

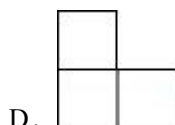
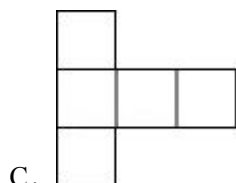
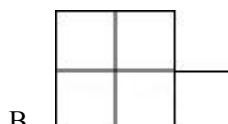
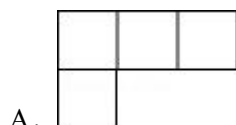
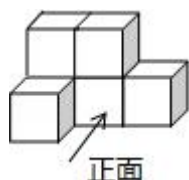
2012 年广西南宁市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) 4 的倒数是 ()

- A. -4 B. 4 C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

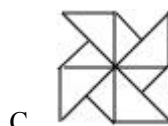
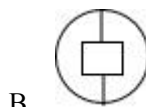
2. (3 分) 如图是由六个小正方体组合而成的一个立体图形，它的主视图是 ()



3. (3 分) 芝麻作为食品和药物，均广泛使用。经测算，一粒芝麻约有 0.00000201 千克，用科学记数法表示为 ()

- A. 2.01×10^{-6} 千克 B. 0.201×10^{-5} 千克
C. 20.1×10^{-7} 千克 D. 2.01×10^{-7} 千克

4. (3 分) 下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



5. (3 分) 下列调查：

- ①调查一批灯泡的使用寿命；
- ②调查全班同学的身高；
- ③调查市场上某种食品的色素含量是否符合国家标准；
- ④企业招聘，对应聘人员进行面试。

其中符合用抽样调查的是 ()

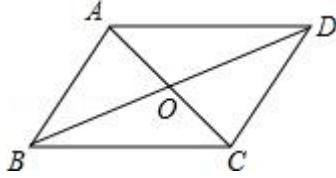
A. ①②

B. ①③

C. ②④

D. ②③

6. (3分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 则 OA 的取值范围是 ()



A. $2\text{cm} < OA < 5\text{cm}$

B. $2\text{cm} < OA < 8\text{cm}$

C. $1\text{cm} < OA < 4\text{cm}$

D. $3\text{cm} < OA < 8\text{cm}$

7. (3分) 若点 $A(2, 4)$ 在函数 $y = kx - 2$ 的图象上, 则下列各点在此函数图象上的是 ()

A. $(1, 1)$

B. $(-1, 1)$

C. $(-2, -2)$

D. $(2, -2)$

8. (3分) 下列计算正确的是 ()

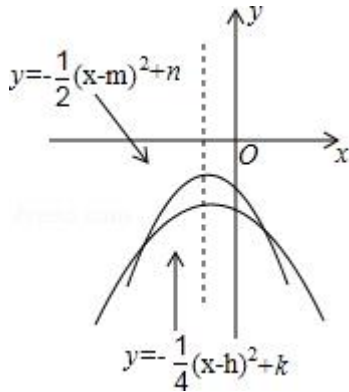
A. $(m - n)^2 = m^2 - n^2$

B. $(2ab^3)^2 = 2a^2b^6$

C. $2xy + 3xy = 5xy$

D. $\sqrt{\frac{a^3}{4}} = 2a\sqrt{a}$

9. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 有两条位置确定的抛物线, 它们的对称轴相同, 则下列关系不正确的是 ()



A. $k = n$

B. $h = m$

C. $k < n$

D. $h < 0, k < 0$

10. (3分) 某单位要组织一次篮球联赛, 赛制为单循环形式 (每两队之间都赛一场), 计划安排 10 场比赛, 则参加比赛的球队应有 ()

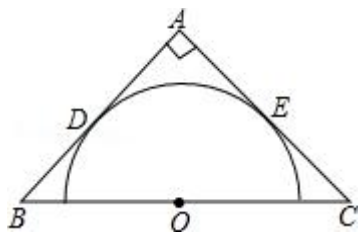
A. 7 队

B. 6 队

C. 5 队

D. 4 队

11. (3分) 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $AB = AC = 8$, O 为 BC 的中点, 以 O 为圆心作半圆, 使它与 AB , AC 都相切, 切点分别为 D , E , 则 $\odot O$ 的半径为 ()



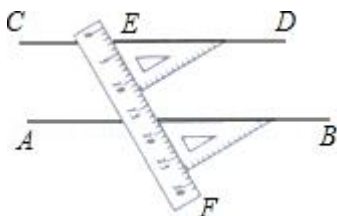
- A. 8 B. 6 C. 5 D. 4

12. (3分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 1$, 一次函数 $y = k(x - 1) - \frac{k^2}{4}$, 若它们的图象对于任意的非零实数 k 都只有一个公共点, 则 a, b 的值分别为 ()

- A. $a = 1, b = 2$ B. $a = 1, b = -2$ C. $a = -1, b = 2$ D. $a = -1, b = -2$

二、填空题 (共6小题, 每小题3分, 满分18分)

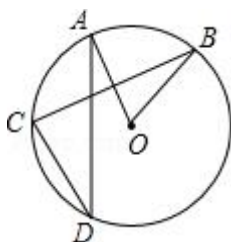
13. (3分) 如图所示, 用直尺和三角尺作直线 AB, CD , 从图中可知, 直线 AB 与直线 CD 的位置关系为_____.



14. (3分) 在学校艺术节文艺汇演中, 甲、乙两个舞蹈队队员的身高的方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 1.5$, $S_{\text{乙}}^2 = 2.5$, 那么身高更整齐的是_____队 (填“甲”或“乙”).

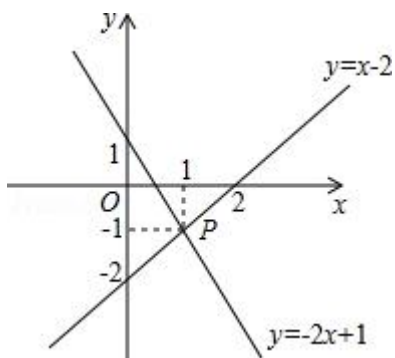
15. (3分) 分解因式: $ax^2 - 4ax + 4a =$ _____.

16. (3分) 如图, 点 B, A, C, D 在 $\odot O$ 上, $OA \perp BC$, $\angle AOB = 50^\circ$, 则 $\angle ADC =$ _____°.



17. (3分) 如图, 已知函数 $y = x - 2$ 和 $y = -2x + 1$ 的图象交于点 P , 根据图象可得方程组

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \text{ 的解是_____}.$$



18. (3分) 有若干张边长都是 2 的四边形纸片和三角形纸片, 从中取一些纸片按如图所示的顺序拼接起来 (排在第一位的是四边形), 可以组成一个大的平行四边形或一个大的梯形. 如果所取的四边形与三角形纸片数的和是 5 时, 那么组成的大平行四边形或梯形的周长是_____; 如果所取的四边形与三角形纸片数的和是 n , 那么组成的大平行四边形或梯形的周长是_____.



三、解答题 (共 8 小题, 满分 66 分)

19. (6分) 计算: $|-6| + \sqrt{8} - 4\sin 45^\circ + (-1)^{2012}$.

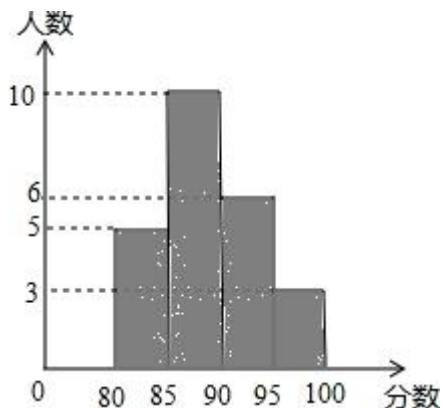
20. (6分) 解不等式组 $\begin{cases} x < 2x+1 \\ 3x-2(x-1) \leq 4 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

21. (8分) 2012 年 6 月 5 日是“世界环境日”, 南宁市某校举行了“绿色家园”演讲比赛, 赛后整理参赛同学的成绩, 制作成直方图 (如图).

(1) 分数段在_____范围的人数最多;

(2) 全校共有多少人参加比赛?

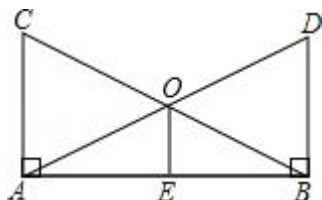
(3) 学校决定选派本次比赛成绩最好的 3 人参加南宁市中学生环保演讲决赛, 并为参赛选手准备了红、蓝、白颜色的上衣各 1 件和 2 条白色、1 条蓝色的裤子. 请用“列表法”或“树形图法”表示上衣和裤子搭配的所有可能出现的结果, 并求出上衣和能搭配成同一种颜色的概率.



22. (8分) 如图所示, $\angle BAC = \angle ABD = 90^\circ$, $AC = BD$, 点 O 是 AD , BC 的交点, 点 E 是 AB 的中点.

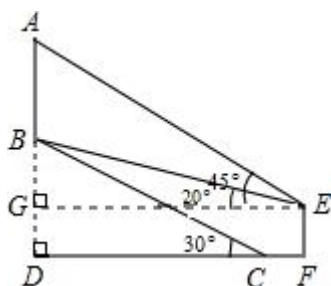
(1) 图中有哪几对全等三角形? 请写出来;

(2) 试判断 OE 和 AB 的位置关系, 并给予证明.



23. (8分) 如图, 山坡上有一棵树 AB , 树底部 B 点到山脚 C 点的距离 BC 为 $6\sqrt{3}$ 米, 山坡的坡角为 30° . 小宁在山脚的平地 F 处测量这棵树的高, 点 C 到测角仪 EF 的水平距离 $CF = 1$ 米, 从 E 处测得树顶部 A 的仰角为 45° , 树底部 B 的仰角为 20° , 求树 AB 的高度.

(参考数值: $\sin 20^\circ \approx 0.34$, $\cos 20^\circ \approx 0.94$, $\tan 20^\circ \approx 0.36$)



24. (10分) 南宁市某生态示范村种植基地计划用 90 亩 ~ 120 亩的土地种植一批葡萄, 原计划总产量要达到 36 万斤.

(1) 列出原计划种植亩数 y (亩) 与平均每亩产量 x (万斤) 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

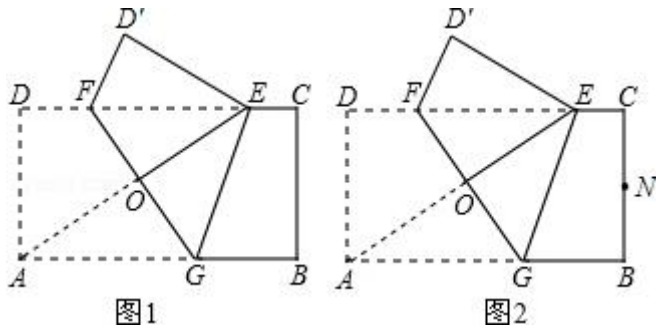
(2) 为了满足市场需求, 现决定改良葡萄品种. 改良后平均每亩产量是原计划的 1.5 倍, 总产量比原计划增加了 9 万斤, 种植亩数减少了 20 亩, 原计划和改良后的平均每亩产量各是多少万斤?

25. (10分) 如图, 已知矩形纸片 $ABCD$, $AD = 2$, $AB = 4$. 将纸片折叠, 使顶点 A 与边 CD 上的点 E 重合, 折痕 FG 分别与 AB , CD 交于点 G , F , AE 与 FG 交于点 O .

(1) 如图 1, 求证: A , G , E , F 四点围成的四边形是菱形;

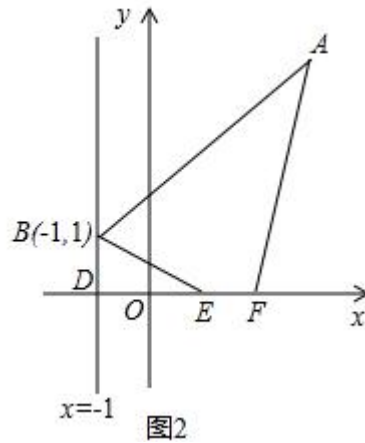
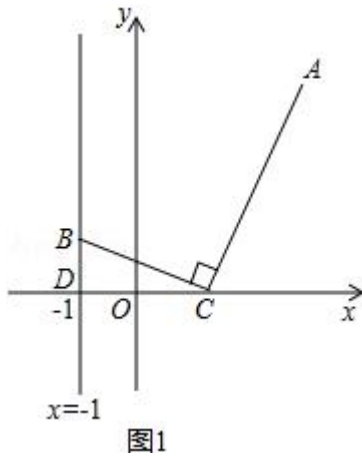
(2) 如图 2, 当 $\triangle AED$ 的外接圆与 BC 相切于点 N 时, 求证: 点 N 是线段 BC 的中点;

(3) 如图 2, 在 (2) 的条件下, 求折痕 FG 的长.



26. (10分) 已知点 $A(3, 4)$, 点 B 为直线 $x = -1$ 上的动点, 设 $B(-1, y)$.

- (1) 如图 1, 若点 $C(x, 0)$ 且 $-1 < x < 3$, $BC \perp AC$, 求 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 在 (1) 的条件下, y 是否有最大值? 若有, 请求出最大值; 若没有, 请说明理由;
- (3) 如图 2, 当点 B 的坐标为 $(-1, 1)$ 时, 在 x 轴上另取两点 E, F , 且 $EF = 1$. 线段 EF 在 x 轴上平移, 线段 EF 平移至何处时, 四边形 $ABEF$ 的周长最小? 求出此时点 E 的坐标.



2012 年广西南宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1.（3 分）4 的倒数是（ ）

A. -4

B. 4

C. $-\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{4}$

【考点】17：倒数.

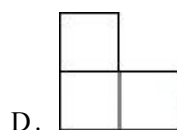
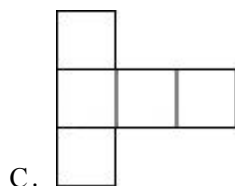
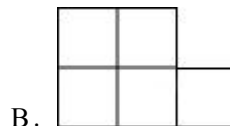
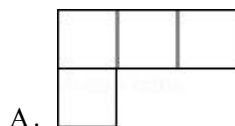
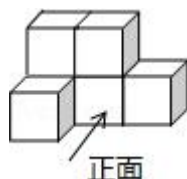
【分析】根据倒数的定义：乘积是 1 的两个数，即可求解.

【解答】解：4 的倒数是 $\frac{1}{4}$.

故选：D.

【点评】本题主要考查了倒数的定义，正确理解定义是解题关键.

2.（3 分）如图是由六个小正方体组合而成的一个立体图形，它的主视图是（ ）



【考点】U2：简单组合体的三视图.

【分析】找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

【解答】解：从正面看易得第一层有 3 个正方形，第二层中间有 2 个正方形.

故选：B.

【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图. 考查了学生的空间想象能力.

3.（3 分）芝麻作为食品和药物，均广泛使用. 经测算，一粒芝麻约有 0.00000201 千克，用科学记数法表示为（ ）

A. 2.01×10^{-6} 千克

B. 0.201×10^{-5} 千克

C. 20.1×10^{-7} 千克

D. 2.01×10^{-7} 千克

【考点】1J：科学记数法—表示较小的数.

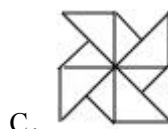
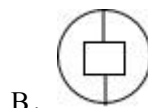
【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： $0.000\ 002\ 01 = 2.01 \times 10^{-6}$;

故选：A.

【点评】此题考查了用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

4. (3 分) 下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



【考点】P3：轴对称图形；R5：中心对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项正确；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

故选：B.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

5. (3 分) 下列调查：

①调查一批灯泡的使用寿命；

②调查全班同学的身高；

③调查市场上某种食品的色素含量是否符合国家标准；

④企业招聘，对应聘人员进行面试.

其中符合用抽样调查的是 ()

A. ①②

B. ①③

C. ②④

D. ②③

【考点】V2: 全面调查与抽样调查.

【分析】本题需要根据具体情况正确选择普查或抽样调查等方法，并理解有些调查是不适合使用普查方法的.

【解答】解：①调查一批灯泡的使用寿命，适合抽样调查；

②调查全班同学的身高，适合全面调查；

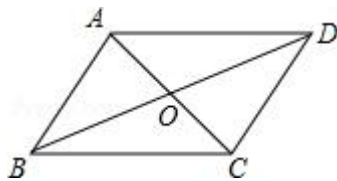
③调查市场上某种食品的色素含量是否符合国家标准，适合抽样调查；

④企业招聘，对应聘人员进行面试，适合全面调查；

故选：B.

【点评】本题主要考查了全面调查和抽样调查，在解题时选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用是本题的关键.

6. (3分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 3cm$ ， $BC = 5cm$ ，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，则 OA 的取值范围是 ()



A. $2cm < OA < 5cm$

B. $2cm < OA < 8cm$

C. $1cm < OA < 4cm$

D. $3cm < OA < 8cm$

【考点】K6: 三角形三边关系；L5: 平行四边形的性质.

【分析】由在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 3cm$ ， $BC = 5cm$ ，根据平行四边形对角线互相平分与三角形三边关系，即可求得 $OA = OC = \frac{1}{2}AC$ ， $2cm < AC < 8cm$ ，继而求得 OA 的取值范围.

【解答】解： $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 3cm$ ， $BC = 5cm$ ，

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC, \quad 2cm < AC < 8cm,$$

$$\therefore 1cm < OA < 4cm.$$

故选：C.

【点评】此题考查了平行四边形的性质与三角形三边关系. 此题比较简单，注意数形结合思想的应用，注意掌握平行四边形对角线互相平分定理的应用.

7. (3分) 若点 $A(2, 4)$ 在函数 $y = kx - 2$ 的图象上, 则下列各点在此函数图象上的是 ()

- A. $(1, 1)$ B. $(-1, 1)$ C. $(-2, -2)$ D. $(2, -2)$

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】将点 $A(2, 4)$ 代入函数解析式求出 k 的值, 再把各点的坐标代入解析式, 逐一检验即可.

【解答】解: $\because$ 点 $A(2, 4)$ 在函数 $y = kx - 2$ 的图象上,

$$\therefore 2k - 2 = 4, \text{ 解得 } k = 3,$$

$$\therefore \text{此函数的解析式为: } y = 3x - 2,$$

A、 $\because 3 \times 1 - 2 = 1$, $\therefore$ 此点在函数图象上, 故本选项正确;

B、 $\because 3 \times (-1) - 2 = -5 \neq 1$, $\therefore$ 此点在不函数图象上, 故本选项错误;

C、 $\because 3 \times (-2) - 2 = -7 \neq -2$, $\therefore$ 此点在不函数图象上, 故本选项错误;

D、 $\because 3 \times 2 - 2 = 4 \neq -2$, $\therefore$ 此点在不函数图象上, 故本选项错误.

故选: A.

【点评】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点, 即一次函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式.

8. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $(m - n)^2 = m^2 - n^2$

B. $(2ab^3)^2 = 2a^2b^6$

C. $2xy + 3xy = 5xy$

D. $\sqrt{\frac{a^3}{4}} = 2a\sqrt{a}$

【考点】35: 合并同类项; 47: 幂的乘方与积的乘方; 4C: 完全平方公式; 73: 二次根式的性质与化简.

【分析】根据完全平方公式即可判断 A; 根据积的乘方和幂的乘方, 求出式子的结果, 即可判断 B; 根据合并同类项法则求出后即可判断 C; 根据二次根式的性质求出后即可判断 D.

【解答】解: A、 $(m - n)^2 = m^2 - 2mn + n^2$, 故本选项错误;

B、 $(2ab^3)^2 = 4a^2b^6$, 故本选项错误;

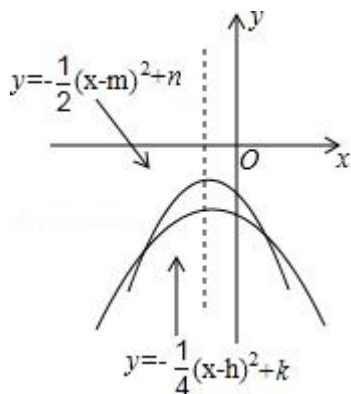
C、 $2xy + 3xy = 5xy$, 故本选项正确;

D、 $\sqrt{\frac{a^3}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{a}$, 故本选项错误;

故选: C.

【点评】 本题考查了二次根式的性质，合并同类项，幂的乘方和积的乘方，完全平方公式的应用，题目比较典型，但是一道比较容易出错的题目．主要考查学生的辨析能力和计算能力．

9. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，有两条位置确定的抛物线，它们的对称轴相同，则下列关系不正确的是 ()



- A. $k = n$ B. $h = m$ C. $k < n$ D. $h < 0, k < 0$

【考点】 H3：二次函数的性质．

【分析】 借助图象找出顶点的位置，判断顶点横坐标、纵坐标大小关系．

【解答】 解：根据二次函数解析式确定抛物线的顶点坐标分别为 (h, k) , (m, n) ，
因为点 (h, k) 在点 (m, n) 的下方，所以 $k = n$ 不正确．

故选：A．

【点评】 本题是抛物线的顶点式定义在图形中的应用．能直接根据函数的解析式说出其顶点坐标是解决此题的关键．

10. (3分) 某单位要组织一次篮球联赛，赛制为单循环形式（每两队之间都赛一场），计划安排 10 场比赛，则参加比赛的球队应有 ()

- A. 7 队 B. 6 队 C. 5 队 D. 4 队

【考点】 AD：一元二次方程的应用．

【分析】 设邀请 x 个球队参加比赛，那么第一个球队和其他球队打 $(x - 1)$ 场球，第二个球队和其他球队打 $(x - 2)$ 场，以此类推可以知道共打 $(1 + 2 + 3 + \cdots + x - 1)$ 场球，然后根据计划安排 10 场比赛即可列出方程求解．

【解答】 解：设邀请 x 个球队参加比赛，
依题意得 $1 + 2 + 3 + \cdots + x - 1 = 10$ ，

$$\text{即 } \frac{x(x-1)}{2} = 10,$$

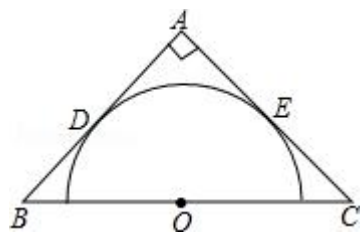
$$\therefore x^2 - x - 20 = 0,$$

$$\therefore x = 5 \text{ 或 } x = -4 \text{ (不合题意, 舍去).}$$

故选: C.

【点评】此题和实际生活结合比较紧密, 准确找到关键描述语, 从而根据等量关系准确的列出方程是解决问题的关键. 此题还要判断所求的解是否符合题意, 舍去不合题意的解.

11. (3分) 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $AB = AC = 8$, O 为 BC 的中点, 以 O 为圆心作半圆, 使它与 AB , AC 都相切, 切点分别为 D , E , 则 $\odot O$ 的半径为 ()



- A. 8 B. 6 C. 5 D. 4

【考点】KW: 等腰直角三角形; MC: 切线的性质.

【分析】首先连接 OD , 由切线的性质, 易得 $OD \perp AB$, 即可得 OD 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 继而求得 OD 的长.

【解答】解: 连接 OD , OA ,

$\because AB$ 与 $\odot O$ 相切,

$\therefore OD \perp AB$,

$\because$ 在等腰直角三角形 ABC 中, $AB = AC = 8$, O 为 BC 的中点,

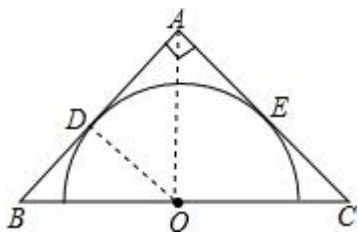
$\therefore AO \perp BC$,

$\therefore OD \parallel AC$,

$\because O$ 为 BC 的中点,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}AC = 4.$$

故选: D.



【点评】此题考查了切线的性质、切线长定理以及等腰直角三角形性质．此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想的应用．

12. (3分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 1$ ，一次函数 $y = k(x - 1) - \frac{k^2}{4}$ ，若它们的图象对于任意的非零实数 k 都只有一个公共点，则 a, b 的值分别为 ()

A. $a = 1, b = 2$ B. $a = 1, b = -2$ C. $a = -1, b = 2$ D. $a = -1, b = -2$

【考点】AA：根的判别式；H3：二次函数的性质．

【分析】根据题意由 $y = ax^2 + bx + 1$ ①， $y = k(x - 1) - \frac{k^2}{4}$ ②，组成的方程组只有一组解，消去 y ，整理得， $ax^2 + (b - k)x + 1 + k + \frac{k^2}{4} = 0$ ，则 $\Delta = (b - k)^2 - 4a(1 + k + \frac{k^2}{4}) = 0$ ，整理得到 $(1 - a)k^2 - 2(2a + b)k + b^2 - 4a = 0$ ，由于对于任意的实数 k 都成立，所以有 $1 - a = 0, 2a + b = 0, b^2 - 4a = 0$ ，求出 a, b 即可．

【解答】解：根据题意得，

$$y = ax^2 + bx + 1 \text{ ①,}$$

$$y = k(x - 1) - \frac{k^2}{4} \text{ ②,}$$

解由①②组成的方程组，消去 y ，整理得， $ax^2 + (b - k)x + 1 + k + \frac{k^2}{4} = 0$ ，

$\because$ 它们的图象对于任意的实数 k 都只有一个公共点，则方程组只有一组解，

$\therefore x$ 有两个相等的值，

$$\text{即 } \Delta = (b - k)^2 - 4a(1 + k + \frac{k^2}{4}) = 0,$$

$$\therefore (1 - a)k^2 - 2(2a + b)k + b^2 - 4a = 0,$$

由于对于非零实数 k 都成立，所以有 $1 - a = 0, 2a + b = 0$ ，

$$\therefore b^2 - 4a = 0,$$

$$\therefore a = 1, b = -2,$$

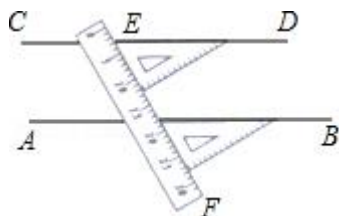
故选：B．

【点评】本题考查了用待定系数法求抛物线的解析式．二次函数的一般式： $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)；也考查了利用方程组的解的情况确定函数图象交点的问题，而方程组的解的情

况转化为一元二次方程根的情况.

二、填空题(共6小题,每小题3分,满分18分)

13. (3分) 如图所示, 用直尺和三角尺作直线 AB , CD , 从图中可知, 直线 AB 与直线 CD 的位置关系为 平行.



【考点】 J9: 平行线的判定.

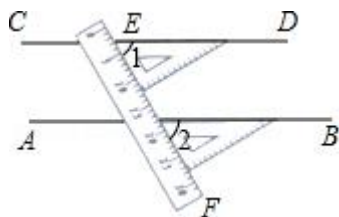
【分析】 根据同位角相等, 两直线平行判断.

【解答】 解: 根据题意, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是三角尺的同一个角,

所以 $\angle 1 = \angle 2$,

所以, $AB \parallel CD$ (同位角相等, 两直线平行).

故答案为: 平行.



【点评】 本题考查了平行线的判定熟练掌握同位角相等, 两直线平行, 并准确识图是解题的关键.

14. (3分) 在学校艺术节文艺汇演中, 甲、乙两个舞蹈队队员的身高的方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 1.5$, $S_{\text{乙}}^2 = 2.5$, 那么身高更整齐的是 甲 队 (填“甲”或“乙”).

【考点】 W7: 方差.

【分析】 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 故由甲乙的方差可作出判断.

【解答】 解: 由于 $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$, 则甲队中身高更整齐.

$\therefore$ 两队中身高更整齐的是甲队.

故答案为: 甲.

【点评】 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

15. (3分) 分解因式: $ax^2 - 4ax + 4a = \underline{a(x-2)^2}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提取公因式 a , 再利用完全平方公式进行二次分解.

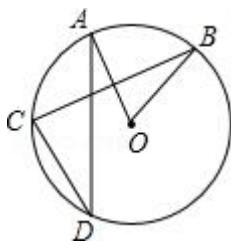
【解答】解: $ax^2 - 4ax + 4a$,

$$= a(x^2 - 4x + 4),$$

$$= a(x-2)^2.$$

【点评】本题考查了提公因式法, 公式法分解因式, 提取公因式后利用完全平方公式进行二次分解, 注意要分解彻底.

16. (3分) 如图, 点 B, A, C, D 在 $\odot O$ 上, $OA \perp BC$, $\angle AOB = 50^\circ$, 则 $\angle ADC = \underline{25}^\circ$.



【考点】M2: 垂径定理; M5: 圆周角定理.

【分析】由 $OA \perp BC$, 利用垂径定理, 即可求得 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, 又由在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半, 即可求得答案.

【解答】解: $\because OA \perp BC$,

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{AC},$$

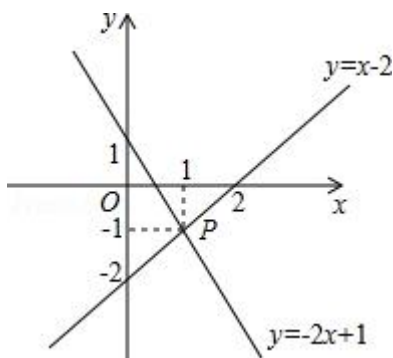
$$\therefore \angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ.$$

故答案为: 25.

【点评】此题考查了圆周角定理与垂径定理. 此题难度不大, 注意掌握在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半与平分弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧定理的应用.

17. (3分) 如图, 已知函数 $y = x - 2$ 和 $y = -2x + 1$ 的图象交于点 P , 根据图象可得方程组

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \text{ 的解是 } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}.$$



【考点】FE：一次函数与二元一次方程（组）.

【分析】先由图象得出两函数的交点坐标，根据交点坐标即可得出方程组的解.

【解答】解：∵由图象可知：函数 $y = x - 2$ 和 $y = -2x + 1$ 的图象的交点 P 的坐标是 $(1, -1)$,

又∵由 $y = x - 2$ ，移项后得出 $x - y = 2$,

由 $y = -2x + 1$ ，移项后得出 $2x + y = 1$,

∴方程组 $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$,

故答案为： $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$.

【点评】本题考查了一次函数与二元一次方程组的应用，主要考查学生的观察图形的能力和理解能力，题目具有一定的代表性，是一道比较好但又比较容易出错的题目.

18. (3分) 有若干张边长都是 2 的四边形纸片和三角形纸片，从中取一些纸片按如图所示的顺序拼接起来（排在第一位的是四边形），可以组成一个大的平行四边形或一个大的梯形. 如果所取的四边形与三角形纸片数的和是 5 时，那么组成的大平行四边形或梯形的周长是 20；如果所取的四边形与三角形纸片数的和是 n ，那么组成的大平行四边形或

梯形的周长是 $3n+5$ 或 $3n+4$. 

【考点】38：规律型：图形的变化类.

【分析】第 1 张纸片的周长为 8，由 2 张纸片所组成的图形的周长比第 1 张纸片的周长增加了 2. 由 3 张纸片所组成的图形的周长比前 2 张纸片所组成的图形的周长增加了 4，按此规律可知：

①纸张张数为 1，图片周长为 $8 = 3 \times 1 + 5$ ；纸张张数为 3，图片周长为 $8 + 2 + 4 = 3 \times 3 + 5$ ；纸张张数为 5，图片周长为 $8 + 2 + 4 + 2 + 4 = 3 \times 5 + 5$ ；…；当 n 为奇数时，组成的大平行四边形或梯形的周长为 $3n + 5$ ；

②纸张张数为 2，图片周长为 $8 + 2 = 3 \times 2 + 4$ ；纸张张数为 4，图片周长为 $8 + 2 + 4 + 2 = 3 \times$

4+4；纸张张数为 6，图片周长为 $8+2+4+2+4+2 = 3 \times 6+4$ ；…；当 n 为偶数时，组成的大平行四边形或梯形的周长为 $3n+4$ 。

【解答】解：从图形可推断：

纸张张数为 5，图片周长为 $8+2+4+2+4 = 3 \times 5+5 = 20$ ；

当 n 为奇数时，组成的大平行四边形或梯形的周长为： $8+2+4+\cdots+2+4 = 3n+5$ ；

当 n 为偶数时，组成的大平行四边形或梯形的周长为： $8+2+\cdots+4+2 = 3n+4$ 。

综上，组成的大平行四边形或梯形的周长为 $3n+5$ 或 $3n+4$ 。

故答案为：20， $3n+5$ 或 $3n+4$ 。

【点评】本题考查了规律型：图形的变化，解题的关键是将纸片的张数分奇偶两种情况进行讨论，得出组成的大平行四边形或梯形的周长。

三、解答题（共 8 小题，满分 66 分）

19.（6 分）计算： $|-6|+\sqrt{8}-4\sin 45^\circ + (-1)^{2012}$ 。

【考点】2C：实数的运算；T5：特殊角的三角函数值。

【分析】分别运算绝对值、二次根式的化简，然后代入 $\sin 45^\circ$ 的值，继而合并运算即可。

【解答】解：原式 $= 6+2\sqrt{2}-4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}+1 = 7$ 。

【点评】此题考查了实数的运算及特殊角的三角函数值，属于基础题，特殊角的三角函数值是需要我们熟练记忆的内容。

20.（6 分）解不等式组 $\begin{cases} x < 2x+1 \\ 3x-2(x-1) \leq 4 \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来。

【考点】C2：不等式的性质；C4：在数轴上表示不等式的解集；C6：解一元一次不等式；

CB：解一元一次不等式组。

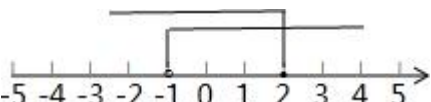
【分析】求出每个不等式的解集，根据找不等式组解集的规律找出即可。

【解答】解： $\begin{cases} x < 2x+1 \text{ ①} \\ 3x-2(x-1) \leq 4 \text{ ②} \end{cases}$ ，

$\therefore$ 解不等式①得： $x > -1$ ，

解不等式②得： $x \leq 2$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为： $-1 < x \leq 2$ ，



在数轴上表示不等式组的解集为： $-1 < x \leq 2$ 。

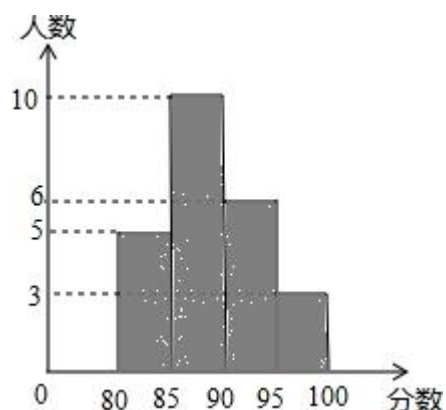
【点评】本题考查了不等式的性质，解一元一次不等式（组），在数轴上表示不等式的解集的应用，关键是能根据不等式的解集找出不等式组的解集，题型较好，难度适中。

21. (8分) 2012年6月5日是“世界环境日”，南宁市某校举行了“绿色家园”演讲比赛，赛后整理参赛同学的成绩，制作成直方图（如图）.

(1) 分数段在 85~90 范围的人数最多；

(2) 全校共有多少人参加比赛？

(3) 学校决定选派本次比赛成绩最好的3人参加南宁市中学生环保演讲决赛，并为参赛选手准备了红、蓝、白颜色的上衣各1件和2条白色、1条蓝色的裤子. 请用“列表法”或“树形图法”表示上衣和裤子搭配的所有可能出现的结果，并求出上衣和能搭配成同一种颜色的概率.



【考点】V8：频数（率）分布直方图；X6：列表法与树状图法.

【分析】(1) 由条形图可直接得出人数最多的分数段；

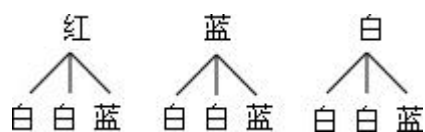
(2) 把各小组人数相加，得出全校参加比赛的人数；

(3) 利用“树形图法”，画出搭配方案，由此可求上衣和裤子能搭配成同一种颜色的概率.

【解答】解：(1) 由条形图可知，分数段在85~90范围的人数最多为10人，故答案为：85~90；

(2) 全校参加比赛的人数 = $5+10+6+3=24$ 人；

(3) 上衣和裤子搭配的所有可能出现的结果如图所示，



共有9种搭配方案，其中，上衣和裤子能搭配成同一种颜色的有3种，

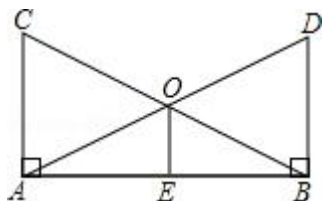
上衣和裤子能搭配成同一种颜色的概率为： $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

22. (8分) 如图所示， $\angle BAC = \angle ABD = 90^\circ$ ， $AC = BD$ ，点 O 是 AD ， BC 的交点，点 E 是 AB 的中点.

(1) 图中有哪几对全等三角形？请写出来；

(2) 试判断 OE 和 AB 的位置关系，并给予证明.



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 根据全等三角形的定义可以得到： $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ， $\triangle AOE \cong \triangle BOE$ ， $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ ；

(2) 首先证得： $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ，则 $OA = OB$ ，利用等腰三角形中：等边对等角即可证得 $OE \perp AB$.

【解答】 解：(1) $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ， $\triangle AOE \cong \triangle BOE$ ， $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ ；

(2) $OE \perp AB$. 理由如下：

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle BAD$ 中，

$$\begin{cases} AC=BD \\ \angle BAC=\angle ABD, \\ AB=BA \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BAD$ (SAS),

$\therefore \angle DAB = \angle CBA$,

$\therefore OA = OB$,

$\because$ 点 E 是 AB 的中点，

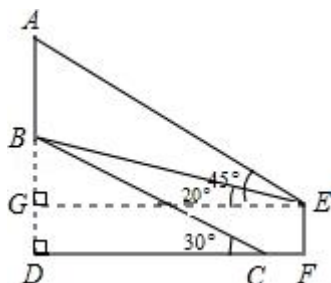
$\therefore OE \perp AB$.

【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质，以及三线合一定理，正确证明 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ 是关键.

23. (8分) 如图，山坡上有一棵树 AB ，树底部 B 点到山脚 C 点的距离 BC 为 $6\sqrt{3}$ 米，山坡

的坡角为 30° . 小宁在山脚的平地 F 处测量这棵树的高, 点 C 到测角仪 EF 的水平距离 $CF = 1$ 米, 从 E 处测得树顶部 A 的仰角为 45° , 树底部 B 的仰角为 20° , 求树 AB 的高度.

(参考数值: $\sin 20^\circ \approx 0.34$, $\cos 20^\circ \approx 0.94$, $\tan 20^\circ \approx 0.36$)



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题; TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】 首先在直角三角形 BDC 中求得 DC 的长, 然后求得 DF 的长, 进而求得 GF 的长, 然后在直角三角形 BGE 中即可求得 BG 的长, 从而求得树高.

【解答】 解: $\because$ 底部 B 点到山脚 C 点的距离 BC 为 $6\sqrt{3}$ 米, 山坡的坡角为 30° .

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中

$$DC = BC \cdot \cos 30^\circ = 6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9 \text{ 米},$$

$\because CF = 1$ 米,

$\therefore DF = 9 + 1 = 10$ 米,

$\therefore GE = 10$ 米,

$\because \angle AEG = 45^\circ$,

$\therefore AG = EG = 10$ 米,

在直角三角形 BGE 中,

$$BG = GE \cdot \tan 20^\circ = 10 \times 0.36 = 3.6 \text{ 米},$$

$\therefore AB = AG - BG = 10 - 3.6 = 6.4$ 米,

答: 树高约为 6.4 米.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 要求学生借助俯角构造直角三角形, 并结合图形利用三角函数解直角三角形.

24. (10 分) 南宁市某生态示范村种植基地计划用 90 亩 ~ 120 亩的土地种植一批葡萄, 原计划总产量要达到 36 万斤.

(1) 列出原计划种植亩数 y (亩) 与平均每亩产量 x (万斤) 之间的函数关系式, 并写

出自变量 x 的取值范围；

(2) 为了满足市场需求，现决定改良葡萄品种．改良后平均每亩产量是原计划的 1.5 倍，总产量比原计划增加了 9 万斤，种植亩数减少了 20 亩，原计划和改良后的平均每亩产量各是多少万斤？

【考点】GA：反比例函数的应用．

【分析】(1) 直接根据亩产量、亩数及总产量之间的关系得到函数关系式即可；

(2) 根据题意列出 $\frac{36}{x} - \frac{36+9}{1.5x} = 20$ 后求解即可．

【解答】解：(1) 由题意知： $xy = 36$ ，

$$\text{故 } y = \frac{36}{x} \left(\frac{3}{10} \leq x \leq \frac{2}{5} \right)$$

(2) 根据题意得： $\frac{36}{x} - \frac{36+9}{1.5x} = 20$

解得： $x = 0.3$

经检验 $x = 0.3$ 是原方程的根．

$$1.5x = 0.45$$

答：改良前亩产 0.3 万斤，改良后亩产 0.45 万斤．

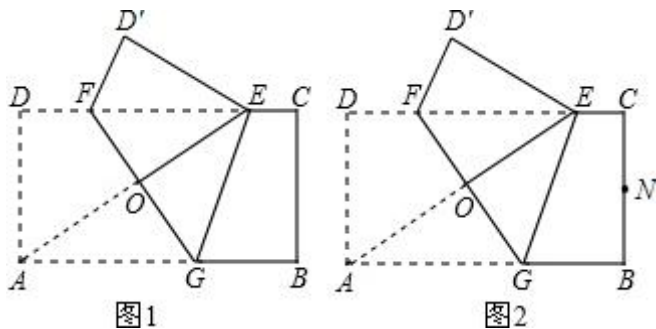
【点评】本题考查了反比例函数的应用，解题的关键是从复杂的实际问题中整理出反比例函数模型，并利用其解决实际问题．

25. (10 分) 如图，已知矩形纸片 $ABCD$ ， $AD = 2$ ， $AB = 4$ ．将纸片折叠，使顶点 A 与边 CD 上的点 E 重合，折痕 FG 分别与 AB ， CD 交于点 G ， F ， AE 与 FG 交于点 O ．

(1) 如图 1，求证： A ， G ， E ， F 四点围成的四边形是菱形；

(2) 如图 2，当 $\triangle AED$ 的外接圆与 BC 相切于点 N 时，求证：点 N 是线段 BC 的中点；

(3) 如图 2，在 (2) 的条件下，求折痕 FG 的长．



【考点】L9：菱形的判定；PB：翻折变换（折叠问题）．

【分析】(1) 根据折叠的性质判断出 $AG = GE$ ， $\angle AGF = \angle EGF$ ，再由 $CD \parallel AB$ 得出 $\angle$

$EFG = \angle AGF$, 从而判断出 $EF = AG$, 得出四边形 $AGEF$ 是平行四边形, 继而结合 $AG = GE$, 可得出结论.

(2) 连接 ON , 则 $ON \perp BC$, 从而判断出 ON 是梯形 $ABCE$ 的中位线, 继而可得出结论.

(3) 作 $OM \perp AD$, 设 $DE = x$, 则 $MO = \frac{1}{2}x$, 表示出 AE 、 DE , 在 $RT\triangle ADE$ 中, 利用勾股定理可解出 x , 继而可得出折痕 FG 的长度.

【解答】 解: (1) 由折叠的性质可得, $GA = GE$, $\angle AGF = \angle EGF$,

$\because DC \parallel AB$,

$\therefore \angle EFG = \angle AGF$,

$\therefore \angle EFG = \angle EGF$,

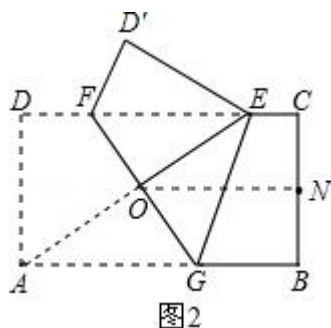
$\therefore EF = EG = AG$,

$\therefore$ 四边形 $AGEF$ 是平行四边形 ($EF \parallel AG$, $EF = AG$),

又 $\because AG = GE$,

$\therefore$ 四边形 $AGEF$ 是菱形.

(2) 连接 ON ,



$\because \triangle AED$ 是直角三角形, AE 是斜边, 点 O 是 AE 的中点, $\triangle AED$ 的外接圆与 BC 相切于点 N ,

$\therefore ON \perp BC$,

$\because$ 点 O 是 AE 的中点,

$\therefore ON$ 是梯形 $ABCE$ 的中位线,

$\therefore$ 点 N 是线段 BC 的中点.

(3) 作 $OM \perp AD$,

(2) 在 (1) 的条件下, y 是否有最大值? 若有, 请求出最大值; 若没有, 请说明理由;

(3) 如图 2, 当点 B 的坐标为 $(-1, 1)$ 时, 在 x 轴上另取两点 E, F , 且 $EF = 1$. 线段 EF 在 x 轴上平移, 线段 EF 平移至何处时, 四边形 $ABEF$ 的周长最小? 求出此时点 E 的坐标.

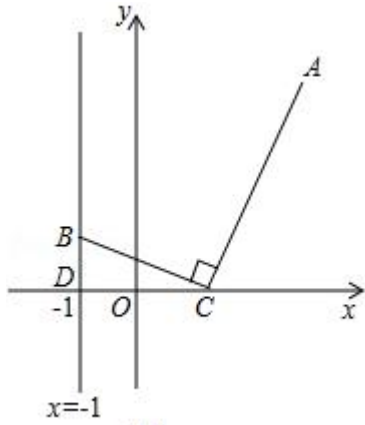


图1

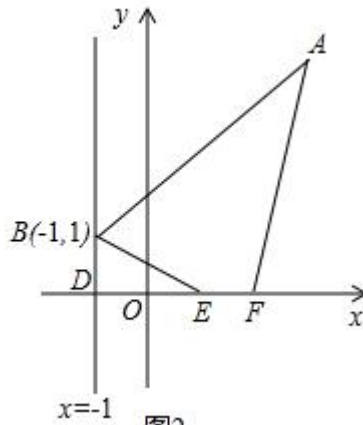


图2

【考点】 FI: 一次函数综合题.

【分析】 (1) 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E , 先证明 $\triangle BCD \sim \triangle CAE$, 再根据相似三角形对应边成比例即可求出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 先运用配方法将 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ 写成顶点式, 再根据自变量 x 的取值范围即可求解;

(3) 欲使四边形 $ABEF$ 的周长最小, 由于线段 AB 与 EF 是定长, 所以只需 $BE + AF$ 最小. 为此, 先确定点 E, F 的位置: 过点 A 作 x 轴的平行线, 并且在这条平行线上截取线段 AA' , 使 $AA' = 1$, 作点 B 关于 x 轴的对称点 B' , 连接 $A'B'$, 交 x 轴于点 E , 在 x 轴上截取线段 $EF = 1$, 则点 E, F 的位置确定. 再根据待定系数法求出直线 $A'B'$ 的解析式, 然后令 $y = 0$, 即可求出点 E 的横坐标, 进而得出点 E 的坐标.

【解答】 解: (1) 如图 1, 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E .

在 $\triangle BCD$ 与 $\triangle CAE$ 中,

$$\because \angle BCD = \angle CAE = 90^\circ - \angle ACE, \angle BDC = \angle CEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BCD \sim \triangle CAE,$$

$$\therefore BD: CE = CD: AE,$$

$$\because A(3, 4), B(-1, y), C(x, 0) \text{ 且 } -1 < x < 3,$$

$$\therefore y: (3-x) = (x+1): 4,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \quad (-1 < x < 3);$$

(2) y 有最大值. 理由如下:

$$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}(x^2 - 2x) + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + 1,$$

又 $\because -1 < x < 3$,

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, y 有最大值 1;

(3) 如图 2, 过点 A 作 x 轴的平行线, 并且在这条平行线上截取线段 AA' , 使 $AA' = 1$, 作点 B 关于 x 轴的对称点 B' , 连接 $A'B'$, 交 x 轴于点 E , 在 x 轴上截取线段 $EF=1$, 则此时四边形 $ABEF$ 的周长最小.

$$\because A(3, 4), \therefore A'(2, 4),$$

$$\because B(-1, 1), \therefore B'(-1, -1).$$

设直线 $A'B'$ 的解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{则} \begin{cases} 2k+b=4 \\ -k+b=-1 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=\frac{5}{3} \\ b=\frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$\therefore \text{直线 } A'B' \text{ 的解析式为 } y = \frac{5}{3}x + \frac{2}{3},$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0, \text{ 解得 } x = -\frac{2}{5}.$$

故线段 EF 平移至如图 2 所示位置时, 四边形 $ABEF$ 的周长最小, 此时点 E 的坐标为 $(-\frac{2}{5}, 0)$.

考点卡片

1. 倒数

(1) 倒数：乘积是 1 的两数互为倒数.

一般地， $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ ($a \neq 0$)，就说 a ($a \neq 0$) 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

(2) 方法指引：

①倒数是除法运算与乘法运算转化的“桥梁”和“渡船”. 正像减法转化为加法及相反数一样，非常重要. 倒数是伴随着除法运算而产生的.

②正数的倒数是正数，负数的倒数是负数，而 0 没有倒数，这与相反数不同.

【规律方法】求相反数、倒数的方法

求一个数的相反数	求一个数的相反数时，只需在这个数前面加上“-”即可
求一个数的倒数	求一个整数的倒数，就是写成这个整数分之一
	求一个分数的倒数，就是调换分子和分母的位置

注意：0 没有倒数.

2. 科学记数法—表示较小的数

用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【规律方法】用科学记数法表示有理数 x 的规律

x 的取值范围	表示方法	a 的取值	n 的取值
$ x \geq 10$	$a \times 10^n$	$1 \leq a $	整数的位数 - 1
$ x < 1$	$a \times 10^{-n}$	< 10	第一位非零数字前所有 0 的个数 (含小数点前的 0)

3. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样，值得一提的是，实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算，又可以开方运算，其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行.

另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则：乘方和开方运算、幂的运算、指数（特别是负整数指数，0 指数）运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.
2. 运算顺序：先乘方，再乘除，后加减，有括号的先算括号里面的，在同一级运算中要从左到右依次运算，无论何种运算，都要注意先定符号后运算.
3. 运算律的使用：使用运算律可以简化运算，提高运算速度和准确度.

4. 合并同类项

- (1) 定义：把多项式中同类项合成一项，叫做合并同类项.
- (2) 合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变.
- (3) 合并同类项时要注意以下三点：
 - ①要掌握同类项的概念，会辨别同类项，并准确地掌握判断同类项的两条标准：带有相同系数的代数项；字母和字母指数；
 - ②明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项，经过合并同类项，式的项数会减少，达到化简多项式的目的；
 - ③“合并”是指同类项的系数的相加，并把得到的结果作为新的系数，要保持同类项的字母和字母的指数不变.

5. 规律型：图形的变化类

图形的变化类的规律题

首先应找出图形哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的，通过分析找到各部分的变化规律后直接利用规律求解. 探寻规律要认真观察、仔细思考，善用联想来解决这类问题.

6. 幂的乘方与积的乘方

- (1) 幂的乘方法则：底数不变，指数相乘.
$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意：①幂的乘方的底数指的是幂的底数；②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘，这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.
- (2) 积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.
$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意：①因式是三个或三个以上积的乘方，法则仍适用；②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义，计算出最后的结果。

7. 完全平方公式

(1) 完全平方公式： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 。

可巧记为：“首平方，末平方，首末两倍中间放”。

(2) 完全平方公式有以下几个特征：①左边是两个数的和的平方；②右边是一个三项式，其中首末两项分别是两项的平方，都为正，中间一项是两项积的 2 倍；其符号与左边的运算符号相同。

(3) 应用完全平方公式时，要注意：①公式中的 a ， b 可是单项式，也可以是多项式；②对形如两数和（或差）的平方的计算，都可以用这个公式；③对于三项的可以把其中的两项看做一项后，也可以用完全平方公式。

8. 提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用。

9. 二次根式的性质与化简

(1) 二次根式的基本性质：① $a \geq 0$ ； $a \geq 0$ （双重非负性）。② $(a)^2 = a$ （ $a \geq 0$ ）（任何一个非负数都可以写成一个数的平方的形式）。③ $a^2 = a$ （ $a \geq 0$ ）（算术平方根的意义）

(2) 二次根式的化简：①利用二次根式的基本性质进行化简；②利用积的算术平方根的性质和商的算术平方根的性质进行化简。 $ab = a \cdot b$ $\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

(3) 化简二次根式的步骤：①把被开方数分解因式；②利用积的算术平方根的性质，把被开方数中能开得尽方的因数（或因式）都开出来；③化简后的二次根式中的被开方数中每一个因数（或因式）的指数都小于根指数 2。

【规律方法】二次根式的化简求值的常见题型及方法

1. 常见题型：与分式的化简求值相结合。

2. 解题方法：

(1) 化简分式：按照分式的运算法则，将所给的分式进行化简。

(2) 代入求值：将含有二次根式的值代入，求出结果。

(3) 检验结果：所得结果为最简二次根式或整式。

10. 根的判别式

利用一元二次方程根的判别式（ $\Delta = b^2 - 4ac$ ）判断方程的根的情况。

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ （ $a \neq 0$ ）的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：

①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；

②当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；

③当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

11. 一元二次方程的应用

1、列方程解决实际问题的一般步骤是：审清题意设未知数，列出方程，解所列方程求所列方程的解，检验和作答.

2、列一元二次方程解应用题中常见问题：

(1) 数字问题：个位数为 a ，十位数是 b ，则这个两位数表示为 $10b+a$.

(2) 增长率问题：增长率 = 增长数量/原数量 $\times 100\%$. 如：若原数是 a ，每次增长的百分率为 x ，则第一次增长后为 $a(1+x)$ ；第二次增长后为 $a(1+x)^2$ ，即 原数 $\times (1+\text{增长百分率})^2 = \text{后来数}$.

(3) 形积问题：①利用勾股定理列一元二次方程，求三角形、矩形的边长. ②利用三角形、矩形、菱形、梯形和圆的面积，以及柱体体积公式建立等量关系列一元二次方程. ③利用相似三角形的对应比例关系，列比例式，通过两内项之积等于两外项之积，得到一元二次方程.

(4) 运动点问题：物体运动将会沿着一条路线或形成一条痕迹，运行的路线与其他条件会构成直角三角形，可运用直角三角形的性质列方程求解.

【规律方法】列一元二次方程解应用题的“六字诀”

1. 审：理解题意，明确未知量、已知量以及它们之间的数量关系.

2. 设：根据题意，可以直接设未知数，也可以间接设未知数.

3. 列：根据题中的等量关系，用含所设未知数的代数式表示其他未知量，从而列出方程.

4. 解：准确求出方程的解.

5. 验：检验所求出的根是否符合所列方程和实际问题.

6. 答：写出答案.

12. 不等式的性质

(1) 不等式的基本性质

①不等式的两边同时加上(或减去)同一个数或同一个含有字母的式子，不等号的方向不变，即：

若 $a > b$ ，那么 $a \pm m > b \pm m$ ；

②不等式的两边同时乘以(或除以)同一个正数，不等号的方向不变，即：

若 $a > b$ ，且 $m > 0$ ，那么 $am > bm$ 或 $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$ ；

③不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变，即：

若 $a > b$ ，且 $m < 0$ ，那么 $am < bm$ 或 $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$ ；

（2）不等式的变形：①两边都加、减同一个数，具体体现为“移项”，此时不等号方向不变，但移项要变号；②两边都乘、除同一个数，要注意只有乘、除负数时，不等号方向才改变。

【规律方法】

1. 应用不等式的性质应注意的问题：在不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数时，一定要改变不等号的方向；当不等式的两边要乘以（或除以）含有字母的数时，一定要对字母是否大于 0 进行分类讨论。

2. 不等式的传递性：若 $a > b$ ， $b > c$ ，则 $a > c$ 。

13. 在数轴上表示不等式的解集

用数轴表示不等式的解集时，要注意“两定”：

一是定界点，一般在数轴上只标出原点和界点即可。定边界点时要注意，点是实心还是空心，若边界点含于解集为实心点，不含于解集即为空心点；

二是定方向，定方向的原则是：“小于向左，大于向右”。

【规律方法】不等式解集的验证方法

某不等式求得的解集为 $x > a$ ，其验证方法可以先将 a 代入原不等式，则两边相等，其次在 $x > a$ 的范围内取一个数代入原不等式，则原不等式成立。

14. 解一元一次不等式

根据不等式的性质解一元一次不等式

基本操作方法与解一元一次方程基本相同，都有如下步骤：①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤化系数为 1。

以上步骤中，只有①去分母和⑤化系数为 1 可能用到性质 3，即可能变不等号方向，其他都不会改变不等号方向。

注意：符号“ $\geq$ ”和“ $\leq$ ”分别比“ $>$ ”和“ $<$ ”各多了一层相等的含义，它们是不等号与等号合写形式。

15. 解一元一次不等式组

（1）一元一次不等式组的解集：几个一元一次不等式的解集的公共部分，叫做由它们所组成的不等式组的解集。

(2) 解不等式组：求不等式组的解集的过程叫解不等式组。

(3) 一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，利用数轴可以直观地表示不等式组的解集。

方法与步骤：①求不等式组中每个不等式的解集；②利用数轴求公共部分。

解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到。

16. 一次函数图象上点的坐标特征

一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$, 且 k, b 为常数) 的图象是一条直线。它与 x 轴的交点坐标是 $(-\frac{b}{k}, 0)$ ；与 y 轴的交点坐标是 $(0, b)$ 。

直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y = kx + b$ 。

17. 一次函数与二元一次方程（组）

(1) 一次函数与一元一次方程的关系：由于任何一元一次方程都可以转化为 $ax + b = 0$ (a, b 为常数, $a \neq 0$) 的形式，所以解一元一次方程可以转化为：当某个一次函数的值为 0 时，求相应的自变量的值，从图象上看，这相当于已知直线 $y = kx + b$ 确定它与 x 轴交点的横坐标值。

(2) 二元一次方程（组）与一次函数的关系

二元一次方程	一次函数
表达式: $ax + by + c = 0$	表达式: $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ ($b \neq 0$)
方程的解: $x = m, y = n$	图象上的坐标点 (m, n) , 其中 m 为横坐标, n 为纵坐标
m, n 表示实数	(m, n) 表示平面内一个点

(3) 一次函数和二元一次方程（组）的关系在实际问题中的应用：要准确的将条件转化为二元一次方程（组），注意自变量取值范围要符合实际意义。

18. 一次函数综合题

(1) 一次函数与几何图形的面积问题

首先要根据题意画出草图，结合图形分析其中的几何图形，再求出面积。

(2) 一次函数的优化问题

通常一次函数的最值问题首先由不等式找到 x 的取值范围，进而利用一次函数的增减性在前面范围内的前提下求出最值。

(3) 用函数图象解决实际问题

从已知函数图象中获取信息，求出函数值、函数表达式，并解答相应的问题.

19. 反比例函数的应用

(1) 利用反比例函数解决实际问题

①能把实际的问题转化为数学问题，建立反比例函数的数学模型. ②注意在自变量和函数值的取值上的实际意义. ③问题中出现的不等关系转化成相等的关系来解，然后在作答中说明.

(2) 跨学科的反比例函数应用题

要熟练掌握物理或化学学科中的一些具有反比例函数关系的公式. 同时体会数学中的转化思想.

(3) 反比例函数中的图表信息题

正确的认识图象，找到关键的点，运用好数形结合的思想.

20. 二次函数的性质

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ ，对称轴直线 $x = -\frac{b}{2a}$ ，

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象具有如下性质：

①当 $a > 0$ 时，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向上， $x < -\frac{b}{2a}$ 时， y 随 x 的增大而减小；

$x > -\frac{b}{2a}$ 时， y 随 x 的增大而增大； $x = -\frac{b}{2a}$ 时， y 取得最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ ，即顶点是抛物线的最低点.

②当 $a < 0$ 时，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向下， $x < -\frac{b}{2a}$ 时， y 随 x 的增大而增大；

$x > -\frac{b}{2a}$ 时， y 随 x 的增大而减小； $x = -\frac{b}{2a}$ 时， y 取得最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ ，即顶点是抛物线的最高点.

③抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象可由抛物线 $y = ax^2$ 的图象向右或向左平移 $|\frac{b}{2a}|$ 个单位，再向上或向下平移 $|\frac{4ac-b^2}{4a}|$ 个单位得到的.

21. 平行线的判定

(1) 定理 1：两条直线被第三条所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行. 简单说成：同位角相等，两直线平行.

(2) 定理 2：两条直线被第三条所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行. 简单说成：内错角相等，两直线平行.

(3) 定理 3：两条直线被第三条所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行. 简单

说成：同旁内角互补，两直线平行.

(4) 定理 4：两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线平行.

(5) 定理 5：在同一平面内，如果两条直线同时垂直于同一条直线，那么这两条直线平行.

22. 三角形三边关系

(1) 三角形三边关系定理：三角形两边之和大于第三边.

(2) 在运用三角形三边关系判定三条线段能否构成三角形时并不一定要列出三个不等式，只要两条较短的线段长度之和大于第三条线段的长度即可判定这三条线段能构成一个三角形.

(3) 三角形的两边差小于第三边.

(4) 在涉及三角形的边长或周长的计算时，注意最后要用三边关系去检验，这是一个隐藏的定时炸弹，容易忽略.

23. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时，关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时，要注意三角形间的公共边和公共角，必要时添加适当辅助线构造三角形.

24. 等腰直角三角形

(1) 两条直角边相等的直角三角形叫做等腰直角三角形.

(2) 等腰直角三角形是一种特殊的三角形，具有所有三角形的性质，还具备等腰三角形和直角三角形的所有性质. 即：两个锐角都是 45° ，斜边上中线、角平分线、斜边上的高，三线合一，等腰直角三角形斜边上的高为外接圆的半径 R ，而高又为内切圆的直径（因为等腰直角三角形的两个小角均为 45° ，高又垂直于斜边，所以两个小三角形均为等腰直角三角形，则两腰相等）；

(3) 若设等腰直角三角形内切圆的半径 $r = 1$ ，则外接圆的半径 $R = \sqrt{2} + 1$ ，所以 $r : R = 1 : \sqrt{2} + 1$.

25. 平行四边形的性质

(1) 平行四边形的概念：有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.

(2) 平行四边形的性质：

①边：平行四边形的对边相等.

②角：平行四边形的对角相等.

③对角线：平行四边形的对角线互相平分.

(3) 平行线间的距离处处相等.

(4) 平行四边形的面积:

①平行四边形的面积等于它的底和这个底上的高的积.

②同底（等底）同高（等高）的平行四边形面积相等.

26. 菱形的判定

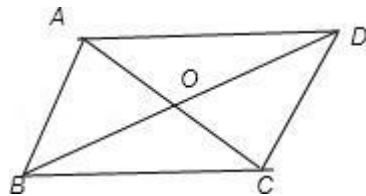
①菱形定义：一组邻边相等的平行四边形是菱形（平行四边形+一组邻边相等=菱形）;

②四条边都相等的四边形是菱形.

几何语言： $\because AB = BC = CD = DA \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形;

③对角线互相垂直的平行四边形是菱形（或“对角线互相垂直平分的四边形是菱形”）.

几何语言： $\because AC \perp BD$, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 $\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形



27. 垂径定理

(1) 垂径定理

垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧.

(2) 垂径定理的推论

推论 1：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧.

推论 2：弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧.

推论 3：平分弦所对一条弧的直径，垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧.

28. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义：顶点在圆上，并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意：圆周角必须满足两个条件：①顶点在圆上. ②角的两条边都与圆相交，二者缺一不可.

(2) 圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角， 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时，常常需要添加辅助线，构成直径所对的圆周角，这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ②圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化. ③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

29. 切线的性质

(1) 切线的性质

①圆的切线垂直于经过切点的半径.

②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.

③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下:

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个, 那么它一定满足第三个条件, 这三个条件是:

①直线过圆心; ②直线过切点; ③直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知, 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 简记作: 见切点, 连半径, 见垂直.

30. 轴对称图形

(1) 轴对称图形的概念:

如果一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形叫做轴对称图形, 这条直线叫做对称轴, 这时, 我们也可以说这个图形关于这条直线(成轴)对称.

(2) 轴对称图形是针对一个图形而言的, 是一种具有特殊性质图形, 被一条直线分割成的两部分沿着对称轴折叠时, 互相重合; 轴对称图形的对称轴可以是一条, 也可以是多条甚至无数条.

(3) 常见的轴对称图形:

等腰三角形, 矩形, 正方形, 等腰梯形, 圆等等.

31. 翻折变换(折叠问题)

1、翻折变换(折叠问题)实质上就是轴对称变换.

2、折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

3、在解决实际问题时, 对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠, 这样便于找到图形间的关系.

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件. 解题时, 我们常常设要求的线段长为 x , 然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度, 选择适当的直角三角形, 运用勾股定理列出方程求出答案. 我们运用方程解决时, 应认真审题, 设出正确的未知数.

32. 中心对称图形

(1) 定义

把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心.

注意: 中心对称图形和中心对称不同, 中心对称是两个图形之间的关系, 而中心对称图形是指一个图形自身的特点, 这点应注意区分, 它们性质相同, 应用方法相同.

(2) 常见的中心对称图形

平行四边形、圆形、正方形、长方形等等.

33. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}; \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3};$$

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

34. 解直角三角形的应用-坡度坡角问题

(1) 坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比, 又叫做坡比, 它是一个比值, 反映了斜坡的陡峭程度, 一般用 i 表示, 常写成 $i = 1:m$ 的形式.

(2) 把坡面与水平面的夹角 α 叫做坡角, 坡度 i 与坡角 α 之间的关系为: $i = h/l = \tan \alpha$.

(3) 在解决坡度的有关问题中, 一般通过作高构成直角三角形, 坡角即是一锐角, 坡度实际就是一锐角的正切值, 水平宽度或铅直高度都是直角边, 实质也是解直角三角形问题.

应用领域: ①测量领域; ②航空领域 ③航海领域: ④工程领域等.

35. 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

- (1) 概念：仰角是向上看的视线与水平线的夹角；俯角是向下看的视线与水平线的夹角。
- (2) 解决此类问题要了解角之间的关系，找到与已知和未知相关联的直角三角形，当图形中没有直角三角形时，要通过作高或垂线构造直角三角形，另当问题以一个实际问题的形式给出时，要善于读懂题意，把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决。

36. 简单组合体的三视图

- (1) 画简单组合体的三视图要循序渐进，通过仔细观察和想象，再画它的三视图。
- (2) 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面，而相连的两个闭合线框常不在一个平面上。
- (3) 画物体的三视图的口诀为：
- 主、俯：长对正；
- 主、左：高平齐；
- 俯、左：宽相等。

37. 全面调查与抽样调查

- 1、统计调查的方法有全面调查（即普查）和抽样调查。
- 2、全面调查与抽样调查的优缺点：①全面调查收集的到数据全面、准确，但一般花费多、耗时长，而且某些调查不宜用全面调查。②抽样调查具有花费少、省时的特点，但抽取的样本是否具有代表性，直接关系到对总体估计的准确程度。
- 3、如何选择调查方法要根据具体情况而定。一般来讲：通过普查可以直接得到较为全面、可靠的信息，但花费的时间较长，耗费大，且一些调查项目并不适合普查。其一，调查者能力有限，不能进行普查。如：个体调查者无法对全国中小学生身高情况进行普查。其二，调查过程带有破坏性。如：调查一批灯泡的使用寿命就只能采取抽样调查，而不能将整批灯泡全部用于实验。其三，有些被调查的对象无法进行普查。如：某一天，全国人均讲话的次数，便无法进行普查。

38. 频数（率）分布直方图

画频率分布直方图的步骤：

- (1) 计算极差，即计算最大值与最小值的差。(2) 决定组距与组数（组数与样本容量有关，一般来说样本容量越大，分组就越多，样本容量不超过 100 时，按数据的多少，常分成 5 ~ 12 组）。(3) 确定分点，将数据分组。(4) 列频率分布表。(5) 绘制频率分布直方图。

注：①频率分布表列出的是在各个不同区间内取值的频率，频率分布直方图是用小长方形面积的大小来表示在各个区间内取值的频率。直角坐标系中的纵轴表示频率与组距的比

值，即小长方形面积 = 组距 × 频数组距 = 频率. ②各组频率的和等于 1，即所有长方形面积的和等于 1. ③频率分布表在数量表示上比较确切，但不够直观、形象，不利于分析数据分布的总体态势. ④从频率分布直方图可以清楚地看出数据分布的总体态势，但是从直方图本身得不出原始的数据内容.

39. 方差

(1) 方差：一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差.

(2) 用“先平均，再求差，然后平方，最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况，这个结果叫方差，通常用 s^2 来表示，计算公式是：

$$s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2] \text{ (可简单记忆为“方差等于差方的平均数”)}$$

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好.

40. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时，我们常用列表的方式，列出所有可能的结果，再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，求出概率.

(3) 列举法（树形图法）求概率的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合，依次列出，象树的枝丫形式，最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时，可用树形图列举，也可以列表列举.