

2013 年广西桂林市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑）．

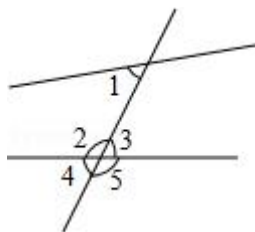
1. (3 分) 下面各数是负数的是 ()

- A. 0 B. -2013 C. $|-2013|$ D. $\frac{1}{2013}$

2. (3 分) 在 0, 2, -2, $\frac{2}{3}$ 这四个数中，最大的数是 ()

- A. 2 B. 0 C. -2 D. $\frac{2}{3}$

3. (3 分) 如图，与 $\angle 1$ 是同位角的是 ()



- A. $\angle 2$ B. $\angle 3$ C. $\angle 4$ D. $\angle 5$

4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $5^2 \cdot 5^3 = 5^6$ B. $(5^2)^3 = 5^5$ C. $5^2 \div 5^3 = 5$ D. $(\sqrt{5})^2 = 5$

5. (3 分) 7 位同学中考体育测试立定跳远成绩（单位：分）分别是：8, 9, 7, 6, 10, 8, 9，这组数据的中位数是 ()

- A. 6 B. 8 C. 9 D. 10

6. (3 分) 下列物体的主视图、俯视图和左视图不全是圆的是 ()

- A. 橄榄球 B. 乒乓球 C. 篮球 D. 排球

7. (3 分) 不等式 $x+1 > 2x-4$ 的解集是 ()

- A. $x < 5$ B. $x > 5$ C. $x < 1$ D. $x > 1$

8. (3 分) 下列图形中既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



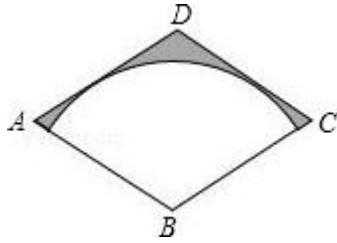
9. (3 分) 下列命题的逆命题不正确的是 ()

- A. 平行四边形的对角线互相平分
B. 两直线平行，内错角相等

C. 等腰三角形的两个底角相等

D. 对顶角相等

10. (3分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 BD 、 AC 分别为 2 、 $2\sqrt{3}$, 以 B 为圆心的弧与 AD 、 DC 相切, 则阴影部分的面积是 ()

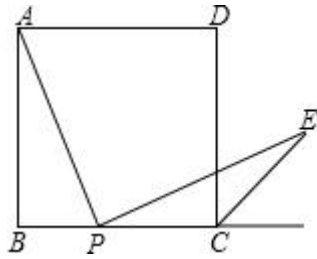


- A. $2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $4\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ C. $4\sqrt{3} - \pi$ D. $2\sqrt{3} - \pi$

11. (3分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + a - 1 = 0$ 有两根为 x_1 和 x_2 , 且 $x_1^2 - x_1x_2 = 0$, 则 a 的值是 ()

- A. $a = 1$ B. $a = 1$ 或 $a = -2$ C. $a = 2$ D. $a = 1$ 或 $a = 2$

12. (3分) 如图, 已知边长为 4 的正方形 $ABCD$, P 是 BC 边上一动点 (与 B 、 C 不重合), 连结 AP , 作 $PE \perp AP$ 交 $\angle BCD$ 的外角平分线于 E . 设 $BP = x$, $\triangle PCE$ 面积为 y , 则 y 与 x 的函数关系式是 ()



- A. $y = 2x + 1$ B. $y = \frac{1}{2}x - 2x^2$ C. $y = 2x - \frac{1}{2}x^2$ D. $y = 2x$

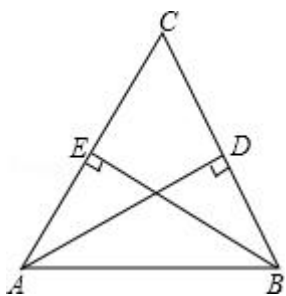
二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 请将答案填在答题卡上).

13. (3分) 分解因式: $3ab^2 - a^2b =$ _____.

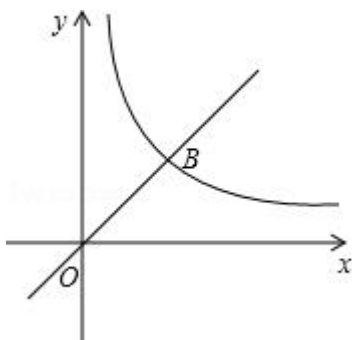
14. (3分) 我国雾霾天气多发, $PM_{2.5}$ 颗粒物被称为大气的元凶. $PM_{2.5}$ 是指直径小于或等于 2.5 微米的颗粒物, 已知 1 毫米 = 1000 微米, 用科学记数法表示 2.5 微米是 _____ 毫米.

15. (3分) 桂林市某气象站测得六月份一周七天的降雨量分别为 0 , 32 , 11 , 45 , 8 , 51 , 27 (单位: mm), 这组数据的极差是 _____.

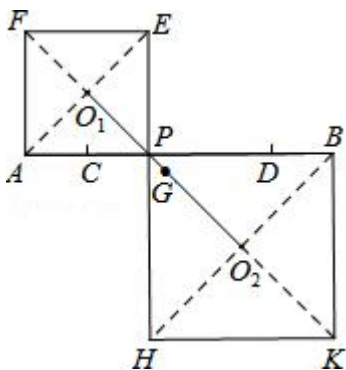
16. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, $AB = 5$, $AD = 4$, 则 $AE =$ _____.



17. (3 分) 函数 $y=x$ 的图象与函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象在第一象限内交于点 B , 点 C 是函数 $y=\frac{4}{x}$ 在第一象限图象上的一个动点, 当 $\triangle OBC$ 的面积为 3 时, 点 C 的横坐标是_____.



18. (3 分) 如图, 已知线段 $AB=10$, $AC=BD=2$, 点 P 是 CD 上一动点, 分别以 AP 、 PB 为边向上、向下作正方形 $APEF$ 和 $PHKB$, 设正方形对角线的交点分别为 O_1 、 O_2 , 当点 P 从点 C 运动到点 D 时, 线段 O_1O_2 中点 G 的运动路径的长是_____.



三、解答题 (本大题共 8 题, 共 66 分, 请将答案写在答题卡上).

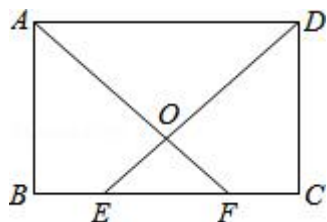
19. (6 分) 计算: $(1-\sqrt{3})^0 - \sqrt{12} + 2\sin 60^\circ - |-\sqrt{3}|$

20. (6 分) 解二元一次方程组:
$$\begin{cases} 3x+2y=19 \\ 2x-y=1 \end{cases}$$

21. (8 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 、 F 为 BC 上两点, 且 $BE=CF$, 连接 AF , DE 交于点 O . 求证:

(1) $\triangle ABF \cong \triangle DCE$;

(2) $\triangle AOD$ 是等腰三角形.



22. (8分) 在重阳节敬老爱老活动中, 某校计划组织志愿者服务小组到“夕阳红”敬老院为老人服务, 准备从初三(1)班中的3名男生小亮、小明、小伟和2名女生小丽、小敏中选取一名男生和一名女生参加学校志愿者服务小组.

(1) 若随机选取一名男生和一名女生参加志愿者服务小组, 请用树状图或列表法写出所有可能出现的结果;

(2) 求出恰好选中男生小明与女生小丽的概率.

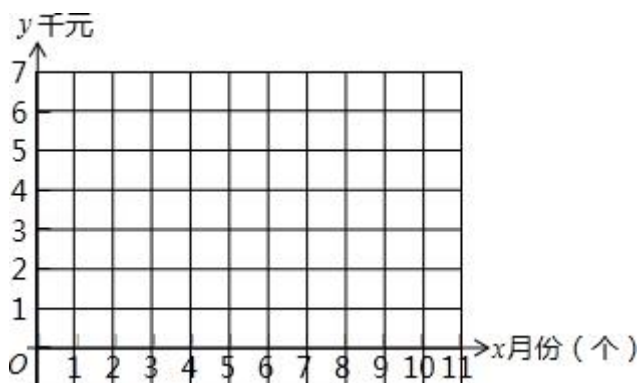
23. (8分) 在“美丽广西, 清洁乡村”活动中, 李家村村长提出了两种购买垃圾桶方案;

方案1: 买分类垃圾桶, 需要费用3000元, 以后每月的垃圾处理费用250元; 方案2: 买不分类垃圾桶, 需要费用1000元, 以后每月的垃圾处理费用500元; 设方案1的购买费和每月垃圾处理费共为 y_1 元, 交费时间为 x 个月; 方案2的购买费和每月垃圾处理费共为 y_2 元, 交费时间为 x 个月.

(1) 直接写出 y_1 、 y_2 与 x 的函数关系式;

(2) 在同一坐标系内, 画出函数 y_1 、 y_2 的图象;

(3) 在垃圾桶使用寿命相同的情况下, 哪种方案省钱?



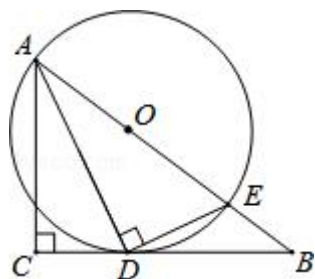
24. (8分) 水源村在今年退耕还林活动中, 计划植树200亩, 全村在完成植树40亩后, 某环保组织加入村民植树活动, 并且该环保组织植树的速度是全村植树速度的1.5倍, 整个植树过程共用了13天完成.

(1) 全村每天植树多少亩?

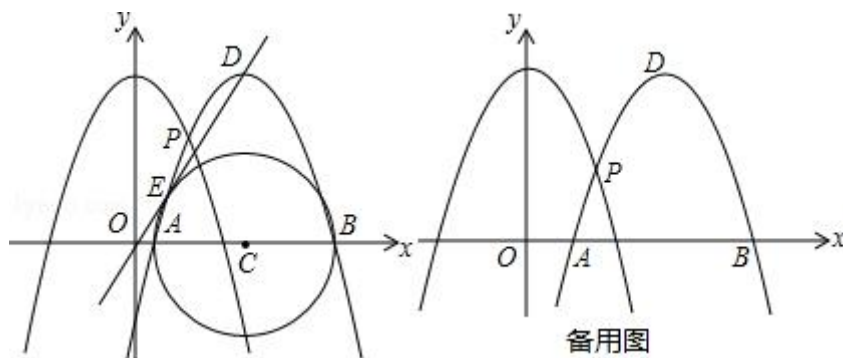
(2) 如果全村植树每天需2000元工钱, 环保组织是义务植树, 因此实际工钱比计划节约多少元?

25. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于 D , 过点 D 作 $DE \perp AD$ 交 AB 于 E , 以 AE 为直径作 $\odot O$.

- (1) 求证: 点 D 在 $\odot O$ 上;
- (2) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;
- (3) 若 $AC = 6$, $BC = 8$, 求 $\triangle BDE$ 的面积.



26. (12分) 已知抛物线的顶点为 $(0, 4)$ 且与 x 轴交于 $(-2, 0)$, $(2, 0)$.



- (1) 直接写出抛物线解析式;
- (2) 如图, 将抛物线向右平移 k 个单位, 设平移后抛物线的顶点为 D , 与 x 轴的交点为 A 、 B , 与原抛物线的交点为 P .
 - ①当直线 OD 与以 AB 为直径的圆相切于 E 时, 求此时 k 的值;
 - ②是否存在这样的 k 值, 使得点 O 、 P 、 D 三点恰好在同一条直线上? 若存在, 求出 k 值; 若不存在, 请说明理由.

2013 年广西桂林市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑）．

1. 【分析】根据正数和负数的定义分别进行解答，即可得出答案．

【解答】解：A、0 既不是正数，也不是负数，故本选项错误；

B、-2013 是负数，故本选项正确；

C、 $|-2013| = 2013$ ，是正数，故本选项错误；

D、 $\frac{1}{2013}$ 是正数，故本选项错误；

故选：B．

【点评】此题考查了正数和负数，正数：大于 0 的数叫做正数，负数是小于 0 的数．

2. 【分析】根据有理数的大小比较法则（正数都大于 0，负数都小于 0，正数都大于负数，两个负数，其绝对值大的反而小）比较即可．

【解答】解： $\because -2 < 0 < \frac{2}{3} < 2$ ，

$\therefore$ 最大的数是 2，

故选：A．

【点评】本题考查了有理数的大小比较法则的应用，注意：理数的大小比较法则是：正数都大于 0，负数都小于 0，正数都大于负数，两个负数，其绝对值大的反而小．

3. 【分析】根据同位角的定义：两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线的同侧，并且在第三条直线（截线）的同旁，则这样一对角叫做同位角即可求解．

【解答】解：观察图形可知，与 $\angle 1$ 是同位角的是 $\angle 4$ ．

故选：C．

【点评】考查了同位角、内错角、同旁内角，三线八角中的某两个角是不是同位角、内错角或同旁内角，完全由那两个角在图形中的相对位置决定．在复杂的图形中判别三类角时，应从角的两边入手，具有上述关系的角必有两边在同一直线上，此直线即为截线，而另外不在同一直线上的两边，它们所在的直线即为被截的线．同位角的边构成“F”形，内错角的边构成“Z”形，同旁内角的边构成“U”形．

4. 【分析】A、利用同底数幂的乘法法则计算得到结果，即可做出判断；

B、利用幂的乘方运算法则计算得到结果，即可做出判断；

C、利用同底数幂的除法法则计算得到结果，即可做出判断；

D、利用平方根的定义化简得到结果，即可做出判断．

【解答】解：A、 $5^2 \cdot 5^3 = 5^5$ ，本选项错误；

B、 $(5^2)^3 = 5^6$ ，本选项错误；

C、 $5^2 \div 5^3 = 5^{-1} = \frac{1}{5}$ ，本选项错误；

D、 $(\sqrt{5})^2 = 5$ ，本选项正确，

故选：D．

【点评】此题考查了同底数幂的乘除法，幂的乘方与积的乘方，以及二次根式的乘除法，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

5. 【分析】把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数，由此即可确定这组数据中位数．

【解答】解：把这组数据从小到大排序后为 6，7，8，8，9，9，10，

其中第四个数据为 8，

所以这组数据的中位数为 8．

故选：B．

【点评】本题考查了中位数．注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求；如果是偶数个，则找中间两位数的平均数．

6. 【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形．

【解答】解：橄榄球比较近似于椭球体，所以它的主视图、俯视图和左视图不全是圆；

而乒乓球、篮球、排球都是球体，所以它们的主视图、俯视图和左视图全是圆．

故选：A．

【点评】本题考查了几何体的三视图，比较简单．

7. 【分析】利用不等式的基本性质，把不等号右边的 x 移到左边，合并同类项；然后再在不等式的两边同时乘以 -1 即可求得原不等式的解集．

【解答】解：不等式 $x+1 > 2x-4$ 移项得，

$$-x > -5,$$

在两边同时乘以 -1 ，得

$$x < 5.$$

所以，不等式的解集为 $x < 5$.

故选：A .

【点评】 本题考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错 .

解不等式要依据不等式的基本性质：

(1) 不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；

(2) 不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；

(3) 不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变 .

8. **【分析】** 根据轴对称图形与中心对称图形的概念和图形特点求解 .

【解答】 解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形，符合题意；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

D、不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意 .

故选：B .

【点评】 掌握好中心对称图形与轴对称图形的概念：

判断轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；

判断中心对称图形是要寻找对称中心，图形旋转 180 度后与原图形重合 .

9. **【分析】** 首先写出各个命题的逆命题，然后进行判断即可 .

【解答】 解：A、逆命题是：对角线互相平分的四边形是平行四边形，正确；

B、逆命题是：内错角相等，两直线平行，正确；

C、逆命题是：两个底角相等的三角形是等腰三角形，正确；

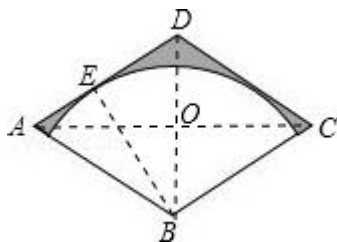
D、逆命题是：相等的角是对顶角，错误 .

故选：D .

【点评】 本题主要考查了写一个命题的逆命题的方法，首先要分清命题的条件与结论 .

10. **【分析】** 连接 AC、BD、BE，在 Rt△AOB 中可得 $\angle BAO = 30^\circ$ ， $\angle ABO = 60^\circ$ ，在 Rt△ABE 中求出 BE，得出扇形半径，由菱形面积减去扇形面积即可得出阴影部分的面积 .

【解答】 解：连接 AC、BD、BE，



∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴ AC 与 BD 互相垂直且平分,

∴ $AO = \sqrt{3}$, $BO = 1$,

∴ $\tan \angle BAO = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan \angle ABO = \sqrt{3}$,

∴ $\angle BAO = 30^\circ$, $\angle ABO = 60^\circ$,

∴ $AB = 2$, $\angle BAE = 60^\circ$,

∵ 以 B 为圆心的弧与 AD 相切,

∴ $\angle AEB = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $AB = 2$, $\angle BAE = 60^\circ$,

∴ $BE = AB \sin 60^\circ = \sqrt{3}$,

∴ $S_{\text{菱形}} - S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} - \frac{120\pi \times (\sqrt{3})^2}{360} = 2\sqrt{3} - \pi$.

故选: D .

【点评】 本题考查了扇形的面积计算、菱形的性质及切线的性质, 解答本题的关键是根据菱形的性质求出各角度及扇形的半径.

11. **【分析】** 根据 $x_1^2 - x_1x_2 = 0$ 可以求得 $x_1 = 0$ 或者 $x_1 = x_2$, 所以①把 $x_1 = 0$ 代入原方程可以求得 $a = 1$; ②利用根的判别式等于 0 来求 a 的值.

【解答】 解: 解 $x_1^2 - x_1x_2 = 0$, 得

$x_1 = 0$, 或 $x_1 = x_2$,

①把 $x_1 = 0$ 代入已知方程, 得

$a - 1 = 0$,

解得: $a = 1$;

②当 $x_1 = x_2$ 时, $\Delta = 4 - 4(a - 1) = 0$, 即 $8 - 4a = 0$,

解得: $a = 2$.

综上所述, $a = 1$ 或 $a = 2$.

故选：D.

【点评】本题考查了根与系数的关系、一元二次方程的解的定义．解答该题的技巧性在于巧妙地利用了根的判别式等于0来求a的另一值．

12. 【分析】过E作 $EH \perp BC$ 于H，求出 $EH = CH$ ，求出 $\triangle BAP \sim \triangle HPE$ ，得出 $\frac{AB}{PH} = \frac{BP}{EH}$ ，

求出 $EH = x$ ，代入 $y = \frac{1}{2} \times CP \times EH$ 求出即可．

【解答】解：过E作 $EH \perp BC$ 于H，

$\because$ 四边形ABCD是正方形，

$\therefore \angle DCH = 90^\circ$ ，

$\because CE$ 平分 $\angle DCH$ ，

$\therefore \angle ECH = \frac{1}{2} \angle DCH = 45^\circ$ ，

$\because \angle H = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ECH = \angle CEH = 45^\circ$ ，

$\therefore EH = CH$ ，

$\because$ 四边形ABCD是正方形， $AP \perp EP$ ，

$\therefore \angle B = \angle H = \angle APE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAP + \angle APB = 90^\circ$ ， $\angle APB + \angle EPH = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAP = \angle EPH$ ，

$\because \angle B = \angle H = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BAP \sim \triangle HPE$ ，

$\therefore \frac{AB}{PH} = \frac{BP}{EH}$ ，

$\therefore \frac{4}{4-x+EH} = \frac{x}{EH}$ ，

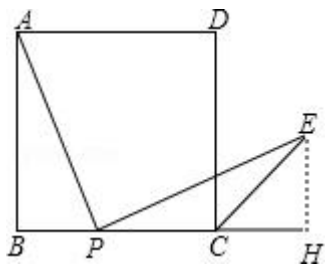
$\therefore EH = x$ ，

$\therefore y = \frac{1}{2} \times CP \times EH$

$= \frac{1}{2} (4-x) \cdot x$

$y = 2x - \frac{1}{2}x^2$ ，

故选：C.



【点评】本题考查了正方形性质，角平分线定义，相似三角形的性质和判定的应用，关键是能用 x 的代数式把 CP 和 EH 的值表示出来.

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，请将答案填在答题卡上）.

13. 【分析】确定出公因式为 ab ，然后提取即可.

【解答】解： $3ab^2 - a^2b = ab(3b - a)$.

故答案为： $ab(3b - a)$.

【点评】本题考查了提公因式法分解因式，比较简单，准确确定出公因式是解题的关键.

14. 【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： $\because 1 \text{ 毫米} = 1000 \text{ 微米}$ ，
 $\therefore 2.5 \text{ 微米} = 0.0025 \text{ 毫米} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ 毫米}$.

故答案为： 2.5×10^{-3} .

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

15. 【分析】根据极差的公式：极差 = 最大值 - 最小值. 找出所求数据中最大的值，最小值，再代入公式求值即可.

【解答】解：由极差的公式： $51 - 0 = 51$ ，所以极差是 51.

故答案为 $51mm$.

【点评】本题考查了极差的定义及求法. 极差反映了一组数据变化范围的大小，求极差的方法是用一组数据中的最大值减去最小值. 注意：

①极差的单位与原数据单位一致.

②如果数据的平均数、中位数、极差都完全相同，此时用极差来反映数据的离散程度就显得不准确.

16. 【分析】根据等腰三角形的性质可知：两腰上的高相等所以 $AD = BE = 4$ ，再利用勾股定

理即可求出 AE 的长.

【解答】解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, $AD \perp BC$, $BE \perp AC$,

$$\therefore AD = BE = 4,$$

$$\because AB = 5,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 3,$$

故答案为: 3.

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质以及勾股定理的运用, 题目比较简单.

17. **【分析】** 分两种情况考虑: 当 C 在 B 点上方时, 如图 1 所示, 连接 BC , OC , 作 $CF \perp x$ 轴, $BE \perp x$ 轴, 设 $C(c, \frac{4}{c})$, 由反比例函数 k 的几何意义求出三角形 BOE 与三角形 COF 面积都为 2, 再由三角形 BOC 面积为 3, 得到四边形 $BCOE$ 面积为 5, 而四边形 $BCOE$ 面积由三角形 COF 与梯形 $BCFE$ 面积之和求出, 利用梯形面积公式列出关于 c 的方程, 求出方程的解得到 c 的值; 当 C 在 B 下方时, 如图 2 所示, 连接 BC , OC , 作 $CF \perp x$ 轴, $BE \perp x$ 轴, 同理求出 c 的值, 综上, 得到满足题意 C 得横坐标.

【解答】解: 当 C 在点 B 上方时, 如图 1 所示, 连接 BC , OC , 作 $CF \perp x$ 轴, $BE \perp x$ 轴, 设 $C(c, \frac{4}{c})$,

$\because y = x$ 与 $y = \frac{4}{x}$ 在第一象限交于 B 点,

$$\therefore S_{\triangle BOE} = 2,$$

$$\because S_{\triangle BOC} = 3,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } BCOE} = S_{\triangle BOE} + S_{\triangle BOC} = 5,$$

$$\therefore S_{\triangle COF} + S_{\text{四边形 } BCFE} = 5, \text{ 即 } 2 + \frac{1}{2} \cdot (2 - c) \cdot (\frac{4}{c} + 2) = 5,$$

解得: $c = 1$;

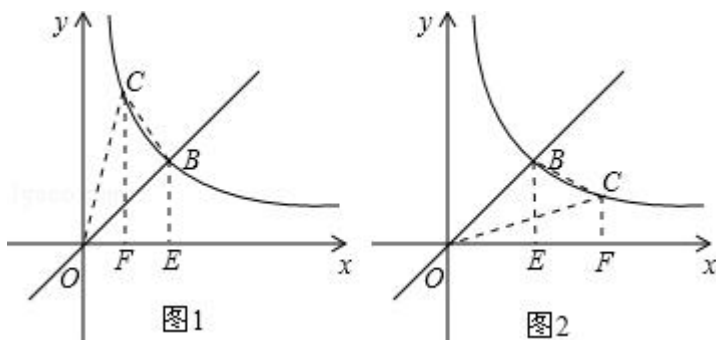
当 C 在 B 下方时, 如图 2 所示, 连接 BC , OC , 作 $CF \perp x$ 轴, $BE \perp x$ 轴,

同理可得 $S_{\triangle BOE} + S_{\text{四边形 } BEFC} = 5$, 即 $2 + \frac{1}{2} \cdot (c - 2) \cdot (\frac{4}{c} + 2) = 5$,

解得: $c = 4$,

综上, C 的横坐标为 1 或 4.

故答案为: 1 或 4



【点评】此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，涉及的知识有：反比例函数 k 的几何意义，梯形、三角形的面积求法，坐标与图形性质，利用了分类讨论的思想，分类讨论时注意不重不漏，考虑问题要全面．

18. 【分析】根据正方形的性质以及勾股定理即可得出正方形对角线的长，进而得出线段 O_1O_2 中点 G 的运动路径的长．

【解答】解：如图所示：因为两个正方形的对角线总长度和为定值，每次平移长度都一样，而 G 点是其中点，所以决定了 G 点的运动轨迹为直线，

利用正方形的性质即线段 O_1O_2 中点 G 的运动路径的长就是 O_2O'' 的长，

$\because$ 线段 $AB = 10$ ， $AC = BD = 2$ ，当 P 与 C 重合时，

以 AP 、 PB 为边向上、向下作正方形 $APEF$ 和 $PHKB$ ，

$\therefore AP = 2$ ， $BP = 8$ ，

则 $O_1P = \sqrt{2}$ ， $O_2P = 4\sqrt{2}$ ，

$\therefore O_2P = O_2B = 4\sqrt{2}$ ，

当 P' 与 D 重合，则 $P'B = 2$ ，则 $AP' = 8$ ，

$\therefore O'P' = 4\sqrt{2}$ ， $O''P' = \sqrt{2}$ ，

$\therefore H'O'' = BO'' = \sqrt{2}$ ，

$\therefore O_2O'' = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ ．

故答案为： $3\sqrt{2}$ ．

(2) 根据全等三角形对应角相等可得 $\angle BAF = \angle EDC$ ，然后求出 $\angle DAF = \angle EDA$ ，然后根据等腰三角形的定义证明即可。

【解答】证明：(1) 在矩形 $ABCD$ 中， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $AB = DC$ ，

$\because BE = CF$ ， $BF = BC - FC$ ， $CE = BC - BE$ ，

$\therefore BF = CE$ ，

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCE$ 中，
$$\begin{cases} AB=DC \\ \angle B=\angle C, \\ BF=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE$ (SAS);

(2) $\because \triangle ABF \cong \triangle DCE$ ，

$\therefore \angle BAF = \angle EDC$ ，

$\because \angle DAF = 90^\circ - \angle BAF$ ， $\angle EDA = 90^\circ - \angle EDC$ ，

$\therefore \angle DAF = \angle EDA$ ，

$\therefore \triangle AOD$ 是等腰三角形。

【点评】本题考查了矩形的性质，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定，熟记性质确定出三角形全等的条件是解题的关键。

22. 【分析】(1) 用列表的方法将所有情况一一列举出来即可；

(2) 确定共有 6 种情况，而正好是小丽和小明的有一种情况，根据概率公式求解即可。

【解答】解：(1) 列表为：

	小亮	小明	小伟
小丽	小丽，小亮	小丽，小明	小丽，小伟
小敏	小敏，小亮	小敏，小明	小敏，小伟

(2) $\because$ 共有 6 种等可能的情况，而正好是小丽和小明的有一种情况，

$\therefore$ 正好抽到小丽与小明的概率是 $\frac{1}{6}$ 。

【点评】本题考查概率的求法与运用，一般方法为：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

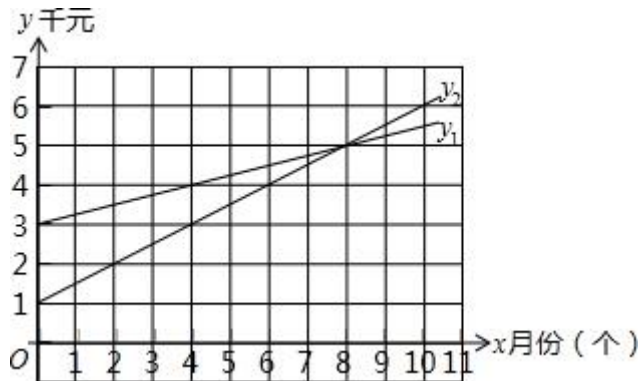
23. 【分析】(1) 根据总费用 = 购买垃圾桶的费用 + 每月的垃圾处理费用 $\times$ 月份数，即可求出 y_1 、 y_2 与 x 的函数关系式；

(2) 根据一次函数的性质，运用两点法即可画出函数 y_1 、 y_2 的图象；

(3) 观察图象可知：当使用时间大于 8 个月时，方案 1 省钱；当使用时间小于 8 个月时，方案 2 省钱；当使用时间等于 8 个月时，方案 1 与方案 2 一样省钱。

【解答】解：(1) 由题意，得 $y_1 = 250x + 3000$ ， $y_2 = 500x + 1000$ ；

(2) 如图所示：



(3) 由图象可知：①当使用时间大于 8 个月时，直线 y_1 落在直线 y_2 的下方， $y_1 < y_2$ ，即方案 1 省钱；

②当使用时间小于 8 个月时，直线 y_2 落在直线 y_1 的下方， $y_2 < y_1$ ，即方案 2 省钱；

③当使用时间等于 8 个月时， $y_1 = y_2$ ，即方案 1 与方案 2 一样省钱；

【点评】本题主要考查利用一次函数的模型解决实际问题的能力．解题的关键是根据题意列出函数关系式，再结合图象求解．注意要把所有的情况都考虑进去，分情况讨论问题是解决实际问题的基本能力．

24. 【分析】(1) 根据整个植树过程共用了 13 天完成，以及环保组织植树的速度是全村植树速度的 1.5 倍表示出两者的植树天数得出等式求出即可；

(2) 根据 (1) 中所求得出原计划全村植树天数以及节省的费用．

【解答】解：(1) 设全村每天植树 x 亩，

根据题意得：
$$\frac{40}{x} + \frac{200-40}{x+1.5x} = 13$$

解得： $x = 8$ ，

经检验 $x = 8$ 是原方程的解，

答：全村每天植树 8 亩．

(2) 根据题意得：原计划全村植树天数是 $\frac{200}{8} = 25$ (天),

故可以节省工钱 $(25 - 13) \times 2000 = 24000$ (元),

答：如果全村植树每天需 2000 元工钱，环保组织是义务植树，实际工钱比计划节约 24000 元.

【点评】 此题主要考查了分式方程的应用，根据植树的天数得出等式是解题关键.

25. **【分析】** (1) 连接 OD ，由 DO 为直角三角形斜边上的中线，得到 $OD = OA = OE$ ，可得出点 D 在圆 O 上；

(2) 由 AD 为角平分线，得到一对角相等，再由 $OD = OA$ ，利用等边对等角得到一对角相等，等量代换得到一对内错角相等，利用内错角相等两直线平行得到 OD 与 AC 平行，根据两直线平行同位角相等即可得到 $\angle ODB$ 为直角，即 BC 与 OD 垂直，即可确定出 BC 为圆 O 的切线；

(3) 过 E 作 EH 垂直于 BC ，由 OD 与 AC 平行，得到 $\triangle ACB$ 与 $\triangle ODB$ 相似，设 $OD = OA = OE = x$ ，表示出 OB ，由相似得比例列出关于 x 的方程，求出方程的解得到 x 的值，确定出 OD 与 BE 的长，进而确定出 BD 的长，再由 $\triangle BEH$ 与 $\triangle ODB$ 相似，由相似得比例求出 EH 的长， $\triangle BED$ 以 BD 为底， EH 为高，求出面积即可.

【解答】 (1) 证明：连接 OD ，

$\because \triangle ADE$ 是直角三角形， $OA = OE$ ，

$\therefore OD = OA = OE$ ，

$\therefore$ 点 D 在 $\odot O$ 上；

(2) 证明： $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线，

$\therefore \angle CAD = \angle DAB$ ，

$\because OD = OA$ ，

$\therefore \angle OAD = \angle ODA$ ，

$\therefore \angle CAD = \angle ODA$ ，

$\therefore AC \parallel OD$ ，

$\therefore \angle C = \angle ODB = 90^\circ$ ，

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线；

(3) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $AC=6$, $BC=8$,

$\therefore$ 根据勾股定理得: $AB=10$,

设 $OD=OA=OE=x$, 则 $OB=10-x$,

$\because AC \parallel OD$, $\triangle ACB \sim \triangle ODB$,

$$\therefore \frac{OD}{AC} = \frac{BO}{BA} = \frac{BD}{BC}, \therefore \frac{x}{6} = \frac{10-x}{10},$$

$$\text{解得: } x = \frac{15}{4},$$

$$\therefore OD = \frac{15}{4}, BE = 10 - 2x = 10 - \frac{15}{2} = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \frac{OD}{AC} = \frac{BD}{BC}, \text{ 即 } \frac{\frac{15}{4}}{6} = \frac{BD}{8},$$

$$\therefore BD = 5,$$

过 E 作 $EH \perp BD$,

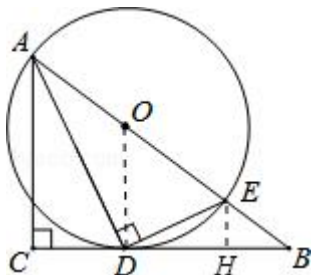
$\because EH \parallel OD$,

$\therefore \triangle BEH \sim \triangle BOD$,

$$\therefore \frac{BE}{BO} = \frac{EH}{OD},$$

$$\therefore EH = \frac{3}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} BD \cdot EH = \frac{15}{4}.$$



【点评】 此题考查了切线的判定, 相似三角形的判定与性质, 勾股定理, 平行线的判定与性质, 熟练掌握切线的判定方法是解本题的关键.

26. **【分析】** (1) 由抛物线的顶点为 $(0, 4)$, 可设抛物线解析式为 $y = ax^2 + 4$, 再将点 $(2, 0)$ 代入, 求出 $a = -1$, 即可得到抛物线解析式为 $y = -x^2 + 4$;

(2) ①连接 CE , CD , 先根据切线的性质得出 $CE \perp OD$, 再解 $\text{Rt}\triangle CDE$, 得出 $\angle EDC = 30^\circ$, 然后解 $\text{Rt}\triangle CDO$, 得出 $OC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, 则 $k = OC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$;

②设抛物线 $y = -x^2 + 4$ 向右平移 k 个单位后的解析式是 $y = -(x - k)^2 + 4$, 它与 $y = -x^2 + 4$

交于点 P ，先求出交点 P 的坐标是 $(\frac{k}{2}, -\frac{1}{4}k^2+4)$ ，再利用待定系数法求出直线 OD 的解析式为 $y = \frac{4}{k}x$ ，然后将点 P 的坐标代入 $y = \frac{4}{k}x$ ，即可求出 k 的值。

【解答】解：（1） $\because$ 抛物线的顶点为 $(0, 4)$ ，

$\therefore$ 可设抛物线解析式为 $y = ax^2+4$ ，

又 $\because$ 抛物线过点 $(2, 0)$ ，

$\therefore 0 = 4a+4$ ，解得 $a = -1$ ，

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -x^2+4$ ；

（2）①如图，连接 CE ， CD 。

$\because OD$ 是 $\odot C$ 的切线， $\therefore CE \perp OD$ 。

在 $Rt\triangle CDE$ 中， $\angle CED = 90^\circ$ ， $CE = AC = 2$ ， $DC = 4$ ，

$\therefore \angle EDC = 30^\circ$ ，

$\therefore$ 在 $Rt\triangle CDO$ 中， $\angle OCD = 90^\circ$ ， $CD = 4$ ， $\angle ODC = 30^\circ$ ，

$\therefore OC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，

$\therefore$ 当直线 OD 与以 AB 为直径的圆相切时， $k = OC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ；

②存在 $k = 2\sqrt{2}$ ，能够使得点 O 、 P 、 D 三点恰好在同一条直线上。理由如下：

设抛物线 $y = -x^2+4$ 向右平移 k 个单位后的解析式是 $y = -(x-k)^2+4$ ，它与 $y = -x^2+4$ 交于点 P ，

由 $-(x-k)^2+4 = -x^2+4$ ，解得 $x_1 = \frac{k}{2}$ ， $x_2 = 0$ （不合题意舍去），

当 $x = \frac{k}{2}$ 时， $y = -\frac{1}{4}k^2+4$ ，

$\therefore$ 点 P 的坐标是 $(\frac{k}{2}, -\frac{1}{4}k^2+4)$ 。

设直线 OD 的解析式为 $y = mx$ ，把 $D(k, 4)$ 代入，

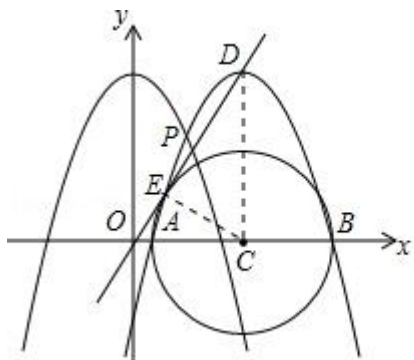
得 $mk = 4$ ，解得 $m = \frac{4}{k}$ ，

$\therefore$ 直线 OD 的解析式为 $y = \frac{4}{k}x$ ，

若点 $P(\frac{k}{2}, -\frac{1}{4}k^2+4)$ 在直线 $y = \frac{4}{k}x$ 上，得 $-\frac{1}{4}k^2+4 = \frac{4}{k} \cdot \frac{k}{2}$ ，

解得 $k = \pm 2\sqrt{2}$ (负值舍去),

$\therefore$ 当 $k = 2\sqrt{2}$ 时, O 、 P 、 D 三点在同一条直线上.



【点评】 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及到的知识点有运用待定系数法求一次函数、二次函数的解析式, 抛物线平移的规律, 直线与圆相切, 解直角三角形, 两函数交点坐标的求法, 三点共线的条件, 综合性较强, 难度中等. 其中 (2) ②除了可以将点 P 的坐标 $(\frac{k}{2}, -\frac{1}{4}k^2+4)$ 代入直线 OD 的解析式, 建立关于 k 的方程外, 还可以利用相似三角形对应边成比例列式求解.