

2011 年广西南宁市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) 下列所给的数中，是 2 的相反数的是 ()

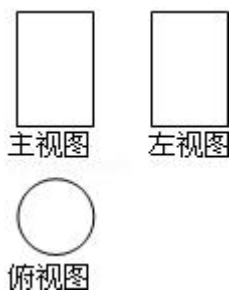
A. -2

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) 如图，三视图描述的实物形状是 ()



A. 棱柱

B. 棱锥

C. 圆柱

D. 圆锥

3. (3 分) 下列各式计算正确的是 ()

A. $10a^6 \div 5a^2 = 2a^4$

B. $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{5}$

C. $2(a^2)^3 = 6a^6$

D. $(a-2)^2 = a^2 - 4$

4. (3 分) 我国第二颗月球探测卫星“嫦娥二号”于 2011 年 6 月 9 日奔向距地球 1500000km 的深空. 用科学记数法表示 1500000 为 ()

A. 1.5×10^6

B. 0.15×10^7

C. 1.5×10^7

D. 15×10^6

5. (3 分) 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 2$

B. $x \geq 2$

C. $x \leq 2$

D. 全体实数

6. (3 分) 将 $x^3 - 4x$ 分解因式的结果是 ()

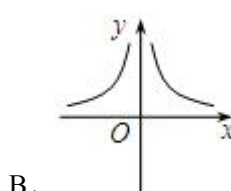
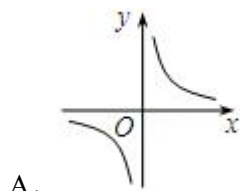
A. $x(x^2 - 4)$

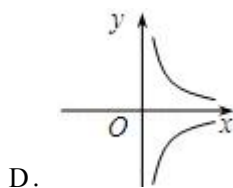
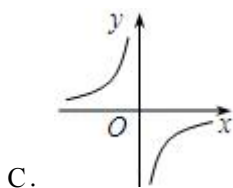
B. $x(x+4)(x-4)$

C. $x(x+2)(x-2)$

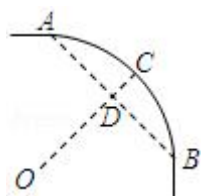
D. $x(x-2)^2$

7. (3 分) 函数 $y = \frac{2}{|x|}$ 的图象是 ()

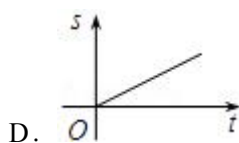
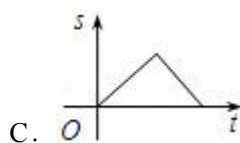
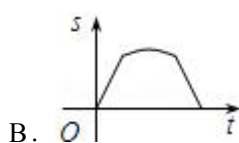
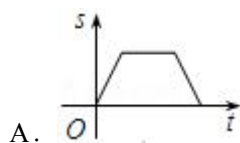
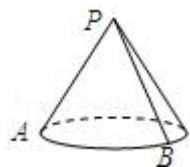




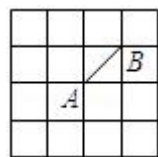
8. (3分) 一条公路弯道处是一段圆弧 $\widehat{AB}$, 点 O 是这条弧所在圆的圆心, 点 C 是 $\widehat{AB}$ 的中点, OC 与 AB 相交于点 D . 已知 $AB = 120m$, $CD = 20m$, 那么这段弯道的半径为 ()



- A. $200m$ B. $200\sqrt{3}m$ C. $100m$ D. $100\sqrt{3}m$
9. (3分) 如图, 在圆锥形的稻草堆顶点 P 处有一只猫, 看到底面圆周上的点 A 处有一只老鼠, 猫沿着母线 PA 下去抓老鼠, 猫到达点 A 时, 老鼠已沿着底面圆周逃跑, 猫在后面沿着相同的路线追, 在圆周的点 B 处抓到了老鼠后沿母线 BP 回到顶点 P 处. 在这个过程中, 假设猫的速度是匀速的, 猫出发后与点 P 距离 s , 所用时间为 t , 则 s 与 t 之间的函数关系图象是 ()



10. (3分) 在边长为1的小正方形组成的网格中, 有如图所示的 A 、 B 两点, 在格点中任意放置点 C , 恰好能使 $\triangle ABC$ 的面积为1的概率为 ()



- A. $\frac{3}{25}$ B. $\frac{4}{25}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{6}{25}$

11. (3分) 如图, 四个半径为1的小圆都过大圆圆心且与大圆相内切, 阴影部分的面积为

()



- A. π B. $2\pi - 4$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}+1$

12. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 15^\circ$, $AB = 8$, 则 $AC \cdot BC$ 的值为
()

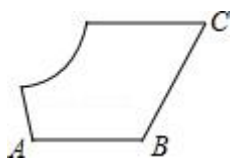


- A. 14 B. $16\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{15}$ D. 16

二、填空题(本大题共6小题, 每小题3分, 满分18分)

13. (3分) 如果向东走 $3m$ 记作 $+3m$, 那么向西走 $8m$ 记作_____ m .

14. (3分) 如图是一块梯形铁片的残余部分, 量得 $\angle A = 100^\circ$, 则梯形残缺底角的度数是_____.

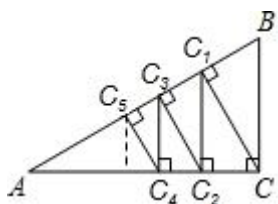


15. (3分) 在平面直角坐标系中, 点 $P(2, -3)$ 关于原点对称点 P' 的坐标是_____.

16. (3分) 一组数据 $-2, 0, -3, -2, -3, 1, x$ 的众数是 -3 , 则这组数据的中位数是_____.

17. (3分) 化简: $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} + \frac{2}{x+1}$.

18. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 1$. 过点 C 作 $CC_1 \perp AB$ 于 C_1 , 过点 C_1 作 $C_1C_2 \perp AC$ 于 C_2 , 过点 C_2 作 $C_2C_3 \perp AB$ 于 C_3 , $\dots$, 按此作法进行下去, 则 $AC_n =$ _____.



三、(本大题共2小题, 每小题6分, 满分12分)

19. (6分) 计算: $-1^2 + 6\sin 60^\circ - \sqrt{12} + 2011^0$.

20. (6分) 解方程: $\frac{2}{x-1} = \frac{4}{x^2-1}$.

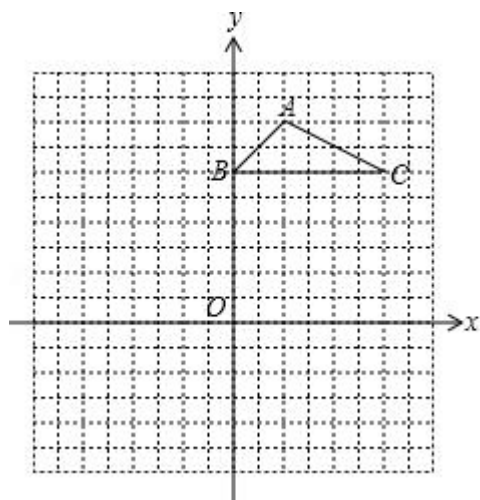
四、(本大题共2小题, 每小题8分, 满分16分)

21. (8分) 如图, 方格纸中的每个小方格都是边长为1个单位长度的正方形, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上, 建立平面直角坐标系.

(1) 点 A 的坐标为_____, 点 C 的坐标为_____.

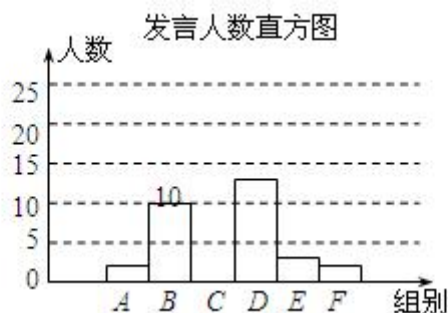
(2) 将 $\triangle ABC$ 向左平移7个单位, 请画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$. 若 M 为 $\triangle ABC$ 内的一点, 其坐标为 (a, b) , 则平移后点 M 的对应点 M_1 的坐标为_____.

(3) 以原点 O 为位似中心, 将 $\triangle ABC$ 缩小, 使变换后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 对应边的比为1:2. 请在网格内画出 $\triangle A_2B_2C_2$, 并写出点 A_2 的坐标: _____.



22. (8分) 南宁市某校七年级实行小组合作学习, 为了解学生课堂发言情况, 随机抽取该年级部分学生, 对他们每天在课堂上发言的次数进行调查和统计, 统计表如下, 并绘制了两幅不完整的统计图. 已经知 A 、 B 两组发言人数直方图高度比为1:5.

	发言次数 n
A	$0 \leq n < 5$
B	$5 \leq n < 10$
C	$10 \leq n < 15$
D	$15 \leq n < 20$
E	$20 \leq n < 25$
F	$25 \leq n < 30$



请结合图中相关的数据回答下列问题:

(1) A 组的人数是多少? 本次调查的样本容量是多少?

(2) 求出 C 组的人数并补全直方图.

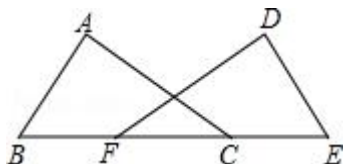
(3) 该校七年级共有 250 人，请估计全年级每天在课堂上发言次数不少于 15 次的人数.

五、(本大题满分 8 分)

23. (8 分) 如图，点 B 、 F 、 C 、 E 在同一直线上，并且 $BF = CE$ ， $\angle B = \angle E$.

(1) 请你只添加一个条件 (不再加辅助线)，使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. 你添加的条件是: _____.

(2) 添加了条件后，证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



六、(本大题满分 10 分)

24. (10 分) 南宁市五象新区有长 $24000m$ 的新建道路要铺上沥青.

(1) 写出铺路所需时间 t (天) 与铺路速度 v (m /天) 的函数关系式.

(2) 负责铺路的工程公司现有的铺路机每天最多能铺路 $400m$ ，预计最快多少天可以完成铺路任务?

(3) 为加快工程进度，公司决定投入不超过 400 万元的资金，购进 10 台更先进的铺路机. 现有甲、乙两种机器可供选择，其中每种机器的价格和日铺路能力如下表. 在原有的铺路机连续铺路 40 天后，新购进的 10 台机器加入铺路，公司要求至少比原来预计的时间提前 10 天完成任务. 问有哪几种方案? 请你通过计算说明选择哪种方案所用资金最少.

	甲	乙
价格 (万元/台)	45	25
每台日铺路能力 (m)	50	30

七、(本大题满分 10 分)

25. (10 分) 如图，已知 CD 是 $\odot O$ 的直径， $AC \perp CD$ ，垂足为 C ，弦 $DE \parallel OA$ ，直线 AE 、 CD 相交于点 B .

(1) 求证: 直线 AB 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 当 $AC = 1$ ， $BE = 2$ ，求 $\tan \angle OAC$ 的值.

2011 年广西南宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1.（3 分）下列所给的数中，是 2 的相反数的是（ ）

- A. -2 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

【考点】14：相反数.

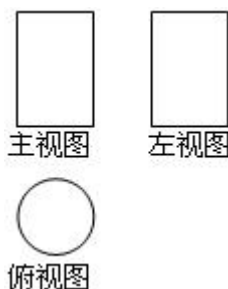
【分析】根据只有符号不同的两个数是互为相反数，找出 2 的相反数，然后选择答案即可.

【解答】解：2 的相反数的是 -2.

故选：A.

【点评】本题主要考查了相反数的定义，熟记定义是解题的关键.

2.（3 分）如图，三视图描述的实物形状是（ ）



- A. 棱柱 B. 棱锥 C. 圆柱 D. 圆锥

【考点】U3：由三视图判断几何体.

【分析】由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状.

【解答】解：根据主视图和左视图为矩形判断出是柱体，根据俯视图是圆形可判断出这个几何体应该是圆柱.

故选：C.

【点评】考查了由三视图判断几何体，主视图和左视图的大致轮廓为长方形的几何体为柱体，俯视图为圆形就是圆柱.

3.（3 分）下列各式计算正确的是（ ）

- A. $10a^6 \div 5a^2 = 2a^4$ B. $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{5}$
C. $2(a^2)^3 = 6a^6$ D. $(a-2)^2 = a^2 - 4$

【考点】47：幂的乘方与积的乘方；4C：完全平方公式；4H：整式的除法；78：二次根

式的加减法.

【分析】根据同底数幂的除法的性质, 合并同类二次根式, 完全平方公式, 幂的乘方的性质, 对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解: A 、 $10a^6 \div 5a^2 = 2a^4$, 正确;

B 、 $\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ 不能进行合并, 故本选项错误;

C 、 $2(a^2)^3 = 2a^6$, 故本选项错误;

D 、 $(a-2)^2 = a^2 - 4a + 4$, 故本选项错误.

故选: A .

【点评】本题考查了同底数幂的除法, 幂的乘方, 完全平方公式, 理清指数的变化是解题的关键.

4. (3分) 我国第二颗月球探测卫星“嫦娥二号”于2011年6月9日奔向距地球1500000km的深空. 用科学记数法表示1500000为()

A. 1.5×10^6 B. 0.15×10^7 C. 1.5×10^7 D. 15×10^6

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于10时, n 是正数; 当原数的绝对值小于1时, n 是负数.

【解答】解: $1500000 = 1.5 \times 10^6$,

故选: A .

【点评】此题考查的知识点是科学记数法, 关键是用科学记数法表示数, 一定要注意 a 的形式, 以及指数 n 的确定方法.

5. (3分) 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是()

A. $x \neq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \leq 2$ D. 全体实数

【考点】72: 二次根式有意义的条件; E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据二次根式的意义, 被开方数是非负数即可解答.

【解答】解: 根据题意得: $x - 2 \geq 0$,

解得 $x \geq 2$.

故选: B .

【点评】本题考查了函数自变量取值范围的求法. 要使得本题函数式子有意义, 必须满足被开方数非负.

6. (3分) 将 $x^3 - 4x$ 分解因式的结果是 ()

A. $x(x^2 - 4)$

B. $x(x+4)(x-4)$

C. $x(x+2)(x-2)$

D. $x(x-2)^2$

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】考查了对一个多项式因式分解的能力, 本题属于基础题. 当一个多项式有公因式, 将其分解因式时应先提取公因式, 再对余下的多项式继续分解.

【解答】解: $x^3 - 4x$,

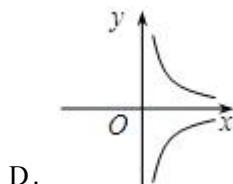
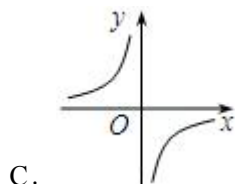
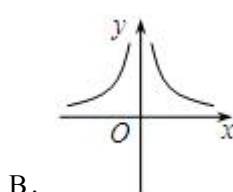
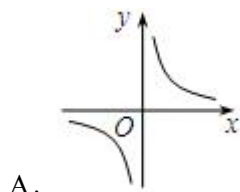
$$= x(x^2 - 4),$$

$$= x(x-2)(x+2).$$

故选: C.

【点评】本题需要二次分解, 先提公因式, 然后再利用平方差公式分解, 一定要做到不能再分解因式为止.

7. (3分) 函数 $y = \frac{2}{|x|}$ 的图象是 ()



【考点】G2: 反比例函数的图象.

【分析】根据反比例函数的关系式可知不论 x 为何值 y 恒大于 0 即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{2}{|x|}$ 中不论 x 为何值 y 均大于 0,

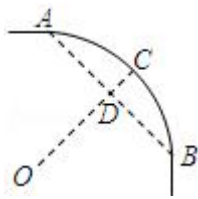
$\therefore A$ 、 C 、 D 错误, B 正确.

故选: B.

【点评】本题考查的是反比例函数的性质, 即反比例函数的图象数双曲线.

8. (3分) 一条公路弯道处是一段圆弧 $\widehat{AB}$, 点 O 是这条弧所在圆的圆心, 点 C 是 $\widehat{AB}$ 的中点,

OC 与 AB 相交于点 D . 已知 $AB = 120m$, $CD = 20m$, 那么这段弯道的半径为 ()



- A. $200m$ B. $200\sqrt{3}m$ C. $100m$ D. $100\sqrt{3}m$

【考点】KQ：勾股定理；M3：垂径定理的应用．

【分析】连接 OA ，由垂径定理求出 AD 的长，判断出 $\triangle AOD$ 的形状，在设 $OA = r$ ，利用勾股定理即可得出 r 的长．

【解答】解：连接 OA ，

$\because C$ 是 $\widehat{AB}$ 的中点， OC 与 AB 相交于点 D ，

$\therefore AB \perp OC$ ，

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 120$$

$$= 60m,$$

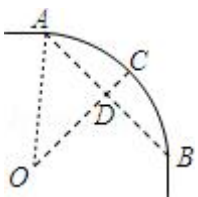
$\therefore \triangle AOD$ 是直角三角形，

设 $OA = r$ ，则 $OD = r - CD = OC - CD = r - 20$ ，

在 $Rt\triangle AOD$ 中，

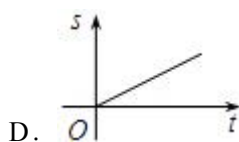
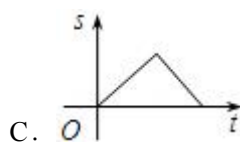
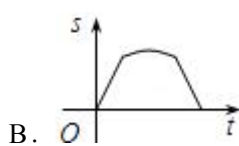
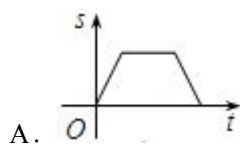
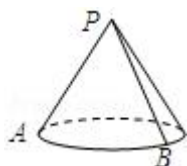
$$OA^2 = AD^2 + OD^2, \text{ 即 } r^2 = 60^2 + (r - 20)^2, \text{ 解得 } r = 100m.$$

故选：C．



【点评】本题考查的是垂径定理及勾股定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键．

9. (3 分) 如图，在圆锥形的稻草堆顶点 P 处有一只猫，看到底面圆周上的点 A 处有一只老鼠，猫沿着母线 PA 下去抓老鼠，猫到达点 A 时，老鼠已沿着底面圆周逃跑，猫在后面沿着相同的路线追，在圆周的点 B 处抓到了老鼠后沿母线 BP 回到顶点 P 处．在这个过程中，假设猫的速度是匀速的，猫出发后与点 P 距离 s ，所用时间为 t ，则 s 与 t 之间的函数关系图象是 ()



【考点】 E6: 函数的图象; MP: 圆锥的计算.

【分析】 根据题意先分析出猫沿着母线 PA 下去抓老鼠, 猫到达点 A 时, s 是随着 t 的增大而增大, 再根据老鼠沿着底面圆周逃跑, 猫在后面沿着相同的路线追时, 得出 s 随着 t 的增大不发生变化, 最后根据在圆周的点 B 处抓到了老鼠后沿母线 BP 回到顶点 P 处时, s 是随着 t 的增大而减小的, 从而得出 s 与 t 之间的函数关系的图象.

【解答】 解: $\because$ 猫沿着母线 PA 下去抓老鼠, 猫到达点 A 时,

$\therefore s$ 随着 t 的增大而增大,

$\because$ 老鼠沿着底面圆周逃跑, 猫在后面沿着相同的路线追时,

$\therefore s$ 随着 t 的增大不发生变化,

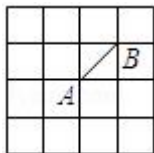
$\because$ 在圆周的点 B 处抓到了老鼠后沿母线 BP 回到顶点 P 处时,

$\therefore s$ 随着 t 的增大而减小.

故选: A.

【点评】 此题考查了函数的图象; 正确判断小猫经过的路线, 把曲面的问题转化为平面的问题是解题的关键.

10. (3 分) 在边长为 1 的小正方形组成的网格中, 有如图所示的 A 、 B 两点, 在格点中任意放置点 C , 恰好能使 $\triangle ABC$ 的面积为 1 的概率为 ()



A. $\frac{3}{25}$

B. $\frac{4}{25}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{6}{25}$

【考点】 K3: 三角形的面积; KQ: 勾股定理; X4: 概率公式.

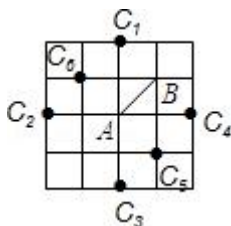
【分析】 按照题意分别找出点 C 所在的位置: 当点 C 与点 A 在同一条直线上时, AC 边

上的高为 1, $AC=2$, 符合条件的点 C 有 4 个; 当点 C 与点 B 在同一条直线上时, BC 边上的高为 1, $BC=2$, 符合条件的点 C 有 2 个, 再根据概率公式求出概率即可.

【解答】解: 可以找到 6 个恰好能使 $\triangle ABC$ 的面积为 1 的点,

$$\therefore \text{概率为: } \frac{6}{25},$$

故选: D .



【点评】此题主要考查了概率公式, 解决此题的关键是正确找出恰好能使 $\triangle ABC$ 的面积为 1 的点.

11. (3 分) 如图, 四个半径为 1 的小圆都过大圆圆心且与大圆相内切, 阴影部分的面积为 ()



A. π

B. $2\pi - 4$

C. $\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2}+1$

【考点】MK: 相切两圆的性质; MO: 扇形面积的计算.

【分析】阴影部分的面积 = 大圆的面积 - 4 个小圆的面积 + 小圆重合部分的面积.

【解答】解: $\because$ 小圆的半径为 1,

$\therefore$ 大圆的半径为 2,

$$4 \text{ 个小圆重合部分的面积} = 4 \times \left[\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) \times 2 \right] = 2\pi - 4.$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = 4\pi - \pi \times 4 + 2\pi - 4 = 2\pi - 4.$$

故选: B .



【点评】考查了不规则图形的面积计算, 解题的关键是得出小圆重合部分的面积 = 阴影部分的面积.

12. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 15^\circ$, $AB = 8$, 则 $AC \cdot BC$ 的值为

()



A. 14

B. $16\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{15}$

D. 16

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】解法一: 利用二倍角公式 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ 、锐角三角函数的定义解答.

解法二: 作 $\triangle ABC$ 的中线 CD , 过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E , 求出 $AD = CD = BD = 2$, 求出 CE 、 DE 、 BE , 根据勾股定理求出 BC 、 AC , 代入求出即可.

【解答】解:

解法一:

$$\because \sin 30^\circ = 2\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{1}{2}, \quad \angle A = 15^\circ,$$

$$\therefore 2 \times \frac{BC}{AB} \times \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2};$$

又 $\because AB = 8$,

$$\therefore AC \cdot BC = 16.$$

解法二:

作 $\triangle ABC$ 的中线 CD , 过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E ,

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore AD = DC = DB = \frac{1}{2}AB = 4,$$

$$\therefore \angle A = \angle ACD = 15^\circ,$$

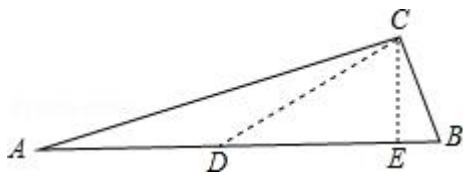
$$\therefore \angle CDB = \angle A + \angle ACD = 30^\circ,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot CE, \quad \text{即} \quad \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times 8 \times 2,$$

$$\therefore AC \cdot BC = 16$$

故选: D.



【点评】 本题考查了锐角三角函数的定义．解答该题的关键是熟记二倍角公式．

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

13.（3 分）如果向东走 $3m$ 记作 $+3m$ ，那么向西走 $8m$ 记作 $-8m$ ．

【考点】 11：正数和负数．

【分析】 在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示．

【解答】 解：“正”和“负”是相对的，

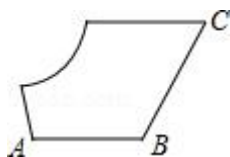
$\therefore$ 向东走 $3m$ 记作 $+3m$ ，

$\therefore$ 向西走 $8m$ 记作 $-8m$ ．

故答案为： -8 ．

【点评】 此题考查的知识点是正数和负数，解题关键是理解“正”和“负”的相对性，确定一对具有相反意义的量．

14.（3 分）如图是一块梯形铁片的残余部分，量得 $\angle A = 100^\circ$ ，则梯形残缺底角的度数是 80° ．



【考点】 JA：平行线的性质； LH：梯形．

【分析】 根据梯形的定义：只有一组对边平行的四边形为梯形可得： $AB \parallel CD$ ，再根据平行线的性质：同旁内角互补可求出梯形残缺底角的度数．

【解答】 解：延长 AD 和 CD 使其相交于 D ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为梯形，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

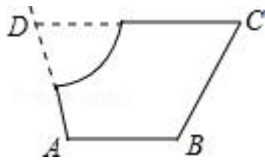
$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle A = 100^\circ$ ，

$\therefore \angle D = 80^\circ$ ，

$\therefore$ 梯形残缺底角的度数是 80° ．

故答案为： 80°



【点评】 本题考查了梯形的性质：一组对边平行和平行线的性质：同旁内角互补．

15. (3 分) 在平面直角坐标系中, 点 $P(2, -3)$ 关于原点对称点 P' 的坐标是 $(-2, 3)$.

【考点】 R6: 关于原点对称的点的坐标.

【分析】 平面直角坐标系中任意一点 $P(x, y)$, 关于原点的对称点是 $(-x, -y)$.

【解答】 解: 根据中心对称的性质, 得点 $P(2, -3)$ 关于原点的对称点 P' 的坐标是 $(-2, 3)$.

故答案为: $(-2, 3)$.

【点评】 关于原点对称的点坐标的关系, 是需要识记的基本问题. 记忆方法是结合平面直角坐标系的图形记忆.

16. (3 分) 一组数据 $-2, 0, -3, -2, -3, 1, x$ 的众数是 -3 , 则这组数据的中位数是 -2 .

【考点】 W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不只一个.

【解答】 解: $\because -2, 0, -3, -2, -3, 1, x$ 的众数是 -3 ,

$\therefore x = -3$,

先对这组数据按从小到大的顺序重新排序 $-3, -3, -3, -2, -2, 0, 1$ 位于最中间的数是 -2 ,

$\therefore$ 这组数的中位数是 -2 .

故答案为: -2 .

【点评】 本题属于基础题, 考查了确定一组数据的中位数和众数的能力. 一些学生往往对这个概念掌握不清楚, 计算方法不明确而误选其它选项, 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求, 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

17. (3 分) 化简: $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} + \frac{2}{x+1}$.

【考点】 6B: 分式的加减法.

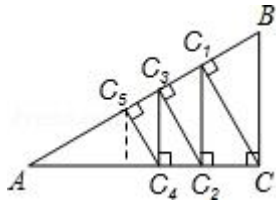
【分析】先通分，再合并分子、约分即可．

【解答】解：原式 = $\frac{x^2-1+2(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2} = 1$ ．

【点评】本题考查了分式的加减法．解题的关键是通分．

18. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 1$ ．过点 C 作 $CC_1 \perp AB$ 于 C_1 ，过点 C_1 作 $C_1C_2 \perp AC$ 于 C_2 ，过点 C_2 作 $C_2C_3 \perp AB$ 于 C_3 ， $\cdots$ ，按此作法进行下去，

则 $AC_n = \frac{(\sqrt{3})^{n+1}}{2^n}$ ．



【考点】J3：垂线；KO：含30度角的直角三角形；S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】通过题意可以计算出 $AB = 2AC = \sqrt{3}$ ，根据题意特殊角的三角函数值即可推出

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC_1}{AC}, \text{ 可得 } AC_1 = \frac{3}{2} = \frac{(\sqrt{3})^2}{2^1}, \text{ 同理即可推出 } AC_2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{(\sqrt{3})^3}{2^2}, AC_3 =$$

$$\frac{9}{8} = \frac{(\sqrt{3})^4}{2^3}, \text{ 所以 } AC_n = \frac{(\sqrt{3})^{n+1}}{2^n}.$$

【解答】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 1$ ，

$$\therefore AB = 2AC = \sqrt{3},$$

$\because CC_1 \perp AB$ 于 C_1 ，

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC_1}{AC},$$

$$\therefore AC_1 = \frac{3}{2} = \frac{(\sqrt{3})^2}{2^1},$$

$\because C_1C_2 \perp AC$ ， $C_2C_3 \perp AB$ ，

$$\therefore \text{同理, } AC_2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{(\sqrt{3})^3}{2^2}, AC_3 = \frac{9}{8} = \frac{(\sqrt{3})^4}{2^3},$$

$$\therefore AC_n = \frac{(\sqrt{3})^{n+1}}{2^n}.$$

故答案为： $\frac{(\sqrt{3})^{n+1}}{2^n}$.

【点评】 本题主要考查特殊角的三角函数值，二次根式的化简，垂线的性质等知识点，关键在于熟练运用相关的性质定理推出 AC_1 ， AC_2 ， AC_3 的长度，通过对分子分母的变形归纳出序数与分子分母的次数之间的关系，分析出规律即可.

三、(本大题共 2 小题，每小题 6 分，满分 12 分)

19. (6 分) 计算： $-1^2+6\sin 60^\circ - \sqrt{12}+2011^0$.

【考点】 2C：实数的运算；6E：零指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】 首先进行开方运算，乘方运算，然后进行有理数的加减运算即可.

【解答】 解：原式 $= -1+6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3}+1 = -1+3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}+1 = \sqrt{3}$.

【点评】 本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式等考点的运算.

20. (6 分) 解方程： $\frac{2}{x-1} = \frac{4}{x^2-1}$.

【考点】 B3：解分式方程.

【分析】 观察可得最简公分母是 $(x-1)(x+1)$ ，方程两边同乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解. 结果要检验.

【解答】 解：方程的两边同乘 $(x-1)(x+1)$ ，得

$$2(x+1) = 4,$$

解得： $x = 1$.

检验：把 $x = 1$ 代入 $(x-1)(x+1) = 0$.

$\therefore x = 1$ 是方程的增根，原方程无解.

【点评】 (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

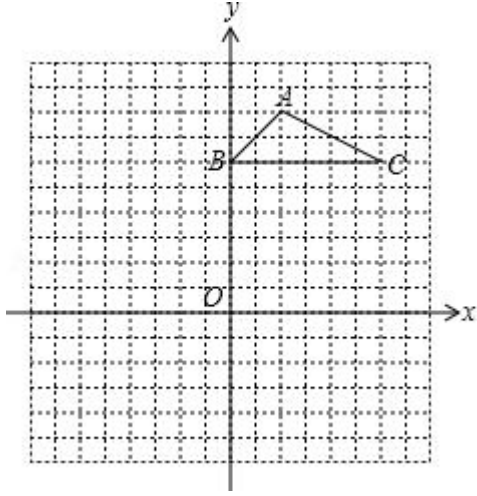
四、(本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

21. (8 分) 如图，方格纸中的每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形， $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上，建立平面直角坐标系.

(1) 点 A 的坐标为 (2, 8)，点 C 的坐标为 (6, 6).

(2) 将 $\triangle ABC$ 向左平移 7 个单位，请画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$. 若 M 为 $\triangle ABC$ 内的一点，其坐标为 (a, b) ，则平移后点 M 的对应点 M_1 的坐标为 $(a-7, b)$.

(3) 以原点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 缩小，使变换后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 对应边的比为 1:2. 请在网格内画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并写出点 A_2 的坐标: $(1, 4)$ 或 $(-1, -4)$.



【考点】 D1: 点的坐标; Q3: 坐标与图形变化 - 平移; SD: 作图 - 位似变换.

【分析】 (1) 直接根据图形即可写出点 A 和 C 的坐标;

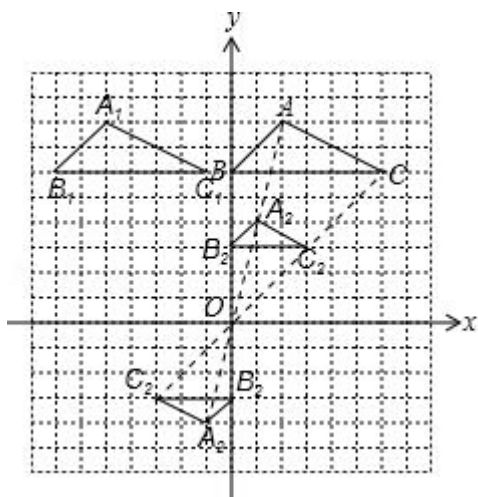
(2) 找出三角形平移后各顶点的对应点，然后顺次连接即可; 根据平移的规律即可写出点 M 平移后的坐标;

(3) 根据位似变换的要求，找出变换后的对应点，然后顺次连接各点即可，注意有两种情况.

【解答】 解: (1) A 点坐标为: $(2, 8)$, C 点坐标为: $(6, 6)$;

(2) 所画图形如下所示，其中 $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求，根据平移规律: 左平移 7 个单位，可知 M_1 的坐标 $(a - 7, b)$;

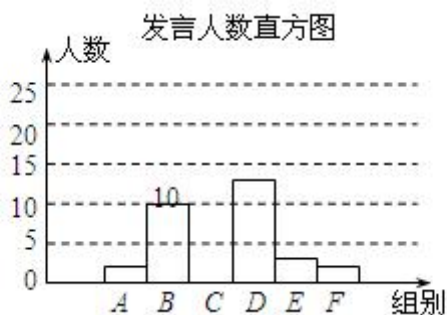
(3) 所画图形如下所示，其中 $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求，点 A_2 的坐标为 $(1, 4)$ 或 $(-1, -4)$.



【点评】 本题考查了旋转变换和位似变换后图形的画法，解题关键是根据变换要求找出变换后的对应点，难度一般。

22. (8 分) 南宁市某校七年级实行小组合作学习，为了解学生课堂发言情况，随机抽取该年级部分学生，对他们每天在课堂上发言的次数进行调查和统计，统计表如下，并绘制了两幅不完整的统计图。已经知 A 、 B 两组发言人数直方图高度比为 1: 5。

	发言次数 n
A	$0 \leq n < 5$
B	$5 \leq n < 10$
C	$10 \leq n < 15$
D	$15 \leq n < 20$
E	$20 \leq n < 25$
F	$25 \leq n < 30$



请结合图中相关的数据回答下列问题：

- (1) A 组的人数是多少？本次调查的样本容量是多少？
- (2) 求出 C 组的人数并补全直方图。
- (3) 该校七年级共有 250 人，请估计全年级每天在课堂上发言次数不少于 15 次的人数。

【考点】 V3: 总体、个体、样本、样本容量；V7: 频数（率）分布表；V8: 频数（率）分布直方图；VB: 扇形统计图。

【分析】 (1) 首先根据直方图得到 B 发言人数，再根据 A 组发言人数： B 发言人数 = 1: 5，可求出 A 组人数，再利用扇形统计图可求出调查的样本容量；

(2) c 组的人数 = 总人数 $\times C$ 所占百分比，再根据得数画图；

(3) 根据统计表发现每天在课堂上发言次数不少于 15 次的人数在 D 、 E 、 F 三组，求出 B 组的人数所占百分比，再用 $1 - 4\% - 40\% - 20\%$ 就可得到 D 、 E 、 F 三组所占百分比，

利用样本估计总体的方法可以计算出答案.

【解答】解：(1) $\because B$ 组有 10 人， A 组发言人数： B 组发言人数 $= 1:5$,

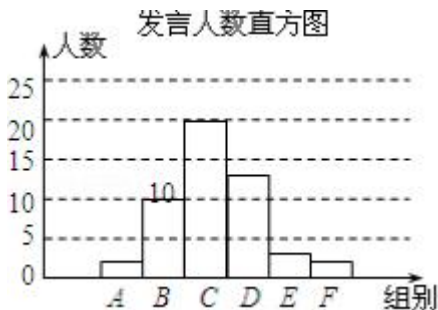
$\therefore A$ 组发言人数为：2 人，

本次调查的样本容量为： $2 \div 4\% = 50$ ；

(2) C 组的人数有： $50 \times 40\% = 20$ 人；直方图如图所示：

(3) B 组发言人数所占百分比： $\frac{10}{50} \times 100\% = 20\%$,

全年级每天发言次数不少于 15 次的发言的人数有： $250 \times (1 - 4\% - 40\% - 20\%) = 90$ (人).



【点评】此题主要考查了读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

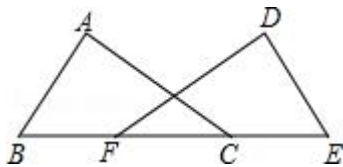
五、(本大题满分 8 分)

23. (8 分) 如图，点 B 、 F 、 C 、 E 在同一直线上，并且 $BF = CE$ ， $\angle B = \angle E$.

(1) 请你只添加一个条件 (不再加辅助线)，使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. 你添加的条件是：

$\angle A = \angle D$.

(2) 添加了条件后，证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



【考点】KB：全等三角形的判定.

【分析】(1) 根据 A 全等三角形的判定定理 AS 得出添加的条件 $\angle A = \angle D$ ；

(2) 求出 $BC = EF$ ，再根据全等三角形的判定定理 AAS 证 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 即可.

【解答】解：(1) 故答案为： $\angle A = \angle D$.

(2) 证明: $\because BF = CE$,

$$\therefore BF + FC = EC + FC,$$

$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle B = \angle E, \\ BC = EF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (AAS)$$

【点评】 本题考查了对全等三角形的判定定理的应用, 关键是理解全等三角形的判定定理, 全等三角形的判定定理是 SAS , ASA , AAS , SSS . 题型较好, 是一道具有开放性的题目.

六、(本大题满分 10 分)

24. (10 分) 南宁市五象新区有长 $24000m$ 的新建道路要铺上沥青.

(1) 写出铺路所需时间 t (天) 与铺路速度 v (m /天) 的函数关系式.

(2) 负责铺路的工程公司现有的铺路机每天最多能铺路 $400m$, 预计最快多少天可以完成铺路任务?

(3) 为加快工程进度, 公司决定投入不超过 400 万元的资金, 购进 10 台更先进的铺路机. 现有甲、乙两种机器可供选择, 其中每种机器的价格和日铺路能力如下表. 在原有的铺路机连续铺路 40 天后, 新购进的 10 台机器加入铺路, 公司要求至少比原来预计的时间提前 10 天完成任务. 问有哪几种方案? 请你通过计算说明选择哪种方案所用资金最少.

	甲	乙
价格 (万元/台)	45	25
每台日铺路能力 (m)	50	30

【考点】 CE: 一元一次不等式组的应用; FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据 $s = vt$ 的关系可以列出函数关系式;

(2) 把 $v = 400$ 代入 (1) 所列的函数关系式即可;

(3) 首先设购买甲种机器 x 台, 则购买乙种机器 $(10 - x)$ 台, 根据关键性语句: ①投入不超过 400 万元的资金②原有的铺路机连续铺路 40 天后, 新购进的 10 台机器加入铺路, 公司要求至少比原来预计的时间提前 10 天完成任务. 可得不等式, 然后解出不等式组, 求出整数解即可.

【解答】解：（1）铺路所需要的时间 t 与铺路速度 v 之间的函数关系式是 $t = \frac{24000}{v}$.

（2）当 $v = 400$ 时， $t = \frac{24000}{400} = 60$ （天）.

（3）设可以购买甲种机器 x 台，则购买乙种机器 $(10 - x)$ 台，

$$\text{则有} \begin{cases} 45x + 25(10 - x) \leq 400 \\ 10[400 + 50x + 30(10 - x)] \geq 24000 - 400 \times 4 \end{cases}$$

解之，得 $5 \leq x \leq \frac{15}{2}$.

因此可以购买甲种机器 5 台、乙种机器 5 台；甲种机器 6 台、乙种机器 4 台；甲种机器 7 台、乙种机器 3 台；总共三种方案.

第一种方案所花费费用为： $45 \times 5 + 25 \times 5 = 350$ 万；

第二种方案花费为： $6 \times 45 + 4 \times 25 = 370$ 万；

第三种方案花费为： $7 \times 45 + 3 \times 25 = 390$ 万，因此选择第一种方案花费最少.

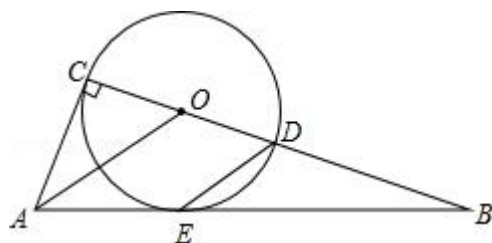
【点评】此题主要考查了一次函数的应用，解决问题的关键是根据题意设出未知数，找出关键性语句列出不等式.

七、（本大题满分 10 分）

25.（10 分）如图，已知 CD 是 $\odot O$ 的直径， $AC \perp CD$ ，垂足为 C ，弦 $DE \parallel OA$ ，直线 AE 、 CD 相交于点 B .

（1）求证：直线 AB 是 $\odot O$ 的切线.

（2）当 $AC = 1$ ， $BE = 2$ ，求 $\tan \angle OAC$ 的值.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；KQ：勾股定理；MD：切线的判定；S9：相似三角形的判定与性质；T1：锐角三角函数的定义.

【分析】（1）连接 OE ，由已知的平行，根据两直线平行，同位角相等，内错角也相等得到两对角的相等，然后由半径 $OD = OE$ ，根据等角对等边得到 $\angle ODE = \angle OED$ ，等量代换得 $\angle COA = \angle EOA$ ，再由半径 $OC = OE$ ，公共边的相等，根据“SAS”证明 $\triangle OAC \cong \triangle$

OAE ，最后根据全等三角形的对应角相等得到 $OE \perp AB$ ，利用经过直径的一端，并且垂直于这条直径的直线是圆的切线可得证；

(2) 由 (1) 证得的 $\triangle OAC \cong \triangle OAE$ ，根据全等三角形的对应边相等得到 $AE = AC = 1$ ，再由已知的 BE 的长相加求出 AB 的长，然后在直角三角形 ABC 中，利用勾股定理求出 BC 的长，再根据一对公共角的相等和一对直角的相等，得到 $\triangle BOE \sim \triangle BAC$ ，根据相似三角形的对应边成比例即可得到 $\frac{OE}{AC}$ 的值，等量代换可得 $\frac{OC}{AC}$ 的值，即为 $\tan \angle OAC$ 的值。

【解答】(1) 证明：如图，连接 OE ，

$$\because DE \parallel OA,$$

$$\therefore \angle COA = \angle ODE, \quad \angle EOA = \angle OED,$$

$$\because OD = OE,$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OED,$$

$$\therefore \angle COA = \angle EOA,$$

$$\text{又} \because OC = OE, \quad OA = OA,$$

$$\therefore \triangle OAC \cong \triangle OAE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle OEA = \angle OCA = 90^\circ,$$

$$\therefore OE \perp AB,$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

(2) 解：由 (1) 知 $\triangle OAC \cong \triangle OAE$ ，

$$\therefore AE = AC = 1, \quad AB = 1 + 2 = 3,$$

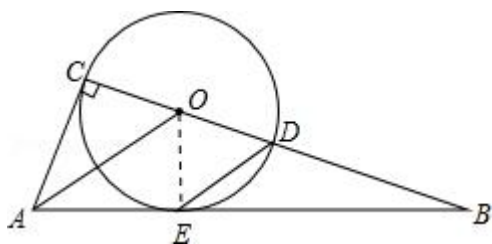
$$\text{在直角 } \triangle ABC \text{ 中, } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\because \angle B = \angle B, \quad \angle BCA = \angle BEO,$$

$$\therefore \triangle BOE \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{OE}{AC} = \frac{BE}{BC} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \text{在直角 } \triangle AOC \text{ 中, } \tan \angle OAC = \frac{OC}{AC} = \frac{OE}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



【点评】此题考查了切线的判定，全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，勾股定理的运用，以及锐角三角函数的定义，是一道多知识的综合题，要求学生把所学的知识融汇贯穿，灵活运用．其中证明切线的方法一般有以下两种：①有点连接证明半径（或直径）与所证的直线垂直；②无点作垂线，证明圆心到直线的距离等于半径．

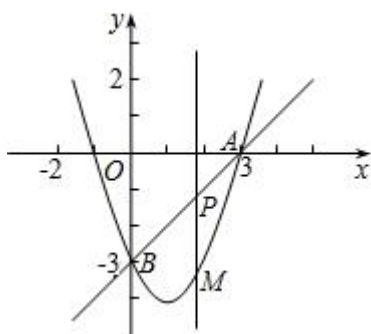
八、（本大题满分 10 分）

26.（10 分）如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = x^2 + mx + n$ 经过点 $A(3, 0)$ 、 $B(0, -3)$ ，点 P 是直线 AB 上的动点，过点 P 作 x 轴的垂线交抛物线于点 M ，设点 P 的横坐标为 t ．

（1）分别求出直线 AB 和这条抛物线的解析式．

（2）若点 P 在第四象限，连接 AM 、 BM ，当线段 PM 最长时，求 $\triangle ABM$ 的面积．

（3）是否存在这样的点 P ，使得以点 P 、 M 、 B 、 O 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，请直接写出点 P 的横坐标；若不存在，请说明理由．



【考点】A8：解一元二次方程 - 因式分解法；FA：待定系数法求一次函数解析式；H8：待定系数法求二次函数解析式；HF：二次函数综合题；K3：三角形的面积；L6：平行四边形的判定．

【分析】（1）分别利用待定系数法求两函数的解析式：把 $A(3, 0)$ $B(0, -3)$ 分别代入 $y = x^2 + mx + n$ 与 $y = kx + b$ ，得到关于 m 、 n 的两个方程组，解方程组即可；

（2）设点 P 的坐标是 $(t, t - 3)$ ，则 $M(t, t^2 - 2t - 3)$ ，用 P 点的纵坐标减去 M 的纵坐标得到 PM 的长，即 $PM = (t - 3) - (t^2 - 2t - 3) = -t^2 + 3t$ ，然后根据二次函数的最值得到

当 $t = -\frac{3}{2 \times (-1)} = \frac{3}{2}$ 时, PM 最长为 $\frac{0-9}{4 \times (-1)} = \frac{9}{4}$, 再利用三角形的面积公式利用 $S_{\triangle}$

$ABM = S_{\triangle BPM} + S_{\triangle APM}$ 计算即可;

(3) 由 $PM \parallel OB$, 根据平行四边形的判定得到当 $PM = OB$ 时, 点 P 、 M 、 B 、 O 为顶点的四边形为平行四边形, 然后讨论: 当 P 在第四象限: $PM = OB = 3$, PM 最长时只有 $\frac{9}{4}$, 所以不可能; 当 P 在第一象限: $PM = OB = 3$, $(t^2 - 2t - 3) - (t - 3) = 3$; 当 P 在第三象限: $PM = OB = 3$, $t^2 - 3t = 3$, 分别解一元二次方程即可得到满足条件的 t 的值.

【解答】解: (1) 把 $A(3, 0)$ $B(0, -3)$ 代入 $y = x^2 + mx + n$, 得

$$\begin{cases} 0 = 9 + 3m + n \\ -3 = n \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -2 \\ n = -3 \end{cases},$$

所以抛物线的解析式是 $y = x^2 - 2x - 3$.

设直线 AB 的解析式是 $y = kx + b$,

$$\text{把 } A(3, 0) \text{ } B(0, -3) \text{ 代入 } y = kx + b, \text{ 得} \begin{cases} 0 = 3k + b \\ -3 = b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = -3 \end{cases},$$

所以直线 AB 的解析式是 $y = x - 3$;

(2) 设点 P 的坐标是 $(t, t - 3)$, 则 $M(t, t^2 - 2t - 3)$,

因为 p 在第四象限,

所以 $PM = (t - 3) - (t^2 - 2t - 3) = -t^2 + 3t$,

当 $t = -\frac{3}{2 \times (-1)} = \frac{3}{2}$ 时, 二次函数的最大值, 即 PM 最长值为 $\frac{0-9}{4 \times (-1)} = \frac{9}{4}$,

则 $S_{\triangle ABM} = S_{\triangle BPM} + S_{\triangle APM} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} \times 3 = \frac{27}{8}$.

(3) 存在, 理由如下:

$\because PM \parallel OB$,

$\therefore$ 当 $PM = OB$ 时, 点 P 、 M 、 B 、 O 为顶点的四边形为平行四边形,

① 当 P 在第四象限: $PM = OB = 3$, PM 最长时只有 $\frac{9}{4}$, 所以不可能有 $PM = 3$.

② 当 P 在第一象限: $PM = OB = 3$, $(t^2 - 2t - 3) - (t - 3) = 3$,

解得 $t_1 = \frac{3+\sqrt{21}}{2}$, $t_2 = \frac{3-\sqrt{21}}{2}$ (舍去),

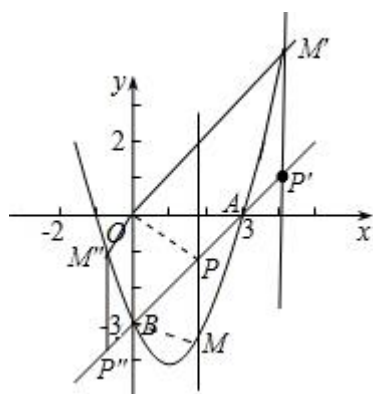
所以 P 点的横坐标是 $\frac{3+\sqrt{21}}{2}$;

③当 P 在第三象限: $PM = OB = 3$, $t^2 - 3t = 3$,

解得 $t_1 = \frac{3+\sqrt{21}}{2}$ (舍去), $t_2 = \frac{3-\sqrt{21}}{2}$,

所以 P 点的横坐标是 $\frac{3-\sqrt{21}}{2}$.

综上所述, P 点的横坐标是 $\frac{3+\sqrt{21}}{2}$ 或 $\frac{3-\sqrt{21}}{2}$.



【点评】 本题考查了二次函数的综合题: 先利用待定系数法求函数的解析式, 然后根据解析式表示点的坐标, 再利用坐标表示线段的长, 利用二次函数的性质求线段的最大值. 同时考查了平行四边形的判定定理以及一元二次方程的解法.

考点卡片

1. 正数和负数

- 1、在以前学过的 0 以外的数叫做正数，在正数前面加负号“-”，叫做负数，一个数前面的“+”“-”号叫做它的符号.
- 2、0 既不是正数也不是负数. 0 是正负数的分界点，正数是大于 0 的数，负数是小于 0 的数.
- 3、用正负数表示两种具有相反意义的量. 具有相反意义的量都是互相依存的两个量，它包含两个要素，一是它们的意义相反，二是它们都是数量.

2. 相反数

- (1) 相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数.
- (2) 相反数的意义：掌握相反数是成对出现的，不能单独存在，从数轴上看，除 0 外，互为相反数的两个数，它们分别在原点两旁且到原点距离相等.
- (3) 多重符号的化简：与“+”个数无关，有奇数个“-”号结果为负，有偶数个“-”号，结果为正.
- (4) 规律方法总结：求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加“-”，如 a 的相反数是 $-a$ ， $m+n$ 的相反数是 $-(m+n)$ ，这时 $m+n$ 是一个整体，在整体前面添负号时，要用小括号.

3. 科学记数法—表示较大的数

- (1) 科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数， n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为正整数.】
- (2) 规律方法总结：
 - ①科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键，由于 10 的指数比原来的整数位数少 1；按此规律，先数一下原数的整数位数，即可求出 10 的指数 n .
 - ②记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示，实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示，只是前面多一个负号.

4. 实数的运算

- (1) 实数的运算和在有理数范围内一样，值得一提的是，实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算，又可以进行开方运算，其中正实数可以开平方.
- (2) 在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算

乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行。

另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用。

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则：乘方和开方运算、幂的运算、指数（特别是负整数指数，0 指数）运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等。

2. 运算顺序：先乘方，再乘除，后加减，有括号的先算括号里面的，在同一级运算中要从左到右依次运算，无论何种运算，都要注意先定符号后运算。

3. 运算律的使用：使用运算律可以简化运算，提高运算速度和准确度。

5. 幂的乘方与积的乘方

（1）幂的乘方法则：底数不变，指数相乘。

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意：①幂的乘方的底数指的是幂的底数；②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘，这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别。

（2）积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意：①因式是三个或三个以上积的乘方，法则仍适用；②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义，计算出最后的结果。

6. 完全平方公式

$$(1) \text{ 完全平方公式: } (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

可巧记为：“首平方，末平方，首末两倍中间放”。

（2）完全平方公式有以下几个特征：①左边是两个数的和的平方；②右边是一个三项式，其中首末两项分别是两项的平方，都为正，中间一项是两项积的 2 倍；其符号与左边的运算符号相同。

（3）应用完全平方公式时，要注意：①公式中的 a, b 可是单项式，也可以是多项式；②对形如两数和（或差）的平方的计算，都可以用这个公式；③对于三项的可以把其中的两项看做一项后，也可以用完全平方公式。

7. 整式的除法

整式的除法：

（1）单项式除以单项式，把系数，同底数幂分别相除后，作为商的因式；对于只在被除式

里含有的字母，则连同他的指数一起作为商的一个因式.

关注：从法则可以看出，单项式除以单项式分为三个步骤：①系数相除；②同底数幂相除；③对被除式里含有的字母直接作为商的一个因式.

(2) 多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项分别除以单项式，再把所得的商相加.

说明：多项式除以单项式实质就是转化为单项式除以单项式. 多项式除以单项式的结果仍是一个多项式.

8. 提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用.

9. 分式的加减法

(1) 同分母分式加减法法则：同分母的分式相加减，分母不变，把分子相加减.

(2) 异分母分式加减法法则：把分母不相同的几个分式化成分母相同的分式，叫做通分，经过通分，异分母分式的加减就转化为同分母分式的加减.

说明：

①分式的通分必须注意整个分子和整个分母，分母是多项式时，必须先分解因式，分子是多项式时，要把分母所乘的相同式子与这个多项式相乘，而不能只同其中某一项相乘.

②通分是和约分是相反的一种变换. 约分是把分子和分母的所有公因式约去，将分式化为较简单的形式；通分是分别把每一个分式的分子分母同乘以相同的因式，使几个较简单的分式变成分母相同的较复杂的形式. 约分是对一个分式而言的；通分则是对两个或两个以上的分式来说的.

10. 零指数幂

零指数幂： $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

由 $a^m \div a^m = 1$, $a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$ 可推出 $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

注意： $0^0 \neq 1$.

11. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件：

(1) 二次根式的概念. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.

(2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.

(3) 二次根式具有非负性. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是一个非负数.

学习要求：

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围，并能利

用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式, 那么它们有意义的条件是: 各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.
2. 如果所给式子中含有分母, 则除了保证被开方数为非负数外, 还必须保证分母不为零.

12. 二次根式的加减法

(1) 法则: 二次根式相加减, 先把各个二次根式化成最简二次根式, 再把被开方数相同的二次根式进行合并, 合并方法为系数相加减, 根式不变.

(2) 步骤:

- ①如果有括号, 根据去括号法则去掉括号.
- ②把不是最简二次根式的二次根式进行化简.
- ③合并被开方数相同的二次根式.

(3) 合并被开方数相同的二次根式的方法:

二次根式化成最简二次根式, 如果被开方数相同则可以进行合并. 合并时, 只合并根式外的因式, 即系数相加减, 被开方数和根指数不变.

13. 解一元二次方程-因式分解法

(1) 因式分解法解一元二次方程的意义

因式分解法就是利用因式分解求出方程的解的方法, 这种方法简便易用, 是解一元二次方程最常用的方法.

因式分解法就是先把方程的右边化为 0, 再把左边通过因式分解化为两个一次因式的积的形式, 那么这两个因式的值就都有可能为 0, 这就能得到两个一元一次方程的解, 这样也就把原方程进行了降次, 把解一元二次方程转化为解一元一次方程的问题了 (数学转化思想).

(2) 因式分解法解一元二次方程的一般步骤:

- ①移项, 使方程的右边化为零; ②将方程的左边分解为两个一次因式的乘积; ③令每个因式分别为零, 得到两个一元一次方程; ④解这两个一元一次方程, 它们的解就都是原方程的解.

14. 解分式方程

(1) 解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.

(2) 解分式方程时, 去分母后所得整式方程的解有可能使原方程中的分母为 0, 所以应如下检验:

- ①将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 0, 则整式方程的解是原分式

方程的解.

②将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 0, 则整式方程的解不是原分式方程的解.

所以解分式方程时, 一定要检验.

15. 一元一次不等式组的应用

对具有多种不等关系的问题, 考虑列一元一次不等式组, 并求解.

一元一次不等式组的应用主要是列一元一次不等式组解应用题, 其一般步骤:

- (1) 分析题意, 找出不等关系;
- (2) 设未知数, 列出不等式组;
- (3) 解不等式组;
- (4) 从不等式组解集中找出符合题意的答案;
- (5) 作答.

16. 点的坐标

(1) 我们把有顺序的两个数 a 和 b 组成的数对, 叫做有序数对, 记作 (a, b) .

(2) 平面直角坐标系的相关概念

①建立平面直角坐标系的方法: 在同一平面内画; 两条有公共原点且垂直的数轴.

②各部分名称: 水平数轴叫 x 轴 (横轴), 竖直数轴叫 y 轴 (纵轴), x 轴一般取向右为正方向, y 轴一般取向上为正方向, 两轴交点叫坐标系的原点. 它既属于 x 轴, 又属于 y 轴.

(3) 坐标平面的划分

建立了坐标系的平面叫做坐标平面, 两轴把此平面分成四部分, 分别叫第一象限, 第二象限, 第三象限, 第四象限. 坐标轴上的点不属于任何一个象限.

(4) 坐标平面内的点与有序实数对是一一对应的关系.

17. 函数自变量的取值范围

自变量的取值范围必须使含有自变量的表达式都有意义.

①当表达式的分母不含有自变量时, 自变量取全体实数. 例如 $y = 2x + 13$ 中的 x .

②当表达式的分母中含有自变量时, 自变量取值要使分母不为零. 例如 $y = \frac{x}{x+2} - 1$.

③当函数的表达式是偶次根式时, 自变量的取值范围必须使被开方数不小于零.

④对于实际问题中的函数关系式, 自变量的取值除必须使表达式有意义外, 还要保证实际问题有意义.

18. 函数的图象

函数的图象定义

对于一个函数，如果把自变量与函数的每一对对应值分别作为点的横、纵坐标，那么坐标平面内由这些点组成的图形就是这个函数的图象.

注意：①函数图形上的任意点 (x, y) 都满足其函数的解析式；②满足解析式的任意一对 x 、 y 的值，所对应的点一定在函数图象上；③判断点 $P(x, y)$ 是否在函数图象上的方法是：将点 $P(x, y)$ 的 x 、 y 的值代入函数的解析式，若能满足函数的解析式，这个点就在函数的图象上；如果不满足函数的解析式，这个点就不在函数的图象上..

19. 待定系数法求一次函数解析式

待定系数法求一次函数解析式一般步骤是：

- (1) 先设出函数的一般形式，如求一次函数的解析式时，先设 $y = kx + b$ ；
- (2) 将自变量 x 的值及与它对应的函数值 y 的值代入所设的解析式，得到关于待定系数的方程或方程组；
- (3) 解方程或方程组，求出待定系数的值，进而写出函数解析式.

注意：求正比例函数，只要一对 x 、 y 的值就可以，因为它只有一个待定系数；而求一次函数 $y = kx + b$ ，则需要两组 x 、 y 的值.

20. 一次函数的应用

1、分段函数问题

分段函数是在不同区间有不同对应方式的函数，要特别注意自变量取值范围的划分，既要科学合理，又要符合实际.

2、函数的多变量问题

解决含有多变量问题时，可以分析这些变量的关系，选取其中一个变量作为自变量，然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数.

3、概括整合

- (1) 简单的一次函数问题：①建立函数模型的方法；②分段函数思想的应用.
- (2) 理清题意是采用分段函数解决问题的关键.

21. 反比例函数的图象

用描点法画反比例函数的图象，步骤：列表 - - - 描点 - - - 连线.

- (1) 列表取值时， $x \neq 0$ ，因为 $x = 0$ 函数无意义，为了使描出的点具有代表性，可以以“0”为中心，向两边对称式取值，即正、负数各一半，且互为相反数，这样也便于求 y 值.
- (2) 由于函数图象的特征还不清楚，所以要尽量多取一些数值，多描一些点，这样便于连

线，使画出的图象更精确.

(3) 连线时要用平滑的曲线按照自变量从小到大的顺序连接，切忌画成折线.

(4) 由于 $x \neq 0$, $k \neq 0$, 所以 $y \neq 0$, 函数图象永远不会与 x 轴、 y 轴相交，只是无限靠近两坐标轴.

22. 待定系数法求二次函数解析式

(1) 二次函数的解析式有三种常见形式:

①一般式: $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$); ②顶点式: $y = a(x - h)^2 + k$ (a, h, k 是常数, $a \neq 0$), 其中 (h, k) 为顶点坐标; ③交点式: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$);

(2) 用待定系数法求二次函数的解析式.

在利用待定系数法求二次函数关系式时, 要根据题目给定的条件, 选择恰当的方法设出关系式, 从而代入数值求解. 一般地, 当已知抛物线上三点时, 常选择一般式, 用待定系数法列三元一次方程组来求解; 当已知抛物线的顶点或对称轴时, 常设其解析式为顶点式来求解; 当已知抛物线与 x 轴有两个交点时, 可选择设其解析式为交点式来求解.

23. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

24. 垂线

(1) 垂线的定义

当两条直线相交所成的四个角中, 有一个角是直角时, 就说这两条直线互相垂直, 其中一条

直线叫做另一条直线的垂线，它们的交点叫做垂足．

(2) 垂线的性质

在平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直．

注意：“有且只有”中，“有”指“存在”，“只有”指“唯一”

“过一点”的点在直线上或直线外都可以．

25. 平行线的性质

1、平行线性质定理

定理 1：两条平行线被第三条直线所截，同位角相等． 简单说成：两直线平行，同位角相等．

定理 2：两条平行线被地三条直线所截，同旁内角互补． 简单说成：两直线平行，同旁内角互补．

定理 3：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等． 简单说成：两直线平行，内错角相等．

2、两条平行线之间的距离处处相等．

26. 三角形的面积

(1) 三角形的面积等于底边长与高线乘积的一半，即 $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ ．

(2) 三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分．

27. 全等三角形的判定

(1) 判定定理 1：SSS -- 三条边分别对应相等的两个三角形全等．

(2) 判定定理 2：SAS -- 两边及其夹角分别对应相等的两个三角形全等．

(3) 判定定理 3：ASA -- 两角及其夹边分别对应相等的两个三角形全等．

(4) 判定定理 4：AAS -- 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等．

(5) 判定定理 5：HL -- 斜边与直角边对应相等的两个直角三角形全等．

方法指引：全等三角形的 5 种判定方法中，选用哪一种方法，取决于题目中的已知条件，若已知两边对应相等，则找它们的夹角或第三边；若已知两角对应相等，则必须再找一组对边对应相等，且要是两角的夹边，若已知一边一角，则找另一组角，或找这个角的另一组对应邻边．

28. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具．在判定三

角形全等时，关键是选择恰当的判定条件．

(2) 在应用全等三角形的判定时，要注意三角形间的公共边和公共角，必要时添加适当辅助线构造三角形．

29. 含 30 度角的直角三角形

(1) 含 30 度角的直角三角形的性质：

在直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半．

(2) 此结论是由等边三角形的性质推出，体现了直角三角形的性质，它在解直角三角形的相关问题中常用来求边的长度和角的度数．

(3) 注意：①该性质是直角三角形中含有特殊度数的角 (30°) 的特殊定理，非直角三角形或一般直角三角形不能应用；

②应用时，要注意找准 30° 的角所对的直角边，点明斜边．

30. 勾股定理

(1) 勾股定理：在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方．

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a ， b ，斜边长为 c ，那么 $a^2+b^2=c^2$ ．

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中．

(3) 勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有： $a=\sqrt{c^2-b^2}$ ， $b=\sqrt{c^2-a^2}$ 及 $c=\sqrt{a^2+b^2}$ ．

(4) 由于 $a^2+b^2=c^2 > a^2$ ，所以 $c > a$ ，同理 $c > b$ ，即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边．

31. 平行四边形的判定

(1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形．符号语言： $\because AB \parallel DC, AD \parallel BC \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

(2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形．符号语言： $\because AB = DC, AD = BC \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

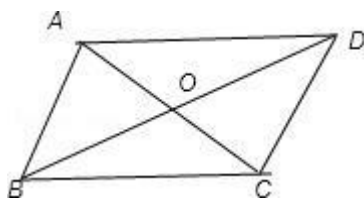
(3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形．

符号语言： $\because AB \parallel DC, AB = DC \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

(4) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形．

符号语言： $\because \angle ABC = \angle ADC, \angle DAB = \angle DCB \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

(5) 对角线互相平分的四边形是平行四边形．符号语言： $\because OA = OC, OB = OD \therefore$ 四边形



$ABCD$ 是平行四边形.

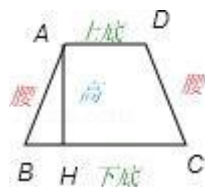
32. 梯形

(1) 梯形的定义：一组对边平行，另一组对边不平行的四边形叫做梯形.

梯形中平行的两边叫梯形的底，其中较短的底叫上底，不平行的两边叫梯形的腰，两底的距离叫梯形的高.

(2) 等腰梯形：两腰相等的梯形叫做等腰梯形.

(3) 直角梯形：有一个角是直角的梯形叫做直角梯形.



33. 垂径定理的应用

垂径定理的应用很广泛，常见的有：

(1) 得到推论：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧.

(2) 垂径定理和勾股定理相结合，构造直角三角形，可解决计算弦长、半径、弦心距等问题.

这类题中一般使用列方程的方法，这种用代数方法解决几何问题即几何代数解的数学思想方法一定要掌握.

34. 切线的判定

(1) 切线的判定定理：经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

(2) 在应用判定定理时注意：

①切线必须满足两个条件： a 、经过半径的外端； b 、垂直于这条半径，否则就不是圆的切线.

②切线的判定定理实际上是从“圆心到直线的距离等于半径时，直线和圆相切”这个结论直接得出来的.

③在判定一条直线为圆的切线时，当已知条件中未明确指出直线和圆是否有公共点时，常过圆心作该直线的垂线段，证明该线段的长等于半径，可简单的说成“无交点，作垂线段，证半径”；当已知条件中明确指出直线与圆有公共点时，常连接过该公共点的半径，证明该半径垂直于这条直线，可简单的说成“有交点，作半径，证垂直”.

35. 相切两圆的性质

相切两圆的性质：如果两圆相切，那么连心线必经过切点．

这说明两圆的圆心和切点三点共线，为证明带来了很大方便．

36. 扇形面积的计算

(1) 圆面积公式： $S = \pi r^2$

(2) 扇形：由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形．

(3) 扇形面积计算公式：设圆心角是 n° ，圆的半径为 R 的扇形面积为 S ，则

$$S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \pi R^2 \text{ 或 } S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} l R \text{ (其中 } l \text{ 为扇形的弧长)}$$

(4) 求阴影面积常用的方法：

①直接用公式法；

②和差法；

③割补法．

(5) 求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积．

37. 圆锥的计算

(1) 连接圆锥顶点和底面圆周上任意一点的线段叫做圆锥的母线．连接顶点与底面圆心的线段叫圆锥的高．

(2) 圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长．

(3) 圆锥的侧面积： $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot l = \pi r l$ ．

(4) 圆锥的全面积： $S_{\text{全}} = S_{\text{底}} + S_{\text{侧}} = \pi r^2 + \pi r l$

(5) 圆锥的体积 $= \frac{1}{3} \times \text{底面积} \times \text{高}$

注意：①圆锥的母线与展开后所得扇形的半径相等．

②圆锥的底面周长与展开后所得扇形的弧长相等．

38. 坐标与图形变化-平移

(1) 平移变换与坐标变化

①向右平移 a 个单位，坐标 $P(x, y) \Rightarrow P(x+a, y)$

①向左平移 a 个单位，坐标 $P(x, y) \Rightarrow P(x-a, y)$

①向上平移 b 个单位，坐标 $P(x, y) \Rightarrow P(x, y+b)$

①向下平移 b 个单位，坐标 $P(x, y) \Rightarrow P(x, y-b)$

(2) 在平面直角坐标系内, 把一个图形各个点的横坐标都加上 (或减去) 一个整数 a , 相应的新图形就是把原图形向右 (或向左) 平移 a 个单位长度; 如果把它各个点的纵坐标都加 (或减去) 一个整数 a , 相应的新图形就是把原图形向上 (或向下) 平移 a 个单位长度. (即: 横坐标, 右移加, 左移减; 纵坐标, 上移加, 下移减.)

39. 关于原点对称的点的坐标

关于原点对称的点的坐标特点

(1) 两个点关于原点对称时, 它们的坐标符号相反, 即点 $P(x, y)$ 关于原点 O 的对称点是 $P'(-x, -y)$.

(2) 关于原点对称的点或图形属于中心对称, 它是中心对称在平面直角坐标系中的应用, 它具有中心对称的所有性质. 但它主要是用坐标变化确定图形.

注意: 运用时要熟练掌握, 可以不用图画和结合坐标系, 只根据符号变化直接写出对应点的坐标.

40. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用, 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

41. 作图-位似变换

(1) 画位似图形的一般步骤为:

①确定位似中心; ②分别连接并延长位似中心和能代表原图的关键点; ③根据位似比, 确定能代表所作的位似图形的关键点; ④顺次连接上述各点, 得到放大或缩小的图形.

借助橡皮筋、方格纸、格点图等简易工具可将图形放大或缩小, 借助计算机也很好地将一个图形放大或缩小.

(2) 注意: ①画一个图形的位似图形时, 位似中心的选择是任意的, 这个点可以在图形的内部或外部或在图形上, 对于具体问题要考虑画图方便且符合要求. ②由于位似中心选择的任意性, 因此作已知图形的位似图形的结果是不唯一的.

42. 锐角三角函数的定义

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$.

(1) 正弦: 我们把锐角 A 的对边 a 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的正弦, 记作 $\sin A$.

即 $\sin A = \angle A$ 的对边除以斜边 $= \frac{a}{c}$.

(2) 余弦: 锐角 A 的邻边 b 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的余弦, 记作 $\cos A$.

即 $\cos A = \angle A$ 的邻边除以斜边 $= \frac{b}{c}$.

(3) 正切: 锐角 A 的对边 a 与邻边 b 的比叫做 $\angle A$ 的正切, 记作 $\tan A$.

即 $\tan A = \angle A$ 的对边除以 $\angle A$ 的邻边 $= \frac{a}{b}$.

(4) 三角函数: 锐角 A 的正弦、余弦、正切都叫做 $\angle A$ 的锐角三角函数.

43. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}; \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3};$$

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

44. 由三视图判断几何体

(1) 由三视图想象几何体的形状, 首先, 应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 然后综合起来考虑整体形状.

(2) 由物体的三视图想象几何体的形状是有一定难度的, 可以从以下途径进行分析:

①根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 以及几何体的长、宽、高;

②从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线;

③熟记一些简单的几何体的三视图对复杂几何体的想象会有帮助;

④利用由三视图画几何体与有几何体画三视图的互逆过程, 反复练习, 不断总结方法.

45. 总体、个体、样本、样本容量

(1) 定义

- ①总体：我们把所要考察的对象的全体叫做总体；
- ②个体：把组成总体的每一个考察对象叫做个体；
- ③样本：从总体中取出的一部分个体叫做这个总体的一个样本；
- ④样本容量：一个样本包括的个体数量叫做样本容量。

(2) 关于样本容量

样本容量只是个数字，没有单位。

46. 频数（率）分布表

1、在统计数据时，经常把数据按照不同的范围分成几个组，分成的组的个数称为组数，每一组两个端点的差称为组距，称这样画出的统计图表为频数分布表。

2、列频率分布表的步骤：

(1) 计算极差，即计算最大值与最小值的差。

(2) 决定组距与组数（组数与样本容量有关，一般来说样本容量越大，分组就越多，样本容量不超过 100 时，按数据的多少，常分成 5 ~ 12 组）。

(3) 将数据分组。

(4) 列频率分布表。

47. 频数（率）分布直方图

画频率分布直方图的步骤：

(1) 计算极差，即计算最大值与最小值的差。(2) 决定组距与组数（组数与样本容量有关，一般来说样本容量越大，分组就越多，样本容量不超过 100 时，按数据的多少，常分成 5 ~ 12 组）。(3) 确定分点，将数据分组。(4) 列频率分布表。(5) 绘制频率分布直方图。

注：①频率分布表列出的是在各个不同区间内取值的频率，频率分布直方图是用小长方形面积的大小来表示在各个区间内取值的频率。直角坐标系中的纵轴表示频率与组距的比值，即小长方形面积 = 组距 × 频数组距 = 频率。②各组频率的和等于 1，即所有长方形面积的和等于 1。③频率分布表在数量表示上比较确切，但不够直观、形象，不利于分析数据分布的总体态势。④从频率分布直方图可以清楚地看出数据分布的总体态势，但是从直方图本身得不出原始的数据内容。

48. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数。通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系。用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数。

(2) 扇形图的特点：从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

- ①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数，再算出各部分圆心角的度数，公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. ____ ②按比例取适当半径画一个圆；按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数；
- ④在各扇形内写上相应的名称及百分数，并用不同的标记把各扇形区分开来.

49. 中位数

(1) 中位数：

将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”，不易受极端值影响，但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关，某些数据的移动对中位数没有影响，中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现，当一组数据中的个别数据变动较大时，可用中位数描述其趋势.

50. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法：找出频数最多的那个数据，若几个数据频数都是最多且相同，此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数，反映了一组数据的集中程度，众数可作为描述一组数据集中趋势的量..

51. 概率公式

(1) 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

(2) $P(\text{必然事件}) = 1$.

(3) $P(\text{不可能事件}) = 0$.