

广东省广州市 2019 年中考试卷

数 学

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. $|-6| =$

()

A. -6

B. 6

C. $-\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{6}$

2. 广州正稳步推进碧道建设，营造“水清岸绿、鱼翔浅底、水草丰美、白鹭成群”的生态廊道，使之成为老百姓美好生活的好去处。到今年底各区完成碧道试点建设的长度分别为（单位：千米）：5，5.2，5，5，5，6.4，6，5，6.68，48.4，6.3，这组数据的众数是

()

A. 5

B. 5.2

C. 6

D. 6.4

3. 如图，有一斜坡 AB ，坡顶 B 离地面的高度 BC 为 30 m，斜坡的倾斜角是 $\angle BAC$ ，若 $\tan \angle BAC = \frac{2}{5}$ ，则

此斜坡的水平距离 AC 为

()



A. 75 m

B. 50 m

C. 30 m

D. 12 m

4. 下列运算正确的是

()

A. $-3 - 2 = -1$

B. $3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{3}$

C. $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$

D. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} = a\sqrt{b}$

5. 平面内， $\odot O$ 的半径为 1，点 P 到 O 的距离为 2，过点 P 可作 $\odot O$ 的切线条数为

()

A. 0 条

B. 1 条

C. 2 条

D. 无数条

6. 甲、乙二人做某种机械零件，已知每小时甲比乙少做 8 个，甲做 120 个所用的时间与乙做 150 个所用的时间相等，设甲每小时做 x 个零件，下列方程正确的是 ()

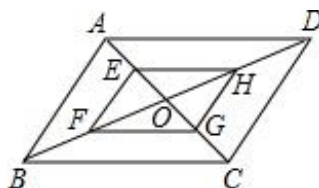
A. $\frac{120}{x} = \frac{150}{x-8}$

B. $\frac{120}{x+8} = \frac{150}{x-8}$

C. $\frac{120}{x-8} = \frac{150}{x}$

D. $\frac{120}{x} = \frac{150}{x+8}$

7. 如图， $\square ABCD$ 中， $AB=2$ ， $AD=4$ ，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，且 E ， F ， G ， H 分别是 AO ， BO ， CO ， DO 的中点，则下列说法正确的是 ()



A. $EH = HG$

B. 四边形 $EFGH$ 是平行四边形

C. $AC \perp BD$

D. $\triangle ABO$ 的面积是 $\triangle EFO$ 的面积的 2 倍

8. 若点 $A(-1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$ ， $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上，则 y_1 ， y_2 ， y_3 的大小关系是

()

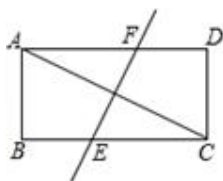
A. $y_3 < y_2 < y_1$

B. $y_2 < y_1 < y_3$

C. $y_1 < y_3 < y_2$

D. $y_1 < y_2 < y_3$

9. 如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC ， AD 于点 E ， F ，若 $BE=3$ ， $AF=5$ ，则 AC 的长为 ()



A. $4\sqrt{5}$

B. $4\sqrt{3}$

C. 10

D. 8

10. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k-1)x - k + 2 = 0$ 有两个实数根 x_1 ， x_2 ，若 $(x_1 - x_2 + 2)(x_1 - x_2 - 2) + 2x_1x_2 = -3$ ，则 k 的值 ()

A. 0 或 2

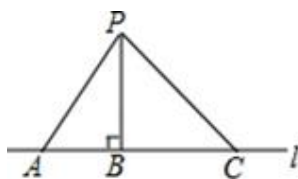
B. -2 或 2

C. -2

D. 2

二、填空题 (共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分)

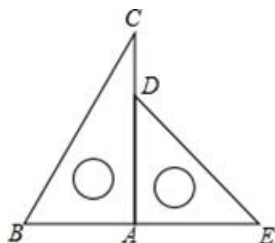
11. 如图, 点 A, B, C 在直线 l 上, $PB \perp l$, $PA = 6 \text{ cm}$, $PB = 5 \text{ cm}$, $PC = 7 \text{ cm}$, 则点 P 到直线 l 的距离是_____cm.



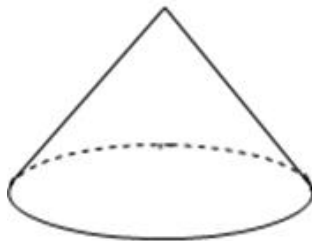
12. 代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-8}}$ 有意义时, x 应满足的条件是_____.

13. 分解因式: $x^2y + 2xy + y =$ _____.

14. 一副三角板如图放置, 将三角板 ADE 绕点 A 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 使得三角板 ADE 的一边所在的直线与 BC 垂直, 则 α 的度数为_____.



15. 如图放置的一个圆锥, 它的主视图是直角边长为 2 的等腰直角三角形, 则该圆锥侧面展开扇形的弧长为_____. (结果保留 π)



16. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 点 E 在边 AB 上运动 (不与点 A, B 重合), $\angle DAM = 45^\circ$, 点 F 在射线 AM 上, 且 $AF = \sqrt{2}BE$, CF 与 AD 相交于点 G , 连接 EC, EF, EG , 则下列结论:

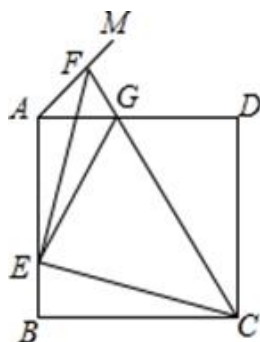
① $\angle ECF = 45^\circ$

② $\triangle AEG$ 的周长为 $(1 + \frac{\sqrt{2}}{2})a$

③ $BE^2 + DG^2 = EG^2$

④ $\triangle EAF$ 的面积的最大值 $\frac{1}{8}a^2$.

其中正确的结论是_____. (填写所有正确结论的序号)

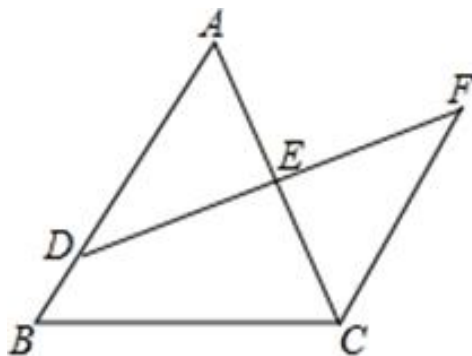


三、解答题（共 9 小题，满分 102 分）

17. 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 3y = 9 \end{cases}.$$

18. 如图, D 是 AB 上一点, DF 交 AC 于点 E , $DE = FE$, $FC \parallel AB$,

求证: $\triangle ADE \cong \triangle CFE$.



19. 已知 $P = \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a + b} (a \neq \pm b).$

(1) 化简 P ;

(2) 若点 (a, b) 在一次函数 $y = x - \sqrt{2}$ 的图象上, 求 P 的值.

20. 某中学抽取了 40 名学生参加“平均每周课外阅读时间”的调查, 由调查结果绘制了如下不完整的频数分布表和扇形统计图.

频数分布表:

组别	时间/小时	频数/人数
A 组	$0 \leq t < 1$	2
B 组	$1 \leq t < 2$	m
C 组	$2 \leq t < 3$	10
D 组	$3 \leq t < 4$	12

E 组	$4 \leq t < 5$	7
F 组	$t \geq 5$	4

请根据图表中的信息解答下列问题:

- (1) 求频数分布表中 m 的值;
- (2) 求 B 组, C 组在扇形统计图中分别对应扇形的圆心角度数, 并补全扇形统计图;
- (3) 已知 F 组的学生中, 只有 1 名男生, 其余都是女生, 用列举法求以下事件的概率: 从 F 组中随机选取 2 名学生, 恰好都是女生.

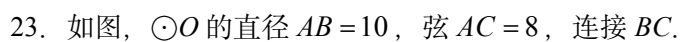


21. 随着粤港澳大湾区建设的加速推进, 广东省正加速布局以 5G 等为代表的战略性新兴产业, 据统计, 目前广东 5G 基站的数量约 1.5 万座, 计划到 2020 年底, 全省 5G 基站数是目前的 4 倍, 到 2022 年底, 全省 5G 基站数量将达到 17.34 万座.

- (1) 计划到 2020 年底, 全省 5G 基站的数量是多少万座?
- (2) 按照计划, 求 2020 年底到 2022 年底, 全省 5G 基站数量的年平均增长率.

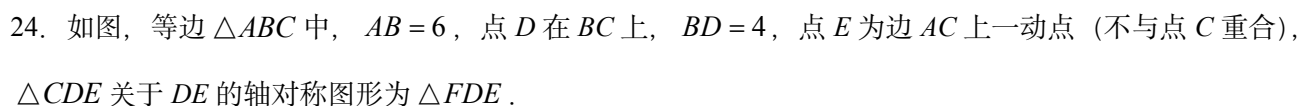
22. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 $P(-1, 2)$, $AB \perp x$ 轴于点 E , 正比例函数 $y = mx$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{n-3}{x}$ 的图象相交于 A, P 两点.

- (1) 求 m, n 的值与点 A 的坐标;
- (2) 求证: $\triangle CPD \sim \triangle AEO$;
- (3) 求 $\sin \angle CDB$ 的值.



(1) 尺规作图：作弦 CD ，使 $CD=BC$ （点 D 不与 B 重合），连接 AD ；（保留作图痕迹，不写作法）

(2) 在 (1) 所作的图中, 求四边形 $ABCD$ 的周长.



(1) 当点 F 在 AC 上时, 求证: $DF \parallel AB$; $\triangle ABF$

(2) 设 $\triangle ACD$ 的面积为 S_1 , $\triangle ABF$ 的面积为 S_2 , 记 $S = S_1 - S_2$, S 是否存在最大值? 若存在, 求出 S

的最大值; 若不存在, 请说明理由;

(3) 当 B, F, E 三点共线时, 求 AE 的长.



25. 已知抛物线 $G: y = mx^2 - 2mx - 3$ 有最低点.

(1) 求二次函数 $y = mx^2 - 2mx - 3$ 的最小值 (用含 m 的式子表示);

(2) 将抛物线 G 向右平移 m 个单位得到抛物线 G_1 . 经过探究发现, 随着 m 的变化, 抛物线 G_1 顶点的纵坐标 y 与横坐标 x 之间存在一个函数关系, 求这个函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 记 (2) 所求的函数为 H , 抛物线 G 与函数 H 的图象交于点 P , 结合图象, 求点 P 的纵坐标的取值范围.

广东省广州市 2019 年中考试卷

数学答案解析

一、选择题

1. 【答案】B

【解析】 -6 的绝对值是 $|-6|=6$. 故选: B.

【提示】根据负数的绝对值等于它的相反数解答.

【考点】绝对值

2. 【答案】A

【解析】5 出现的次数最多, 是 5 次, 所以这组数据的众数为 5 故选: A.

【提示】众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

【考点】众数的概念

3. 【答案】A

【解析】 $\because \angle BCA = 90^\circ$, $\tan \angle BAC = \frac{2}{5}$, $BC = 30\text{ m}$,

$$\therefore \tan \angle BAC = \frac{2}{5} = \frac{BC}{AC} = \frac{30}{AC},$$

解得, $AC = 75$, 故选: A.

【提示】根据题目中的条件和图形, 利用锐角三角函数即可求得 AC 的长, 本题得以解决.

4. 【答案】D

【解析】A、 $-3-2=-5$, 故此选项错误;

B、 $3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}$, 故此选项错误;

C、 $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$, 故此选项错误;

D、 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} = a\sqrt{b}$, 正确. 故选: D.

【提示】直接利用有理数混合运算法则、同底数幂的乘除运算法则分别化简得出答案.

【考点】有理数的运算, 同底数幂的乘法, 算术平方根的积

5. 【答案】C

【解析】 $\because \odot O$ 的半径为 1, 点 P 到圆心 O 的距离为 2,

$\therefore d > r$,

$\therefore$ 点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是: P 在 $\odot O$ 外,

$\therefore$ 过圆外一点可以作圆的 2 条切线, 故选: C.

【提示】先确定点与圆的位置关系，再根据切线的定义即可直接得出答案.

【考点】圆的切线

6. 【答案】D

【解析】设甲每小时做 x 个零件，可得： $\frac{120}{x} = \frac{150}{x+8}$ ，故选：D.

【提示】设甲每小时做 x 个零件，根据甲做 120 个所用的时间与乙做 150 个所用的时间相等得出方程解答即可.

【考点】列分式方程解决实际问题

7. 【答案】B

【解析】 $\because E, F, G, H$ 分别是 AO, BO, CO, DO 的中点，在 $\square ABCD$ 中， $AB=2, AD=4$,

$$\therefore EH = \frac{1}{2}AD=2, HG = \frac{1}{2}AB=1,$$

$\therefore EH \neq HG$ ，故选项 A 错误；

$\because E, F, G, H$ 分别是 AO, BO, CO, DO 的中点，

$$\therefore EH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC = FG,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形，故选项 B 正确；

由题目中的条件，无法判断 AC 和 BD 是否垂直，故选项 C 错误；

$\because$ 点 E, F 分别为 OA 和 OB 的中点，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AB, EF \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle OEF \sim \triangle OAB,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle OAB}} = \left(\frac{EF}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

即 $\triangle ABO$ 的面积是 $\triangle EFO$ 的面积 4 倍，故选项 D 错误，故选：B.

【提示】根据题意和图形，可以判断各个选项中的结论是否成立，本题得以解决.

【考点】平行四边形的判定与性质，三角形中位线定理，相似三角形的判定与性质

8. 【答案】C

【解析】 $\because$ 点 $A(-1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$ ， $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上，

$$\therefore y_1 = \frac{6}{-1} = -6, y_2 = \frac{6}{2} = 3, y_3 = \frac{6}{3} = 2,$$

又 $\because -6 < 2 < 3$,

$\therefore y_1 < y_3 < y_2$ ，故选：C.

【提示】根据反比例函数图象上点的坐标特征求出 y_1, y_2, y_3 的值，比较后即可得出结论.

【考点】反比例函数的图像与性质

9. 【答案】A

【解析】连接 AE ，如图：

$\because EF$ 是 AC 的垂直平分线，

$\therefore OA = OC, AE = CE$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle B = 90^\circ, AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle OAF = \angle OCE$ ，

在 $\triangle AOF$ 和 $\triangle COE$ 中，
$$\begin{cases} \angle AOF = \angle COE \\ OA = OC \\ \angle OAF = \angle OCE \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COE (ASA)$ ，

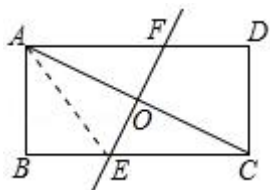
$\therefore AF = CE = 5$ ，

$\therefore AF = CE = 5, BC = BE + CE = 3 + 5 = 8$ ，

$\therefore AB = \sqrt{AE^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$ ；

故选：A.



【提示】连接 AE ，由线段垂直平分线的性质得出 $OA = OC, AE = CE$ ，证明 $\triangle AOF \cong \triangle COE$ 得出 $AF = CE = 5$ ，得出 $AE = CE = 5, BC = BE + CE = 8$ ，由勾股定理求出 $AB = \sqrt{AE^2 - BE^2} = 4$ ，再由勾股定理求出 AC 即可.

【考点】矩形的性质，垂直平分线的性质，勾股定理

10. 【答案】D

【解析】 $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k-1)x - k + 2 = 0$ 的两个实数根为 x_1, x_2 ，

$\therefore x_1 + x_2 = k - 1, x_1 x_2 = -k + 2$.

$\because (x_1 - x_2 + 2)(x_1 - x_2 - 2) + 2x_1 x_2 = -3$ ，即 $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 4 = -3$ ，

$\therefore (k-1)^2 + 2k - 4 - 4 = -3$ ，

解得： $k = \pm 2$.

$\therefore$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k-1)x - k + 2 = 0$ 有实数根，

$$\therefore \Delta = [-(k-1)]^2 - 4 \times 1 \times (-k+2) \geq 0,$$

解得: $k \geq 2\sqrt{2} - 1$ 或 $k \leq -2\sqrt{2} - 1$,

$\therefore k = 2$. 故选: D

【提示】由根与系数的关系可得出 $x_1 + x_2 = k - 1$, $x_1 x_2 = -k + 2$, 结合 $(x_1 - x_2 + 2)(x_1 - x_2 - 2) + 2x_1 x_2 = -3$ 可求出 k 的值, 根据方程的系数结合根的判别式 $\Delta \geq 0$ 可得出关于 k 的一元二次不等式, 解之即可得出 k 的取值范围, 进而可确定 k 的值, 此题得解.

【考点】一元二次方程根与系数的关系, 根的判别式

二、填空题

11. 【答案】5

【解析】 $\because PB \perp l$, $PB = 5\text{cm}$,

$\therefore P$ 到 l 的距离是垂线段 PB 的长度 5cm , 故答案为: 5

【提示】根据点到直线的距离是直线外的点到这条直线的垂线段的长度, 可得答案.

【考点】点到直线的距离

12. 【答案】 $x > 8$

【解析】代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-8}}$ 有意义时,

$$x - 8 > 0,$$

解得: $x > 8$.

故答案为: $x > 8$.

【提示】直接利用分式、二次根式的定义求出 x 的取值范围.

【考点】代数式有意义的条件

13. 【答案】 $y(x+1)^2$

【解析】原式 $= y(x^2 + 2x + 1) = y(x+1)^2$,

故答案为: $y(x+1)^2$.

【提示】首先提取公因式 y , 再利用完全平方进行二次分解即可.

【考点】公式法因式分解

14. 【答案】 15° 或 60°

【解析】分情况讨论:

①当 $DE \perp BC$ 时, $\angle BAD = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$, $\therefore \alpha = 90^\circ - \angle BAD = 15^\circ$;

②当 $AD \perp BC$ 时, $\alpha = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

故答案为: 15° 或 60° .

【提示】分情况讨论: ① $DE \perp BC$; ② $AD \perp BC$.

【考点】图形的旋转, 垂直的判定

15. 【答案】 $2\sqrt{2}\pi$

【解析】 $\because$ 某圆锥的主视图是一个腰长为 2 的等腰直角三角形,

$\therefore$ 斜边长为 $2\sqrt{2}$,

则底面圆的周长为 $2\sqrt{2}\pi$,

$\therefore$ 该圆锥侧面展开扇形的弧长为 $2\sqrt{2}\pi$,

故答案为 $2\sqrt{2}\pi$.

【提示】 根据圆锥侧面展开扇形的弧长 = 底面圆的周长即可解决问题.

【考点】 圆锥的有关计算

16. 【答案】 ①④

【解析】 如图 1 中, 在 BC 上截取 $BH = BE$, 连接 EH .

$\because BE = BH$, $\angle EBH = 90^\circ$,

$\therefore EH = BE$, $\therefore AF = \sqrt{2}BE$,

$\therefore AF = EH$,

$\because \angle DAM = \angle EHB = 45^\circ$, $\angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore \angle FAE = \angle EHC = 135^\circ$,

$\because BA = BC$, $BE = BH$,

$\therefore AE = HC$,

$\therefore \triangle FAE \cong \triangle EHC (SAS)$,

$\therefore EF = EC$, $\angle AEF = \angle ECH$,

$\because \angle ECH + \angle CEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle AEF + \angle CEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle FEC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ECF = \angle EFC = 45^\circ$, 故①正确,

如图 2 中, 延长 AD 到 H , 使得 $DH = BE$, 则 $\triangle CBE \cong \triangle CDH (SAS)$,

$\therefore \angle ECB = \angle DCH$,

$\therefore \angle ECH = \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ECG = \angle GCH = 45^\circ$,

$\because CG = CG$, $CE = CH$,

$\therefore \triangle GCE \cong \triangle GCH (SAS)$,

$\therefore EG = GH$,

$\because GH = DG + DH$, $DH = BE$,

$\therefore EG = BE + DG$, 故③错误,

$\therefore \triangle AEG$ 的周长 $= AE + EG + AG = AG + GH = AD + DH + AE = AE + EB + AD = AB + AD = 2a$ ，故②错

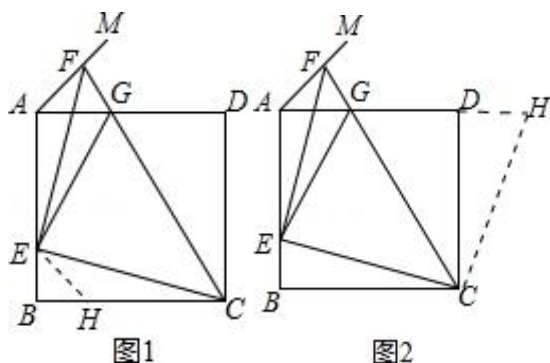
误，设 $BE = x$ ，则 $AE = a - x$ ， $AF = \sqrt{2}x$ ，

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \cdot (a - x) \times x = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}a = -\frac{1}{2}(x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}a^2) = -\frac{1}{2}(x - \frac{1}{2}a)^2 + \frac{1}{8}a^2,$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < 0,$$

$\therefore x = \frac{1}{2}a$ 时， $\triangle AEF$ 的面积的最大值为 $\frac{1}{8}a^2$ 。故④正确，

故答案为①④。



【提示】①正确．如图 1 中，在 BC 上截取 $BH = BE$ ，连接 EH ．证明 $\triangle FAE \cong \triangle EHC (SAS)$ ，即可解决问题．②③错误．如图 2 中，延长 AD 到 H ，使得 $DH = BE$ ，则 $\triangle CBE \cong \triangle CDH (SAS)$ ，再证明 $\triangle GCE \cong \triangle GCH (SAS)$ ，即可解决问题．④正确．设 $BE = x$ ，则 $AE = a - x$ ， $AF = \sqrt{2}x$ ，构建二次函数，利用二次函数的性质解决最值问题．

【考点】正方形的性质；解直角三角形；全等三角形的判定与性质；勾股定理

三、解答题

17. 【答案】 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

【解析】 $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$ ，

② - ①得， $4y = 8$ ，解得 $y = 2$ ，

把 $y = 2$ 代入①得， $x - 2 = 1$ ，解得 $x = 3$ ，

故原方程组的解为 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

【提示】运用加减消元解答即可．

【考点】二元一次方程组

18. 【答案】见解析

【解析】证明： $\because FC \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle A = \angle FCE, \angle ADE = \angle F,$$

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CFE$ 中:

$$\therefore \begin{cases} \angle A = \angle FCE \\ \angle ADE = \angle F, \\ DE = EF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CFE (AAS)$$

【提示】利用 AAS 证明: $\triangle ADE \cong \triangle CFE$.

【考点】平行线的性质; 全等三角形的判定与性质

19. 【答案】(1) $P = \frac{1}{a-b}$

(2) $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】(1) $P = \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b} = \frac{2a}{(a+b)(a-b)} - \frac{1}{a+b} = \frac{2a - a + b}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a-b};$

(2) $\because$ 点 (a, b) 在一次函数 $y = x - \sqrt{2}$ 的图象上,

$$\therefore b = a - \sqrt{2},$$

$$\therefore a - b = \sqrt{2},$$

$$\therefore P = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

【提示】(1) $P = \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b} = \frac{2a}{(a+b)(a-b)} - \frac{1}{a+b} = \frac{2a - a + b}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a-b};$

(2) 将点 (a, b) 代入 $y = x - \sqrt{2}$ 得到 $a - b = \sqrt{2}$, 再将 $a - b = \sqrt{2}$ 代入化简后的 P , 即可求解;

【考点】分式的化简求值和一次函数的性质

20. 【答案】(1) $m = 5$



图 1

(2) B 组的圆心角 $= 45^\circ$, C 组的圆心角 $= 90^\circ$, 补全扇形统计图如图 1 所示

(3) 恰好都是女生的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

【解析】(1) -6 ;

(2) B 组的圆心角 $= 360^\circ \times \frac{5}{40} = 45^\circ$,

C 组的圆心角 $= 360^\circ \times \frac{10}{40} = 90^\circ$.

补全扇形统计图如图 1 所示:



图 1

(3) 画树状图如图 2:

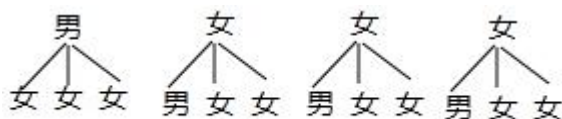


图 2

共有 12 个等可能的结果,

恰好都是女生的结果有 6 个,

$\therefore$ 恰好都是女生的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

【提示】(1) 用抽取的 40 人减去其他 5 个组的人数即可得出 m 的值;

(2) 分别用 360° 乘以 B 组, C 组的人数所占的比例即可; 补全扇形统计图;

(3) 画出树状图, 即可得出结果.

【考点】频数分布表, 扇形统计图, 概率的计算

21. 【答案】(1) 6 万座

(2) 70%

【解析】(1) $1.5 \times 4 = 6$ (万座).

答: 计划到 2020 年底, 全省 5G 基站的数量是 6 万座

(2) 设 2020 年底到 2022 年底, 全省 5G 基站数量的年平均增长率为 x ,

依题意, 得: $6(1+x)^2 = 17.34$,

解得: $x_1 = 0.7 = 70\%$, $x_2 = -2.7$ (舍去)

答: 2020 年底到 2022 年底, 全省 5G 基站数量的年平均增长率为 70%

【提示】(1) 2020 年全省 5G 基站的数量 = 目前广东 5G 基站的数量 $\times 4$, 即可求出结论;

(2) 设 2020 年底到 2022 年底, 全省 5G 基站数量的年平均增长率为 x , 根据 2020 年底及 2022 年底全省

5G 基站数量，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其正值即可得出结论.

【考点】一元二次方程的应用

22. 【答案】(1) $m = -2$, $n = 1$, 点 A 的坐标为 (1, -2)

(2) 证明见解析

$$(3) \sin \angle CDB = \sin \angle AOE = \frac{AE}{AO} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

【解析】(1) 解：将点 $P(-1, 2)$ 代入 $y = mx$ ，得： $2 = -m$ ，
解得： $m = -2$ ，

$\therefore$ 正比例函数解析式为 $y = -2x$ ；

将点 $P(-1, 2)$ 代入 $y = \frac{n-3}{x}$ ，得： $2 = -(n-3)$ ，

解得： $n = 1$ ，

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = -\frac{2}{x}$ 。

联立正、反比例函数解析式成方程组，得：
$$\begin{cases} y = -2x \\ y = -\frac{2}{x} \end{cases}$$
，

解得： $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 2 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -2 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 (1, -2)。

(2) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AC \perp BD$, $AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle DCP = \angle BAP$ ，即 $\angle DCP = \angle OAE$ 。

$\because AB \perp x$ 轴，

$\therefore \angle AEO = \angle CPD = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle CPD \sim \triangle AEO$ 。

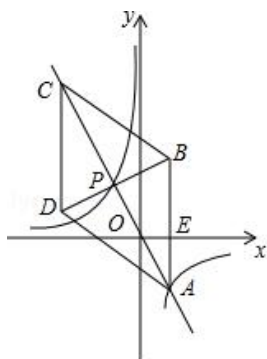
(3) 解： $\because$ 点 A 的坐标为 (1, -2)，

$\therefore AE = 2$, $OE = 1$, $AO = \sqrt{AE^2 + OE^2} = \sqrt{5}$ 。

$\because \triangle CPD \sim \triangle AEO$ ，

$\therefore \angle CDP = \angle AOE$ ，

$\therefore \sin \angle CDB = \sin \angle AOE = \frac{AE}{AO} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 。

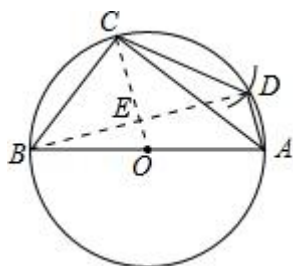


【提示】(1) 根据点 P 的坐标，利用待定系数法可求出 m, n 的值，联立正、反比例函数解析式成方程组，通过解方程组可求出点 A 的坐标 (利用正、反比例函数图象的对称性结合点 P 的坐标找出点 A 的坐标亦可)；

(2) 由菱形的性质可得出 $AC \perp BD$, $AB \parallel CD$ ，利用平行线的性质可得出 $\angle DCP = \angle OAE$ ，结合 $AB \perp x$ 轴可得出 $\angle AEO = \angle CPD = 90^\circ$ ，进而即可证出 $\triangle CPD \sim \triangle AEO$ ；

(3) 由点 A 的坐标可得出 AE, OE, AO 的长，由相似三角形的性质可得出 $\angle CDP = \angle AOE$ ，再利用正弦的定义即可求出 $\sin \angle CDB$ 的值.

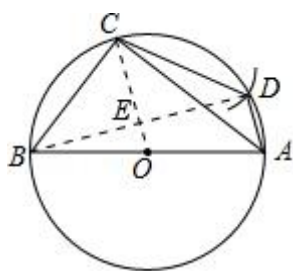
【考点】菱形的性质，反比例函数的图象和性质，相似三角形的判定与性质，三角函数



23. 【答案】(1)

$$(2) \text{ 四边形 } ABCD \text{ 的周长} = 6 + 6 + 10 + \frac{14}{5} = \frac{124}{5}$$

【解析】(1) 如图，线段 CD 即为所求.



(2) 连接 BD ， OC 交于点 E ，设 $OE = x$.

$\because AB$ 是直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$\because BC = CD$,

$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{CD},$$

$\therefore OC \perp BD$ 于 E .

$\therefore BE = DE$,

$\therefore BE^2 = BC^2 - EC^2 = OB^2 - OE^2$,

$\therefore 6^2 - (5-x)^2 = 5^2 - x^2$,

解得 $x = \frac{7}{5}$,

$\therefore BE = DE$, $BO = OA$,

$\therefore AD = 2OE = \frac{14}{5}$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的周长 $= 6 + 6 + 10 + \frac{14}{5} = \frac{124}{5}$.

【提示】(1) 以 C 为圆心, CB 为半径画弧, 交 $\odot O$ 于 D , 线段 CD 即为所求.

(2) 连接 BD , OC 交于点 E , 设 $OE = x$, 构建方程求出 x 即可解决问题.

【考点】基本尺规作图, 圆周角定理, 解直角三角形, 勾股定理

24. 【答案】(1) 证明见解析

(2) 存在, 理由见解析

(3) $AE = AC - EC = 7 - \sqrt{13}$

【解析】(1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形

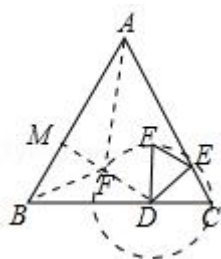
$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

由折叠可知: $DF = DC$, 且点 F 在 AC 上

$\therefore \angle DFC = \angle C = 60^\circ$

$\therefore \angle DFC = \angle A$

$\therefore DF \parallel AB$;



(2) 存在,

过点 D 作 $DM \perp AB$ 交 AB 于点 M ,

$\therefore AB = BC = 6$, $BD = 4$,

$\therefore CD = 2$

$\therefore DF = 2$,

$\therefore$ 点 F 在以 D 为圆心, DF 为半径的圆上,

$\therefore$ 当点 F 在 DM 上时, $S_{\triangle ABF}$ 最小,

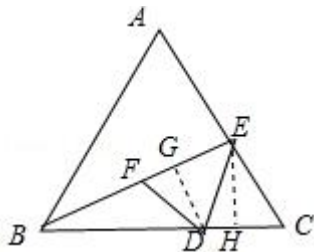
$$\because BD=4, DM \perp AB, \angle ABC=60^\circ$$

$$\therefore MD=2\sqrt{3}$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} \text{ 的最小值} = \frac{1}{2} \times 6 \times (2\sqrt{3} - 2) = 6\sqrt{3} - 6$$

$$\therefore S_{\text{最大值}} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3\sqrt{3} - (6\sqrt{3} - 6) = -3\sqrt{3} + 6$$

(3) 如图, 过点 D 作 $DG \perp EF$ 于点 G , 过点 E 作 $EH \perp CD$ 于点 H ,



$\because \triangle CDE$ 关于 DE 的轴对称图形为 $\triangle FDE$

$$\therefore DF=DC=2, \angle EFD=\angle C=60^\circ$$

$$\because GD \perp EF, \angle EFD=60^\circ$$

$$\therefore FG=1, DG\sqrt{3}FG=\sqrt{3}$$

$$\because BD^2=BG^2+DG^2,$$

$$\therefore 16=3+(BF+1)^2,$$

$$\therefore BG=\sqrt{13}-1$$

$$\therefore BG=\sqrt{13}$$

$$\because EH \perp BC, \angle C=60^\circ$$

$$\therefore CH=\frac{EC}{2}, EH=\sqrt{3}HC=\frac{\sqrt{3}}{2}EC$$

$$\because \angle GBD=\angle EBH, \angle BGD=\angle BHE=90^\circ$$

$$\therefore \triangle BGD \sim \triangle BHE$$

$$\therefore \frac{DG}{BG} = \frac{EH}{BH}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}EC}{6-\frac{EC}{2}}$$

$$\therefore EC=\sqrt{13}-1$$

$$\therefore AE=AC-EC=7-\sqrt{13}$$

【提示】(1) 由折叠的性质和等边三角形的性质可得 $\angle DFC=\angle A$, 可证 $DF \parallel AB$;

(2) 过点 D 作 $DM \perp AB$ 交 AB 于点 M ，由题意可得点 F 在以 D 为圆心， DF 为半径的圆上，由 $\triangle ACD$ 的面积为 S_1 的值是定值，则当点 F 在 DM 上时， $S_{\triangle ABF}$ 最小时， S 最大；

(3) 过点 D 作 $DG \perp EF$ 于点 G ，过点 E 作 $EH \perp CD$ 于点 H ，由勾股定理可求 BG 的长，通过证明 $\triangle BGD \sim \triangle BHE$ ，可求 EC 的长，即可求 AE 的长.

【考点】等边三角形的性质，平行线的判定，勾股定理

25. 【答案】(1) $-m-3$

$$(2) \quad y = -x - 2 (x > 1)$$

$$(3) \quad -4 < y_P < -3$$

【解析】(1) $\because y = mx^2 - 2mx - 3 = m(x-1)^2 - m - 3$ ，抛物线有最低点

$\therefore$ 二次函数 $y = mx^2 - 2mx - 3$ 的最小值为 $-m-3$

$$(2) \quad \because \text{抛物线 } G: y = m(x-1)^2 - m - 3$$

$\therefore$ 平移后的抛物线 $G_1: y = m(x-1-m)^2 - m - 3$

$\therefore$ 抛物线 G_1 顶点坐标为 $(m+1, -m-3)$

$$\therefore x = m+1, \quad y = -m-3$$

$$\therefore x + y = m+1 - m - 3 = -2$$

即 $x + y = -2$ ，变形得 $y = -x - 2$

$$\because m > 0, \quad m = x - 1$$

$$\therefore x - 1 > 0$$

$$\therefore x > 1$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y = -x - 2 (x > 1)$

(3) 法一：如图，函数 $H: y = -x - 2 (x > 1)$ 图象为射线

$$x=1 \text{ 时, } y = -1 - 2 = -3; \quad x=2 \text{ 时, } y = -2 - 2 = -4$$

$\therefore$ 函数 H 的图象恒过点 $B(2, -4)$

$$\because \text{抛物线 } G: y = m(x-1)^2 - m - 3$$

$$x=1 \text{ 时, } y = -m - 3; \quad x=2 \text{ 时, } y = m - m - 3 = -3$$

$\therefore$ 抛物线 G 恒过点 $A(2, -3)$

由图象可知，若抛物线与函数 H 的图象有交点 P ，则 $y_B < y_P < y_A$

$\therefore$ 点 P 纵坐标的取值范围为 $-4 < y_P < -3$

$$\text{法二: } \begin{cases} y = -x - 2 \\ y = mx^2 - 2mx - 3 \end{cases}$$

整理的: $m(x^2 - 2x) = 1 - x$

$\because x > 1$, 且 $x = 2$ 时, 方程为 $0 = -1$ 不成立

$\therefore x \neq 2$, 即 $x^2 - 2x = x(x - 2) \neq 0$

$$\therefore m = \frac{1-x}{x(x-2)} > 0$$

$\because x > 1$

$\therefore 1 - x < 0$

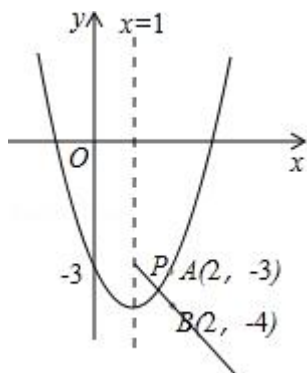
$\therefore x(x - 2) < 0$

$\therefore x - 2 < 0$

$\therefore x < 2$ 即 $1 < x < 2$

$\therefore y_P = -x - 2$

$\therefore -4 < y_P < -3$



【提示】(1) 抛物线有最低点即开口向上, $m > 0$, 用配方法或公式法求得对称轴和函数最小值.

(2) 写出抛物线 G 的顶点式, 根据平移规律即得到抛物线 G_1 的顶点式, 进而得到抛物线 G_1 顶点坐标 $(m+1, -m-3)$, 即 $x = m+1$, $y = -m-3$, $x + y = -2$ 即消去 m , 得到 y 与 x 的函数关系式. 再由 $m > 0$, 即求得 x 的取值范围.

(3) 法一: 求出抛物线恒过点 $B(2, -4)$, 函数 H 图象恒过点 $A(2, -3)$, 由图象可知两图象交点 P 应在点 A 、 B 之间, 即点 P 纵坐标在 A 、 B 纵坐标之间.

法二: 联立函数 H 解析式与抛物线解析式组成方程组, 整理得到用 x 表示 m 的式子. 由 x 与 m 的范围讨论 x 的具体范围, 即求得函数对应的交点 P 纵坐标的范围.

【考点】二次函数的最值问题, 图形的平移, 一次函数解析式的确定