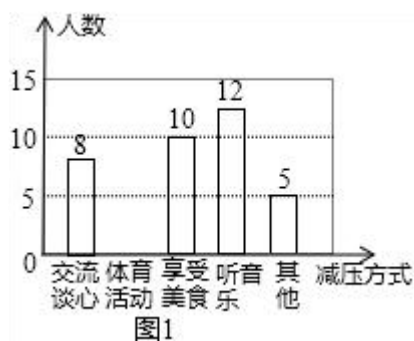
22. (8分) 考试前, 同学们总会采用各种方式缓解考试压力, 以最佳状态迎接考试. 某校对该校九年级的部分同学做了一次内容为“最适合自己的考前减压方式”的调查活动, 学校将减压方式分为五类, 同学们可根据自己的情况必选且只选其中一类. 学校收集整理数据后, 绘制了图1和图2两幅不完整的统计图, 请根据统计图中信息解答下列问题:

(1) 这次抽样调查中, 一共抽查了多少名学生?

(2) 请补全条形统计图;

(3) 请计算扇形统计图中“享受美食”所对应扇形的圆心角的度数;

(4) 根据调查结果, 估计该校九年级500名学生中采用“听音乐”来减压方式的人数.



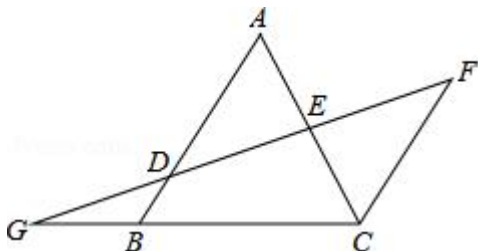
五、解答题: (本大题满分8分) 要求写出解答过程. 如果运算结果含有根号, 请保留根号.

23. (8分) 如图, $AB \parallel FC$, D 是 AB 上一点, DF 交 AC 于点 E , $DE = FE$, 分别延长 FD

和 CB 交于点 G .

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CFE$;

(2) 若 $GB = 2$, $BC = 4$, $BD = 1$, 求 AB 的长.



六、解答题: (本大题满分 10 分) 要求写出解答过程. 如果运算结果含有根号, 请保留根号.

24. (10 分) “保护好环境, 拒绝冒黑烟”. 某市公交公司将淘汰某一条线路上“冒黑烟”较严重的公交车, 计划购买 A 型和 B 型两种环保节能公交车共 10 辆, 若购买 A 型公交车 1 辆, B 型公交车 2 辆, 共需 400 万元; 若购买 A 型公交车 2 辆, B 型公交车 1 辆, 共需 350 万元.

(1) 求购买 A 型和 B 型公交车每辆各需多少万元?

(2) 预计在该线路上 A 型和 B 型公交车每辆年均载客量分别为 60 万人次和 100 万人次. 若该公司购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 1200 万元, 且确保这 10 辆公交车在该线路的年均载客总和不少于 680 万人次, 则该公司有哪几种购车方案? 哪种购车方案总费用最少? 最少总费用是多少?

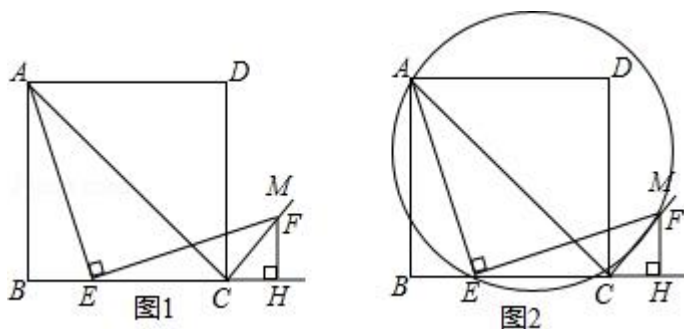
七、解答题: (本大题满分 10 分) 要求写出解答过程. 如果运算结果含有根号, 请保留根号.

25. (10 分) 如图 1, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 E 是边 BC 上一点, 点 F 在射线 CM 上, $\angle AEF = 90^\circ$, $AE = EF$, 过点 F 作射线 BC 的垂线, 垂足为 H , 连接 AC .

(1) 试判断 BE 与 FH 的数量关系, 并说明理由;

(2) 求证: $\angle ACF = 90^\circ$;

(3) 连接 AF , 过 A 、 E 、 F 三点作圆, 如图 2, 若 $EC = 4$, $\angle CEF = 15^\circ$, 求 $\widehat{AE}$ 的长.



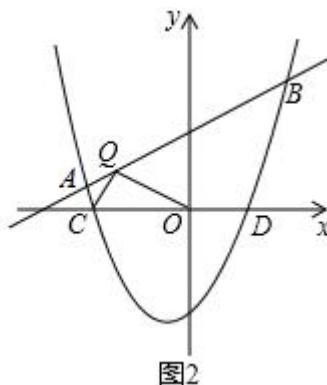
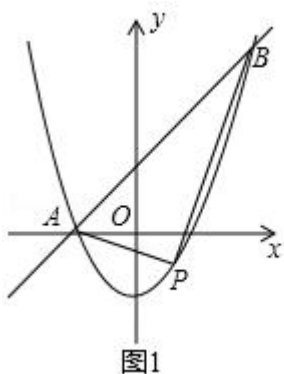
八、解答题：（本大题满分 10 分）要求写出解答过程．如果运算结果含有根号，请保留根号．

26.（10 分）在平面直角坐标系中，抛物线 $y = x^2 + (k - 1)x - k$ 与直线 $y = kx + 1$ 交于 A, B 两点，点 A 在点 B 的左侧．

（1）如图 1，当 $k = 1$ 时，直接写出 A, B 两点的坐标；

（2）在（1）的条件下，点 P 为抛物线上的一个动点，且在直线 AB 下方，试求出 $\triangle ABP$ 面积的最大值及此时点 P 的坐标；

（3）如图 2，抛物线 $y = x^2 + (k - 1)x - k$ ($k > 0$) 与 x 轴交于点 C, D 两点（点 C 在点 D 的左侧），在直线 $y = kx + 1$ 上是否存在唯一一点 Q ，使得 $\angle OQC = 90^\circ$ ？若存在，请求出此时 k 的值；若不存在，请说明理由．



2014 年广西南宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，其中只有一是正确的。

1. (3 分) 如果水位升高 $3m$ 时水位变化记作 $+3m$ ，那么水位下降 $3m$ 时水位变化记作 ()

- A. $-3m$ B. $3m$ C. $6m$ D. $-6m$

【考点】11：正数和负数.

【分析】首先审清题意，明确“正”和“负”所表示的意义，再根据题意作答.

【解答】解：因为上升记为 $+$ ，所以下降记为 $-$ ，

所以水位下降 $3m$ 时水位变化记作 $-3m$.

故选：A.

【点评】考查了正数和负数，解题关键是理解“正”和“负”的相对性，明确什么是一对具有相反意义的量. 在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示.

2. (3 分) 下列图形中，是轴对称图形的是 ()



【考点】P3：轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的定义：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，这时，我们也可以说这个图形关于这条直线（成轴）对称，进而得出答案.

【解答】解：A、不是轴对称图形，故 A 错误；

B、是轴对称图形，故 B 正确；

C、不是轴对称图形，故 C 错误；

D、不是轴对称图形，故 D 错误.

故选：B.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

3. (3 分) 南宁东高铁火车站位于南宁青秀区凤岭北路，火车站总建筑面积约为 267000 平

方米，其中数据 267000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 26.7×10^4 B. 2.67×10^4 C. 2.67×10^5 D. 0.267×10^6

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 267000 有 6 位，所以可以确定 $n = 6 - 1 = 5$.

【解答】解：267 000 = 2.67×10^5 .

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

4. (3 分) 要使二次根式 $\sqrt{x+2}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x > -2$ D. $x \geq -2$

【考点】72: 二次根式有意义的条件.

【分析】直接利用二次根式的概念. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式，进而得出答案.

【解答】解： $\because$ 二次根式 $\sqrt{x+2}$ 在实数范围内有意义，

$$\therefore x+2 \geq 0,$$

解得： $x \geq -2$,

则实数 x 的取值范围是： $x \geq -2$.

故选：D.

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件，正确把握二次根式的定义是解题关键.

5. (3 分) 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(x^2)^3 = x^6$ C. $m^6 \div m^2 = m^3$ D. $6a - 4a = 2$

【考点】35: 合并同类项；46: 同底数幂的乘法；47: 幂的乘方与积的乘方；48: 同底数幂的除法.

【分析】运用同底数幂的乘法法则，幂的乘方法则，同底数幂的除法法则和合并同类项的方法计算. 对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5 \neq a^6$ ，故 A 选项错误；

B、 $(x^2)^3 = x^6$ ，故 B 选项正确；

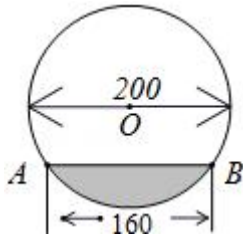
C、 $m^6 \div m^2 = m^4 \neq m^3$ ，故 C 选项错误；

D、 $6a - 4a = 2a \neq 2$ ，故 D 选项错误.

故选：B.

【点评】 本题主要考查了同底数幂的乘法法则， 幂的乘方法则， 同底数幂的除法法则和合并同类项， 是基础题， 熟记各性质是解题的关键．

6. (3 分) 在直径为 200cm 的圆柱形油槽内装入一些油以后， 截面如图． 若油面的宽 $AB = 160\text{cm}$ ， 则油的最大深度为 ()



- A. 40cm B. 60cm C. 80cm D. 100cm

【考点】 KQ: 勾股定理; M3: 垂径定理的应用.

【分析】 连接 OA ， 过点 O 作 $OE \perp AB$ ， 交 AB 于点 M ， 交圆 O 于点 E ， 由垂径定理求出 AM 的长， 再根据勾股定理求出 OM 的长， 进而可得出 ME 的长．

【解答】 解： 连接 OA ， 过点 O 作 $OE \perp AB$ ， 交 AB 于点 M ， 交圆 O 于点 E ，

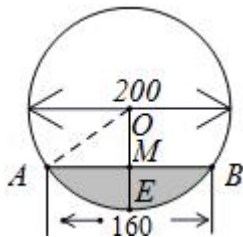
$\because$ 直径为 200cm ， $AB = 160\text{cm}$ ，

$\therefore OA = OE = 100\text{cm}$ ， $AM = 80\text{cm}$ ，

$\therefore OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = \sqrt{100^2 - 80^2} = 60\text{cm}$ ，

$\therefore ME = OE - OM = 100 - 60 = 40\text{cm}$ ．

故选： A．



【点评】 本题考查的是垂径定理的应用， 根据题意作出辅助线， 构造出直角三角形是解答此题的关键．

7. (3 分) 数据 1, 2, 4, 0, 5, 3, 5 的中位数和众数分别是 ()

- A. 3 和 2 B. 3 和 3 C. 0 和 5 D. 3 和 5

【考点】 W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】 根据中位数： 将一组数据按照从小到大（或从大到小） 的顺序排列， 如果数据的个数是奇数， 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数； 一组数据中出现次数最多

的数据叫做众数可得答案.

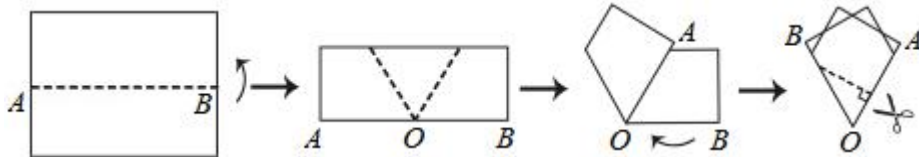
【解答】解：把所有数据从小到大排列：0，1，2，3，4，5，5，位置处于中间的是3，故中位数为3；

出现次数最多的是5，故众数为5，

故选：D.

【点评】此题主要考查了众数和中位数，关键是掌握两种数的概念.

8. (3分) 如图所示，把一张长方形纸片对折，折痕为 AB ，再以 AB 的中点 O 为顶点，把平角 $\angle AOB$ 三等分，沿平角的三等分线折叠，将折叠后的图形剪出一个以 O 为顶点的直角三角形，那么剪出的直角三角形全部展开铺平后得到的平面图形一定是 ()



A. 正三角形

B. 正方形

C. 正五边形

D. 正六边形

【考点】P9：剪纸问题.

【分析】先求出 $\angle O = 60^\circ$ ，再根据直角三角形两锐角互余沿折痕展开依次进行判断即可得解.

【解答】解： $\because$ 平角 $\angle AOB$ 三等分，

$$\therefore \angle O = 60^\circ,$$

$$\therefore 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$\therefore$ 剪出的直角三角形沿折痕展开一次得到底角是 30° 的等腰三角形，

再沿另一折痕展开得到有一个角是 30° 的直角三角形，

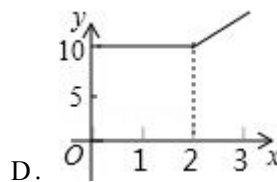
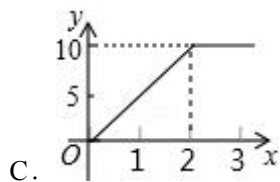
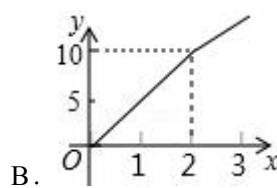
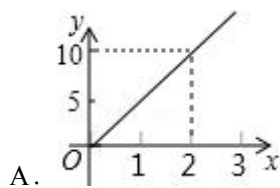
最后沿折痕 AB 展开得到等边三角形，

即正三角形.

故选：A.

【点评】本题考查了剪纸问题，难点在于根据折痕逐层展开，动手操作会更简便.

9. (3分) “黄金1号”玉米种子的价格为5元/千克，如果一次购买2千克以上的种子，超过2千克部分的种子价格打6折，设购买种子数量为 x 千克，付款金额为 y 元，则 y 与 x 的函数关系的图象大致是 ()



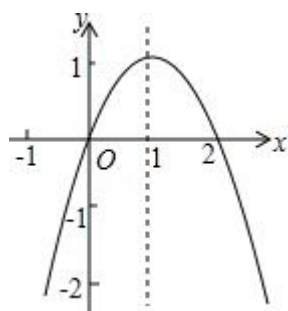
【考点】E6：函数的图象．

【分析】根据玉米种子的价格为 5 元/千克，如果一次购买 2 千克以上种子，超过 2 千克的部分的种子的价格打 6 折，可知 2 千克以下付款金额为 y 元随购买种子数量为 x 千克增大而增大，超过 2 千克的部分打 6 折， y 仍随 x 的增大而增大，不过增加的幅度低一点，即可得到答案．

【解答】解：可知 2 千克以下付款金额为 y 元随购买种子数量为 x 千克增大而增大，超过 2 千克的部分打 6 折， y 仍随 x 的增大而增大，不过增加的幅度低一点，故选项：B．

【点评】本题主要考查了函数的图象，关键是分析出分两段，每段 y 都随 x 的增大而增大，只不过快慢不同．

10. (3 分) 如图，已知二次函数 $y = -x^2 + 2x$ ，当 $-1 < x < a$ 时， y 随 x 的增大而增大，则实数 a 的取值范围是 ()



- A. $a > 1$ B. $-1 < a \leq 1$ C. $a > 0$ D. $-1 < a < 2$

【考点】HC：二次函数与不等式（组）．

【分析】先求出二次函数的对称轴，再根据二次函数的增减性列式即可．

【解答】解：二次函数 $y = -x^2 + 2x$ 的对称轴为直线 $x = 1$ ，

$\because -1 < x < a$ 时， y 随 x 的增大而增大，

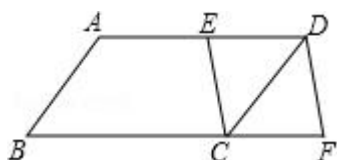
$\therefore a \leq 1$ ，

$$\therefore -1 < a \leq 1.$$

故选：B.

【点评】本题考查了二次函数与不等式，求出对称轴解析式并准确识图是解题的关键.

11. (3分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点E是AD的中点，延长BC到点F，使 $CF:BC=1:2$ ，连接DF，EC. 若 $AB=5$ ， $AD=8$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，则DF的长等于()



- A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{15}$ C. $\sqrt{17}$ D. $2\sqrt{5}$

【考点】KQ: 勾股定理; L7: 平行四边形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】由“平行四边形的对边平行且相等”的性质推知 $AD \parallel BC$ ，且 $AD = BC$ ；然后根据中点的定义、结合已知条件推知四边形CFDE的对边平行且相等($DE = CF$ ，且 $DE \parallel CF$)，即四边形CFDE是平行四边形. 如图，过点C作 $CH \perp AD$ 于点H. 利用平行四边形的性质、锐角三角函数定义和勾股定理求得 $CH = 4$ ， $DH = 3$ ，则在直角 $\triangle EHC$ 中利用勾股定理求得CE的长度，即DF的长度.

【解答】证明：如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle B = \angle ADC$ ， $AB = CD = 5$ ， $AD \parallel BC$ ，且 $AD = BC = 8$.

$\because E$ 是AD的中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD.$$

又 $\because CF:BC=1:2$ ，

$$\therefore DE = CF, \text{ 且 } DE \parallel CF,$$

$\therefore$ 四边形CFDE是平行四边形.

$$\therefore CE = DF.$$

过点C作 $CH \perp AD$ 于点H.

$$\text{又 } \because \sin B = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \sin \angle CDH = \frac{CH}{CD} = \frac{CH}{5} = \frac{4}{5},$$

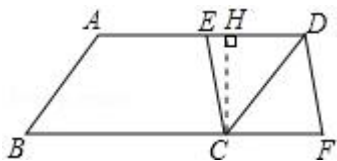
$$\therefore CH = 4.$$

在 $\text{Rt}\triangle CDH$ 中，由勾股定理得到： $DH = \sqrt{CD^2 - CH^2} = 3$ ，则 $EH = 4 - 3 = 1$ ，

∴在 $\text{Rt}\triangle CEH$ 中，由勾股定理得到： $EC = \sqrt{EH^2 + CH^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$ ，

则 $DF = EC = \sqrt{17}$ ．

故选：C．



【点评】 本题考查了平行四边形的判定与性质、勾股定理和解直角三角形．凡是可以用平行四边形知识证明的问题，不要再回到用三角形全等证明，应直接运用平行四边形的性质和判定去解决问题．

12. (3分) 已知点 A 在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上，点 B 在直线 $y = x - 4$ 上，且 A, B 两点关于 y 轴

对称．设点 A 的坐标为 (m, n) ，则 $\frac{m+n}{n} + \frac{n}{m}$ 的值是 ()

A. -10

B. -8

C. 6

D. 4

【考点】 F8：一次函数图象上点的坐标特征；G6：反比例函数图象上点的坐标特征；P5：关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标．

【分析】 先根据 A, B 两点关于 y 轴对称用 m, n 表示出点 B 的坐标，再根据点 A 在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上，点 B 在直线 $y = x - 4$ 上得出 mn 与 $m+n$ 的值，代入代数式进行计算即可．

【解答】 解：∵点 A 的坐标为 (m, n) ， A, B 两点关于 y 轴对称，

∴ $B(-m, n)$ ，

∵点 A 在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上，点 B 在直线 $y = x - 4$ 上，

∴ $n = -\frac{2}{m}$ ， $-m - 4 = n$ ，即 $mn = -2$ ， $m+n = -4$ ，

∴原式 $= \frac{(m+n)^2 - 2mn}{mn} = \frac{16+4}{-2} = -10$ ．

故选：A．

【点评】 本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键．

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. (3分) 比较大小： -5 < 3 （填 $>$ ， $<$ 或 $=$ ）．

【考点】 18：有理数大小比较．

【分析】 根据正数大于 0，0 大于负数，正数大于负数，可解答；

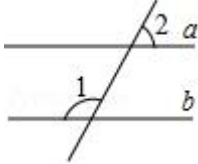
【解答】解： $\because -5$ 是负数， 3 是正数；

$$\therefore -5 < 3;$$

故答案为： $<$ ．

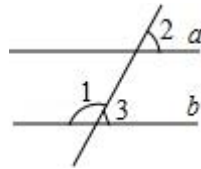
【点评】本题考查了有理数大小的比较，牢记正数大于 0 ， 0 大于负数，正数大于负数．

14. (3分) 如图，已知直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 120^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 60 $^\circ$ ．



【考点】JA：平行线的性质．

【分析】求出 $\angle 3$ 的度数，根据平行线的性质得出 $\angle 2 = \angle 3$ ，代入求出即可．



【解答】解：

$$\because \angle 1 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 60^\circ,$$

故答案为： 60 ．

【点评】本题考查了平行线的性质的应用，注意：两直线平行，同位角相等．

15. (3分) 分解因式： $2a^2 - 6a =$ $2a(a - 3)$ ．

【考点】53：因式分解－提公因式法．

【分析】观察原式，找到公因式 $2a$ ，提出即可得出答案．

【解答】解： $2a^2 - 6a = 2a(a - 3)$ ．

故答案为： $2a(a - 3)$ ．

【点评】此题主要考查了因式分解的基本方法一提公因式法．本题只要将原式的公因式 $2a$ 提出即可．

16. (3分) 第45届世界体操锦标赛将于2014年10月3日至12日在南宁隆重举行，届时某校将从小记者团内负责体育赛事报道的3名同学(2男1女)中任选2名前往采访，那么选出的2名同学恰好是一男一女的概率是 $\frac{2}{3}$ ．

【考点】X6：列表法与树状图法．

【分析】列表得出所有等可能的情况数，找出选出的 2 名同学恰好是一男一女的情况数，即可求出所求的概率．

【解答】解：列表得：

	男	男	女
男	- - -	(男, 男)	(女, 男)
男	(男, 男)	- - -	(女, 男)
女	(男, 女)	(男, 女)	- - -

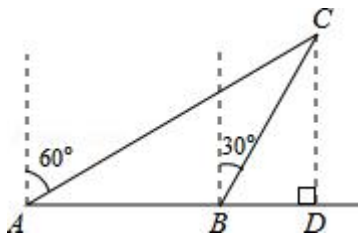
所有等可能的情况有 6 种，其中选出的 2 名同学恰好是一男一女的情况有 4 种，

$$\text{则 } P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{2}{3}$$

【点评】此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

17. (3 分) 如图，一渔船由西往东航行，在 A 点测得海岛 C 位于北偏东 60° 的方向，前进 20 海里到达 B 点，此时，测得海岛 C 位于北偏东 30° 的方向，则海岛 C 到航线 AB 的距离 CD 等于 $10\sqrt{3}$ 海里．



【考点】TB：解直角三角形的应用 - 方向角问题．

【分析】根据方向角的定义及余角的性质求出 $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle CBD = 60^\circ$ ，再由三角形外角的性质得到 $\angle CAD = 30^\circ = \angle ACB$ ，根据等角对等边得出 $AB = BC = 20$ ，然后解 $\text{Rt}\triangle BCD$ ，求出 CD 即可．

【解答】解：根据题意可知 $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle CBD = 60^\circ$ ，

$$\because \angle CBD = \angle CAD + \angle ACB,$$

$$\therefore \angle CAD = 30^\circ = \angle ACB,$$

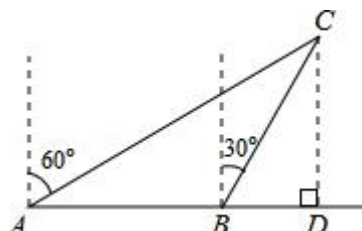
$$\therefore AB = BC = 20 \text{ 海里},$$

在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中, $\angle BDC = 90^\circ$, $\angle DBC = 60^\circ$, $\sin \angle DBC = \frac{CD}{BC}$,

$$\therefore \sin 60^\circ = \frac{CD}{BC},$$

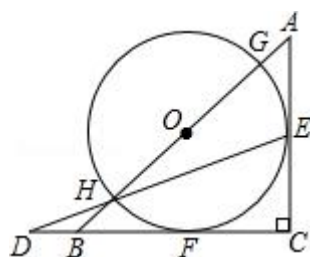
$$\therefore CD = 20 \times \sin 60^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ 海里},$$

故答案为: $10\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 难度适中. 解一般三角形, 求三角形的边或高的问题一般可以转化为解直角三角形的问题, 解决的方法就是作高线.

18. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AC = BC = a$, 以斜边 AB 上的点 O 为圆心的圆分别与 AC , BC 相切于点 E , F , 与 AB 分别交于点 G , H , 且 EH 的延长线和 CB 的延长线交于点 D , 则 CD 的长为 $\frac{1+\sqrt{2}}{2}a$.



【考点】 MC: 切线的性质; MH: 切割线定理; S7: 相似三角形的性质.

【分析】 连接 OE 、 OF , 由切线的性质结合结合直角三角形可得到正方形 $OECF$, 并且可求出 $\odot O$ 的半径为 $0.5a$, 则 $BF = a - 0.5a = 0.5a$, 再由 $\triangle BFH \sim \triangle BGF$ 可得 $BF^2 = BH \cdot BG$, 利用方程即可求出 BH , 然后又因 $OE \parallel DB$, $OE = OH$, 利用相似三角形的性质即可求出 $BH = BD$, 最终由 $CD = BC + BD$, 即可求出答案.

【解答】 解: 如图, 连接 OE 、 OF ,

$\because$ 由切线的性质可得 $OE = OF = \odot O$ 的半径, $\angle OEC = \angle OFC = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore OECF$ 是正方形,

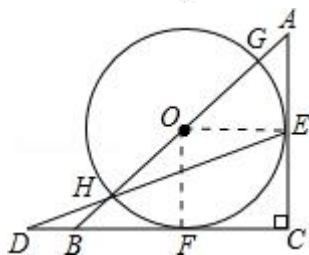
$\because$ 由 $\triangle ABC$ 的面积可知 $\frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times AC \times OE + \frac{1}{2} \times BC \times OF$,

$\therefore OE = OF = \frac{1}{2}a = EC = CF$, $BF = BC - CF = 0.5a$, $GH = 2OE = a$,

$\because DF$ 是切线,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle BFH = \angle FGH, \\
&\because \angle HBF = \angle GBF, \\
&\therefore \triangle BFH \sim \triangle BGF, \\
&\therefore BF^2 = BH \cdot BG, \\
&\therefore \frac{1}{4}a^2 = BH(BH+a), \\
&\therefore BH = \frac{-1+\sqrt{2}}{2}a \text{ 或 } BH = \frac{-1-\sqrt{2}}{2}a \text{ (舍去)}, \\
&\because OE \parallel DB, OE = OH, \\
&\therefore \triangle OEH \sim \triangle BDH, \\
&\therefore \frac{OE}{OH} = \frac{BD}{BH}, \\
&\therefore BH = BD, CD = BC + BD = a + \frac{-1+\sqrt{2}}{2}a = \frac{1+\sqrt{2}}{2}a.
\end{aligned}$$

故答案为: $\frac{1+\sqrt{2}}{2}a$.



【点评】考查了切线的性质，本题需仔细分析题意，结合图形，利用相似三角形的性质及切线的性质即可解决问题．

三、解答题：（本大题共 2 小题，每小题满分 12 分，共 12 分）要求写出解答过程．如果运算结果含有根号，请保留根号．

19.（6 分）计算： $(-1)^2 - 4\sin 45^\circ + |-3| + \sqrt{8}$.

【考点】2C：实数的运算；T5：特殊角的三角函数值．

【分析】本题涉及零指数幂、乘方、特殊角的三角函数值、二次根式化简四个考点．针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果．

【解答】解：原式 $= 1 - 2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}$
 $= 4$.

【点评】本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值，熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算．

20. (6分) 解方程: $\frac{x}{x-2} - \frac{2}{x^2-4} = 1$.

【考点】B3: 解分式方程.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $x(x+2) - 2 = x^2 - 4$,

去括号得: $x^2 + 2x - 2 = x^2 - 4$,

解得: $x = -1$,

经检验 $x = -1$ 是分式方程的解.

【点评】此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意验根.

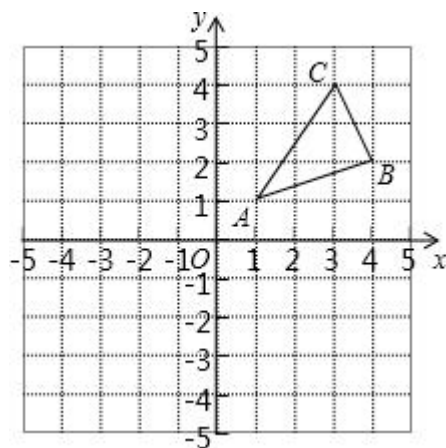
四、解答题: (本大题共 2 小题, 每小题满分 16 分, 共 16 分) 要求写出解答过程. 如果运算结果含有根号, 请保留根号.

21. (8分) 如图, $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(1, 1)$, $B(4, 2)$, $C(3, 4)$.

(1) 请画出 $\triangle ABC$ 向左平移 5 个单位长度后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 请画出 $\triangle ABC$ 关于原点对称的 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 在 x 轴上求作一点 P , 使 $\triangle PAB$ 的周长最小, 请画出 $\triangle PAB$, 并直接写出 P 的坐标.



【考点】PA: 轴对称 - 最短路线问题; Q4: 作图 - 平移变换; R8: 作图 - 旋转变换.

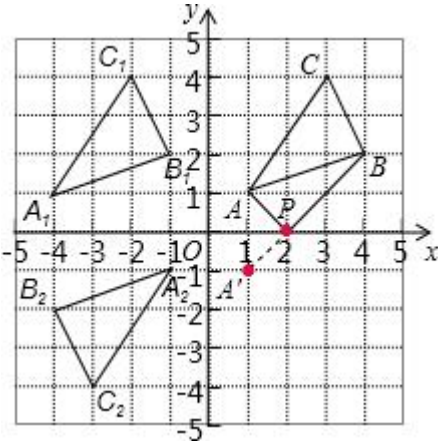
【分析】(1) 根据网格结构找出点 A 、 B 、 C 平移后的对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 的位置, 然后顺次连接即可;

(2) 根据网格结构找出点 A 、 B 、 C 关于原点的对称点 A_2 、 B_2 、 C_2 的位置, 然后顺次连接即可;

(3) 找出点 A 关于 x 轴的对称点 A' , 连接 $A'B$ 与 x 轴相交于一点, 根据轴对称确定

最短路线问题，交点即为所求的点 P 的位置，然后连接 AP 、 BP 并根据图象写出点 P 的坐标即可．

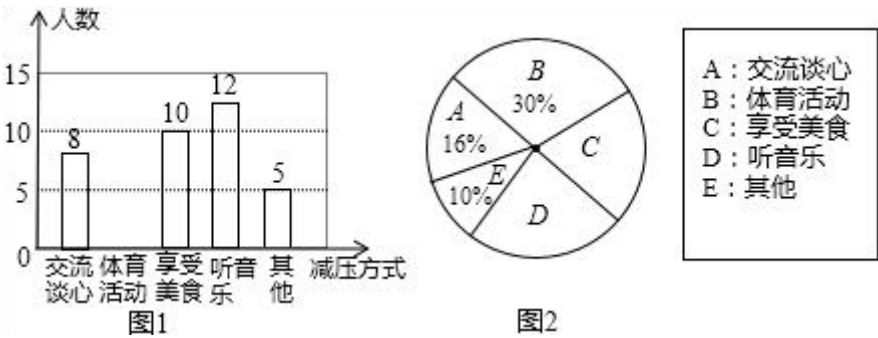
【解答】解：（1） $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示；
 （2） $\triangle A_2B_2C_2$ 如图所示；
 （3） $\triangle PAB$ 如图所示， $P(2, 0)$ ．



【点评】本题考查了利用旋转变换作图，利用平移变换作图，轴对称确定最短路线问题，熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置是解题的关键．

22.（8分）考试前，同学们总会采用各种方式缓解考试压力，以最佳状态迎接考试．某校对该校九年级的部分同学做了一次内容为“最适合自己的考前减压方式”的调查活动，学校将减压方式分为五类，同学们可根据自己的情况必选且只选其中一类．学校收集整理数据后，绘制了图1和图2两幅不完整的统计图，请根据统计图中信息解答下列问题：

- （1）这次抽样调查中，一共抽查了多少名学生？
- （2）请补全条形统计图；
- （3）请计算扇形统计图中“享受美食”所对应扇形的圆心角的度数；
- （4）根据调查结果，估计该校九年级 500 名学生中采用“听音乐”来减压方式的人数．



【考点】V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图．

【分析】（1）利用“流谈心”的人数除以所占的百分比计算即可得解；

(2) 用总人数乘以“体育活动”所占的百分比计算出体育活动的人数，然后补全统计图即可；

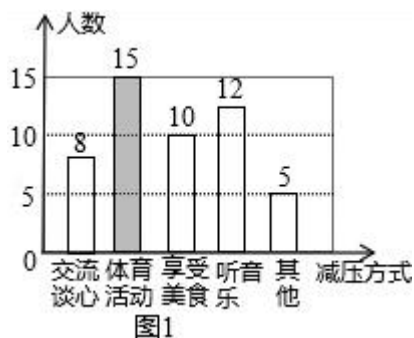
(3) 用 360° 乘以“享受美食”所占的百分比计算即可得解；

(4) 用总人数乘以“听音乐”所占的百分比计算即可得解．

【解答】解：(1) 一共抽查的学生： $8 \div 16\% = 50$ 人；

(2) 参加“体育活动”的人数为： $50 \times 30\% = 15$ ，

补全统计图如图所示：



(3) “享受美食”所对应扇形的圆心角的度数为： $360^\circ \times \frac{10}{50} = 72^\circ$ ；

(4) 该校九年级 500 名学生中采用“听音乐”来减压方式的人数为： $500 \times \frac{12}{50} = 120$ 人．

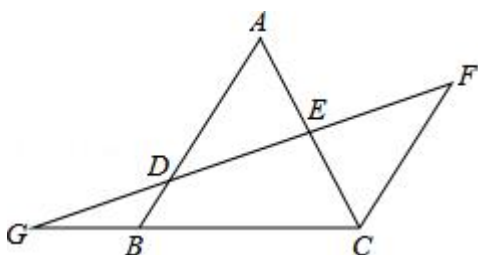
【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

五、解答题：(本大题满分 8 分) 要求写出解答过程．如果运算结果含有根号，请保留根号．

23. (8 分) 如图， $AB \parallel FC$ ， D 是 AB 上一点， DF 交 AC 于点 E ， $DE = FE$ ，分别延长 FD 和 CB 交于点 G ．

(1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle CFE$ ；

(2) 若 $GB = 2$ ， $BC = 4$ ， $BD = 1$ ，求 AB 的长．



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】(1) 由平行线的性质可得: $\angle A = \angle FCE$, 再根据对顶角相等以及全等三角形的判定方法即可证明: $\triangle ADE \cong \triangle CFE$;

(2) 由 $AB \parallel FC$, 可证明 $\triangle GBD \sim \triangle GCF$, 根据给出的已知数据可求出 CF 的长, 即 AD 的长, 进而可求出 AB 的长.

【解答】(1) 证明: $\because AB \parallel FC$,

$$\therefore \angle A = \angle FCE,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CFE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle FCE \\ \angle DEA = \angle FEC, \\ DE = FE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CFE \text{ (AAS)};$$

(2) 解: $\because AB \parallel FC$,

$$\therefore \triangle GBD \sim \triangle GCF,$$

$$\therefore GB : GC = BD : CF,$$

$$\because GB = 2, BC = 4, BD = 1,$$

$$\therefore 2 : 6 = 1 : CF,$$

$$\therefore CF = 3,$$

$$\because AD = CF,$$

$$\therefore AB = AD + BD = 4.$$

【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质以及平行线的性质, 题目的设计很好, 难度一般.

六、解答题: (本大题满分 10 分) 要求写出解答过程. 如果运算结果含有根号, 请保留根号.

24. (10 分) “保护好环境, 拒绝冒黑烟”. 某市公交公司将淘汰某一条线路上“冒黑烟”较严重的公交车, 计划购买 A 型和 B 型两种环保节能公交车共 10 辆, 若购买 A 型公交车 1 辆, B 型公交车 2 辆, 共需 400 万元; 若购买 A 型公交车 2 辆, B 型公交车 1 辆, 共需 350 万元.

(1) 求购买 A 型和 B 型公交车每辆各需多少万元?

(2) 预计在该线路上 A 型和 B 型公交车每辆年均载客量分别为 60 万人次和 100 万人次. 若该公司购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 1200 万元, 且确保这 10 辆公交车在该线

路的年均载客总和不少于 680 万人次，则该公司有哪几种购车方案？哪种购车方案总费用最少？最少总费用是多少？

【考点】9A：二元一次方程组的应用；CE：一元一次不等式组的应用．

【分析】（1）设购买 A 型公交车每辆需 x 万元，购买 B 型公交车每辆需 y 万元，根据“A 型公交车 1 辆，B 型公交车 2 辆，共需 400 万元；A 型公交车 2 辆，B 型公交车 1 辆，共需 350 万元”列出方程组解决问题；

（2）设购买 A 型公交车 a 辆，则 B 型公交车 $(10 - a)$ 辆，由“购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 1200 万元”和“10 辆公交车在该线路的年均载客总和不少于 680 万人次”列出不等式组探讨得出答案即可．

【解答】解：（1）设购买 A 型公交车每辆需 x 万元，购买 B 型公交车每辆需 y 万元，由题意得

$$\begin{cases} x+2y=400 \\ 2x+y=350 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x=100 \\ y=150 \end{cases}$

答：购买 A 型公交车每辆需 100 万元，购买 B 型公交车每辆需 150 万元．

（2）设购买 A 型公交车 a 辆，则 B 型公交车 $(10 - a)$ 辆，由题意得

$$\begin{cases} 100a+150(10-a) \leq 1200 \\ 60a+100(10-a) \geq 680 \end{cases},$$

解得： $6 \leq a \leq 8$ ，

所以 $a = 6, 7, 8$ ；

则 $(10 - a) = 4, 3, 2$ ；

三种方案：

①购买 A 型公交车 6 辆，则 B 型公交车 4 辆： $100 \times 6 + 150 \times 4 = 1200$ 万元；

②购买 A 型公交车 7 辆，则 B 型公交车 3 辆： $100 \times 7 + 150 \times 3 = 1150$ 万元；

③购买 A 型公交车 8 辆，则 B 型公交车 2 辆： $100 \times 8 + 150 \times 2 = 1100$ 万元；

购买 A 型公交车 8 辆，则 B 型公交车 2 辆费用最少，最少总费用为 1100 万元．

【点评】此题考查二元一次方程组和一元一次不等式组的应用，注意理解题意，找出题目蕴含的数量关系，列出方程组或不等式组解决问题．

七、解答题：（本大题满分 10 分）要求写出解答过程．如果运算结果含有根号，请保留根号．

25. (10分) 如图1, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 E 是边 BC 上一点, 点 F 在射线 CM 上, $\angle AEF = 90^\circ$, $AE = EF$, 过点 F 作射线 BC 的垂线, 垂足为 H , 连接 AC .

(1) 试判断 BE 与 FH 的数量关系, 并说明理由;

(2) 求证: $\angle ACF = 90^\circ$;

(3) 连接 AF , 过 A 、 E 、 F 三点作圆, 如图2, 若 $EC = 4$, $\angle CEF = 15^\circ$, 求 $\widehat{AE}$ 的长.

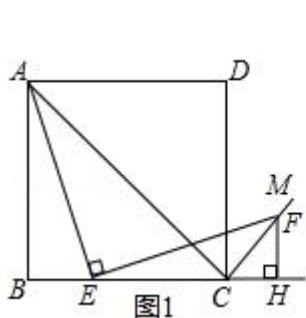


图1

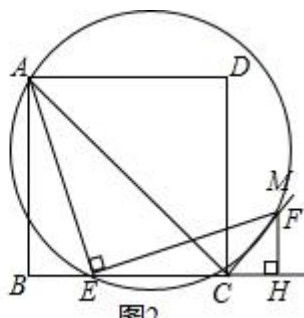


图2

【考点】MR: 圆的综合题.

【分析】(1) 利用 $\triangle ABE \cong \triangle EHF$ 求证 $BE = FH$,

(2) 由 $BE = FH$, $AB = EH$, 推出 $CH = FH$, 得到 $\angle HCF = 45^\circ$, 由四边形 $ABCD$ 是正方形, 所以 $\angle ACB = 45^\circ$, 得出 $\angle ACF = 90^\circ$,

(3) 作 $CP \perp EF$ 于 P , 利用相似三角形 $\triangle CPE \sim \triangle FHE$, 求出 EF , 利用公式求出 $\widehat{AE}$ 的长.

【解答】解: (1) $BE = FH$.

证明: $\because \angle AEF = 90^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle HEF + \angle AEB = 90^\circ$, $\angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle HEF = \angle BAE$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle EHF$ 中,

$$\begin{cases} \angle FHE = \angle EBA \\ \angle HEF = \angle BAE, \\ AE = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle EHF$ (AAS)

$\therefore BE = FH$.

(2) 由 (1) 得 $BE = FH$, $AB = EH$,

$\because BC = AB$,

$\therefore BE = CH$,

26. (10分) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 + (k-1)x - k$ 与直线 $y = kx + 1$ 交于 A, B 两点, 点 A 在点 B 的左侧.

(1) 如图 1, 当 $k = 1$ 时, 直接写出 A, B 两点的坐标;

(2) 在 (1) 的条件下, 点 P 为抛物线上的一个动点, 且在直线 AB 下方, 试求出 $\triangle ABP$ 面积的最大值及此时点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 抛物线 $y = x^2 + (k-1)x - k$ ($k > 0$) 与 x 轴交于点 C, D 两点 (点 C 在点 D 的左侧), 在直线 $y = kx + 1$ 上是否存在唯一一点 Q , 使得 $\angle OQC = 90^\circ$? 若存在, 请求出此时 k 的值; 若不存在, 请说明理由.

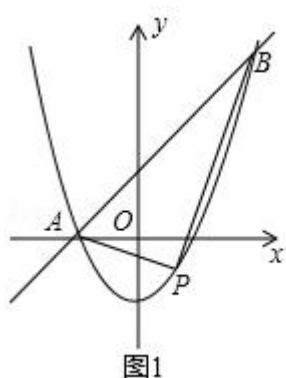


图1

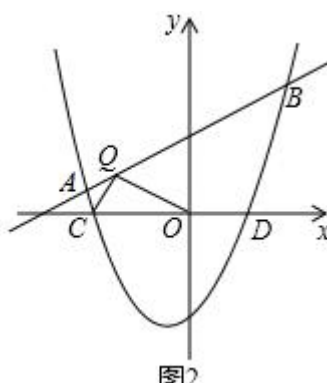


图2

【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】方法一:

(1) 当 $k = 1$ 时, 联立抛物线与直线的解析式, 解方程求得点 A, B 的坐标;

(2) 如答图 2, 作辅助线, 求出 $\triangle ABP$ 面积的表达式, 然后利用二次函数的性质求出最大值及点 P 的坐标;

(3) “存在唯一一点 Q , 使得 $\angle OQC = 90^\circ$ ” 的含义是, 以 OC 为直径的圆与直线 AB 相切于点 Q , 由圆周角定理可知, 此时 $\angle OQC = 90^\circ$ 且点 Q 为唯一. 以此为基础, 构造相似三角形, 利用比例式列出方程, 求得 k 的值. 需要另外注意一点是考虑直线 AB 是否与抛物线交于 C 点, 此时亦存在唯一一点 Q , 使得 $\angle OQC = 90^\circ$.

方法二:

(1) 联立直线与抛物线方程求出点 A, B 坐标.

(2) 利用面积公式求出 P 点坐标.

(3) 列出定点 O 坐标, 用参数表示 C, Q 点坐标, 利用黄金法则二求出 k 的值.

【解答】方法一:

解: (1) 当 $k = 1$ 时, 抛物线解析式为 $y = x^2 - 1$, 直线解析式为 $y = x + 1$.

联立两个解析式，得： $x^2 - 1 = x + 1$,

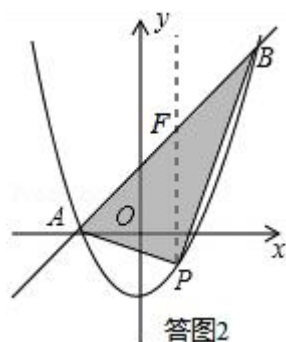
解得： $x = -1$ 或 $x = 2$,

当 $x = -1$ 时, $y = x + 1 = 0$; 当 $x = 2$ 时, $y = x + 1 = 3$,

$\therefore A(-1, 0), B(2, 3)$.

(2) 设 $P(x, x^2 - 1)$.

如答图 2 所示, 过点 P 作 $PF \parallel y$ 轴, 交直线 AB 于点 F , 则 $F(x, x + 1)$.



$$\therefore PF = y_F - y_P = (x + 1) - (x^2 - 1) = -x^2 + x + 2.$$

$$S_{\triangle ABP} = S_{\triangle PFA} + S_{\triangle PFB} = \frac{1}{2}PF(x_F - x_A) + \frac{1}{2}PF(x_B - x_F) = \frac{1}{2}PF(x_B - x_A) = \frac{3}{2}PF$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{3}{2}(-x^2 + x + 2) = -\frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{8}$$

$$\text{当 } x = \frac{1}{2} \text{ 时, } y_P = x^2 - 1 = -\frac{3}{4}.$$

$$\therefore \triangle ABP \text{ 面积最大值为 } \frac{27}{8}, \text{ 此时点 } P \text{ 坐标为 } \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right).$$

(3) 设直线 $AB: y = kx + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 E 、 F ,

$$\text{则 } E\left(-\frac{1}{k}, 0\right), F(0, 1), OE = \frac{1}{k}, OF = 1.$$

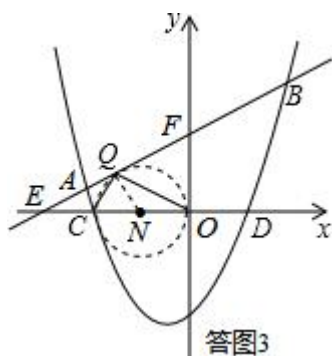
$$\text{在 Rt}\triangle EOF \text{ 中, 由勾股定理得: } EF = \sqrt{\left(\frac{1}{k}\right)^2 + 1} = \frac{\sqrt{1+k^2}}{k}.$$

$$\text{令 } y = x^2 + (k-1)x - k = 0, \text{ 即 } (x+k)(x-1) = 0, \text{ 解得: } x = -k \text{ 或 } x = 1.$$

$$\therefore C(-k, 0), OC = k.$$

I、假设存在唯一一点 Q , 使得 $\angle OQC = 90^\circ$, 如答图 3 所示,

则以 OC 为直径的圆与直线 AB 相切于点 Q , 根据圆周角定理, 此时 $\angle OQC = 90^\circ$.



设点 N 为 OC 中点，连接 NQ ，则 $NQ \perp EF$ ， $NQ = CN = ON = \frac{k}{2}$ 。

$$\therefore EN = OE - ON = \frac{1}{k} - \frac{k}{2}.$$

$$\because \angle NEQ = \angle FEO, \angle EQN = \angle EOF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EQN \sim \triangle EOF,$$

$$\therefore \frac{NQ}{OF} = \frac{EN}{EF}, \text{ 即: } \frac{\frac{k}{2}}{1} = \frac{\frac{1}{k} - \frac{k}{2}}{\frac{\sqrt{1+k^2}}{k}},$$

$$\text{解得: } k = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\because k > 0,$$

$$\therefore k = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

$$\therefore \text{存在唯一点 } Q, \text{ 使得 } \angle OQC = 90^\circ, \text{ 此时 } k = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

II、若直线 AB 过点 C 时，此时直线与圆的交点只有另一点 Q 点，故亦存在唯一点 Q ，使得 $\angle OQC = 90^\circ$ ，

将 $C(-k, 0)$ 代入 $y = kx + 1$ 中，

可得 $k = 1, k = -1$ (舍去)，

故存在唯一点 Q ，使得 $\angle OQC = 90^\circ$ ，此时 $k = 1$ 。

综上所述， $k = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 1 时，存在唯一点 Q ，使得 $\angle OQC = 90^\circ$ 。

方法二：

(1) 略。

(2) 过点 P 作 x 轴垂线，叫直线 AB 于 F ，

设 $P(t, t^2 - 1)$ ，则 $F(t, t + 1)$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} (F_Y - P_Y) (B_X - A_X),$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} (t+1 - t^2+1) (2+1),$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = -\frac{3}{2}t^2 + \frac{3}{2}t + 3,$$

当 $t = \frac{1}{2}$ 时, $S_{\triangle ABP}$ 有最大值,

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{27}{8}.$$

$$(3) \because y = x^2 + (k-1)x - k,$$

$$\therefore y = (x+k)(x-1),$$

当 $y=0$ 时, $x_1 = -k, x_2 = 1$,

$$\therefore C(-k, 0), D(1, 0),$$

当点 A 和点 C 重合时, 将 $C(-k, 0)$ 代入 $y=kx+1$ 中,

可得 $k=1, k=-1$ (舍去),

故存在唯一一点 Q , 使得 $\angle OQC = 90^\circ$, 此时 $k=1$.

当点 A 和点 C 不重合时,

$\because$ 点 Q 在 $y=kx+1$ 上, 设 $Q(t, kt+1), O(0, 0)$,

$$\because \angle OQC = 90^\circ,$$

$$\therefore CQ \perp OQ,$$

$$\therefore K_{CQ} \times K_{OQ} = -1,$$

$$\therefore \frac{kt+1}{t} \times \frac{kt+1}{t+k} = -1$$

$$\therefore (k^2+1)t^2 + 3kt + 1 = 0 \text{ 有唯一解},$$

$$\therefore \Delta = (3k)^2 - 4(k^2+1) = 0,$$

$$\therefore k_1 = \frac{2\sqrt{5}}{5}, k_2 = -\frac{2\sqrt{5}}{5} (k > 0 \text{ 故舍去}),$$

$$\therefore k = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

综上所述, $k = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 1 时, 存在唯一一点 Q , 使得 $\angle OQC = 90^\circ$.

【点评】 本题是二次函数压轴题, 综合考查了二次函数及一次函数的图象与性质、解方程、勾股定理、直线与圆的位置关系、相似等重要知识点, 有一定的难度. 第(2)问中, 注意图形面积的计算方法; 第(3)问中, 解题关键是理解“存在唯一一点 Q , 使得 $\angle OQC$

$= 90^\circ$ ” 的含义.

考点卡片

1. 正数和负数

- 1、在以前学过的 0 以外的数叫做正数，在正数前面加负号“-”，叫做负数，一个数前面的“+”“-”号叫做它的符号.
- 2、0 既不是正数也不是负数. 0 是正负数的分界点，正数是大于 0 的数，负数是小于 0 的数.
- 3、用正负数表示两种具有相反意义的量. 具有相反意义的量都是互相依存的两个量，它包含两个要素，一是它们的意义相反，二是它们都是数量.

2. 有理数大小比较

(1) 有理数的大小比较

比较有理数的大小可以利用数轴，他们从右到左的顺序，即从大到小的顺序（在数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的数大）；也可以利用数的性质比较异号两数及 0 的大小，利用绝对值比较两个负数的大小.

(2) 有理数大小比较的法则：

- ①正数都大于 0；
- ②负数都小于 0；
- ③正数大于一切负数；
- ④两个负数，绝对值大的其值反而小.

【规律方法】有理数大小比较的三种方法

1. 法则比较：正数都大于 0，负数都小于 0，正数大于一切负数. 两个负数比较大小，绝对值大的反而小.
2. 数轴比较：在数轴上右边的点表示的数大于左边的点表示的数.
3. 作差比较：
若 $a - b > 0$ ，则 $a > b$ ；
若 $a - b < 0$ ，则 $a < b$ ；
若 $a - b = 0$ ，则 $a = b$.

3. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数， n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为正整数.】

(2) 规律方法总结:

①科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键, 由于 10 的指数比原来的整数位数少 1; 按此规律, 先数一下原数的整数位数, 即可求出 10 的指数 n .

②记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示, 实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示, 只是前面多一个负号.

4. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行.

另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.

2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.

3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

5. 合并同类项

(1) 定义: 把多项式中同类项合成一项, 叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点:

①要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;

②明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数会减少, 达到化简多项式的目的;

③“合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母和字母的指数不变.

6. 同底数幂的乘法

(1) 同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

(2) 推广： $a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}$ (m, n, p 都是正整数)

在应用同底数幂的乘法法则时，应注意：①底数必须相同，如 2^3 与 2^5 , $(a^2b^2)^3$ 与 $(a^2b^2)^4$, $(x-y)^2$ 与 $(x-y)^3$ 等；② a 可以是单项式，也可以是多项式；③按照运算性质，只有相乘时才是底数不变，指数相加.

(3) 概括整合：同底数幂的乘法，是学习整式乘除运算的基础，是学好整式运算的关键. 在运用时要抓住“同底数”这一关键点，同时注意，有的底数可能并不相同，这时可以适当变形为同底数幂.

7. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则：底数不变，指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意：①幂的乘方的底数指的是幂的底数；②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘，这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意：①因式是三个或三个以上积的乘方，法则仍适用；②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义，计算出最后的结果.

8. 同底数幂的除法

同底数幂的除法法则：底数不变，指数相减.

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m, n \text{ 是正整数, } m > n)$$

①底数 $a \neq 0$ ，因为 0 不能做除数；

②单独的一个字母，其指数是 1，而不是 0；

③应用同底数幂除法的法则时，底数 a 可是单项式，也可以是多项式，但必须明确底数是什么，指数是什么.

9. 因式分解-提公因式法

1、提公因式法：如果一个多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提出来，从而将多项式化成两个因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法.

2、具体方法：

(1) 当各项系数都是整数时，公因式的系数应取各项系数的最大公约数；字母取各项的

相同的字母，而且各字母的指数取次数最低的；取相同的多项式，多项式的次数取最低的。

(2) 如果多项式的第一项是负的，一般要提出“-”号，使括号内的第一项的系数成为正数。

提出“-”号时，多项式的各项都要变号。

3、口诀：找准公因式，一次要提净；全家都搬走，留1把家守；提负要变号，变形看奇偶。

4、提公因式法基本步骤：

(1) 找出公因式；

(2) 提公因式并确定另一个因式：

① 第一步找公因式可按照确定公因式的方法先确定系数再确定字母；

② 第二步提公因式并确定另一个因式，注意要确定另一个因式，可用原多项式除以公因式，所得的商即是提公因式后剩下的一个因式，也可用公因式分别除去原多项式的每一项，求的剩下的另一个因式；

③ 提完公因式后，另一因式的项数与原多项式的项数相同。

10. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件：

(1) 二次根式的概念：形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式。

(2) 二次根式中被开方数的取值范围：二次根式中的被开方数是非负数。

(3) 二次根式具有非负性： $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是一个非负数。

学习要求：

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围，并能利用二次根式的非负性解决相关问题。

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式，那么它们有意义的条件是：各个二次根式中的被开方数都必须是非负数。

2. 如果所给式子中含有分母，则除了保证被开方数是非负数外，还必须保证分母不为零。

11. 二元一次方程组的应用

(一)、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤：

(1) 审题：找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系。

(2) 设元：找出题中的两个关键的未知量，并用字母表示出来。

(3) 列方程组：挖掘题目中的关系，找出两个等量关系，列出方程组。

(4) 求解.

(5) 检验作答: 检验所求解是否符合实际意义, 并作答.

(二)、设元的方法: 直接设元与间接设元.

当问题较复杂时, 有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数, 即为间接设元. 无论怎样设元, 设几个未知数, 就要列几个方程.

12. 解分式方程

(1) 解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.

(2) 解分式方程时, 去分母后所得整式方程的解有可能使原方程中的分母为 0, 所以应如下检验:

①将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 0, 则整式方程的解是原分式方程的解.

②将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值 0, 则整式方程的解不是原分式方程的解.

所以解分式方程时, 一定要检验.

13. 一元一次不等式组的应用

对具有多种不等关系的问题, 考虑列一元一次不等式组, 并求解.

一元一次不等式组的应用主要是列一元一次不等式组解应用题, 其一般步骤:

(1) 分析题意, 找出不等关系;

(2) 设未知数, 列出不等式组;

(3) 解不等式组;

(4) 从不等式组解集中找出符合题意的答案;

(5) 作答.

14. 函数的图象

函数的图象定义

对于一个函数, 如果把自变量与函数的每一对对应值分别作为点的横、纵坐标, 那么坐标平面内由这些点组成的图形就是这个函数的图象.

注意: ①函数图形上的任意点 (x, y) 都满足其函数的解析式; ②满足解析式的任意一对 x 、 y 的值, 所对应的点一定在函数图象上; ③判断点 $P(x, y)$ 是否在函数图象上的方法是:

将点 $P(x, y)$ 的 x 、 y 的值代入函数的解析式, 若能满足函数的解析式, 这个点就在函数的图象上; 如果不满足函数的解析式, 这个点就不在函数的图象上..

15. 一次函数图象上点的坐标特征

一次函数 $y = kx + b$, ($k \neq 0$, 且 k, b 为常数) 的图象是一条直线. 它与 x 轴的交点坐标是 $(-\frac{b}{k}, 0)$; 与 y 轴的交点坐标是 $(0, b)$.

直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y = kx + b$.

16. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y = k/x$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

- ① 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$;
- ② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;
- ③ 在 $y = k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

17. 二次函数与不等式(组)

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与不等式的关系

- ① 函数值 y 与某个数值 m 之间的不等关系, 一般要转化成关于 x 的不等式, 解不等式求得自变量 x 的取值范围.
- ② 利用两个函数图象在直角坐标系中的上下位置关系求自变量的取值范围, 可作图利用交点直观求解, 也可把两个函数解析式列成不等式求解.

18. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

19. 平行线的性质

1、平行线性质定理

定理 1：两条平行线被第三条直线所截，同位角相等．简单说成：两直线平行，同位角相等．

定理 2：两条平行线被地三条直线所截，同旁内角互补．．简单说成：两直线平行，同旁内角互补．

定理 3：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等．简单说成：两直线平行，内错角相等．

2、两条平行线之间的距离处处相等．

20. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具．在判定三角形全等时，关键是选择恰当的判定条件．

(2) 在应用全等三角形的判定时，要注意三角形间的公共边和公共角，必要时添加适当辅助线构造三角形．

21. 勾股定理

(1) 勾股定理：在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方．

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a ， b ，斜边长为 c ，那么 $a^2+b^2=c^2$ ．

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中．

(3) 勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有： $a=\sqrt{c^2-b^2}$ ， $b=\sqrt{c^2-a^2}$ 及 $c=\sqrt{a^2+b^2}$ ．

(4) 由于 $a^2+b^2=c^2>a^2$ ，所以 $c>a$ ，同理 $c>b$ ，即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边．

22. 平行四边形的判定与性质

平行四边形的判定与性质的作用

平行四边形对应边相等，对应角相等，对角线互相平分及它的判定，是我们证明直线的平行、线段相等、角相等的重要方法，若要证明两直线平行和两线段相等、两角相等，可考虑将要证的直线、线段、角、分别置于一个四边形的对边或对角的位置上，通过证明四边形是平行四边形达到上述目的．

运用定义，也可以判定某个图形是平行四边形，这是常用的方法，不要忘记平行四边形的定

义，有时用定义判定比用其他判定定理还简单.

凡是可以利用平行四边形知识证明的问题，不要再回到用三角形全等证明，应直接运用平行四边形的性质和判定去解决问题.

23. 垂径定理的应用

垂径定理的应用很广泛，常见的有：

(1) 得到推论：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧.

(2) 垂径定理和勾股定理相结合，构造直角三角形，可解决计算弦长、半径、弦心距等问题.

这类题中一般使用列方程的方法，这种用代数方法解决几何问题即几何代数解的数学思想方法一定要掌握.

24. 切线的性质

(1) 切线的性质

①圆的切线垂直于经过切点的半径.

②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.

③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下：

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个，那么它一定满足第三个条件，这三个条件是：

①直线过圆心；②直线过切点；③直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知，若出现圆的切线，必连过切点的半径，构造定理图，得出垂直关系. 简记作：见切点，连半径，见垂直.

25. 切割线定理

(1) 切割线定理：从圆外一点引圆的切线和割线，切线长是这点到割线与圆交点的两条线段长的比例中项.

几何语言：

$\because PT$ 切 $\odot O$ 于点 T , PBA 是 $\odot O$ 的割线

$\therefore PT^2 = PA \cdot PB$ (切割线定理)

(2) 推论：从圆外一点引圆的两条割线，这一点到每条割线与圆的交点的两条线段长的积相等.

几何语言：

$\because PBA, PDC$ 是 $\odot O$ 的割线

$\therefore PD \cdot PC = PA \cdot PB$ (切割线定理推论)(割线定理)

由上可知: $PT^2 = PA \cdot PB = PC \cdot PD$.

26. 圆的综合题

圆的综合题.

27. 轴对称图形

(1) 轴对称图形的概念:

如果一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形叫做轴对称图形, 这条直线叫做对称轴, 这时, 我们也可以说这个图形关于这条直线(成轴)对称.

(2) 轴对称图形是针对一个图形而言的, 是一种具有特殊性质图形, 被一条直线分割成的两部分沿着对称轴折叠时, 互相重合; 轴对称图形的对称轴可以是一条, 也可以是多条甚至无数条.

(3) 常见的轴对称图形:

等腰三角形, 矩形, 正方形, 等腰梯形, 圆等等.

28. 关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标

(1) 关于 x 轴的对称点的坐标特点:

横坐标不变, 纵坐标互为相反数.

即点 $P(x, y)$ 关于 x 轴的对称点 P' 的坐标是 $(x, -y)$.

(2) 关于 y 轴的对称点的坐标特点:

横坐标互为相反数, 纵坐标不变.

即点 $P(x, y)$ 关于 y 轴的对称点 P' 的坐标是 $(-x, y)$.

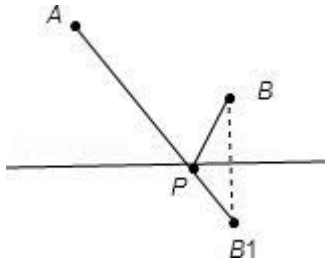
29. 剪纸问题

一张纸经过折和剪的过程, 会形成一个轴对称图案. 解决这类问题要熟知轴对称图形的特点, 关键是准确的找到对称轴. 一般方法是动手操作, 拿张纸按照题目的要求剪出图案, 展开即可得到正确的图案.

30. 轴对称-最短路线问题

1、最短路线问题

在直线 L 上的同侧有两个点 A, B , 在直线 L 上有到 A, B 的距离之和最短的点存在, 可以通过轴对称来确定, 即作出其中一点关于直线 L 的对称点, 对称点与另一点的连线与直线 L 的交点就是所要找的点.



2、凡是涉及最短距离的问题，一般要考虑线段的性质定理，结合本节所学轴对称变换来解决，多数情况要作点关于某直线的对称点．

31. 作图-平移变换

(1) 确定平移后图形的基本要素有两个：平移方向、平移距离．

(2) 作图时要先找到图形的关键点，分别把这几个关键点按照平移的方向和距离确定对应点后，再顺次连接对应点即可得到平移后的图形．

32. 作图-旋转变换

(1) 旋转图形的作法：

根据旋转的性质可知，对应角都相等都等于旋转角，对应线段也相等，由此可以通过作相等的角，在角的边上截取相等的线段的方法，找到对应点，顺次连接得出旋转后的图形．

(2) 旋转作图有自己独特特点，决定图形位置的因素较多，旋转角度、旋转方向、旋转中心，任意不同，位置就不同，但得到的图形全等．

33. 相似三角形的性质

相似三角形的定义：如果两个三角形的对应边的比相等，对应角相等，那么这两个三角形相似．

(1) 相似三角形的对应角相等，对应边的比相等．

(2) 相似三角形（多边形）的周长的比等于相似比；

相似三角形的对应线段（对应中线、对应角平分线、对应边上的高）的比也等于相似比．

(3) 相似三角形的面积的比等于相似比的平方．

由三角形的面积公式和相似三角形对应线段的比等于相似比可以推出相似三角形面积的比等于相似比的平方．

34. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形，它沿袭相似多边形的定义，从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义；反过来，两个三角形相似也有对应角相等，对应边的比相等．

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一，在判定两个三角形相似时，应注意利

用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件,以充分发挥基本图形的作用,寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形;或依据基本图形对图形进行分解、组合;或作辅助线构造相似三角形,判定三角形相似的方法有事可单独使用,有时需要综合运用,无论是单独使用还是综合运用,都要具备应有的条件方可.

35. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}; \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3};$$

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值,一是按值的变化规律去记,正弦逐渐增大,余弦逐渐减小,正切逐渐增大;二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛,一是它可以当作数进行运算,二是具有三角函数的特点,在解直角三角形中应用较多.

36. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的定义

在直角三角形中,由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形.

(2) 解直角三角形要用到的关系

① 锐角直角的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$;

② 三边之间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$;

③ 边角之间的关系:

$\sin A = \angle A$ 的对边斜边 $= \frac{a}{c}$, $\cos A = \angle A$ 的邻边斜边 $= \frac{b}{c}$, $\tan A = \angle A$ 的对边 $\angle A$ 的邻边 $= \frac{a}{b}$.

(a , b , c 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边)

37. 解直角三角形的应用-方向角问题

(1) 在辨别方向角问题中:一般是以第一个方向为始边向另一个方向旋转相应度数.

(2) 在解决有关方向角的问题中,一般要根据题意理清图形中各角的关系,有时所给的方向角并不一定在直角三角形中,需要用到两直线平行内错角相等或一个角的余角等知识转化为所需要的角.

38. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想.

1、用样本的频率分布估计总体分布：

从一个总体得到一个包含大量数据的样本，我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息．这时，我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布，从而去估计总体的分布情况．

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差）．

一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确．

39．扇形统计图

（1）扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数．通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系．用整个圆的面积表示总数（单位1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数．

（2）扇形图的特点：从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系．

（3）制作扇形图的步骤

- ①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数，再算出各部分圆心角的度数，公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$ ． ____
- ②按比例取适当半径画一个圆；按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数；
- ④在各扇形内写上相应的名称及百分数，并用不同的标记把各扇形区分开来．

40．条形统计图

（1）定义：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来．

（2）特点：从条形图可以很容易看出数据的大小，便于比较．

（3）制作条形图的一般步骤：

- ①根据图纸的大小，画出两条互相垂直的射线．
- ②在水平射线上，适当分配条形的位置，确定直条的宽度和间隔．
- ③在与水平射线垂直的射线上，根据数据大小的具体情况，确定单位长度表示多少．
- ④按照数据大小，画出长短不同的直条，并注明数量．

41．中位数

（1）中位数：

将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间

位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

42. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数, 反映了一组数据的集中程度, 众数可作为描述一组数据集中趋势的量..

43. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

(3) 列举法(树形图法)求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.